# А-МОДЕЛЬ ТУРБОГЕНЕРАТОРА У ФАЗНИХ КООРДИНАТАХ СТРУМІВ

Чабан А., к.т.н.

Нац.ун-т "Львівська політехніка", каф. Електропостачання промислових підприємств, міст і с/г Україна, 79013, вул. С. Бандери, 12

Запропоновано математичну модель турбогенератора у фазних координатах струмів. Диференціальні рівняння стану електромеханічної системи представлені в нормальній формі Коші. Застосування фазної системи дає змогу врухування будь-яких видів несиметрії зі сторони статора.

Предложено математическую модель турбогенератора в фазной системе координат токов. Дифференциальные уравнения состояния электромеханической системы представленны в нормальной форме Коши. Использование фазной системы координат позволяет учитывать любые виды несиметрии со стороны статора.

Майже дев'яносто відсотків усієї електричної енергії, що виробляється в світі отримано шляхом перетворення її з механічної за допомогою турбогенераторів. На електричних станціях невеликої потужності декілька генераторів через збірні шини з'єднані з навантаженням. Особливо такі схеми є актуальними для автономних електроенергетичних систем. Наприклад атомні підводні човни, міні ТЕЦ, міні ТЕС тощо. Дану електромашинну систему можна розглядати як електричний вузол навантаження. Обчислення значень напруги у вузлі в усталених процесах ніяких труднощів не становить, така методика давно розроблена, натомість обчислення напруги у вузлі в перехідних процесах є досить складною задачею.

Для знаходження напруги у вузлі електричного навантаження необхідно оперувати похідними від струмів елементів вузла [3], а це вимагає представлення математичних моделей турбогенераторів диференціальними рівняннями стану в координатах струмів. У цій роботі пропонується коло-польова математична модель турбогенератора, рівняння стану якої представлені в координатах струмів статора і ротора. Диференціальні рівняння статора записані на підставі теорії електромагнітних кіл, а ротора – на підставі теорії електромагнітного поля для вектор-потенціалу. Пазова та зубцева зони поперечного перерізу ротора еквівалентуються нелінійним анізотропним середовищем [1, 2].

Загальну систему нелінійних рівнянь електромагнітного стану генератора доповнено рівняннями механічного стану, а саме: рівняннями Лагранжа другого роду, причому тіло ротора вважається абсолютно жорстким.

Статор генератора описано звичайними диференціальними рівняннями, а ротор – диференціальними рівняннями з частинними похідними. Інтегрування рівнянь стану здійснюється в часовій області, шляхом просторової дискретизації рівнянь з частинними похідними. Оскільки просторова область інтегрування рівнянь з частинними похідними є у формі правильного циліндра (розточка ротора), то просторову дискретизацію доцільно здійснювати за методом прямих, а просторово-часову за методом скінчених різниць.

Вихідна система диференціальних рівнянь електромеханічного стану записана в нормальній формі Коші, що спрощує процедуру їхнього подальшого інтегрування як явними, так і неявними методами чисельного інтегрування.

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГЕНЕРАТОРА

Диференціальні рівняння турбогенератора, який працює на несиметричне навантаження виглядають так [1, 2, 3]:

$$\frac{d\Psi_S}{dt} = u_S - R_S \cdot i_S; \quad \frac{d\Psi_f}{dt} = u_f - R_f \cdot i_f; \quad (1)$$

$$u_{SA} + u_{SB} + u_{SC} \neq 0; \quad i_{SA} + i_{SB} + i_{SC} = 0; \quad (2)$$

$$R_{S} = \frac{2R_{SA} + R_{SC}}{R_{SC} - R_{SA}} \frac{R_{SC} - R_{SB}}{2R_{SB} + R_{SC}};$$
 (3)

$$u_{S} = \frac{1}{3} \frac{2u_{SA} - u_{SB} - u_{SC}}{2u_{SB} - u_{SA} - u_{SC}}; \ \Psi_{SA} + \Psi_{SB} + \Psi_{SC} \neq 0; (4)$$

 $\psi_{SA} + \psi_{SB} + \psi_{SC} \equiv 0; \quad i_{SA} + i_{SB} + i_{SC} = 0$ , (5) де  $\Psi_S$  - вектор-стовпець повних потокозчеплень статора;  $u_S$  - вектор-стовпець фазних напруг статора;  $i_S$  - вектор стовпець струмів статора; A, B, C - індекси приналежності до відповідних фаз статора,  $R_S$  - матриця резистивних опорів обмотки статора. З індексами f - аналогічні величини ротора.

