

АНАЛИЗ МАГНИТНОГО МОМЕНТА ТОКОВ ТРЕХФАЗНОГО ИСТОЧНИКА ПОЛЯ

Лупиков В.С., проф., д.т.н., Крюкова Н.В., Гелярская О.А., Король Е.Г., Варшамова И.С., Гиль Л.А., Деркач В.В. Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт" кафедры "Электрические аппараты", "Общая электротехника", "Математическое моделирование и компьютерная математика" и "Инженерная электрофизика"
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 707-68-64, e-mail: lupikov@kpi.kharkov.ua

Запропоновано метод моделювання магнітного моменту струмів трифазної трифазного електроустаткування. Одержано аналітичні співвідношення для розрахунку миттєвих значень компонент і вектора магнітного моменту трифазного джерела поля, що моделює електроустаткування. Приведені результати моделювання магнітного моменту такого джерела для різних форм струмів.

Предложен метод моделирования магнитного момента токов трехфазного электрооборудования. Получены аналитические соотношения для расчета мгновенных значений компонент и вектора магнитного момента трехфазного источника поля, моделирующего электрооборудование. Приведены результаты моделирования магнитного момента такого источника для различных форм токов.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема электромагнитной совместимости технических средств является актуальной проблемой электротехники. Одним из методов ее решения является снижение внешнего магнитного поля (ВМП) силового электрооборудования (ЭО) до уровня, определяемого существующими стандартами [1, 2] и перспективными требованиями [3, 4]. Пространственная и временная структура ВМП ЭО достаточно сложна [5, 6], так как в общем случае токи ЭО и САК несинусоидальные, а токопроводы и шинопроводы ЭО имеют сложную пространственную конфигурацию.

Перспективным направлением решения этой проблемы в части магнитных полей является применение параметрических систем автоматической компенсации (САК) [7, 8], в качестве параметров которой выступают токи силовой цепи ЭО. Основными элементами САК являются датчики токов силовой цепи, устройства формирования компенсирующих сигналов и исполнительные электромагниты компенсаторы, создающие компенсирующее магнитное поле при питании их компенсирующими токами. Все эти элементы САК располагаются либо внутри, либо непосредственно на поверхности ЭО. Датчики тока являются источниками входных сигналов САК, а электромагниты – исполнительными устройствами, создающими компенсирующее поле. Функции устройств формирования достаточно сложны и включают измерение входных сигналов токов, при необходимости разложение их на гармонические составляющие, формирование на их основе компенсирующих сигналов, их регулирование в зависимости от режима работы ЭО, усиление компенсирующих сигналов и питание электромагнитов компенсаторов токами, пропорциональными этим сигналам. Параметрическая система компенсации требует предварительной настройки параметров. Операции настройки сводятся к подбору коэффициентов передачи усилителей сигналов в устройстве формирования САК. Настройка каждого усилителя проводится по данным измерения ВМП в определенных режимах работы ЭО. В настоящее время практическое применение получили САК, использующие разложение токов на гармонические составляющие и их настройка проводится на фиксированных частотах, кратных частоте питающей сети.

Как источник поля ЭО можно рассматривать как дипольный источник при условии, что точки области компенсации ВМП располагаются на удалении 3-5 габаритов ЭО. Такой источник характеризуется вектором магнитного момента (ММ), пространственные компоненты которого определяются как проекции на оси ЭО [8].

Для создания высокоэффективных САК, обеспечивающих высокоточную компенсацию ММ, необходимо разработать алгоритмы формирования компенсирующих сигналов на основе спектра токов ЭО. Этот вопрос в литературе практически не раскрыт. В работе [6] описание частотного спектра ММ управляемого выпрямителя получено с использованием классического метода Фурье разложения функций тока в гармонические ряды. Достоинство такого подхода заключается в том, что он позволяет использовать известные понятия электротехники для анализа электромагнитных и магнитных процессов в ЭО. Однако аналитическое описание при этом не дает полного представления о векторном характере ММ, что ограничивает возможности этого метода для синтеза структур САК. В этой связи требуется проведение исследований по установлению связи частотного спектра вектора ММ и токов ЭО.

