## ОПТИМИЗАЦИЯ ТРЕХФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА С РАЗВИТЫМИ ПОПЕРЕЧНЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОТОКАМИ РАССЕЯНИЯ

Рымар С.В., к.т.н., с.н.с. Институт электросварки им. Е.О.Патона НАН Украины Украина, 03680, Киев-150, ул. Боженко, 11 тел. +38(044) 261-54-38, e-mail: magn@i.com.ua

Розроблена оптимізаційна модель трифазного трансформатора з розвинутими поперечними магнітними потоками розсіювання, що проходять від стрижня до стрижня магнитопровода. Модель дозволяє розраховувати оптимальні по масі, об'єму й вартості трансформатори, як з рухомими, так і з нерухомими обмотками, при забезпеченні заданого значення індуктивності розсіювання.

Разработана оптимизационная модель трехфазного трансформатора с развитыми поперечными магнитными потоками рассеяния, проходящими от стержня к стержню магнитопровода. Модель позволяет рассчитывать оптимальные по массе, объему и стоимости трансформаторы, как с подвижными, так и с неподвижными обмотками, при обеспечении заданного значения индуктивности рассеяния.

## ВВЕДЕНИЕ

Трехфазные трансформаторы с развитыми поперечными магнитными потоками (далее потоками) рассеяния, проходящими от стержней к стержням магнитопровода применяются в трехфазных сварочных выпрямителях для сварки штучными электродами, а в последнее время и в источниках питания, совмещенных с фильтрами высших гармоник тока. Теория их расчета была разработана в Институте электросварки им. Е.О. Патона [1, 2]. Модернизированная, с целью повышения точности расчета, методика расчета индуктивностей рассеяния трансформатора описана в работе [3]. Однако методика оптимизации такого трансформатора не публиковалась.

Существуют работы посвященные оптимизации трехфазных трансформаторов с жесткой внешней характеристикой, в частности работа [4], в которой в оптимизационной модели осуществлено полное разделение зависимых и независимых переменных, позволяющее однозначно находить оптимальный вариант трансформатора. Но приведенная там методика, применительно к рассматриваемому трансформатору, не гарантируют получения оптимального варианта с необходимым уровнем индуктивности рассеяния. Аналитически эта задача так и не была решена из-за наличия жестко закрепленного параметра – заланного значения индуктивности рассеяния, учет которого явился существенной проблемой при дифференцировании оптимизационной функции. Задачу удалось решить с помощью оптимизационной модели, предназначенной для численных методов оптимизации, приведенной ниже.

Целью статьи является описание разработанной оптимизационной модели трехфазного трансформатора с развитыми поперечными потоками рассеяния, как с подвижными, так и с неподвижными обмотками, с жестким ограничением по заданному уровню индуктивности рассеяния и полным разделением зависимых и независимых переменных. Модель позволяет однозначно оптимизировать трансформатор на минимум массы, объема или стоимости его активных материалов и будет полезна разработчикам новых сварочных источников питания и источников питания, совмещенных с фильтрами высших гармоник тока.

Развитые поперечные потоки рассеяния в рассматриваемом трансформаторе обеспечиваются разнесением первичных и вторичных обмоток по длине стержней магнитопровода (рис. 1), благодаря чему потоки проходят от стержней к стержням. Индуктивность рассеяния может плавно изменяться за счет раздвижения обмоток по высоте стержней. При сдвижении обмоток индуктивность рассеяния уменьшается, при разведении – увеличивается (соответственно увеличивается и уменьшается ток в нагрузке). Индуктивности рассеяния фаз, обмотки которых находятся на крайних стержнях магнитопровода  $L_{\kappa\kappa}$ , не равны индуктивности рассеяния фазы, обмотки которой расположены на центральном стержне магнитопровода L<sub>к,ц</sub> [1 – 3]. Выравнивание уровня индуктивностей можно осуществить за счет увеличения расстояния между первичной и вторичной обмотками на крайних стержнях, однако это приводит к существенному увеличению массы трансформатора. Для расчета общей усредненной индуктивности рассеяния (индуктивности короткого замыкания) трехфазного трансформатора *L*<sub>к</sub>, можно использовать формулы (47) работы [3].