Вектор-стовпці повних потокозчеплень генератора запишемо так [1]:

$$\Psi_S = L_S \cdot i_S + \psi_S; \quad \Psi_f = L_f \cdot i_f + \psi_f, .$$
(6)  
Звідки отримаємо:

$$i_{S} = \alpha_{S} \cdot (\Psi_{S} - \Psi_{S}); \quad i_{f} = \alpha_{f} \cdot (\Psi_{f} - \Psi_{f}), \quad (7)$$

де  $\alpha_S$  та  $\alpha_f$  - діагональні матриці обернених індуктивностей розсіяння обмоток статора й ротора, відповідно,  $\psi_S$  та  $\psi_f$  - вектор-стовпці основних потокозчеплень обмоток статора й ротора, відповідно.

Продиференціюємо за часом (7) та розв'яжемо сумісно з (1), отримаємо:

$$\frac{di_S}{dt} = \alpha_S \cdot \left( u_S - R_S \cdot i_S - \frac{d\psi_S}{dt} \right); \tag{8}$$

$$\frac{di_f}{dt} = \alpha_f \cdot \left( u_f - R_f \cdot i_f - \frac{d\psi_f}{dt} \right). \tag{9}$$

Основні потокозчеплення фаз статора й ротора отримуємо за проекціями просторового розподілу

радіального компонента вектора магнітної індукції на поверхні ротора на геометричні осі відповідних фаз статора [1]:

$$\psi_{SA} = c \cdot \int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} B_r(R, \alpha) \cdot \cos(\alpha + \gamma) \cdot d\alpha; \qquad (10)$$

$$\psi_{SB} = c \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_r(R,\alpha) \cdot \cos(\alpha + \gamma - 2 \cdot \frac{\pi}{3}) \cdot d\alpha ; \quad (11)$$

$$\psi_f = c_f \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_r(R,\alpha) \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha, \qquad (12)$$

де  $c = \frac{4 \cdot l \cdot \tau \cdot w_S}{\pi^2}$ ;  $c_f = \frac{4 \cdot l \cdot \tau \cdot w_f}{\pi^2}$  – постійні коефіціє-

нти машини, l – довжина розточки статора,  $\tau$  – полюсне ділення,  $w_S$ ,  $w_f$  – кількість витків статора й ротора, відповідно; R – радіус розточки ротора;  $\gamma$  – кут повороту ротора.

Ураховуючи перший вираз у (5), отримаємо:

$$\psi_{SC} = -\psi_{SA} - \psi_{SB}$$
, (13)  
Радіальний —  $B_r(R, \alpha)$  та кутовий  $B_\alpha(r, \alpha)$  —

компоненти вектора магнітної індукції знаходимо за значеннями векторного потенціалу електромагнітного поля в поперечному перерізі масиву ротора. Запишемо ці рівняння в циліндричній системі координат [1]

$$B_r(r,\alpha) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial a}; \quad B_\alpha(r,\alpha) = -\frac{\partial A}{\partial r},$$
 (14)

де *А* - аксіальний компонент вектор-потенціалу електромагнітного поля.