Цель работы – математическое моделирование ММ трехфазного ЭО с несинусоидальными токами.

РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

При исследовании ЭО его ММ обычно представляют как пространственный вектор, компоненты которого располагаются вдоль конструктивных осей.

При выводе расчетных соотношений можно воспользоваться представлением мгновенных значений токов фаз и при известной конфигурации токопроводов определить ММ контуров как сумму ММ контуров. В качестве допущения принимается, что проводники с током можно заменить тонкими линиями, обтекаемыми токами фаз, контуры с током допускают разбиение на участки, плоскости которых параллельны одной из ортогональных плоскостей, а эффектами поверхностным и близости проводников можно пренебречь. Кроме того, предполагается установившийся неаварийный режим работы ЭО.

Пусть имеется плоский трехфазный трехпроводной токопровод (рис. 1).

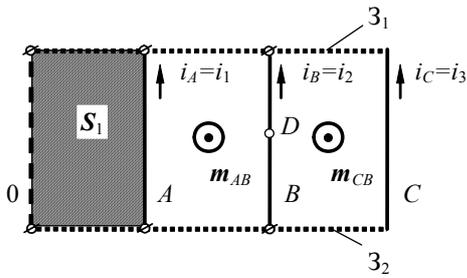


Рис. 1. Схема простой трехфазной цепи

Конструктивно токопроводы выполнены в виде шинпроводов фаз A , B , C . Сумма мгновенных значений токов i_A , i_B , i_C этих шинпроводов равна нулю:

$$i_A + i_B + i_C = 0. \quad (1)$$

Для упрощения определения и записи ММ фаз введены условные проводники (закоротки Z_1 и Z_2) и нулевой проводник (0), результирующий ток в котором отсутствует. При определении векторов площадей контуров $S_A - S_C$ считается, что контур каждой фазы образуется проводником фазы, нулевым проводом и соединяющими их концы участками закороток. В качестве примера на рис. 2 выделен штриховкой контур фазы A с площадью S_A . Компоненты ММ этих контуров равны:

$$m_u = i_A S_{Au} + i_B S_{Bu} + i_C S_{Cu}, \quad (2)$$

где u – индекс пространственной оси ЭО, $u = x, y, z$.

Учитывая линейную зависимость (1), можно выразить один из токов (например, i_B), через независимые токи (i_A, i_C):

$$i_B = (i_A + i_C). \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) ММ преобразуется к виду

$$m_u = i_A S_{ABu} + i_C S_{CBu} = m_{ABu} + m_{CBu}, \quad (4)$$

где S_{ABu}, S_{CBu} – проекции векторов площадей контуров AB и CB , образованных токопроводами фаз AB, CB и замыкающими их проводниками перемычками, на плоскости, перпендикулярные оси u ,

$$S_{ABu} = (S_{Au} - S_{Bu}), \quad S_{CBu} = (S_{Cu} - S_{Bu}). \quad (5)$$

По сути соотношения (5) характеризуют площади *независимых контуров* трехфазной цепи. Эти контуры и определяют составляющие ММ в соотношении (4). По сравнению с соотношением (2) уменьшается объем вычислений ММ, а площади контуров имеют физическую интерпретацию. Анализ соотношений (2) и (4) показывает, что независимо от формы токов ММ токопроводов трехфазной цепи определяется как сумма ММ токопроводов фаз. Из соотношения (4) следует, что нулевой проводник использован только для наглядной интерпретации понятий площадей независимых контуров. Если совместить нулевой проводник с проводником фазы B , то в выражениях (5) исчезнет составляющая площади S_{Bu} , а выражение для ММ трехфазного токопровода совпадет с (4).

На рис. 1 показаны точками в кружках векторы ММ выбранных независимых контуров AB и CB , приложенные в их геометрических центрах.

