

М.И. Баранов, М.А. Носенко

## СРАВНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТОКА МОЛНИИ НА МЕТАЛЛИЧЕСКУЮ ОБШИВКУ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*Проведено порівняльний аналіз результатів аналітичного і чисельного розрахунків перевищення температури в зоні прив'язки сильноточного іскрового каналу блискавки на плоскій поверхні металевій обшивці літального апарату (ЛА) при дії на неї тривалої складової струму блискавки. Показано гарна кореляція аналітичного та різницевого рішень для товстої стінки обшивці ЛА.*

*Проведен сравнительный анализ результатов аналитического и численного расчетов превышения температуры в зоне привязки сильноточного искрового канала молнии на плоской поверхности металлической обшивки летательного аппарата (ЛА) при воздействии на нее длительной составляющей тока молнии. Показана хорошая корреляция аналитического и разностного решений для толстой стенки обшивки ЛА.*

### ВВЕДЕНИЕ

Мировая практика эксплуатации гражданских и военных летательных аппаратов (ЛА) свидетельствует о том, что прямой удар молнии (ПУМ) в ЛА часто приводит к авариям с катастрофическими последствиями для авиационной и ракетно-космической техники [1, 2]. Среднестатистически каждый эксплуатируемый самолет один раз в год подвергается прямому воздействию мощного грозового разряда (молнии) [2]. При этом одними из основных поражающих ЛА факторов являются большие токи молнии амплитудой до сотен килоампер микросекундного временного диапазона и переносимые ею электрические заряды, обуславливающие при ПУМ в обшивку ЛА интенсивные электротепловые процессы, вызывающие при определенных условиях ее электротепловое разрушение.

Из известных работ, посвященных приближенным расчетам теплового действия сильноточного канала молнии на металлическую обшивку ЛА, следует указать [3-5]. Эти исследования содержат, в основном, одномерные математические модели температурного поля в зоне прямого электротеплового действия сильноточного канала молнии на плоскую стенку металлической обшивки ЛА, которые лишь в грубом приближении отражают сложные дву- и трехмерные нестационарные электротермические процессы, протекающие в указанной обшивке ЛА при ПУМ.

Целью данной статьи является сравнение разработанных нами аналитической и численной моделей для расчета нестационарных электротепловых процессов в локальной зоне действия ПУМ на металлическую стенку обшивки ЛА, математически моделирующих двумерное температурное поле в круговой области опорной зоны сильноточного канала искрового разряда молнии с длительной компонентой тока.

### 1. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОБШИВКИ ЛА

**Уточненная расчетная модель задачи.** Рассмотрим в цилиндрической системе координат электротепловое воздействие сильноточного искрового канала 1 грозового разряда на размещенную в атмосферном воздухе металлическую стенку обшивки ЛА 2 толщиной  $b$  (рис. 1). Примем, что искровой канал молнии

представляет собой сплошной проводящий цилиндр радиусом  $r_0$ , состоящий из низкотемпературной плазмы. Поверхность кругового контакта канала молнии с наружной поверхностью обшивки ЛА в первом приближении считаем близкой к плоской.

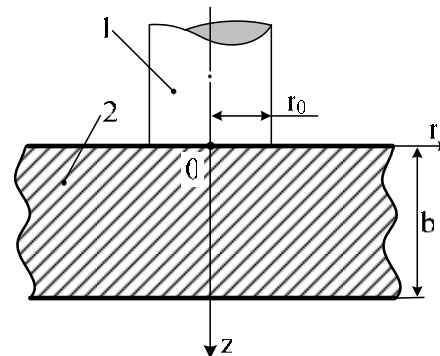


Рис. 1. Расчетная схема воздействия канала тока молнии на металлическую обшивку (1 – канал молнии; 2 – обшивка)