Продиференціювавши за часом (10)-(13) та вважаючи, що область інтегрування за кутовою координатою не залежить від часу, отримаємо:

π

$$\frac{d\psi_{SA}}{dt} = c \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{dB_r(R,\alpha)}{dt} \cdot \cos(\alpha + \gamma) - \omega \cdot B_r(R,\alpha) \cdot \sin(\alpha + \gamma) \right) \cdot d\alpha, \qquad (15)$$

$$\frac{d\psi_{SB}}{dt} = c \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{dB_r(R,\alpha)}{dt} \cdot \cos(\alpha + \gamma - \frac{2\pi}{2}) - \right)$$

$$-\omega \cdot B_r(R,\alpha) \cdot \sin(\alpha + \gamma - \frac{2\pi}{2}) \bigg) \cdot d\alpha ; \qquad (16)$$

$$\frac{d\psi_f}{dt} = c \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt} \cdot \cos\alpha) \cdot da, \qquad (17)$$

$$\frac{d\psi_{SC}}{dt} = -\frac{d\psi_{SA}}{dt} - \frac{d\psi_{SA}}{dt} \,. \tag{18}$$

Рівняння вектор-потенціалу електромагнітного поля в роторі, виходячи з принципу Гамільтона-Остроградського з урахуванням дисипації, виглядає так [5]:

$$\mathbf{E} \cdot \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{A}}}{\partial t^2} + \Gamma \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}}{\partial t} = -(\nabla \times (\mathbf{N} \cdot \nabla \times \vec{\mathbf{A}})), \qquad (19)$$

де Е, Г, N – діагональні матриці діелектричних проникностей, питомих провідностей та магнітних релаксацій, відповідно. Зазначимо, що в системі відсутні струми зміщення. Тоді, розкривши праву частину, за умови наявності лише одного компоненту вектор потенціалу (аксіального), напрямленого вздовж протікання струму в обмотці ротора, рівняння (19) запишемо в скалярній формі, використовуючи циліндричну систему координат

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_E} \cdot \left( v_\alpha \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{v_r}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \left( \frac{\partial v_\alpha}{\partial r} + \frac{v_\alpha}{r} \right) \cdot \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial A}{\partial \alpha} \right),$$
(20)

де  $v_{\alpha}$ ,  $v_r$  – кутовий та радіальний компоненти магнітної релаксації тіла ротора, відповідно,  $\gamma_E$  – еквівалентна питома електропровідність в тілі ротора. (Вирази для знаходження вказаних функцій представлені в [1, 2]). Рівняння (20) репрезентує відоме рівняння Ейлера (рівняння екстремалей) стосовно вектор-потенціалу електромагнітного поля в роторі турбогенератора відносно узагальненої координати

$$q(r,\alpha,t) \equiv A(r,\alpha,t) . \tag{21}$$

Зазначимо, що (19) отримане для лінійного середовища. Нажаль для нелінійного середовища такі рівняння отримати досить важко, із-за складності процедури пошуку варіації функціоналу дії за Гамільтоном-Остроградським. Тому (20) для нелінійного середовища можна отримати безпосередньо з рівнянь Максвелла.

Продиференціюємо за часом перший вираз у (14), замінимо порядок диференціювання, а також урахуємо умову (21)

$$\frac{dB_r(R,\alpha)}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial A}{\partial \alpha} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial A}{\partial t}$$
(22)

Розрахунок крайових умов для (20) детально описано в [1, 2]. Крайові умови для (22) знаходимо виходячи із симетрії вектор-потенціалу електромагнітного поля відносно осі ротора [1], диференціюючи згадану умову за часом

$$\frac{\partial A(R,\alpha)}{\partial t}\Big|_{\alpha=-\pi/2} = -\frac{\partial A(R,\alpha)}{\partial t}\Big|_{\alpha=\pi/2}.$$
 (23)

Просторова дискретизація для (20) виглядає так [1]:

$$\frac{dA_{(i,k)}}{dt} = a_{(i,k)} \cdot A_{(i-1,k)} + b_{(i,k)} \cdot A_{(i+1,k)} + c_{(i,k)} \cdot A_{(i,k-1)} + b_{(i,k)} \cdot A_{(i,k-1)} \cdot A_{(i,k-1)} + b_{(i,k)} \cdot A_{(i,k-1)} \cdot A_{(i,k-1)} \cdot A_{(i,k-1)} + b_{(i,k-1)} \cdot A_{(i,k-1)} \cdot A_{(i,$$

$$+ d_{(i,k)} \cdot A_{(i,k+1)} + g_{(i,k)} \cdot A_{(i,k)}, \qquad (24)$$

де  $a_{(i,k)}, b_{(i,k)}, c_{(i,k)}, d_{(i,k)}, g_{(i,k)}$  – коефіцієнти дискретизації, *i* – номер вузла дискретизації тіла ротора за радіальним компонентом, k – номер вузла дискрети-