В случае фиксированного режима работы ЭО сдвиги θ_{An}, θ_{Cn} токов фаз также постоянны. С учетом этого токи фаз можно разложить в ряды Фурье [9]. Например, для тока фазы A :

$$i_A = \sum_{n=1} I_{An} \sin(n\theta + \theta_{An}) = \sum_{n=1} (I_{Anc} \cos n\theta + I_{Ans} \sin n\theta), \quad (6)$$

где n – номер гармонической составляющей (гармоники) тока; гармоника тока с номером $n = 0$ соответствует постоянной составляющей тока; I_{An} – амплитуда n -й гармоники переменного тока фазы A ; $\theta = 2\pi ft$ – мгновенная фаза тока; f – частота; t – время; θ_{An} – временной сдвиг тока фазы A относительно начала периода.

С учетом (6) компоненты ММ равны:

$$m_u = \sum_{n=1} I_{An} \sin(n\theta + \theta_{An}) S_{ABu} + \sum_{n=1} I_{Cn} \sin(n\theta + \theta_{Cn}) S_{CBu} \quad (7)$$

$(u=x, y, z),$

где I_{An}, I_{Cn} – амплитуды гармоник токов фаз A и C ; θ_{An}, θ_{Cn} – временные сдвиги токов фаз A и C относительно начала периода.

Преобразование соотношения (7) позволяет представить вектор ММ токов трехфазной цепи в виде сумм синусных и косинусных составляющих:

$$m_u = \sum_{n=1} [M_{snu} \sin n\theta + M_{cnu} \cos n\theta], \quad (8)$$

где M_{snu}, M_{cnu} – амплитуды синусной и косинусной составляющих n -ой гармоники ММ для пространственного направления u :

$$M_{snu} = I_{An} \cos \theta_{An} S_{ABu} + I_{Cn} \cos \theta_{Cn} S_{CBu};$$

$$M_{cnu} = I_{An} \sin \theta_{An} S_{ABu} + I_{Cn} \sin \theta_{Cn} S_{CBu}.$$

С учетом (8) и (9) мгновенное значение вектора ММ преобразуется к виду:

$$m(\theta) = \sum_{n=1} (M_{snx}^2 + M_{sny}^2 + M_{snz}^2)^{0.5} \sin n\theta + \sum_{n=1} (M_{cnx}^2 + M_{cny}^2 + M_{cnz}^2)^{0.5} \cos n\theta. \quad (10)$$

Соотношение (10) пригодно для расчета и построения годографа переменного во времени вектора ММ $m(\theta)$ в пространстве в интервале повторяемости электромагнитных процессов (на периоде основной частоты).

На основе соотношений (4) и (10) разработан метод графического представления ММ в виде кривой годографа в трехмерном пространстве. Для реализации метода необходимо определить мгновенные значения токов на периоде частоты сети, при необходимости разложить токи в гармонические ряды Фурье, рассчитать мгновенные значения компонент вектора ММ токов и построить кривую годографа в трехмерном пространстве.

В данной работе приведены результаты проверки метода на основе моделирования ММ токов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО МОМЕНТА

При моделировании учитывались следующие условия для контуров силовой цепи ЭО:

- токи контуров в общем случае несинусоидальные и отличаются по форме;
- начало периода, на котором рассматриваются электромагнитные процессы ЭО, соответствует моменту прохождения первой гармоники тока фазы A через ноль.

При численном моделировании использовались известные интегральные соотношения [10] для тока (индексы фаз опущены):

$$i = I_0 + \sum_{n=1}^N I_n \sin(n\theta + \theta_n); \quad (11)$$

$$I_n = \sqrt{I_{nc}^2 + I_{ns}^2}; \quad |\theta_n| = \arctg \left| \frac{I_{nc}}{I_{ns}} \right|; \quad I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i d\theta;$$

$$I_{nc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i \cos n\theta d\theta; \quad I_{ns} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i \sin n\theta d\theta.$$

где I_n – амплитуда n -й гармоники тока i ; I_{nc} , I_{ns} – косинусная и синусная составляющие амплитуды I_n ; I_0 – постоянная составляющая тока i ; θ_n – угол сдвига n -й гармоники тока.

Значение θ_n выбиралось в зависимости от знаков синусной и косинусной составляющих тока в соотношении (11) согласно вариантам, приведенным в табл. 1.