Неравномерностью распределения плотности тока молнии  $i_M$  по поперечному сечению канала молнии и соответственно радиальной неравномерностью плотности теплового потока в его круговой опорной зоне радиусом  $r_0$ , поступающего для временного интервала  $0 \leq t \leq t_0$  в металл обшивки ЛА, пренебрегаем. В соответствии с теорией нестационарной теплопроводности двумерное электротепловое уравнение для превышения (над температурой воздуха  $\theta_0$ ) температуры  $\theta$  в металле плоского образца обшивки ЛА в безразмерном виде для длительной компоненты тока молнии при  $i_M = \text{const} = I_m$  имеет вид [6, 7]:

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial \theta^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial (r^*)^2} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial (z^*)^2} + \frac{I_m^2 c_0 \beta_0 (1 + \theta^*)}{\pi^2 r_0^2 \gamma_0 \lambda_0}, \quad (1)$$

где  $\theta^* = \theta / \theta_b$ ,  $\theta = \theta_t - \theta_0$ ;  $\theta_t$  – текущая температура материала образца обшивки ЛА, °С;  $\theta_b = (c_0 \cdot \beta_0)^{-1}$ ;

$r^* = \frac{r}{r_0}$ ,  $z^* = \frac{z}{r_0}$ ,  $t^* = \frac{t}{t_b}$ ,  $t_b = \frac{c_0 \cdot r_0^2}{\lambda_0}$ ,  $r_0$  – максимальный радиус канала тока молнии, м,  $\lambda_0$  – коэффициент теплопроводности материала обшивки ЛА,

Дж/(м·с·°С);  $c_0$  – удельная объемная теплоемкость материала обшивки ЛА, Дж/(м<sup>3</sup>·°С);  $\beta_0$  – тепловой коэффициент удельной электропроводности материала обшивки ЛА, м<sup>3</sup>/Дж;  $\gamma_0$  – удельная электропроводность материала обшивки ЛА, 1/(Ом·м);  $I_m$  – амплитуда длительной компоненты тока молнии, А;  $r, z$  – соответственно радиальная и продольная координаты в стенке образца металлической обшивки ЛА, м.

Уравнение (1) требуется дополнить необходимыми граничными и начальными условиями.

Начальное условие:

$$\theta^*(r^*, z^*, 0) = 0. \quad (2)$$

Граничные условия:

Для  $r^* = 0$  и  $0 \leq z^* \leq b/r_0$ :

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial r^*} = 0; \quad (3)$$

Для  $z^* = 0$  при  $0 \leq r^* \leq 1$ :

$$-\frac{\partial \theta^*}{\partial z^*} = 10 \frac{I_m \cdot c_0 \cdot \beta_0}{\pi \cdot \lambda_0 \cdot r_0}; \quad (4)$$

При  $r^* > 1$ :

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial z^*} - Bi_0 \cdot \theta^* = 0, \quad (5)$$

где  $Bi_0 = \alpha_0 \cdot r_0 / \lambda_0$  – наружный коэффициент Био [6],  $\alpha_0$  – коэффициент теплоотдачи с наружной поверхности ( $z=0$ ) образца обшивки ЛА ( $\alpha_0 = 5,6$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С) для гладкой плоской металлической поверхности, контактирующей с окружающим воздухом [7, 8]).

Для  $z^* = \frac{b}{r_0}$  и  $r^* \geq 0$ :

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial z^*} + Bi_b \cdot \theta^* = 0, \quad (6)$$

где  $Bi_b = \alpha_b \cdot r_0 / \lambda_0$  – внутренний коэффициент Био [6],  $\alpha_b$  – коэффициент теплоотдачи с внутренней поверхности ( $z=h$ ) образца металлической обшивки ЛА ( $\alpha_b = 5,6$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С) [7, 8]).

