

## РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ СИСТЕМЫ ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОДОВ С ТВЁРДЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

Рудаков В.В., д.т.н., проф.

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"

Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПИ", кафедра "Инженерная электрофизика"

тел. (057) 707-60-52

Покладов О.В., Кравченко Ю.В.

НИПКИ "Молния" Национального технического университета

"Харьковский политехнический институт"

Украина, 61013, Харьков, ул. Шевченко, 47, НИПКИ "Молния" НТУ "ХПИ"

тел. (057) 707-62-89

*В статті розглянуто питання розрахунку електричного поля системи двох плоских електродів стосовно генератора імпульсів струму Фітча з використанням інтегральних рівнянь Фредгольма 1-го та 2-го роду. Отримана залежність відносної напруженості електричного поля залежно від відношення радіуса закруглення електрода до загальної товщини ізоляції. Приведені рекомендації щодо вибору радіуса закруглення електродів та способу закладання ізоляції.*

*В статті розглянуто питання розрахунку електричного поля системи двох плоских електродів применительно для генератора імпульсов тока Фитча с использованием интегральных уравнений Фредгольма 1-го и 2-го рода. Получены зависимости относительной напряжённости электрического поля от отношения радиуса закругления электрода к общей толщине изоляции. Даны рекомендации по выбору радиуса закругления электродов и способу закладки изоляции.*

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В генераторах импульсов высокого напряжения (ГИН) для получения импульсов напряжения с коротким фронтом необходимо обеспечить минимальное значение индуктивности как самих элементов ГИН, так и между прямым и обратным токопроводами.

Как один из вариантов, для этого между прямым и обратным токопроводами помещают твёрдую изоляцию, обладающей более высокой электрической прочностью по сравнению с воздухом. Применительно к ГИН, построенного по схеме Фитча-Говелла [1, 2], такое решение является вполне реализуемым. При этом целесообразно конструктивно выполнять токопроводы в виде электродов, обеспечивающих достаточно однородное электрическое поле. Одним из наиболее простых путей реализации такой конструкции является выполнение электродов в виде плоских симметрично расположенных шин с закругленными краями.

На рис. 1 представлено поперечное сечение системы плоских симметрично расположенных шин с закругленными краями с учетом симметрии относительно вертикальной плоскости, проходящей перпендикулярно плоским поверхностям электродов посередине ширины электродов. При этом закладка твердого диэлектрика между шинами может быть осуществлена в практическом плане тремя способами.

Первый способ закладки осуществляется когда  $d_1 = 0$ ,  $d_2 = d$ , закругленные края не защищены твёрдой изоляцией с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ . Второй способ реализуется когда  $d_2 = 0$ ,  $2d_1 = d$ . В этом случае каждый из закругленных краёв обкладок защищён слоем изоляции с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  и толщиной  $d_1 = d/2$ . Третий способ закладки заключается в частичной защите краёв обкладок слоем изоляции с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  и

толщиной  $d_1$ , причём  $d_2 \neq 0$  и  $2d_1 + d_2 = d$ , а относительная диэлектрическая проницаемость слоя толщиной  $d_2$  равна  $\epsilon_3$ . С точки зрения определения индуктивности все три способа являются равноценными.

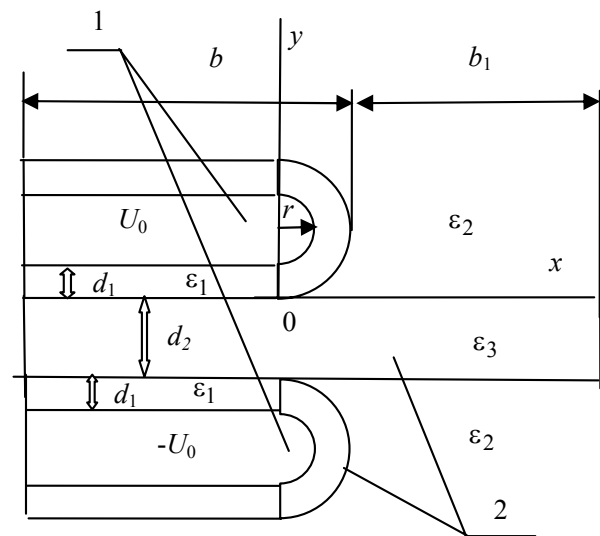


Рис. 1. Расчётная модель системы двух плоских электродов: 1 – плоский электрод; 2 – твёрдый диэлектрик;  $r$  – радиус закругления электрода;  $d_1$ ,  $d_2$  – толщины твердого диэлектрика;  $b$  – длина электрода;  $b_1$  – длина выступающего края изоляции с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_3$  ( $b_1 = b$ )

Однако, присутствие разных диэлектрических сред может существенно повлиять на распределение электрического поля и выбор рабочей напряженности поля, а, следовательно, привести к изменению индуктивности. Поэтому, необходимо произвести оценки распределения электрического поля в зависимости от способа закладки изоляции.

## ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Рассчитать электрическое поле в конструкции шин с закруглёнными краями и разработать рекомендации как по выбору радиуса закругления  $r$ , так и по способу закладки изоляции.

## МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ

В качестве критерия выбора лучшего способа закладки изоляции примем минимальное значение максимальной напряжённости электрического поля на поверхности электрода. Наибольшие значения напряжённости электрического поля имеют место на поверхности электрода, а также в среде с наименьшим значением диэлектрической проницаемости.

Для определения напряжённости электрического поля в электростатическом приближении использованы следующие граничные условия:  $U = U_0$  – потенциал верхнего электрода,  $U = -U_0$  – потенциал нижнего электрода; условие равенства нормальных составляющих вектора электростатической индукции на границе раздела  $i$ -го и  $k$ -го диэлектриков

$$\varepsilon_i \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{iN} = \varepsilon_k \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{kN}, \quad (1)$$

где  $E_{iN}$  и  $E_{kN}$  соответственно нормальные составляющие вектора напряжённости электрического поля, действующие соответственно в  $i$ -й и  $k$ -й диэлектрических средах.

Задача решена методом интегральных уравнений [3] с использованием уравнений Фредгольма первого рода (для потенциалов) и второго рода (для условия равенства нормальных составляющих вектора электростатической индукции на поверхностях раздела сред):

$$\sum_{i=1}^m \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon} \cdot \int_{S_{Qi}} q \cdot \ln \frac{1}{r_{QM}} \cdot dS = U_0(M), \quad (2)$$

$$\frac{q(M)}{2 \cdot \varepsilon_0} + \lambda \cdot \sum_{i=1}^m \int_{S_{Qi}} q \cdot \frac{\cos(\vec{r}_{QM}, \vec{n})}{r} \cdot dS = 0, \quad (3)$$

где  $\lambda = \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_j}{\varepsilon_k + \varepsilon_j}$ ;  $q$  – поверхностная плотность электрических зарядов на  $i$ -х поверхностях электродов и границах раздела диэлектрических сред (всего характерных границ –  $m$ );  $r_{QM}$  – расстояние от точки  $Q$  расположения заряда  $q$  до точки наблюдения  $M$ ;  $\vec{n}$  – вектор нормали к поверхности раздела сред, направленный из  $k$ -той среды в  $j$ -тую;  $S_{Qi}$  – поверхность  $i$ -той границы.

Система интегральных уравнений (2) и (3) была сведена к системе линейных интегральных уравнений в предположении, что каждая из характерных границ имеет единичную длину в направлении, перпендикулярном плоскости рис. 1 рассматриваемой задачи, а в направлении, совпадающим с плоскостью рисунка, разбита на отрезки равной длины, причём на каждом из отрезков плотность заряда предполагалась постоянной. При этом коэффициенты матрицы системы линейных алгебраических уравнений в интегральной форме от ядер Фредгольма 1 и 2-го родов при неизвестных плотностях зарядов определялись численным интегрированием методом прямоугольников с заданной точностью. Размер матрицы составлял от  $50 \times 50$

до  $1500 \times 1500$ . Время расчета на ПЭВМ для наиболее объемного варианта расчета не превысило 10 мин.

Для реализации компьютерной программы использованы подпрограммы, приведенные в пособии [3]. Результаты расчёта приведены в виде значений напряжённости электрического поля на поверхности электродов

$$E(M) = \frac{q(M)}{\varepsilon_0} \quad (4)$$

и нормальной составляющей напряжённости электрического поля на поверхности границ раздела диэлектрических сред

$$E_N(M) = \frac{q(M)}{2\varepsilon_0} \left(1 \pm \frac{1}{\lambda}\right). \quad (5)$$

В (5) знак "+" выбирается при нахождении поля со стороны положительного направления нормали к границе раздела сред, а "-" – со стороны отрицательного направления. Большее значение напряжённости поля наблюдается в среде с меньшей диэлектрической проницаемостью.

Учёт симметрии в расчетной модели позволил сократить число неизвестных в 4 раза.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА И ИХ АНАЛИЗ

Для первого способа закладки изоляции, вычисленные значения максимальной относительной напряжённости электрического поля в зависимости от изменения отношения  $r/d$  приведены на рис. 2. Данные расчета приведены для наиболее распространенной в практике полиэтиленовой изоляции, находящейся в газовой среде.