Таблица 1

I_{nc}	I_{ns}	Значение θ_n
≥ 0	0	0
> 0	> 0	θ_n
0	> 0	$\pi/2$
< 0	> 0	$\pi - \theta_n$
< 0	0	π
< 0	< 0	$\pi + \theta_n$
0	< 0	$3\pi/2$
> 0	< 0	$-\theta_n$

Зависимости компонент ММ от θ рассчитывались по соотношениям:

$$m_u(\theta) = \sum_{n=1}^N M_{snu} \sin n\theta + \sum_{n=1}^N M_{cnu} \cos n\theta \quad (12)$$

$(u=x, y, z).$

Конфигурация шинопроводов при моделировании приведена на рис. 2.

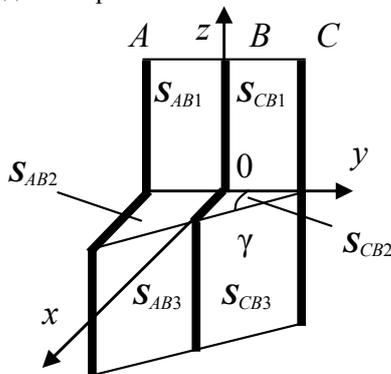


Рис. 2. Трехфазный шинопровод

При расчетах каждый из независимых контуров разбивался на три участка: два из них расположены в координатных плоскостях xOz и yOz , а третий – в вертикальной плоскости, расположенной под углом $\gamma = 60^\circ$ к плоскости yOz .

Проекции векторов площадей независимых контуров определялись суммированием участков:

$$S_{ABx} = S_{ABx1} + S_{AB3} \cos \gamma; \quad S_{ABz} = S_{AB2};$$

$$S_{ABy} = S_{AB3} \sin \gamma; \quad S_{CBx} = S_{CBx1} + S_{CB3} \cos \gamma;$$

$$S_{CBz} = S_{CB2}; \quad S_{CBy} = S_{CB3} \sin \gamma.$$

Величины проекций площадей участков независимых контуров приведены в табл. 2.

Таблица 2

Площади участков и контура, м ²	x	y	z
S_{AB1}	0,500	0	0
S_{AB2}	0	0	0,225
S_{AB3}	0,290	0,502	0
S_{CB1}	0,500	0	0
S_{CB2}	0	0	0,075
S_{CB3}	0,290	0,502	0
S_{AB}	0,790	0,502	0,225
S_{CB}	0,790	0,502	0,075

Для построения годографа ММ в трехмерном пространстве его кривая разбивалась на множество отрезков и использовалась линейная аппроксимация. Координаты концов отрезков определялись по соотношениям, полученным из (12):

$$m_u(\theta_k) = \sum_{n=1}^N M_{snu} \sin n\theta_k + \sum_{n=1}^N M_{cnu} \cos n\theta_k; \quad (13)$$

$$m_u(\theta_{k+1}) = \sum_{n=1}^N M_{snu} \sin n\theta_{k+1} + \sum_{n=1}^N M_{cnu} \cos n\theta_{k+1};$$

$$\theta_k = \frac{2\pi(k-1)}{K} \quad (k = \overline{1, K}; u = x, y, z),$$

где θ_k , θ_{k+1} – моменты времени, соответствующие началу и концу k -го участка кривой годографа вектора ММ; K – число отрезков кривой годографа.

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКОВ

В достаточно большом числе случаев силовые цепи ЭО обтекаются синусоидальными токами. Из соотношения (10) в этом частном случае можно получить упрощенное выражение для ММ:

$$m(\theta) = M_{s1} \sin \theta + M_{c1} \cos \theta, \quad (14)$$

где M_{s1} , M_{c1} – векторы ММ, отвечающие синусному и косинусному составляющим тока первой гармоники:

$$M_{s1} = (M_{s1x}^2 + M_{s1y}^2 + M_{s1z}^2)^{0.5};$$

$$M_{c1} = (M_{c1x}^2 + M_{c1y}^2 + M_{c1z}^2)^{0.5}.$$

На рис. 3 приведены результаты расчета по формуле (14) годографа ММ для контуров с токами 400 А (рис. 2). Расчет и построение графиков выполнены с использованием математического пакета Maple V. Результаты расчета для различных чисел отрезков, на которые разбивается кривая годографа, показаны на рис. 3,а,б. Положение векторов M_{c1} и M_{s1} показано для момента времени $\theta = 0$.