Для удаленных расчетных радиальных областей образцов металлической обшивки ЛА, характерных при  $r^* \geq 3$  (например, для  $r^* = 3$  значение приращения температуры  $\theta^*$  материала обшивки ЛА будет практически равно нулю), принимаем условие:

$$\theta^*(3, z^*, t^*) = 0. \quad (7)$$

Для уравнения (1) с граничными и начальными условиями (2)–(7) была построена разностная схема, обеспечивающая второй порядок аппроксимации по пространственному шагу  $h$  и временному шагу  $\tau_c$  сетки [7]. При этом внутри рассматриваемой расчетной области металлической стенки образца обшивки ЛА получается  $(N-1) \cdot (M-1)$  пересечений (узлов) сетки.

В разностном виде система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) будет иметь такой вид:

$$C_0 \theta_{i,j}^k + C_1 \theta_{i,j-1}^k + C_2 \theta_{i,j+1}^k + C_3 \theta_{i-1,j}^k + C_4 \theta_{i+1,j}^k = F_{i,j}^k, \quad (8)$$

где  $C_0 = \frac{2 \cdot h^2}{\tau_c} + 4 - \frac{I_m^2 \cdot c_0 \cdot \beta_0}{\pi^2 \cdot r_0^2 \cdot \gamma_0 \cdot \lambda_0} \cdot h^2$ ;  $C_1 = -1$ ;

$$C_2 = -1; C_3 = \frac{1}{2i} - 1; C_4 = -\frac{1}{2i} - 1;$$

$$F_{i,j}^k = \theta_{i,j}^{k-1} \left( \frac{2h^2}{\tau_c} - 4 + h^2 \cdot \frac{I_m^2 \cdot c_0 \cdot \beta_0}{\pi^2 \cdot r_0^2 \cdot \gamma_0 \cdot \lambda_0} \right) + \theta_{i,j-1}^{k-1} + \theta_{i,j+1}^{k-1} + \theta_{i-1,j}^{k-1} \left( 1 - \frac{1}{2i} \right) + \theta_{i+1,j}^{k-1} \left( 1 + \frac{1}{2i} \right) + \frac{2 \cdot I_m^2 \cdot c_0 \cdot \beta_0 \cdot h^2}{\pi^2 \cdot r_0^2 \cdot \gamma_0 \cdot \lambda_0}.$$

На рис. 2 представлен 5-точечный шаблон сетки, используемой при решении полученного выше разностного уравнения (8).

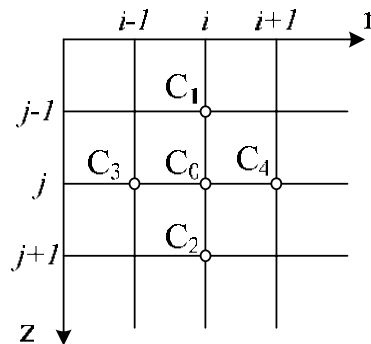


Рис. 2. Шаблон сетки для решения уравнения (8)

Начальные условия при решении уравнения (8)

для множества  $\{ i = 0 \dots N; j = 0 \dots M \}$  примут вид:

$$\theta_{i,j}^0 = 0. \quad (9)$$

Граничные условия в разностной аппроксимации данной задачи будут иметь нижеследующий вид.

На границе  $i=0$  (при  $r^*=0$ ) действует граничное условие (3), которое представляется односторонней разностной аппроксимацией внутрь расчетной области. Тогда для данного условия можно получить следующее соотношение:

$$-3 \cdot \theta_{0,j}^k + 4 \cdot \theta_{1,j}^k - \theta_{2,j}^k = 0, \text{ для } \{ j = 0 \dots M-1 \}. \quad (10)$$

На границе  $j=0$  (при  $z^*=0$ ) имеем граничные условия для  $0 \leq r^* \leq 1$  вида (4) и для  $r^* > 1$  – вида (5).

Для производной на границе  $j=0$  построена односторонняя внутрь расчетной области разностная аппроксимация второго порядка. После преобразования получим часть недостающих для нас уравнений.