зації тіла ротора за кутовим компонентом, Δα – крок дискретизації за кутовою координатою. Просторову дискретизацію (22) здійснимо за методом прямих

$$\frac{dB_r(R,k)}{dt} = \frac{1}{2 \cdot R \cdot \Delta \alpha} \cdot \left(\frac{dA_{(R,k+1)}}{dt} - \frac{dA_{(R,k-1)}}{dt}\right).$$
(25)

Значення цієї похідної на кожному дискретному кроці за координатою α підставляємо в (15)-(17).

На межі двох середовищ (еквівалентована зубцева зона поперечного перерізу ротора – поковка ротора [1, 2]) диференціальні рівняння електромагнітного поля застосувати неправомірно. Тому в таких вузлах просторової сітки значення вектор-потенціалу знаходимо з рівнянь стаціонарного зв'язку, виходячи з неперервності відповідних компонентів векторів електромагнітного поля: у напрямках за радіальною координатою рівності кутових компонентів векторів напруженості магнітного поля, а за кутовою – рівності радіальних компонентів векторів напруженості магнітного поля. Ураховуючи сказане, запишемо

$$H_{\alpha 1} = H_{\alpha 2}$$
 – у радіальному напрямку,

 $H_{r1} = H_{r2} -$ у кутовому напрямку.

Тоді, на підставі виразів:  $H = v \cdot B$  та (14), рівняння вектор-потенціалу на межі двох середовищ запишемо так:

$$A_{\alpha}^{*} = \frac{A_{\alpha 1} \cdot v_{\alpha 1} + A_{\alpha 2} \cdot v_{\alpha 2}}{v_{\alpha 1} + v_{\alpha 2}}; A_{r}^{*} = \frac{A_{r1} \cdot v_{r1} + A_{r2} \cdot v_{r2}}{v_{r1} + v_{r2}},$$
(26)

де  $A_{\alpha 1}, A_{r1}$  – значення кутового та радіального компонентів вектор-потенціалу в зоні феромагнетика (поковка ротора),  $A_{\alpha 2}, A_{r2}$  – значення кутового та радіального компонентів вектор-потенціалу в еквівалентованій зоні,  $A_{\alpha}^*, A_r^*$  – значення кутового та радіального компонентів вектор-потенціалу на межі двох середовищ.

Вираз для знаходження електромагнітного моменту турбогенератора виглядає так [2]:

$$M_{EM} = \sqrt{3} \cdot p_0 \cdot (\psi_{SA} \cdot i_{SB} - \psi_{SB} \cdot i_{SA}), \quad (27)$$

де *p*<sub>0</sub>-число пар полюсів генератора.

Доповнимо систему рівнянь електромагнітного стану рівняннями механічного стану, які записані на підставі рівняння Лагранжа другого роду за умови абсолютно жорсткого валопроводу турбоагрегату

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{J_{\Sigma}}{p_0} \left( M_T - M_E \right); \frac{d\gamma}{dt} = \omega , \qquad (28)$$

де  $\omega$  –швидкість обертання ротора;  $J_{\Sigma}$  – сумарний момент інерції валопроводу турбоагрегату;  $M_T$  – рушійний момент турбіни.

Тепер сумісному інтегруванню підлягає система диференціальних рівнянь (8), (9), (24), (28) за умови (3)-(5), (10)-(12), (15)-(18), (25)-(27).