Анализ кривых 1 и 2 (рис. 2) показывает, что для **первого способа** закладки изоляции максимальная напряжённость поля практически одинакова как на электроде, так и на границе раздела сред во всем диапазоне изменения  $r/d$  и уменьшается с увеличением  $r/d$ . Для реальных значений  $r/d$ , равных (0,1=1), относительная максимальная напряжённость электрического поля при первом способе закладки изоляции (кривая 1) может превышать относительную максимальную напряжённость электрического поля в аналогичной системе электродов без изоляции (кривая 3) в 2,3-2,5 раза. При  $r/d \rightarrow \infty$  максимальная напряжённость поля стремится к значению  $E_{\max} \approx (\varepsilon_1/\varepsilon_3) E = 2,2E$ . Для определения точности расчетов по примененной методике рассчитано распределение электрического поля для однородного диэлектрика ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$ ). Расхождение с результатами, приведенными в работе [4], не превышает 5%. При этом в работе [4] не приводится методика расчета. Оценки погрешности расчета при увеличении числа узловых точек показали, что погрешность вычислений напряжённости поля не превышает 1%.

На рис. 3 представлена зависимость угла  $\varphi$  (угол между вертикальной прямой, проходящей через центр полуокружности, являющейся криволинейной границей электрода, и радиусом, проведенным из этого центра в точку границы электрода с максимальной напряжённостью электрического поля) от  $r/d$ .

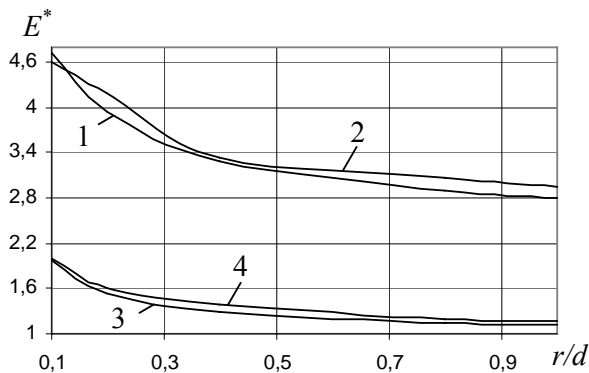


Рис. 2. Зависимость относительной максимальной напряжённости электрического поля от  $r/d$  ( $d = \text{const}$ ): 1 – на криволинейной границе электрода ( $\epsilon_1 = 2,2; \epsilon_3 = 1$ ); 2 – на границе раздела диэлектрических сред ( $\epsilon_1 = 2,2; \epsilon_3 = 1$ ); 3 – при  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1$ ; 4 – при  $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1$  по данным [4];

$$E^* = E_{\max} / E, E_{\max} - \text{максимальное значение напряжённости, } E - \text{значение напряжённости в однородном поле } (E = 2U_0/d)$$

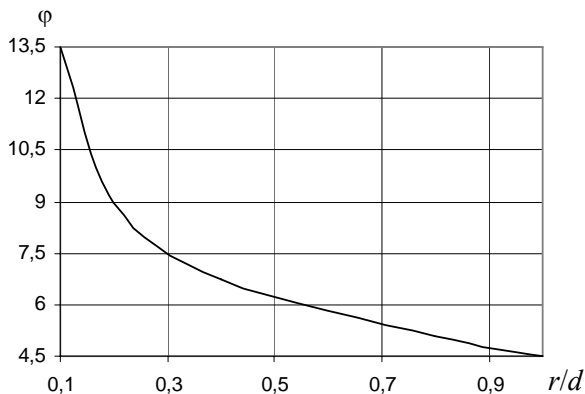


Рис. 3. Зависимость угла  $\varphi$  от  $r/d$  для первого способа закладки изоляции

С увеличением  $r/d$  значение максимальной напряженности поля стремится в область однородного поля под электродами. Например, при малых радиусах  $\sim 0,1d$  (более сильно выраженной неоднородности электрического поля) угол  $\varphi$  составляет  $13,5^\circ$ , что в 3 раза больше, чем при  $r = d$ .