Как следует из соотношения (14) и расчетных кривых, годограф ММ представляет собой эллипс, плоскость которого повернута относительно координатных плоскостей. При небольшом числе отрезков кривая годографа представлена ломаной линией (рис. 3,а), а при увеличении числа отрезков превращается в гладкую кривую – эллипс (рис. 3,б).

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКОВ

Для исследования ММ несинусоидальных токов выбраны токи прямоугольной формы и симметричная нагрузка фаз ЭО. На рис. 4 приведен график зависимости тока фазы A трехфазной цепи, а токи других фаз B и C получаются со сдвигом на $2\pi/3$ и $4\pi/3$ рад.

При разложении в ряд Фурье и учете ограниченного числа учитываемых гармоник в аппроксимированной кривой тока возможны два варианта. Первый вариант, когда на участке для положительных значений тока в аппроксимирующей кривой отсутствуют отрицательные выбросы тока (рис. 4,а), второй вариант – такие выбросы присутствуют (рис. 4,б).

Результаты моделирования ММ при этих условиях приведены на рис. 5.

На рис. 5 видно изменение формы кривой годографа ММ при увеличении числа учитываемых гармоник. Шесть участков соответствуют числу полувольт токов фаз.

С увеличением числа учитываемых гармоник эти участки приближаются по форме к прямолинейным

участкам, как и у токов. Наличие зигзагообразных выбросов в кривой годографа ММ на границах участков объясняется наличием отрицательных по знаку участков в кривых тока. Выбор удачного числа учитываемых гармоник токов является самостоятельной задачей и в данной работе этот вопрос не рассматривался.

При увеличении числа учитываемых гармоник эти выбросы исчезают. На рис. 6,а приведен результат расчета кривой годографа ММ при большом числе учитываемых гармоник токов и большом числе отрезков разбиения ($N = 301$, $K = 100$). Как и следовало ожидать, форма кривой преобразовалась к шестиугольнику, соответствующему расчету годографа для точных величин токов (без разложения в ряды Фурье).

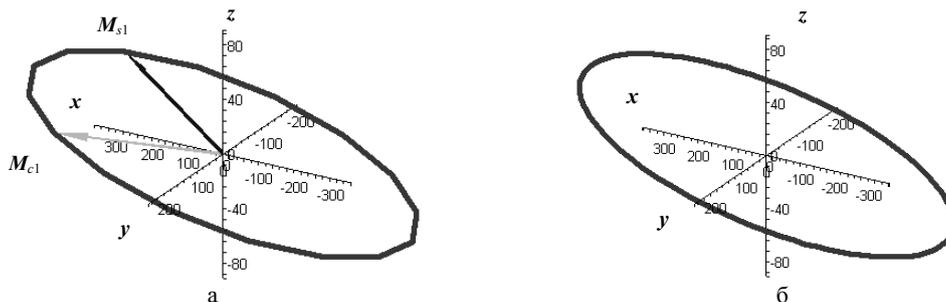


Рис. 3. Результаты расчета кривой годографа магнитного момента синусоидальных токов при $K = 16$ (а) и $K = 100$ (б)

