УДК 621.391.1 (075)

О СОВРЕМЕННОМ СОСТОЯНИИ И ПРОБЛЕМАХ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ КАК РАЗДЕЛА ФИЗИКИ

Горбачев М.Н., к.т.н.
Институт общей энергетики НАН Украины,
Украина, 03056, Киев, Проспект Победы, 56

Наведено аналіз сучасного розвитку загальної теорії електричних кіл у порівнянні з фізикою та математикою, сформульовано проблеми та перспективи розвитку теорії електричних кіл як розділу фізики.

Дан анализ современного развития общей теории электрических цепей в сравнении с физикой и математикой, сформулированы проблемы и перспективы развития теории электрических цепей как раздела физики.

Вторая половина XX века ознаменовались бурным научно-техническим прогрессом в различных отраслях знаний и особенно в области естественных наук, что неразрывно связано с широкомасштабными космическими и ядерными исследованиями, созданием и применением новых материалов и технологий. Это способствовало быстрому развитию ряда фундаментальных наук и особенно физики, математики, астрофизики и др.

Явления и процессы в окружающем нас макромире и его фундаментальные свойства изучает ряд естественных наук, среди которых ведущее место принадлежит физике, астрономии и математике.

В этой связи необходимо отметить, что прошедший 2004 год, знаменующий собой продолжение научно – технического прогресса в XXI веке, являлся юбилейным именно для фундаментальных физических наук, какими являются теоретическая физика, космология, электродинамика, теория относительности (общая и специальная), физика ядра, теория гравитации, астрофизика и др. Действительно, в 2004 году исполнилось 100 лет со дня рождения известных всему миру наших соотечественников – Гамова Г.А. и Иваненко Д.Д., которые являются выдающимися физиками – теоретиками XX века, о чем свидетельствуют их работы, например [1-3]. Благодаря созданным ими научным теориям и моделям в области теоретической физики и физики ядра был получен ряд фундаментальных результатов в середине XX века, определивших дальнейшее быстрое развитие физических наук, а также связанных с ними прикладных наук.

Например, изобретение телеграфа, телефона, радио и их научное обоснование и дальнейшее изучение и применение происходило в рамках физики. Именно поэтому из физики выросла теория электромагнитного поля, прикладная (техническая) электродинамика, электротехника, теория электрических цепей, радиотехника и теория сигналов [4]. Их общим объектом исследования являются электромагнитные колебания.

Теоретические основы (теоретическая база) электротехники и, в частности, теории электрических цепей тесно связаны именно с физикой и математикой, о чем свидетельствует, например, учение об электричестве и магнетизме, теория распространения электромагнитных волн, методы описания и анализа электромагнитных явлений и процессов в различных линейных и нелинейных электрических цепях, устройствах и системах.

Однако современное состояние теоретической электротехники как самостоятельной науки свидетельствует о ее заметном отставании по уровню развития от соответствующих разделов физики и математики, что легко проиллюстрировать на ряде известных примеров из области физики и математики. Например, в теоретической физике уже несколько десятилетий пространственно-временной континуум исследуется на уровне многомерных моделей, имеющих не менее четырехпяти измерений с использованием геометрии Римана и геометрии Минковского (теория Калуцы-Клейна, теория калибровочных полей [5, 6] и др.). Это привело к разработке и развитию соответствующего математического аппарата, необходимого для математического описания новых физических идей, гипотез, моделей и концепций (многомерный функциональный анализ, алгебраическая теория линейных n-мерных пространств, геометрическая теория криволинейных пространств и гиперповерхностей, тензорный анализ [7-9]) и др. Например, применение математического понятия многообразия, соответствующего физическому пространству-времени, позволяет рассматривать обобщенное Евклидово пространство E^n любой произвольной и конечной размерности n как линейную аппроксимацию соответствующего криволинейного пространства (например, Риманового пространства R^n) той же размерности в локальной (бесконечно малой) окрестности каждой точки. Действительно, для двухмерных (n=2) и трехмерных (n=3) физических линейных пространств, являющихся частными случаями обобщенного пространства E^n , такая аппроксимация является известной и вполне понятной: в достаточно малых локальных окрестностях точки кривая линия аппроксимируется отрезком касательной, а криволинейная поверхность - частью касательной плоскости, на которые они могут быть спроектированы.

