УДК 621.313.333.2.045

ТАЄМНИЦІ, ЯКІ ЗБЕРІГАЮТЬ ГАРМОНІКИ НАМАГНІЧУЮЧОЇ СИЛИ СИМЕТРИЧНИХ БАГАТОФАЗНИХ СХЕМ ОБМОТОК

Гаврилюк Р.Б., к.т.н., доц.
Івано-Франківський Національний технічний університет нафти і газу
Україна, 34014, Івано-Франківськ, вул. Карпатська 15, кафедра "Електропостачання та електрообладнання"
тел. (03422) 4-80-03, E-mail: feivt@ifdtung.if.ua

Розглянуто зв'язки, які існують між кількістю провідників у всіх котушках схеми обмотки та обмотковими коефіцієнтами гармонік намагнічуючої сили обмотки, пазового та диференційного розсіяння.

Рассмотрены связи, существующие между числами проводников у всех катушках схемы обмотки, обмоточными коэффициентами гармоник намагничивающей силы обмотки, пазового и дифференциального рассеяния.

ІНВАРІАНТИ СУМИ КВАДРАТІВ ОБМОТКОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Вперше відомості про існування інваріантів сум квадратів обмоткових коефіцієнтів опубліковані у 1979 році [1] Вілемом Кліма (Vilém Klíma). Ця важлива інформація не була помічена у наукових сферах і не знайшла розголосу та застосовування у подальших дослідженнях. Існування інваріантів накладає певні обмеження, як на величину основної гармоніки, так і на можливості знищення шкідливих гармонік у шарі струму схеми обмотки, в якій протікають багатофазні струми. Схема обмотки може бути, як симетричною, так і асиметричною, але у цій публікації на підставі прикладів розглянемо тільки варіанти за умови, що фазні струми у симетричній (чи асиметричній) одношаровій (двошаровій) схемі обмотки є симетричними.

З метою вдосконалення праці В. Кліма ми стисло наведемо окремі його висновки, а також розширимо та узагальнимо деякі поняття.

Розглянемо n = 4 секції кільцевої схеми обмотки, які розташовані у пазах (z = 24). У котушках (елементах) схеми обмотки протікають симетричні трифазні струми. Фази цих струмів позначимо цифрами: для фази A – 1 та 4 (4 - зустрічне включення елемента відносно елемента 1), B – 3 та 6 (6 - зустрічне включення елемента), C – 5 та 2 (2 - зустрічне включення елемента).

Кількість елементів вибрана не випадково. Поперше – n є дільником кількості пазів z, та по-друге – на підставі чотирьох елементів можемо створити симетричні, як з 120° фазною зоною, так і з - 60°, та асиметричні схеми обмоток. З метою задоволення другої умови вибрано тільки ті розташування елементів у пазах електричної машини, які відповідають теорії симетричних кілець елементів (СКЕ) [2, 3 (табл. Д4)]. У табл. 1 рядки 1 - 3 відповідають рядкові № 1 табл. Д4, 4 - 5 відповідно рядкові 2. В [2, табл. Д4] наведено всі (сім) теоретично можливі структури симетричних шарів трифазних схем обмоток.

З метою спрощення прийнято, що всі котушки одновиткові.

Рядки 1 - 3 табл. 1 мають однакове розташування елементів у пазах, але живляться струмами, що належать до різних фаз. Як буде показано нижче заміна в елементі фази стуму не призводить до зміни інваріанта.

Таблиця 1
Розташування чотирьох котушок у половині фази кільцевої обмотки у 24 пазах

z	Параметри	Паз №											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Кількість витків	1	1	1	1								
	Фаза живлення	1	1	1	1								
2	Кількість витків	1	1	1	1								
	Фаза живлення	1	1	1	3								
3	Кількість витків	1	1	1	1								
	Фаза живлення	1	1	2	5								
4	Кількість витків	1	1	1					1				
	Фаза живлення	1	1	1					1				
5	Кількість витків	1	1	1					1				
	Фаза живлення	1	3	5					4				

З використанням [1 (9.b)] запишемо рівняння інваріанта

$$\sum_{j=j_0}^{j_0+z-1} k_{jn}^2 = \frac{z\sum_i N_{ki}^2}{\left(\sum_i |N_{ki}|\right)^2}, \qquad (1)$$

де j_0 – ціле число; z – кількість пазів; N_{ki} – кількість витків у i – му пазі; k_{jn} – обмотковий коефіцієнт.

На підставі (1) можемо констатувати, що права частина рівняння не залежить від знаку N_{ki} та фази струму, а, отже, ліва частина є інваріантом для будь-якого значення j_0. Але зауважимо, що, за умови заміни фази струму в будь-якому елементі, спектр гармонік намагнічуючої сили стане іншим.