Для области  $0 \leq i \leq K$  имеем:

$$\theta_{i,0}^k = \frac{1}{3} \left( 4 \cdot \theta_{i,1}^k - \theta_{i,2}^k + 10 \cdot \frac{I_m \cdot c_0 \cdot \beta_0}{\pi \cdot \lambda_0 \cdot r_0} \cdot 2h \right). \quad (11)$$

Для области  $K < i \leq N-1$  находим:

$$\theta_{i,0}^k = \frac{4 \cdot \theta_{i,1}^k - \theta_{i,2}^k}{Bi_0 \cdot 2h + 3}. \quad (12)$$

На границе  $j=M$  (при  $z^*=b/r_0$ ) имеем граничное условие вида (6), которое аппроксимируется односторонней разностной аппроксимацией внутрь расчетной области. После преобразования недостающая часть уравнений запишется в виде:

$$\theta_{i,M}^k = \frac{4 \cdot \theta_{i,M-1}^k - \theta_{i,M-2}^k}{2h \cdot Bi_b + 3}. \quad (13)$$

Результаты расчета превышения температуры  $\theta$  для плоского алюминиевого образца обшивки ЛА при воздействии на него длительной составляющей тока молнии ( $I_m = 200$  А;  $t_0 = 1$  с)

Толщина образца, мм	Температура на наружной поверхности образца, °С	Глубина проплавления, мм	Радиус лунки на наружной поверхности образца, мм	Радиус лунки на внутренней поверхности образца, мм
10	1528	1,25	1,80	–
4	1558	1,30	1,87	–
3	1618	1,50	1,93	–
2	1788	2,00	2,12	1,43

На границе расчетной области  $i=N$  (при  $r^*=3$ ) имеем граничное условие  $\theta_{N,j}^k=0$ , характерное для бесконечно удаленной границы расчетной области. С учетом этого условия на линии  $i=N-1$  получаем:

$$\theta_{N-1,j}^k = \frac{F_{N-1,j}^k - C_1\theta_{N-1,j-1}^k - C_2\theta_{N-1,j+1}^k + C_3\theta_{N-2,j}^k}{C_0}. \quad (14)$$

Уравнения (8)–(14) представляют собой полученную нами СЛАУ порядка  $(N-1) \cdot (M-1)$  для сформулированной электротепловой задачи. Решив данную СЛАУ относительно величины  $\theta_{i,j}^k$ , получим распределение искомой функции  $\theta_{i,j}$  на временном слое  $k=t/\tau_c$ , где  $t$  – текущее значение времени.

Полученная СЛАУ имеет сильно разреженную матрицу, то есть матрицу с большим количеством нулей. Порядок данной СЛАУ может достигать нескольких тысяч. Как известно, при использовании прямых методов решения линейных систем будет происходить накопление погрешности из-за округления в ПЭВМ вычислений по младшему разряду чисел в разрядной сетке [9]. Поэтому для решения таких СЛАУ предпочтительны итерационные или блочно-итерационные методы. Решение системы разностных уравнений для обшивки ЛА проводилось с использованием итерационного метода Гаусса – Зейделя [9].

Численный расчет данной прикладной электрофизической задачи производился по алгоритму, приведенному в [7] для длительной составляющей тока молнии ( $I_m = 200$  А;  $t_0 = 1$  с) применительно к плоским алюминиевым образцам обшивки ЛА. Это дает возможность использовать нам следующие исходные количественные теплофизические характеристики для исследуемого металлического образца обшивки ЛА при численном решении с помощью полученной выше СЛАУ двумерного дифференциального уравнения нестационарной теплопроводности вида (1) [5, 7]:  $c_0 = 2,7 \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup>·°С);  $\beta_0 = 2,14 \cdot 10^{-9}$  м<sup>3</sup>/Дж;  $\gamma_0 = 3,61 \cdot 10^7$  1/(Ом·м);  $\lambda_0 = 240$  Дж/(м·с·°С).