На рис. 1 даны обозначения: A, B, C - фазы трансформатора; <math>a, b – толщина и ширина стержня магнитопровода;  $h_{\rm ok}$ ,  $l_{\rm ok}$  – высота и ширина окна магнитопровода;  $h_{\rm kl}$  и  $h_{\rm k2}$ ,  $C_{\rm k1}$  и  $C_{\rm k2}$ ,  $C_{\rm ko1}$  и  $C_{\rm ko2}$  – соответственно высоты, толщины и общие толщины катушек с первичной и вторичной обмотками;  $l_{\rm k1}, l_{\rm k2}$  – заданные расстояния между боковыми поверхностями катушек с первичными и вторичными обмотками в окне магнитопровода;  $\Delta h_1, \Delta h_2$  – заданные длины выступающих из катушек с первичной и вторичной обмотками в окне магнитопровода;  $\Delta h_1, \Delta h_2$  – заданные длины выступающих из катушек с первичной и вторичной обмотками стержня магнитопровода;  $\Delta h_{12}$  – расстояние между торцами катушек с первичной и вторичной обмотками;  $d_{\rm o1}, d_{\rm o2}$  – заданные расстояния между стержнями магнитопровода и первичной и вторичной обмотками.

Для простоты изложения рассмотрим трансформатор, питающийся от промышленной сети с синусоидальным напряжением. Эффектом вытеснения тока к поверхности проводников обмоток пренебрежем. При оптимизации будем рассматривать только активные материалы трансформатора – электротехническую сталь магнитопровода, медь или алюминий проводников его обмоток.



Рис. 1. Трехфазный трансформатор с поперечными магнитными потоками рассеяния

Оптимизационная модель трансформатора представляет собой процедуру глобального цикла, которая начинается с присвоения промежуточной переменной F' стартового значения оптимизационной функции F, а при последующих обращениях – присвоение значения оптимизационной на предыдущем шаге прохождения цикла:

$$F' = F. \tag{1}$$

Задается также начальное значение величины шага по виткам первичной обмотки трансформатора (при начальном значении количества витков первичной обмотки трансформатора  $w_1$ )  $\Delta w = 0,1w_1$ , после чего следуют выражения первого локального цикла, начинающегося с вычисления активного поперечного сечения стержня и ярма магнитопровода [5]:

$$S_{\rm c} = \sqrt{2} U_1 / (\omega \cdot w_1 \cdot B_m), \qquad (2)$$

где  $U_1$  – заданное действующие значение фазного напряжения на первичной обмотке трансформатора;  $\omega$  – угловая частота напряжения питающей сети, рассчитываемая по заданному значению частоты сети  $f_c$ :  $\omega = 2\pi f_c$ ;  $B_m$  – заданное амплитудное значение магнитной индукции в магнитопроводе.

Толщина стержня и ярма магнитопровода [5]:

$$a = S_c / (k_c \cdot b). \tag{3}$$

Здесь  $k_c$  – заданный коэффициент заполнения магнитопровода пластинами электротехнической стали.

Поперечные сечения активного материала первичной и вторичной обмотки в половине окне магнитопровода [4]:

 $S_{o1} = w_1 I_{1,\pi,7} J_{1,\pi,7}; S_{o2} = w_1 I_{2,\pi,7} / (k_{тр} J_{2,\pi,7}),$  (4) где  $I_{1,\pi,7}, I_{2,\pi,7}$  и  $J_{1,\pi,7}, J_{2,\pi,7}$  – соответственно длительные действующие фазные значения токов (см. работу [4]) и заданных плотностей токов в первичной и вторич-

ной обмотках трансформатора;  $k_{\rm rp}$  – коэффициент трансформации,  $k_{\rm rp} \approx U_1/U_2$ ;  $U_2$  – заданное действующее значение фазного напряжения на вторичной обмотке в режиме холостого хода.

Высота катушки с первичной обмоткой равна:

$$h_{\kappa 1} = S_{01} / (k_{01} \cdot C_{\kappa 1}),$$
 (6)

где  $k_{o1}$  – коэффициент заполнения первичной обмотки проводниковым материалом (значения лежат в диапазоне 0,5...0,95).

Общая толщина катушки с первичной обмоткой:

$$C_{\kappa 01} = d_{01} + C_{\kappa 1}; (7)$$

ширина окна магнитопровода определяется из выражения:

$$l_{\rm ok} = 2C_{\rm kol} + l_{\rm kl}; \tag{8}$$

толщина катушки со вторичной обмоткой равна:  

$$C_{\kappa 2} = (l_{0\kappa} - l_{\kappa 2})/2 - d_{02};$$
 (9)

общая толщина катушки со вторичной обмоткой:  $C_{\kappa o2} = d_{o2} + C_{\kappa 2};$  (10)

высота катушки со вторичной обмоткой:

$$h_{\kappa 2} = S_{02}^{-1} / (k_{02} C_{\kappa 2}). \tag{11}$$

Здесь  $k_{o2}$  – коэффициент заполнения вторичной обмотки проводниковым материалом.