В табл. 2 наведено обмоткові коефіцієнти прямих гармонік для кожної зі структур табл. 1. Для всіх цих структур задовольняється рівняння (1). За (1) знайдемо інваріант, це є число 6 (24·4/16). Це перший фундаментальний результат [1]. Варіація кількості витків у елементах призводить до зміни інваріанта.

Таблиця 2

№ схеми табл. № 1	Обмоткові коефіцієнти прямих гармонік №/№											
	1/23	2/22	3/21	4/20	5/19	6/18	7/17	8/16	9/15	10/14	11/13	12/24
1	0,958/ 0,958	0,837 /0,837	0,653/ 0,653	0,433/ 0,433	0,205/ 0,205	0,000/ 0,000	0,158/ 0,158	0,250/ 0,250	0,271/ 0,271	0,224/ 0,224	0,126/ 0,126	0,000/ 1,000
2	0,744/ 0,531	0,837/ 0,433	0,830/ 0,407	0,750/ 0,433	0,609/ 0,454	0,433/ 0,433	0,278/ 0,360	0,250/ 0,250	0,344 /0,168	0,433/ 0,224	0,467/ 0,342	0,433/ 0,661
3	0,964/ 0,964	0,864/ 0,864	0,723/ 0,723	0,577/ 0,577	0,478/ 0,478	0,458/ 0,458	0,487/ 0,487	0,509/ 0,509	0,493/ 0,493	0,437/ 0,437	0,367/ 0,367	0,333/ 1,000
4	0,744/ 0,744	0,433/ 0,433	0,653/ 0,653	0,750/ 0,750	0,454/ 0,454	0,000/ 0,000	0,278/ 0,278	0,250/ 0,250	0,271/ 0,271	0,433/ 0,433	0,342/ 0,342	0,000/ 0,000
5	0,359/ 0,344	0,250/ 0,376	0,205/ 0,126	0,661/ 0,250	0,830/ 0,467	0,599/ 0,376	0,531/ 0,168	0,901/ 0,250	0,958/ 0,158	0,599/ 0,250	0,407/ 0,609	0,661/ 0,250

Наприклад, якщо замінити тільки в одному з елементів кількість витків із 1 на 2, то одержимо інваріант 24*7/25 = 6,72. Інваріант не залежить від того в якому елементі з їх сукупності замінено кількість витків, якщо до заміни всі елементи були однаковими.

Існують й інші інваріанти, наприклад:

$$\sum_{j=j_0+m\cdot c} k_{jn}^2 = \frac{z\sum\limits_i N_{ki}^2}{m\left(\sum\limits_i |N_{ki}|\right)^2}, \qquad (2)$$

де m — можлива кількість фаз (для нашого прикладу можемо створити симетричну схему обмотки за умови, що m = 3 або m = 6);

$$c = 0, 1, 2, \ldots, z/m - 1.$$

На ґрунті рівняння (2) одержимо значення нового інваріанта, що дорівнює одиниці (24*4/(6*16)). Наприклад, коли $j_0 = 1$, $m = 6$, $c = 0, 1, 2, 3$ сума квадратів обмоткових коефіцієнтів, одержаних на підставі лівої частини рівняння (2) та першого рядка табл. 2:

$$\sum_{j=j_0+6c} k_{jn}^2 = 0{,}958^2 + 0{,}158^2 + 0{,}126^2 + 0{,}205^2 = 1. \qquad (3)$$

За умови, що значення j_0 = 1, 2, 3, m = 3, c = 0 - 7, одержимо

$$\sum_{j=1+3c} k_{jn}^2 = 2. \qquad (4)$$

Зауважимо, в (4) всі три (j_0 = 1, 2, 3) інваріанти не залежить від значення j_0. Аналогічні результати (з врахуванням, що у табл. 2 дані заокруглені) можемо одержати для всіх рядків табл. 2. Це справедливо, оскільки фактично, з врахуванням даних поданих у табл. 1, у табл. 2 наведено обмоткові коефіцієнти структур, у яких закладено елементи СКЕ, що уможливлять створення структури всієї симетричної схеми обмотки.

Рівність інваріантів, що описані рівнянням (2) перестане існувати, якщо, наприклад, у десятому стовпчику першого рядка табл. 1 вставимо, елемент з одним витком, який належить будь-який фазі. В (2) інваріант, одержаний на підставі значення $j_0 = 1$, буде відрізнятися від інваріанта, який одержано на підставі значення $j_0 = 2$. Отже, деякі інваріанти, які наведено в [1], не можемо практично застосовувати та одержати їх числові значення. Сказане вище не відноситься до інваріанта (1) та суми інваріантів у (2) для всіх значень j_0.