Заметим, что радиус  $r_0$  искрового канала грозового разряда при ПУМ в зоне его привязки на наружной поверхности алюминиевого образца обшивки ЛА применительно к длительной компоненте полного тока молнии определяется для данной расчетной модели температурного поля в металлической стенке с помощью известного эмпирического соотношения [3,5]:  $r_0 = 0,11 \cdot 10^{-3} \cdot (I_m)^{1/2}$ . Расчетные данные для превышения температуры  $\theta$  в исследуемых образцах металлической обшивки ЛА, приведенные в табл. 1, позволяют при выполнении условия вида  $\theta \geq \theta_n$ , где  $\theta_n = 660$  °С – температура плавления материала исследуемого алюминиевого образца обшивки ЛА [7], определить диаметр  $d_n$  и глубину  $b_n$  проплавленной конической лунки (с вершиной в сторону внутренней поверхности образца обшивки) в рассматриваемых листовых алюминиевых образцах обшивки ЛА.

В результате численного решения сформулированной двумерной электротепловой задачи показано, что воздействие длительной или постоянной составляющей тока молнии с указанными амплитудно-временными параметрами (АВП) может приводить к значительному нагреву плоской стенки алюминиевой обшивки ЛА и ее сквозному проплавлению.

**Упрощенная расчетная модель задачи.** Рассмотрим далее вклад объемного источника тепла в стенке металлической обшивки ЛА, определяемого токовой составляющей амплитудой  $I_m$  в (1), на результаты расчета превышения температуры  $\theta$  в стенке обшивки ЛА. С этой целью двумерное электротепловое уравнение для рассматриваемого плоского образца обшивки ЛА при  $i_M = \text{const} = I_m$  запишем в следующем упрощенном и безразмерном виде [6, 7]:

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} = \left[ \frac{1}{r^*} \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial (r^*)^2} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial (z^*)^2} \right]. \quad (15)$$

Переменные величины, фигурирующие в (15) соответствуют параметрам, представленным в (1). При этом граничные и начальные условия сохраняются. Разностная схема задачи выглядит таким же образом, что и в предыдущем случае. В результате уравнение (15) в разностной форме будет иметь вид:

$$C_0\theta_{i,j}^k + C_1\theta_{i,j-1}^k + C_2\theta_{i,j+1}^k + C_3\theta_{i-1,j}^k + C_4\theta_{i+1,j}^k = F_{i,j}^k, \quad (16)$$

где  $C_0 = 2h^2/\tau_c + 4$ ;  $C_1 = -1$ ;  $C_2 = -1$ ;  $C_3 = (2i)^{-1} - 1$ ;

$$C_4 = -\frac{1}{2i} - 1; F_{i,j}^k = \theta_{i,j}^{k-1} \left( \frac{2h^2}{\tau_c} - 4 \right) + \theta_{i,j-1}^{k-1} + \theta_{i,j+1}^{k-1} + \theta_{i-1,j}^{k-1} \cdot \left( 1 - \frac{1}{2i} \right) + \theta_{i+1,j}^{k-1} \cdot \left( 1 + \frac{1}{2i} \right).$$

Уравнения (16) и (9)–(14) представляют собой СЛАУ также порядка  $(N-1) \cdot (M-1)$ . Решив данную СЛАУ относительно  $\theta_{i,j}^k$ , получим распределение искомой функции  $\theta_{i,j}$  на временном слое  $k=t/\tau_c$ , где  $t$  – текущее время.