Средние длины витков первичной и вторичной обмотки:

$$l_{\rm cp.B1} = 2(a+b) + 2\pi (d_{\rm o1} + C_{\kappa 1}/2); \qquad (12)$$

$$l_{\rm cp.B2} = 2(a+b) + 2\pi(d_{o2} + C_{\kappa 2}/2);$$
(13)

По формулам работы [3]: (47) – (52) и (10), (6), (7), (21), (12), (13), вычисляются наименьшее значения индуктивности трансформатора  $L_{\kappa}^{\min}$ , при заданном минимальном расстоянии между обмотками  $\Delta h_{12} = \Delta h_{12}^{\min}$  и уточняется количество витков первичной обмотки трансформатора:

$$w_{1} = \begin{cases} w_{1} + \Delta w, \text{ если } L_{K}^{\min} < L_{K,3}^{\min}; \\ w_{1} - \Delta w, \text{ если } L_{K}^{\min} > L_{K,3}^{\min}, \end{cases}$$
(14)

где  $L_{\kappa,3}^{\min}$  – минимальное заданное значение индуктивности рассеяния.

Выражение (14) образует подцикл, при входе в который нужно использовать только одно из его текущих условий с неизменным значением  $\Delta w$ , с пересчетом величины  $L_{\kappa}^{\min}$  на каждом шаге. Подцикл необходимо выполнять до тех пор, пока текущее условие истинно. После этого уменьшается значение шага по виткам первичной обмотки  $\Delta w = 0.5\Delta w$ .

Условие по выходу из первого локально цикла имеет вид:

$$\left|L_{\kappa,3}^{\min} - L_{\kappa}^{\min}\right| < \varepsilon_1, \tag{15}$$

где  $\varepsilon_1$  – задаваемая точность вычислений в первом локальном цикле.

Выражения (2) – (15), образуют тело первого локального цикла, который выполняется до тех пор, пока не будет удовлетворено условие (15).

Для обеспечения наибольшего заданного значения индуктивности рассеяния  $L_{\kappa,3}^{max}$  необходимо определить максимальное расстояние между торцами катушек с первичной и вторичной обмотками  $\Delta h_{12} = \Delta h_{12}^{max}$ .

Начальная величина шага по определению расстояния между торцами катушек с первичной и вторичной обмотками  $\Delta h_{12}^{\text{max}}$  равна  $\Delta_{12} = 0.25 \Delta h_{12}^{\text{min}}$ . Для нахождения значения  $\Delta h_{12}^{\text{max}}$  используется второй локальный цикл, начинающийся с вычисления наибольшего значения индуктивности рассеяния трансформатора  $L_{\kappa}^{\text{max}}$  по формулам работы [3], при подстановке в них значения  $\Delta h_{12} = \Delta h_{12}^{\text{max}}$ :

$$\Delta h_{12}^{\max} = \begin{cases} \Delta h_{12}^{\max} + \Delta_{12}, \text{ если } L_{\mathrm{K}}^{\max} < L_{\mathrm{K},3}^{\max}; \\ \Delta h_{12}^{\max} - \Delta_{12}, \text{ если } L_{\mathrm{K}}^{\max} > L_{\mathrm{K},3}^{\max}, \end{cases}$$
(16)

Выражение (16) образует подцикл, при входе в который, нужно использовать только одно из его текущих условий при неизменном значении  $\Delta_{12}$ , с пересчетом величины  $\Delta h_{12}^{\max}$  на каждом шаге. Подцикл выполняется до тех пор, пока истинно текущее условие подцикла. После этого уменьшается величина шага  $\Delta_{12} = 0.2\Delta_{12}$  и проверяется выполнение условия по выходу из второго локального цикла:

$$\left| L_{\kappa,3}^{\max} - L_{\kappa}^{\max} \right| < \varepsilon_2, \tag{17}$$

где  $\varepsilon_2$  – задаваемая точность вычислений во втором локальном цикле.

Выражения (16) и (17), образуют тело второго локального цикла, который выполняется до тех пор, пока не будет удовлетворено условие (17).

После этого определяется высота окна магнито-провода:

 $h_{\rm ok} = \Delta h_1 + h_{\rm k1} + \Delta h_{12}^{\rm max} + h_{\rm k2} + \Delta h_2,$  (18) средняя длина магнитной силовой линии в магнито-проводе:

$$l_{\rm c} = 3h_{\rm ok} + 4l_{\rm ok} + 6b, \tag{19}$$

объем, масса и стоимость активных материалов магнитопровода и обмоток:

 $V_{\rm c} = l_{\rm c} \cdot S_{\rm c}; \quad M_{\rm c} = \gamma_{\rm c} \cdot V_{\rm c}; \quad C_{\rm c} = c_{\rm c} \cdot M_{\rm c};$  (20)  $V_{\rm o} = 3(l_{\rm cp.B1}S_{\rm o1} + l_{\rm cp.B2}S_{\rm o2}); \quad M_{\rm o} = \gamma_{\rm o} \cdot V_{\rm o}; \quad C_{\rm o} = c_{\rm o} \cdot M_{\rm o},$  (21) где  $\gamma_{\rm c}, \gamma_{\rm o}$  – плотность активных материалов магнитопровода и обмоток;  $c_{\rm c}, c_{\rm o}$  – удельная стоимость активных материалов магнитопровода и обмоток, у.е./кг (у.е. – удельная денежная единица).