У цій публікації розширено поняття інваріантів і винайдено інваріанти для трифазних схем обмоток, створених на підставі СКЕ або їх частин. Оскільки допускаємо можливість існування неповного СКЕ (тобто якоїсь частини окремого СКЕ), то це означає, що ми цікавимося інваріантами, як симетричних, так і "незначно" асиметричних схем обмоток, за умови, що сумарна кількість елементів незначно відрізняться від значення z.

Нехай існує $z = m\cdot n$ (m=6) рівномірно розподілених по поверхні якоря пазів, де m кількість фаз та n — кількість можливих трифазних СКЕ. Допустимо, що в пазах розташовано $n_i < n$ СКЕ. У такому випадку інваріанти можемо визначити на підставі формул (1) та (2). За (1) знайдемо інваріант ряду прямих гармонік, це є число

$$inv_j = z/(m\cdot n_i). \qquad (5)$$

За (2) сума низки гармонік для j_0 =1

$$inv_{j1} = z/(m\cdot n_i), \qquad (6)$$

а для j_0 =2 та 3

$$inv_{j2} = inv_{j3} = 0. \qquad (7)$$

На підставі рівняння (7) можемо стверджувати, що гармоніки, номери яких визначені значеннями $j_0 = 2$ та $j_0 = 3$ (див. пояснення до (2)), дорівнюють нулю.

Допустимо, що ми хочемо додати до n_i СКЕ ще один із елементів у новому СКЕ в будь якому місці, тобто кількість всіх елементів стане $3n_i$ +1.

Визначимо на підставі формули (2) суму низки прямих гармонік

$$inv_{\text{пр}} = z/(m\cdot n_i + 1). \qquad (8)$$

Суми ряду гармонік, визначених за (2): для j_0 = 1

$$inv_{j1} = z/(m\cdot n_i + 1) - 2V_2, \qquad (9)$$

а для j_0 = 2 та 3

$$inv_{j2} = inv_{j3} = z/(m\cdot n_i + 1)^2. \qquad (10)$$

На підставі (10) можемо стверджувати, що сума квадратів гармонік, для номерів які визначені величинами $j_0 = 2$ та $j_0 = 3$ (див. пояснення до (2)), не дорівнює нулю і зменшуються зі збільшенням значення n_i.

Допустимо, що ми хочемо додати до n_i СКЕ ще два елементи СКЕ у будь-якому місці, тобто кількість всіх елементів стане $3n_i$ +2. У цьому випадку може виникнути два варіанти:

перший — два додані елементи належать тому самому СКЕ;

другий — належать різним СКЕ.

У першому випадку суми рядів гармонік:

для $j_0 = 1$

$$inv_{j1} = z/(m \cdot n_i + 2) - 2 \cdot inv_{j2}, \quad (11)$$

а для $j_0 = 2$ та 3

$$inv_{j2} = inv_{j3} = z/(m \cdot n_i + 2)^2. \quad (12)$$

У другому випадку суми рядів гармонік:

для $j_0 = 1$

$$inv_{j1} = z/(m \cdot n_i + 2) - 2 \cdot inv_{j2}, \quad (13)$$

для $j_0 = 2$ та 3

$$inv_{j2} = inv_{j3} = 2z/(m \cdot n_i + 2)^2. \quad (14)$$

Рівняння (1) - (14) справедливі й для одношарових схем обмоток.

ІНВАРІАНТИ ДВОШАРОВИХ СХЕМ ОБМОТОК

Ми зупинимося на обчисленні інваріантів симетричних двошарових схем обмоток, які можемо одержати на підставі теорії СКЕ [2] з використанням понять, введених у праці [1].

На підставі [1] для двошарової трифазної схеми обмотки істинний вираз, який поєднує суму квадратів обмоткових коефіцієнтів з коефіцієнтом пазового розсіяння:

$$0 \le \sum_{c=0}^{z-1} k_{1+c}^2 = \frac{1}{z}\sum_{k=1}^{z}\left|\frac{F_k}{2F_0}\right|^2 \le 1, \quad (15)$$

де k_{1+c} – обмотковий коефіцієнт гармоніки; z – кількість пазів; F_k – геометрична сума ампер-витків у обох шарах кожного паза; $2 \cdot F_0$ – сума абсолютних значень ампер-витків у обох шарах кожного паза.