Данная СЛАУ, также как и ранее полученная СЛАУ в разделе 1, имеет сильно разреженную матрицу. Поэтому она также решается с использованием метода Гаусса – Зейделя [9]. Для счета нами исполь-

зовались предыдущие численные значения АВП воздействующего на образец длительного тока и исходные количественные параметры для образца обшивки ЛА. Результаты этого численного расчета и их сравнение с данными, полученными для предыдущей уточненной разностной модели, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты численного расчета нагрева алюминиевых образцов обшивки ЛА при воздействии на них длительной составляющей тока молнии ( $I_m=200$  и  $400$  А;  $t_0=1$  с)

Толщина образца, мм	Температура на наружной поверхности образца, °С	Глубина проплавления образца, мм	Радиус лунки на наружной поверхности образца, мм	Радиус лунки на внутренней поверхности образца, мм
<b>Без учета влияния токовой составляющей <math>I_m</math></b>				
$I_m = 200$ А				
10	1526	1,25	1,80	–
2	1787	2,00	2,12	1,43
$I_m = 400$ А				
10	2158	3,08	2,50	–
2	2984	2,00	4,30	4,20
<b>С учетом влияния токовой составляющей <math>I_m</math></b>				
$I_m = 200$ А				
10	1528	1,25	1,80	–
2	1788	2,00	2,12	1,43
$I_m = 400$ А				
10	2163	3,08	2,50	–
2	2991	2,00	4,30	4,20

Из данных табл. 2 видно, что длительная токовая составляющая сильнотокового канала молнии, входящая в уравнение теплопроводности (1), дает незначительный вклад в температуру  $\theta$  нагрева стенки алюминиевой обшивки ЛА практически вне зависимости от АВП этого тока, а размеры проплавленной лунки в стенке обшивки ЛА при этом совпадают. Поэтому можно заключить, что в уравнении (1) влиянием члена с постоянным током  $I_m$  на локальный нагрев металла обшивки ЛА при действии на нее длительной токовой компоненты молнии можно пренебрегать.

## 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОБШИВКИ ЛА

Аналитическое решение двумерной нестационарной электротепловой задачи для плоской металлической обшивки ЛА с длительной компонентой тока молнии производилось аналогично численному решению в разделе 1 также в цилиндрической системе координат согласно рис. 1. На основании известного из теории теплопроводности твердых тел фундаментального решения применительно к мгновенному точечному источнику тепла дисковой формы, воздействующему на плоскую наружную поверхность полубесконечного (массивного в электромагнитном и тепловом смысле) тела, для пространственно-временного изменения превышения температуры  $\theta(r, z, t)$  материала рассматриваемой нами плоской стенки металлической обшивки ЛА конечной толщиной  $b$  в круговой зоне действия на нее во времени  $t$  поверхностного

теплового потока плотностью  $q(t)$  от плазменного канала молнии было записано следующее приближенное аналитическое выражение [8, 10, 11]:

$$\theta(r, z, t) = \frac{r_0}{(\pi\lambda_0 c_0)^{1/2}} \int_0^{t_0} q(\tau) F(r, z, t - \tau) d\tau, \quad (17)$$

где  $\theta(r, z, t) = \theta_t - \theta_0$ ;  $\theta_t$  – текущая температура материала стенки обшивки ЛА;  $\theta_0$  – температура окружающего стенку обшивки ЛА воздуха, равная в нашем случае  $\theta_0 = 20$  °С;  $r$  – радиальная координата, направленная от оси канала молнии вдоль стенки обшивки ЛА;  $z$  – продольная координата, направленная от очага теплового воздействия молнии внутрь стенки обшивки ЛА;  $q(\tau)$  – плотность воздействующего на металлическую стенку обшивки ЛА теплового потока, вызванного плазменным каналом молнии ( $\text{Вт/м}^2$ );

$$F(r, z, t - \tau) = \exp[-z^2 c_0 / 4\lambda_0 (t - \tau)] \times$$

$$\times (t - \tau)^{-1/2} \int_0^\infty \exp[-\lambda_0 (t - \tau) v^2 / c_0] J_0(vr) J_1(vr_0) dv;$$

$v, \tau$  – вспомогательные переменные;  $t$  – текущее время;  $t_0$  – длительность протекания постоянной (длительной) составляющей полного тока  $i_M$  молнии;  $J_0, J_1$  – соответственно функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков.