В области современной теоретической физики (теории поля) разработаны две фундаментальные концепции, позволяющие надеяться на построение единой теории. Это гипотезы: 1) о геометрической природе всех физических взаимодействий и 2) о полевой природе всех элементарных частиц [10]. Объединение этих двух концепций, как полагают физики, может привести к построению единой физической теории, сводящей как поля, так и частицы к геометрическим характеристикам пространства-времени. И хотя четырехмерный (четырехвекторный) анализ применяется в теоретической физике и электродинамике уже с 30-х годов XX века, однако многомерный анализ с числом измерений более четырех (n>4) еще не получил широкого практического применения. В связи с этим уместно обратить внимание на высказывание известного физика Л.Д. Ландау: "Величайшим достижением человеческого гения является то, что человек может понять вещи, которые он уже не в силах представить" [6]. Глубокий смысл этого высказывания остается актуальным и для современного состояния всех фундаментальных наук. Следует отметить, что проблема геометризации пространства наряду с указанными выше проблемами также является актуальной проблемой в современной физике.

Однако наряду с быстрым развитием физики и математики в учебниках по теоретической электротехнике до сих пор традиционно используется лишь простейший математический аппарат на уровне комплексных чисел, алгебраических и дифференциальных уравнений не выше второго порядка, усеченных рядов Фурье и преобразования Лапласа [11, 12], а также используются наиболее простые физические модели, соответствующие Евклидову пространству, имеющему не более 2-3-х измерений ($n \leq 3$).

В теории электрических цепей пользуются , в основном, языком математики и эквивалентных электрических схем. Математика позволяет формализовать процессы, происходящие в электрических цепях, а схема цепи - наглядно изобразить связи элементов и топологию схемы. Однако современное состояние теории электрических цепей и электротехники в целом свидетельствуют о том, что слабо и ограниченно внедряются в теоретическую электротехнику уже готовые аналитические методы современной математики (например, аппарат линейной алгебры многомерных пространств и функционального анализа, аппарат дифференциальной геометрии, вариационного исчисления и тензорного анализа [7-9, 13]). Кроме того, до сих пор существует ощутимый разрыв между теорией электрических цепей и теорией электромагнитного поля, что свидетельствует об отсутствии единого теоретического подхода при исследовании физических процессов в различных электротехнических цепях, системах и устройствах.

И если методы анализа электромагнитных процессов в электрических цепях при синусоидальных и постоянных токах и напряжениях разработаны достаточно глубоко и обстоятельно, то этого нельзя сказать о методах анализа электромагнитных процессов в электрических цепях и системах с негармоническими (несинусоидальными) токами и напряжениями [11, 12]. Однако электрические цепи с токами и напряжениями именно несинусоидальной формы широко применяются в современной силовой преобразовательной технике, радиоэлектронике, радиотехнике, импульсной технике и электросвязи. Например, особенно слабо развиты аналитические методы исследования процессов в электрических преобразовательных цепях, функционирующих при негармонических токах и напряжениях низких и средних частот. В современной учебной литературе по курсам электротехники и теории электрических цепей слабо разработаны или вовсе отсутствуют аналитические методы математического описания (математического моделирования) в замкнутом виде установившихся режимов и переходных процессов в указанных выше задачах с учетом полного спектра гармоник [11, 12]. Это свидетельствует о том, что так называемый аппарат гармонического синтеза, известный в математике и необходимый для решения обратных задач в теории цепей, в учебниках по курсам электротехники используется крайне слабо, либо вовсе не используется [14]. В соответствующих разделах теории электрических цепей при решении такого типа задач обычно ограничиваются традиционным инженерным подходом, используя приближенные методы анализа и расчета (например, метод основной гармоники и метод усеченных рядов Фурье с весьма ограниченным числом удерживаемых членов ряда, либо сводя дело лишь к общей форме записи предполагаемого искомого решения в виде бесконечного ряда Фурье, но без указания практического способа его суммирования или использования при дальнейших расчетах [11, 12].