Вираз (15) правильний для будь-якої двошарової схеми обмотки. Зауважимо, у виразі (15) ліва частина рівняння залежить від суми квадратів обмоткових коефіцієнтів всіх гармонік з порядком від одиниці до z, а права частина рівняння — коефіцієнт пазового розсіяння g_p, який застосовують для розрахунку індуктивного опору пазового розсіяння у заступній схемі електричної машини. Це відкриття зроблено в [1]. Його можемо використати для оцінки генерування гармонік, якщо відомий коефіцієнт пазового розсіяння, або, навпаки, для визначення коефіцієнта пазового розсіяння, якщо відомий склад гармонік.

Рівняння (15) можемо значно спростити за умови застосування його для структур схем обмоток, спроектованих на підставі СКЕ другого порядку [2] (з діаметральною симетрією котушок):

$$\sum_{c=0}^{n-1} k_{p+c \cdot m}^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left|\frac{F_k}{2F_0}\right|^2, \quad (16)$$

де сумування за індексом k проводять у тих пазах, в яких є елементи, що розташовані у верхньому (нижньому) шарі обмотки та належить фазі А в інтервалі пазів від 1 до $z/2$ (для схем обмоток, із перемиканням кількості пар полюсів за схемою Даландера, сумують ампер-витки у тих пазах, які належать одному шарові обмотки однієї половини фази А);

p — кількість пар полюсів;

$m = 6$;

$n = z/m$.

Розглянемо приклад. Нехай схема обмотки створена у $z = 24$ пазах статора з 60° фазною зоною та кроком вкорочення $y = 11$ на підставі першого рядка табл. 1. В табл. 3 для заданої схеми обмотки наведено позначення фаз струмів у перших чотирьох пазах для різних шарів схеми обмотки. Для правої частини рівняння (2.49) знайдемо коефіцієнт пазового розсіяння g_p =(1+1+1+0,8662)/4 = 0,9375. На підставі лівої частини рівняння (16) одержимо: сума квадратів обмоткових коефіцієнтів прямих гармонік дорівнює $k^2_1 + k^2_7 + k^2_{13} + k^2_{19} = 0{,}94947^2 + 0{,}09591^2 + 0{,}01645^2 + 0{,}16290^2 = 0{,}9375$.

Таблиця 3

Номер паза	1	2	3	4
Фаза живлення елементів верхнього шару обмотки	1	1	1	1
Фаза живлення елементів нижнього шару обмотки	1	1	1	2

КОЕФІЦІЄНТ ДИФЕРЕНЦІЙНОГО РОЗСІЯННЯ

Важливою характеристикою шару струму обмотки є коефіцієнт диференційного розсіяння обмотки, який залежить від амплітуди основної гармоніки та амплітуд всіх інших шкідливих гармонік. Відомо [4, 5], що амплітуда гармоніки намагнічуючої сили обмотки пропорційна відношенню обмоткового коефіцієнта до порядку гармоніки ν:

$$F_\nu \equiv k_{o\nu}/\nu. \quad (17)$$

Електромагнітні моменти шкідливих гармонік, які пропорційні квадратам амплітуд намагнічуючих сил обмотки, зменшують коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт потужності, викликають вібрації та шуми і часто унеможливлюють нормальну роботу електричної машини.

При зростанні порядку гармоніки ν амплітуда шкідливої гармоніки зменшується, тому вплив шкідливих гармонік високого порядку ν >> z (де z - кількість пазів) на характеристики електричної машини - невеликий. Однак, за умови, що ν < z, шкідливі гармоніки суттєво впливають на характеристики асинхронної машини. За загально прийнятим визначенням [5] коефіцієнт диференційного розсіяння

$$\tau_d = \frac{\sum_{\nu=1}^{\infty}(k_{0\nu}/\nu)^2 - (k_{0p}/p)^2}{(k_{0p}/p)^2} = \frac{\sum_{\nu=1}^{\infty}(k_{0\nu}/\nu)^2}{(k_{0p}/p)^2} - 1, \quad (18)$$

де p – кількість пар полюсів основної гармоніки.

Як випливає з (18), коефіцієнт диференційного розсіяння можна інтерпретувати як відношення суми шкідливих електромагнітних моментів до електромагнітного моменту основної гармоніки. При прямуванні обмоткових коефіцієнтів шкідливих гармонік до нуля, коефіцієнт диференційного розсіяння зменшується. Отже, чим менший коефіцієнт диференційного розсіяння, тим краща обмотка з огляду на вплив шкідливих гармонік на механічну характеристику машини.

Коефіцієнт диференційного розсіяння є інтегральною характеристикою схеми обмотки. Визначення коефіцієнта диференційного розсіяння за (18) призводить до великої кількості арифметичних операцій, оскільки ряд у чисельнику (18) слабо збіжний.