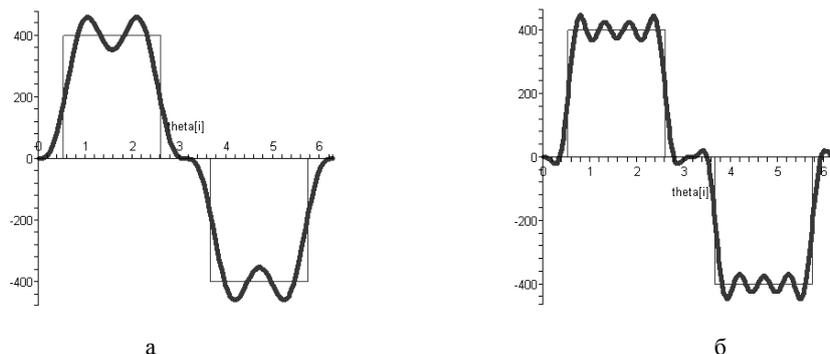


Рис. 4. Варианты аппроксимации кривой несинусоидального тока суммой N гармоник: а – $N = 5$; б – $N = 11$

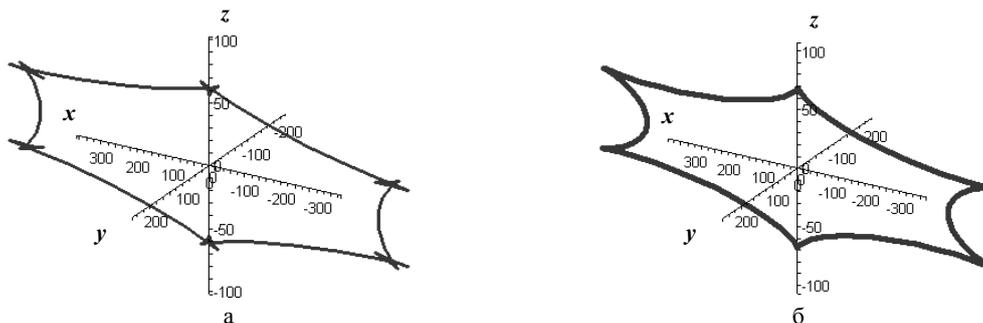


Рис. 5. Варианты аппроксимации кривой тока гармоническими составляющими при $N = 5$ (а) и $N = 11$ (б)

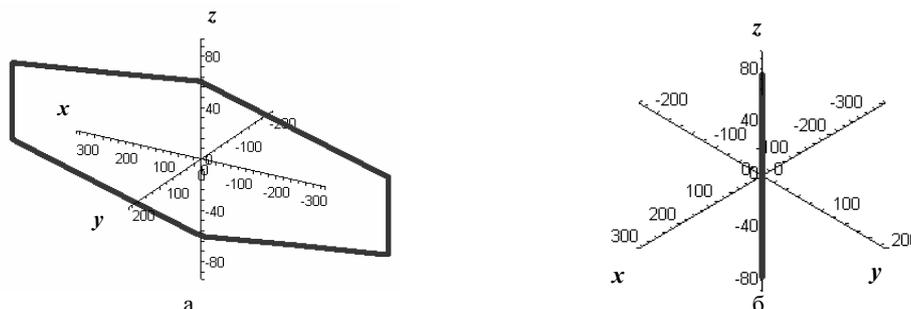


Рис. 6. Кривая годографа магнитного момента трехфазных токов прямоугольной формы: а – до поворота плоскости годографа; б – после поворота плоскости и вырождения ее в линию

Достоинством математического пакета Maple V является возможность вращения в пространстве полученной кривой годографа ММ. Используя эту возможность без проведения дополнительных расчетов можно убедиться, что кривая годографа ММ и в случае несинусоидальных токов располагается в одной плоскости (рис. 6,б).

МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ МАГНИТНОГО МОМЕНТА ТОКОВ ТРЕХФАЗНОГО ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ

На основе проведенных исследований можно обобщить основные операции предложенного метода моделирования ММ переменных токов трехфазного ЭО. Метод включает следующие операции:

- разбиение периода частоты сети на равные отрезки времени;
- при необходимости, разложение функций токов силовой цепи в гармонический ряд Фурье;
- определение мгновенных значений компонент вектора ММ токов для этих моментов времени;
- построение участка кривой годографа ММ в виде линии, соединяющей концы векторов ММ для соседних моментов времени;
- построение кусочно-линейной аппроксимированной кривой годографа в трехмерном пространстве.