Экспериментальные данные по имитационному воздействию длительной составляющей полного тока  $i_M$  молнии в воздушной двухэлектродной разрядной системе с алюминиевым образцом-анодом при практически неизменной во времени  $t$  ее амплитуде до  $I_m = 400$  А и значении ее длительности до  $t_0 = 1000$  мс свидетельствуют о том, что для этого случая электротермического нагружения алюминиевой обшивки ЛА можно использовать следующую уже упомянутую нами выше эмпирическую зависимость максимального радиуса  $r_0$  канала сильнотокового искрового электрического разряда, перерастающего в электрическую дугу, от величины длительного тока в нем [3, 11]:

$$r_0 = 0,11 \cdot 10^{-3} (I_m)^{1/2}. \quad (18)$$

В результате для рассматриваемого случая, когда  $q(t) = q_0$  (случай постоянной во времени  $t$  плотности теплового потока), для максимального превышения температуры  $\theta(r, z, t)$  материала стенки металлической обшивки ЛА на стадии воздействия на нее длительной составляющей полного тока  $i_M$  молнии за время длительности  $t_0$  ее протекания (как правило,  $t_0 = 1$  с) в безразмерном виде получаем [12]:

$$\theta^*(r^*, z^*, t_0^*) = \left[ \frac{10 I_m c_0 \beta_0}{\pi^{3/2} \lambda_0 r_0} \right] \cdot \int_0^{t_0^*} F(r^*, z^*, t_0^* - \tau^*) d\tau^*, \quad (19)$$

где  $F(r^*, z^*, t_0^* - \tau^*) = \exp[-(z^*)^2 / 4(t_0^* - \tau^*)] \times$

$$\times (t_0^* - \tau^*)^{-0,5} \int_0^\infty \exp[-(t_0^* - \tau^*) v^{*2}] J_0(v^* r^*) J_1(v^*) dv^*;$$

$\theta^*(r^*, z^*, t_0^*) = \theta(r^*, z^*, t_0^*) / \theta_b$ ;  $\theta_b = (c_0 \beta_0)^{-1}$  – ба-

зисная температура;  $v^* = v \cdot r_0$ ;  $r^* = r / r_0$ ;  $z^* = z / r_0$ ;  
 $t_0^* = t_0 / t_b$ ;  $\tau^* = \tau / t_b$ ;  $t_b = c_0 r_0^2 / \lambda_0$  – базисное время.

### 3. СРАВНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЙ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ОБШИВКИ ЛА

Сравнение результатов расчета нестационарного двумерного температурного поля в исследуемой обшивке ЛА по (19) согласно разделу 2, подробно описанного авторами в [12], с полученными здесь выше в разделе 1 расчетными данными для  $\theta$  по разностной схеме решаемой задачи представлены ниже в табл. 3.

Таблица 3

Сравнение результатов расчета температуры  $\theta$  в алюминиевом образце обшивки ЛА на основе разностной и аналитической моделей для длительной компоненты тока молнии амплитудой  $I_m$

Толщина образца, мм	Температура на наружной поверхности образца, °С	Глубина проплавления образца, мм	Радиус лунки на наружной поверхности образца, мм	Радиус лунки на внутренней поверхности образца, мм
<b>Разностная модель</b>				
$I_m = 200$ А				
10	1528	1,25	1,80	–
2	1788	2,00	2,12	1,43
$I_m = 400$ А				
10	2163	3,08	2,50	–
2	2991	2,00	4,30	4,20
<b>Аналитическая модель</b>				
$I_m = 200$ А				
10	1626	1,45	1,98	–
$I_m = 400$ А				
10	2253	2,87	3,45	–