Объем, масса и стоимость активных материалов трансформатора:

$$V = V_{\rm c} + V_{\rm o};$$
  $M = M_{\rm c} + M_{\rm o};$   $C = C_{\rm c} + C_{\rm o}.$  (22)  
Оптимизационная функция трансформатора име-

ет вид [4]:

$$F = M_{\rm c} + k_g \cdot M_{\rm o}. \tag{23}$$

Здесь  $k_g$  – обобщенный весовой коэффициент, задающий соотношение между массами активного материала магнитопровода и обмоток.

Условие по выходу из глобального цикла:

$$|F - F'|/F < \varepsilon,$$
 (24)

где є – задаваемая точность вычислений в глобальном цикле.

Из анализа оптимизационной модели трансформатора (1) – (24) можно заключить, что независимыми переменными в ней являются две величины: b и  $C_{\kappa 1}$ , все остальные величины являются заданными или зависимыми. Независимые переменные определяются в результате оптимизации функции F. Оптимальные (минимальные) значения оптимизационной функции могут быть найдены при помощи численных методов оптимизации, например, метода Гаусса-Зейделя (покоординатного спуска) [6] при заданных начальных значениях независимых переменных b и  $C_{\kappa 1}$ . В результате оптимизации функции F определяются оптимальные значения переменных *b*, *C*<sub>к1</sub> и остальные величины, входящих в оптимизационную модель.

При коэффициенте  $k_g = 1$  расчет трансформатора ведется на минимум массы активных материалов, при  $k_g = \gamma_c/\gamma_o$  – на минимум объема активных материалов, при  $k_g = c_o/c_c$  – на минимум стоимости активных материалов. В общем случае коэффициент  $k_g$  может принимать и любые другие значения [4, 7].

При оптимизации трансформатора с неподвижными обмотками можно использовать полученную оптимизационную модель, но исключить из нее выражения (16) и (17), вычисляющие максимальное расстояние между торцами катушек с первичной и вторичной обмотками  $\Delta h_{12}^{\max}$  для обеспечения наибольшего значения индуктивности рассеяния  $L_{\kappa}^{\max}$  и убрать индексы min и тах в выражениях (14), (15) и (18).

Отметим, что для простоты изложения в настоящей работе рассмотрена простейшая оптимизационная модель трансформатора. При необходимости модель можно модифицировать, вводя в нее блоки расчета и других параметров.

Разработанная оптимизационная модель применялась для расчета трансформаторов, совмещенных с фильтрами высших гармоник тока. Изготовленные трансформаторы хорошо зарекомендовали себя в работе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана оптимизационная модель трехфазного трансформатора с развитыми поперечными магнитными потоками рассеяния, с полным разделением зависимых и независимых переменных. Модель позволяет однозначно оптимизировать трансформатор на минимум массы, объема или стоимости его активных материалов при обеспечении заданных значений индуктивности рассеяния.

## ЛИТЕРАТУРА

- Патон Б.Е., Лебедев В.К. Электрооборудование для дуговой и шлаковой сварки. – М.: Машиностроение, 1966. – 360 с.
- [2] Лебедев В.К., Андреев В.В. Расчет тока короткого замыкания выпрямителя с несимметричным трансформатором // Автоматическая сварка. - 1972. - № 8. - С. 16-18.
- [3] Пентегов И.В., Рымар С.В. Особенности расчета индуктивностей рассеяния трансформаторов с развитыми магнитными потоками рассеяния // Електротехніка і електромеханіка. – 2004. – № 2. – С. 38-45.
- [4] Пентегов И.В., Рымар С.В., Стемковский Е.П. Оптимизационная математическая модель трехфазного трансформатора и выбор его расчетного варианта при многокритериальной оптимизации // Технічна електродинаміка. – 2002. – № 1. – С. 22-28.
- [5] Тихомиров П.М. Расчет трансформаторов. М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528 с.
- [6] Корячко В.П., Курейчик В.М., Норенков И.П. Теоретические основы САПР. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 400 с.
- [7] Пентегов И.В., Рымар С.В. Выбор гармоничного варианта трансформатора при его многокритериальной оптимизации // Електротехніка і електромеханіка. – 2004. – № 4. – С. 60-66.

Поступила 15.03.2005