Для **второго способа** закладки изоляции, в отличие от первого, максимальная напряженность электрического поля на поверхности границы раздела сред увеличивается с увеличением  $r/d$  (рис. 4). Относительная максимальная напряженность электрического поля существенно меньше, чем при первом способе закладки изоляции, и составляет от 1,76 (на электроде) при  $r/d=0,1$  до 2,16 (на поверхности раздела сред) при  $r/d=1$ . При первом способе закладки изоляции соответствующие значения относительной максимальной напряженности электрического поля составляли  $4,65E$  и  $2,8E$ . Таким образом, с точки зрения распределения электрического поля второй способ закладки изоляции значительно выгоднее первого. Обращает на себя внимание факт, что при  $r/d \approx 0,15$  (рис. 4) относительное максимальное значение напряженности поля принимает минимальное значение. Таким образом, если бы диэлектрические среды име-

ли одинаковую электрическую прочность, то при  $r/d \approx 0,15$  система обладала бы наибольшей электрической прочностью (например, при работе в среде элегаза или газовой среды под давлением). При этом при  $r/d < 0,15$  в худших условиях находится твердая изоляция, прилегающая к криволинейной границе электрода, а при  $r/d > 0,15$  – газовый промежуток ( $\epsilon_3 = 1$ ) между слоями изоляции.

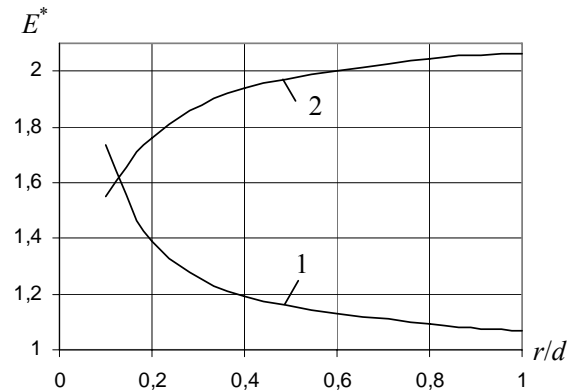


Рис. 4. Зависимость относительной максимальной напряжённости электрического поля от  $r/d$  ( $d = \text{const}$ ): 1 – на криволинейной границе электрода; 2 – на границе раздела сред ( $\epsilon_1 = 2,2; \epsilon_3 = 1$ )

Данные рассуждения справедливы для идеально выполненной твердой изоляции. На практике твердая изоляция для такого рода конструкций в подавляющем большинстве случаев выполняется слоистой (например, является многослойной пленочной структурой [5]). При этом между слоями пленки остаются тонкие прослойки газовой среды, в которых напряженность поля может быть больше, чем в твердом диэлектрике в  $\epsilon_1$  и более раз с учетом неоднородности поля. В воздушных прослойках, прилегающих к электроду, возможно достижение максимальной напряженности поля  $3,52E$  ( $1,76E \cdot 2,2$ ) при  $r/d = 0,1$ . Однако, это все равно меньше, чем при первом способе закладки изоляции. Кроме того, ионизационные процессы в тонких прослойках (второй способ закладки изоляции) развиваются при большей напряженности поля, чем в открытых объемах (первый способ закладки изоляции). В случае применения сплошной твердой изоляции прослойки газовой среды могут оставаться между электродом и изоляцией. Кроме того, электрическая прочность сплошной изоляции, как правило, меньше электрической прочности слоистой изоляции. Поэтому применение сплошной изоляции не улучшит условия работы по сравнению со слоистой изоляцией.

Для **третьего способа** закладки изоляции можно выделить три области с максимальной напряженностью электрического поля (рис. 5). Это напряженность поля на электроде (кривая 1), на криволинейной (кривая 2) и прямолинейной (кривая 3) границах раздела сред. Наибольшие значения максимальной напряженности поля имеют место на криволинейной границе раздела сред. Причем, максимальная напряженность поля в 1,07 раза больше, чем при втором способе закладки, но существенно меньше, чем при первом способе.

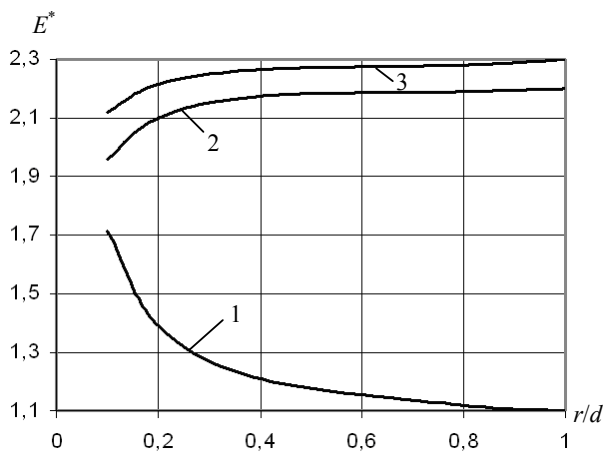


Рис. 5. Зависимость относительной максимальной напряженности поля от отношения  $r/d$  соответственно на криволинейных границах электрода (1) и раздела сред (2), и прямолинейной границе раздела сред (3), ( $d=3d_1$ ,  $d_1=d_2$ ) при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 2,2$

Расчеты электрического поля для третьего способа закладки изоляции в зависимости от соотношения  $d_1/d_2$ , показали, что относительная максимальная напряженность поля не превышает аналогичные значения при первом способе закладки изоляции, но больше аналогичных значений при втором способе закладки изоляции. Таким образом, с точки зрения лучшего распределения поля наиболее выгодной конструкцией является конструкция, выполненная по второму способу закладки изоляции.