## РЕЗУЛЬТАТИ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИМУЛЯЦІЇ

Комп'ютерна симуляція здійснюється для модельного синхронного турбогенератора [5] з такими паспортними даними:  $P_H = 165$  MBT,  $\cos\varphi_H = 0.85$ ,  $U_H = 18$  кB,  $p_0 = 1$ . Ротор турбогенератора вважається розігнаним до синхронної швидкості. У момент часу t = 0 с до обмотки збудження генератора підключалась напруга, що становила 80% від номінальної. Після досягнення номінальної напруги на виводах якоря, до генератора підключалось навантаження (t = 4 с), одночасно обмотка збудження генератора включалась на номінальну напругу. За досягнення усталеного процесу, стосовно генератора здійснювався режим симетричного трифазного короткого замикання (t = 8 с). У момент КЗ генератор був відімкненим від турбіни (фізично це можна трактувати як миттєве обрізання болтів муфтового з'єднання). Зазначимо, що до досягнення КЗ електромагнітний момент турбогенератора був чисельно рівним моменту турбіни.

Просторова дискретизація рівняння електромагнітного поля (20) здійснювалась так: за радіальним компонентом – 25 вузлів, а за кутовим – 36. Порядок системи є досить високим (понад вісімсот дискетизованих та звичайних диференціальних рівнянь), причому ці рівняння є нежорсткими [1]. Ураховуючи цей факт, інтегрування рівнянь стану здійснюється явним методом Ейлера. Результати комп'ютерної симуляції наочно відтворенні на рисунках.





Рис. 1. Напруга фази *А* якоря генератора як функція часу

Рис. 2 .Струм фази А якоря турбогенератора як функція часу





Рис. 3. Електромагнітний момент генератора як функція часу





Рис. 5. Кутова швидкість ротора генератора як функція часу



Рис. 6. Розподіл радіального компонента вектора магнітної індукції в поперечному перерізі ротора (*t* = 3 c)



Рис. 7. Розподіл радіального компонента вектора магнітної індукції в поперечному перерізі ротора (*t* = 7 с)



Рис. 8. Розподіл кутового компонента вектора магнітної індукції в поперечному перерізі ротора (t = 7 с)



Рис. 9. Розподіл модуля вектора магнітної індукції в поперечному перерізі ротора (*t* = 8,04 с)



Рис. 10. Розподіл радіального компонента вектора магнітної індукції в поперечному перерізі ротора (*t* = 12 c)

На рис. 1. показана напруга фази *А* турбогенератора як функція часу. У перші секунди збудження генератора, напруга обмотки якоря зростає до певного значення. У момент підключення навантаження до генератора (t = 4 с), напруга збудження генератора збільшується до номінального значення, що зменшило спад напруги на виводах обмотки якоря. За умови досягнення номінального значення напруги на навантаженні (t = 6 с), стосовно генератора здійснюється режим симетричного трифазного K3 (t = 8 с). Зрозуміло, що під час КЗ фазна напруга якоря дорівнює нулю. що й видно на рисунку. На рис. 2 показано струм якоря як функцію часу. На неробочому ході, генератор ненавантажений, чому й струм у якорі дорівнює нулю. Після підключення навантаження, в якірному колі відбувається перехідний процес, після якого струм фази якоря виходить на усталене значення (t =6 с). Очевидно, що час виходу на усталений процес буде залежати від конкретних параметрів R-L навантаження. Під час КЗ (t = 8 с) видно значний удар струму в фазі А генератора (ударний струм), який майже в сім разів більший від номінального. Такий стан роботи для турбогенератора є аварійним, адже сили, що діють на провідник зі струмом в електромагнітному полі неминуче призведуть до механічних пошкоджень обмотки як статора, так і ротора. Після затухання перехідного процесу, в якірному колі протікає усталений струм короткого замикання (на рисунку цей процес відповідає часу t = 9,5 с). На рис. 3 показано електромагнітний момент турбогенератора як функцію часу. В усталеному процесі значення моменту стає рівним номінальному значенню. На першій секунді після КЗ ( $t \in [8; 8, 5]$ с) момент генератора сягає дуже великих значень (майже в шість разів більші за номінальне). Для турбогенератора таке значення моменту неминуче призведе до виходу останнього з ладу, але для спеціалізованих машин (ударні турбогенератори), такі процеси використовуються в робочому режимі [1]. Після затухання перехідного процесу, значення моменту прямує до нуля, що безпосередньо випливає із закону збереження енергії. На рис. 4 показано струм збудження машини як функція часу. Знову ж таки усі процеси, що розглядались вище, у значній мірі впливають на характер протікання струму в роторі. Особливо в момент КЗ на рисунку видно майже семикратний ріст значення струму, що безперечно призведе до механічних пошкоджень ротора. Аналізуючи рис. 5, приходимо до висновку щодо фізичних засад виникнення такого великого електромагнітного моменту в перші долі секунди після КЗ. Під час КЗ кінетична енергія ротора різко зменшується. Тому за короткий проміжок часу різниця енергій призводить до дуже великих значень потужності (потужність – це похідна енергії за часом), а відтак і до таких значень електромагнітного моменту і, як наслідок, до великих ударних струмів.