Из данных табл. 3 видно, что аналитическая модель, в которой расчет производится для случая воздействия на толстую стенку ( $b = 10$  мм) тока молнии, имеет хорошую корреляцию с результатами для  $\theta$ , полученными при решении разностной модели для длительной компоненты тока молнии. Можно сделать вывод о том, что для образцов алюминиевой обшивки ЛА большой толщины (около 10 мм) использование аналитического решения (19) при определении двумерного температурного поля и размеров лунки их проплавления от действия длительного тока молнии является математически строго подтвержденным, технически и физически более предпочтительным путем. Кроме того, сравнение результатов полученного аналитического и численного решений двумерной нестационарной электротепловой задачи для металлической обшивки ЛА с тонкой стенкой (толщиной  $b$  в пределах от 1 до 10 мм), испытывающей воздействие длительной компоненты тока молнии, показывает, что аналитическое решение (19) может использоваться в соответствующих расчетах с погрешностью до 10%.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранов М.И. Расчет кратера электротеплового разрушения на металлической обшивке летательного аппарата при прямом ударе в нее молнии // Электротехника і електромеханіка.– 2003.– №4.– С. 101–103.
2. Юман М.А. Естественная и искусственно инициированная молния и стандарты на молниезащиту // Труды американского ИИЭР.– 1988.– №12.– С. 5–26.
3. Абрамов Н.Р., Кужекин И.П., Ларионов В.П. Характеристики проплавления стенок металлических объектов при воздействии на них молнии // Электричество.– 1986.– №11.– С. 22–27.
4. Абрамов Н.Р., Кужекин И.П. К расчету нагрева стенок металлических объектов при воздействии на них молнии // Электричество.– 1990.– №5.– С. 56–59.
5. Баранов М.И. Одномерная электротепловая задача для металлической обшивки летательного аппарата при воздействии на нее молнии // Электротехніка і електромеханіка.– 2007.– №1.– С. 65–71.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности.– М.: Высшая школа, 1967.– 599 с.
7. Баранов М.И., Носенко М.А. Разностная схема двумерной электротепловой задачи для металлической обшивки летательного аппарата при прямом ударе в нее линейной молнии // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Техніка та електрофізика високих напруг. – Харків: НТУ "ХПІ".– 2008.– №44.– С. 9–18.
8. Карелю Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел.– М.: Наука, 1964.– 487 с.
9. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на Фортране.– М.: Мир, 1977.– 584 с.
10. Кучерявая И.Н. Тепловой анализ процесса электродинамической обработки гранул // Технічна електродинаміка.– 2003.– №2.– С. 67–71.
11. Баранов М.И., Носенко М.А. Двумерная электротепловая задача для металлической обшивки летательного аппарата при воздействии на нее молнии // Электротехніка і електромеханіка.– 2007.– №4.– С. 57–63.
12. Баранов М.И., Носенко М.А. Математическое моделирование электротепловых процессов в металлической обшивке летательного аппарата при воздействии на нее молнии // Технічна електродинаміка.– 2009.– №2.– С.13–22.

Поступила 30.06.2009

Баранов Михаил Иванович, д.т.н., с.н.с.,  
 Носенко Марина Александровна  
 НИПКИ "Молния" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт".  
 Украина, 61013, г. Харьков, ул. Шевченко, 47, НИПКИ "Молния" НТУ "ХПИ".  
 тел. (057) 707-68-41, Факс (057) 707-61-33,  
 e-mail: eft@kpi.kharkov.ua

*M.I. Baranov, M.A. Nosenko*  
**Comparison of analytical and numeral solutions to a non-stationary electrothermal problem under action of a lightning current on an aircraft metallic skin**  
 A comparative analysis of analytical and numeral calculations of temperature rise is conducted in the lock-in zone of the high-current spark channel of a lightning on the flat surface of an aircraft metallic skin under action of a long component of the lightning current. A good correlation of the analytical and the numerical solutions is shown for the thick wall of the AC skin.  
 Key words – lightning, current, aircraft, metallic skin, temperature, lock-in zone, spark channel