Разработанный метод основан на известных в электротехнике методах анализа переменных трехфазных токов электрических цепей. В дополнение к ним, метод позволяет дать наглядную физическую интерпретацию положения вектора ММ в пространстве в любой момент времени в течение периода повторяемости электромагнитных процессов в ЭО.

Результаты исследований ММ с использованием разработанного метода оказываются полезными при решении вопросов о структуре САК, использующей разложение токов на гармонические составляющие, в части определения числа учитываемых гармоник тока и ММ. Приведенные в работе результаты расчетов указывают на возможность выбора оптимального числа гармоник токов, при котором в аппроксимированных кривых токов отсутствуют отрицательные выбросы на участках положительных значений. В зависимости от заданной точности описания токов ЭО возможен выбор числа гармоник из условия отсутствия таких отрицательных выбросов. Получаемая при этом кривая годографа ММ является гладкой, что упрощает его анализ при настройке САК по данным измерений ММ.

ВЫВОДЫ

Проведено математическое моделирование ММ токов трехфазного электрооборудования. Получены графические зависимости векторной функции переменного магнитного момента электрооборудования с несинусоидальными токами частоты сети.

Разработан метод моделирования магнитного момента переменных токов трехфазного электрооборудования. Метод основан на использовании общепринятых методов анализа токов электрических цепей и позволяет рассчитать положение пространственного вектора магнитного момента в заданный момент времени, а также получить кривую годографа магнитного момента в трехмерном пространстве за время, равное периоду электромагнитных процессов в электрооборудовании.

С использованием метода проведено моделирование магнитного момента трехфазного электрооборудования, создаваемого его токами прямоугольной формы. По результатам моделирования установлено, что кривая годографа магнитного момента располагается в центральной плоскости электрооборудования, в общем случае несовпадающей ни с одной из его координатных плоскостей.

Результаты исследований рекомендуется использовать при решении проблемы электромагнитной совместимости технических средств, разработке новых методов, повышающих точность расчета и измерения магнитного момента электрооборудования и выборе структуры систем автоматической компенсации в части числа учитываемых гармоник тока.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] ДСТУ 2465-94. Сумісність технічних засобів електромагнітна: Стійкість до магнітних полів частоти мережі. Технічні вимоги та методи випробувань. Введ. 01.01.95. – Київ: Держстандарт України, 1994. – 29 с.
- [2] ГОСТ Р 50010-92. Совместимость технических средств электромагнитная. Электрооборудование силовое. Нормы параметров низкочастотного периодического магнитного поля. - Введ. 01.07.93. - М.: Изд-во стандартов, 1993. – 5 с.
- [3] Методика контроля и нормирования магнитных моментов судового оборудования МКММ-90. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, Харьковское отделение ВНИИЭМ, 1990. – 49 с. (с приложением).
- [4] Крыжов Г.П., Кравченко О.А. Как защититься от вредного воздействия электромагнитного поля (допустимые нормы напряженности поля, ограничения на время пребывания в поле без защитных средств) // Электропанорама. – 2002. – № 11. – С. 40-42.
- [5] Дегтярев В.В., Дегтярев А.В., Слипченко Н.И. Анализ распределения гармоник магнитного поля электротехнических устройств // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2001. – № 16. – С. 69-72
- [6] Дегтярев В.И., Ерисов А.В., Прокопов В.Е. Расчет магнитного момента силовой цепи управляемого выпрямителя // Тр. Всесоюз. науч.-исслед. ин-та электромеханики. Т. 50. Стабилизированные вентильные преобразователи. – М.: 1977. – С. 82-86.
- [7] Розов В.Ю. Внешние магнитные поля силового электрооборудования и методы их уменьшения: Препр. / НАН Украины. Ин-т электродинамики; № 772. – Киев: 1995. – 42 с.
- [8] Розов В.Ю., Ерисов А.В., Лукиков В.С. Особенности снижения внешних магнитных полей распределительных устройств и полупроводниковых преобразователей: Препр. / НАН Украины. Ин-т электродинамики; №791. – К.: 1996. – 47 с.
- [9] Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1973. – 752 с.
- [10] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Перев. со второго американского перераб. изд. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

Поступила 02.02.2006