Цікава картина розподілу магнітного поля в поперечному перерізі ротора. На рис. 6 показано розподіл радіального компонента вектора магнітної індукції в момент часу t = 3 с. Значення радіального компонента вектора магнітної індукції, починаючи з зубцевої зони починає різко зростати в напрямку великого зуба, а потім аналогічно спадати в напрямку зубцевої зони. Ці процеси повністю відповідають фізичним засадам електродинаміки [4]. "Провал" індукції в великому зубі пов'язаний з малим часом роботи генератора. На рис. 7 та рис. 8 показано розподіл радіального та кутового компонентів вектора магнітної індукції, відповідно в момент часу t = 7 с, тобто в робочому режимі генератора. На рисунках видно, що електромагнітна хвиля повністю проникла в тіло ротора. Але тепер зміщена вісь симетрії електромагнітного поля див. рис. 6. Це пов'язано із значним впливом реакції поля якоря генератора та поле ротора. На рис. 9 показано розподіл модуля просторового вектора магнітної індукції в поперечному перерізі ротора під час КЗ в момент часу t = 8,04 с. Для ударних струмів та моментів турбогенератора домінуючий вплив становить поле реакції якоря див [1]. Тобто ми можемо стверджувати, що механічна енергія ротора через магнітне поле трансформується в електричну енергію, яка, у свою чергу, на підставі закону Джоуля-Ленца, переходить у теплову. Такі процеси підтверджують нашу ідею щодо застосування інтегрального варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського з урахуванням дисипації [5] для виведення рівнянь екстремалей стосовно вектор-потенціалу електромагнітного поля. І на кінець на рис. 10 показано розподіл радіального компоненту вектора магнітної індукції в тілі ротора, коли t = 12 с. На рисунку чітко видний розмагнічуючий ефект магнітного поля реакції якоря. Індукція в тілі ротора знизилась майже в три рази, що знову ж таки повністю відповідає засадам теорії електричних машин [4].

### ВИСНОВКИ

Аналізуючи запропонований матеріал та [1], легко бачити, що A-модель турбогенератора в координатах струмів є набагато складніша, ніж  $\Psi$ - модель в координатах потокозчеплень [1, 3] як в теоретичному аспекті, так і в алгоритмічно-програмній реалізації. На кожному часовому кроці необхідно здійснювати набагато більшу кількість математичних операцій. Та нажаль, не існує іншого методу обчислення напруги вузла навантаження, як представити математичну модель електричних машин диференціальними рівняннями в координатах струмів [3].

### ЛІТЕРАТУРА

- Чабан А. Алгоритм розрахунку ударних струмів та моментів синхронного турбогенератора в режимі короткого замикання на виводах якоря // Технічна електродинаміка // – 2005. – №5 – С. 54-58.
- [2] Чабан А. До аналізу перехідних процесів турбогенератора // Технічні вісті // – 2004/1(18), 2(19). – С. 30–32.
- [3] Чабан А. Математичне моделювання двовузлової електромашинної системи // Електроенергетичні та електромеханічні системи // Вісник Нац. У-ту "Львівська політехніка" –2005.– С. 155-160.
- [4] Г.М. Хуторецкий. Проектирование и расчет современных двухполюсних турбогенераторов.–Л.: ЛПИ 1962,– 150 с.
- [5] Чабан В., Чабан А. Варіаційний принцип в електротехніці // Технічні вісті //- 2006/1,2. С. 94-97.

Надійшла 24.07.2006