Відомі геометричні способи визначення коефіцієнта диференційного розсіяння на підставі діаграми Гергеса [4, 5, 6, 7], згідно з якою коефіцієнт диференційного розсіяння визначають за відношенням площі багатокутника до площі кола, що є незручним, бо вимагає створення спеціальної трикутної сітки і забезпечує малу точність. Єдина перевага - наочне геометричне представлення: чим ближче площа багатокутника наближається до площі кола, тим менший коефіцієнт диференційного розсіяння обмотки.

Коефіцієнт диференційного розсіяння використовують для розрахунку індуктивного опору диференційного розсіяння обмотки [6], що входить у заступну схему асинхронної машини.

Сумування безконечного ряду у чисельнику рівняння (18) можна здійснити з врахуванням періодичності повторення обмоткових коефіцієнтів гармонік з періодом z. Отже

для парного значення кількості пазів z

$$\tau_d = \frac{\sum_{\nu=1}^{z/2-1} A_\nu k_{0\nu}^2}{k_{0p}^2 / p^2} - 1, \qquad (19)$$

для непарного значення z

$$\tau_d = \frac{\sum_{\nu=1}^{(z-1)/2} A_\nu k_{0\nu}^2}{k_{0p}^2 / p^2} - 1, \qquad (20)$$

де $$A_\nu = (\pi / (z \cdot \sin(\pi / z \cdot \nu)))^2. \qquad (21)$$

На підставі аналізу значень A_ν зауважимо, що вони зменшується за умови збільшення порядку гармоніки ν, яка не може перебільшувати значення $z/2$ для парного значення z і $(z-1)/2$ - для непарного.

З врахуванням (19), (20) і (21) можемо виявити, який вплив мають вищі шкідливі гармоніки, що пов`язані з основною гармонікою $v = p$ (їх називають зубцевими, на коефіцієнт диференційного розсіяння обмотки

$$\tau_d = p^2 A_p / k_{0p}^2 - 1. \qquad (22)$$

В загальному випадку, при $z \geq m$ (де m - кількість фаз) складова коефіцієнта диференційного розсіяння (22) не може бути знищеною, бо зубцеві шкідливі гармоніки пропадуть тільки за умови, що амплітуда основної гармоніки дорівнює нулю, а це не має сенсу.

ВИСНОВОК

З наведеного вище аналізу можемо констатувати:

1. Сума квадратів обмоткових коефіцієнтів гармонік намагнічуючої сили будь-якої структури симетричної схеми обмотки статора тісно пов'язана з кількістю витків у котушках обмотки, які визначають інваріант суми квадратів обмоткових коефіцієнтів.
2. Коефіцієнт пазового розсіяння двошарової схеми обмотки можна визначити на підставі суми квадратів обмоткових коефіцієнтів гармонік.
3. Коефіцієнт диференційного розсіяння схеми обмотки залежить від кількості пазів та квадратів обмоткових коефіцієнтів гармонік. Побудова діаграми Гергеса, яку, зазвичай [6, 7], застосовують для визначення коефіцієнта диференційного розсіяння втрачає свій сенс.
4. Обмоткові коефіцієнти уможливлюють визначення коефіцієнтів пазового та диференційного розсіяння для будь-якої теоретично можливої структури [2] симетричної схеми обмотки.

ЛІТЕРАТУРА

[1] Klima V. On the theorem of the sum of squares of winding factors invariance // Acta tech. Csav. -1979. – p. 365 - 388.

[2] Гаврилюк Р.Б. Множини структур схем обмоток електричних машин змінного струму. –Івано-Франківськ: Видавничий центр Львівського національного університету імені Івана Франка. -2003. - 396 с.

[3] Гаврилюк Р.Б. Множество неэквивалентных симметричных токовых слоев машин переменного тока // Электромеханика. -1989. -Т. 7. - С. 28-35. (Изв. высш. учебн. завед).

[4] Кучера Я., Гапл Й. Обмотки электрических машин. - Прага, Чехословацкая АН, 1963. – 981 с.

[5] Лившиц-Гарик М. Обмотки машин переменного тока. - М. - Л.: ГЭИ, 1959. -766 с.

[6] Попов В.И. Матричный анализ схем обмоток совмещенных электрических машин // Электричество. 1984. - № 11. – С 36 - 43.

[7] Попов В.И. Оценка электромагнитных свойств трех- и двухфазных схем обмоток электрических машин переменного тока // Электротехника. 2001. -№ 10. – С. 9 – 17.

Надійшла 01.09.2008