Для первого способа закладки изоляции определим, как изменяется относительная максимальная напряженность поля при изменении значения относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_1$ , используя результаты численных расчетов (рис. 6).

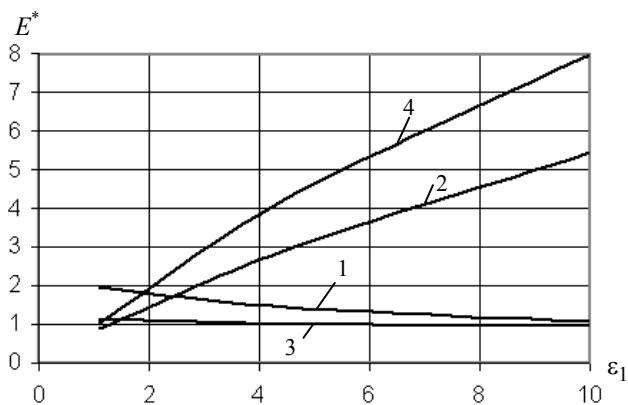


Рис. 6. Зависимость относительной максимальной напряженности электрического поля соответственно на криволинейных границах электрода (1) и раздела диэлектрических сред (2) от  $\varepsilon_1$  при отношении  $r/d = 0,1$ ; 3,4 - при  $r/d = 1$

## ВЫВОДЫ

1. Для первого способа закладки изоляции относительная максимальная напряженность электрического поля на поверхности электрода в 2,6 раза больше чем для второго и третьего способов.

2. Относительная максимальная напряженность поля в газовых промежутках при прочих равных условиях больше при первом способе закладки изоляции ( $4,6E^*$  при  $r/d = 0,1$ ;  $2,95E^*$  при  $r/d = 1$ ), меньше при третьем ( $(1,95-2,1)E^*$  при  $r/d = 0,1$ ;  $(2,18-2,25)E^*$  при  $r/d = 1$  с учетом того, что  $d_1/d_2=1$ ) и самые маленькие при втором способе ( $1,55E^*$  при  $r/d = 0,1$ ;  $2,13E^*$  при  $r/d = 1$ ).

3. Увеличение радиуса электрода приводит к уменьшению напряженности электрического поля на поверхности электрода в 1,6 раза для всех способов при изменении  $r/d$  от 0,1 до 1.

4. Для слоистой изоляции с газовыми прослойками, напряженность электрического поля в последних у поверхности электрода при втором способе может составлять  $\sim 3,5 E^*$  при  $r/d = 0,1$  и  $\sim 2,4E^*$  при  $r/d = 1$ .

5. Лучшим вариантом является второй способ закладки изоляции. А приемлемым отношением  $r/d$  можно считать такое, при котором максимальная напряженность поля на поверхности электрода не превышает более чем на 10% напряженность поля в однородной области. По оценкам  $r/d$  должно находиться в пределах 0,5-0,8.

6. Для второго способа закладки изоляции существует оптимальное отношение  $r/d = 0,15$ , при котором относительное максимальное значение напряженности поля принимает минимальное значение, равное  $1,61E$ .

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kovalchuk B.M., Kim A.A., Kumpjak E.V., Zoi N.V., Zorin V.B. 10 Stage LTD for E – beam diode//Proc. of the 13 th IEEE Pulsed Power Conf. USA. 2002. - P. 1488 – 1490.
- [2] inserty P.S., S.K. Lam, Richard Miller, Terry Tucker, Lurry Sunders.//Proc of the 14th IEEE International pulsed power conference. Dallas, Texas USA. 2003. P. 615-618.
- [3] Набока Б.Г. Расчеты электростатических полей в электроизоляционной технике.-К.: ИСИО, 1995.-120 с.
- [4] Гинзбург Л.Д. Высоковольтные трансформаторы и дроссели с эпоксидной изоляцией.- Л.: Энергия, 1978.-192 с.
- [5] Комельков В.С., Дашук П.Н., Зайценц С.Л. и др. Техника больших импульсных токов и магнитных полей.-М.: Атомиздат, 1970. – 472 с.

Поступила 23.12.2005