И только в малочисленной специальной литературе, требующей для пользования ею повышенной математической подготовки, рассмотрены некоторые аналитические способы и приведены примеры решения подобных обратных задач, например, в монографиях А.М. Заездного [14], И.С. Гоноровского [15], Г.Е. Пухова [16], Н.В. Зернова и В.Г. Карпова [17], Т.Такеути [18], в статье Р.А. Воронова [19] и др.

Такое значительное отставание в развитии теоретической электротехники на фоне современной теоретической физики и математики вряд ли можно чем-либо оправдать, хотя в известной степени можно объяснить появлением и весьма широким использованием в последних десятилетиях XX столетия электронно-вычислительной техники, что привело, в свою очередь, к быстрому развитию программирования и широкомасштабной разработке большого количества численных методов решения задач в различных областях науки, включая теоретическую электротехнику и теорию электрических цепей и систем.

Однако аналитические методы имеют, бесспорно, существенные преимущества перед численными, так как позволяют выполнять качественный анализ и находить общие закономерности и зависимости исследуемых процессов от тех или иных параметров изучаемых электрических цепей, что позволяет глубже понять физическую сущность явлений и процессов в этих цепях. При использовании же численных методов исследования, хотя и позволяющих обеспечить высокую точность и достоверность получаемых результатов, для разного сочетания параметров в одной и той же электрической цепи необходимо каждый раз заново решать задачу.

Таким образом, к основным современным проблемам развития теории электрических цепей могут быть отнесены, по крайней мере, следующие:

1) развитие аналитических методов исследования линейных и нелинейных цепей на базе современного математического аппарата, а также дальнейшее развитие численных и численно – аналитических методов с использованием средств современной вычислительной техники;

2) развитие теории математического моделирования периодических процессов на основе новых (нетрадиционных) подходов и создание эффективных моделей, удобных для практического применения, например, методы моделирования, изложенные в работах [20 - 24], а также метод геометрического моделирования [25].

Рассмотрим примеры, относящиеся к первой из указанных выше проблем.

Пример 1. В работах [20, 22] показано, что введение и использование экспофункций $f(t)$ позволяет расширить возможности математического аппарата как при исследовании процессов в электрических и радиотехнических цепях, так и при исследовании электромагнитного поля на основе уравнений Максвелла. При этом экспофункция $f(t)$ в общем случае имеет вид:

$$f(t)=e^{\pm\lambda\cdot t}\cdot\tilde{f}(t),$$

где $\lambda>0$; t - время, $\tilde{f}(t)$ - ядро экспофункции.

Пример 2. Известно, что задачи нахождения периодических решений $y(t)$, описывающих установившиеся процессы в линейных электрических и радиотехнических цепях 2-го, 3-го и более высоких порядков с постоянными параметрами при входном негармоническом сигнале произвольной формы $e(t)$, имеют большое теоретическое и прикладное значение. К такого рода цепям относятся фильтры низших и высших частот; полосовые и заграждающие фильтры; корректирующие цепи каналов связи; сглаживающие пассивные фильтры и др.

Искомые решения $y(t)$ представляют собой частные периодические решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью в виде ряда Фурье для функции $D(t)$, состоящей в общем случае из кусочно – непрерывной функции времени $e(t)$ и ее производных :

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+\ldots+a_1\cdot\frac{dy(t)}{dt}+a_0\cdot y(t)=D(t);$$

$$D(t)=e(t)+\sum_{m=1}^{\nu}\frac{d^m\cdot e(t)}{dt^m};$$

$$e(t)=\frac{\alpha_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left(\alpha_k\cdot\cos k\cdot x+\beta_k\cdot\sin k\cdot x\right),$$

где k - порядковый номер гармоники; α_0, α_k, β_k - коэффициенты разложения в ряд Фурье; n - порядок дифференциального уравнения; m - порядок производных функции $e(t)$, причем $1\le m\le\nu$ и $\nu<n$; a_0, a_1, a_2, … a_{n-1} - коэффициенты исходного дифференциального уравнения и соответствующего ему характеристического уравнения:

$$\nu^n+a_{n-1}\cdot\nu^{n-1}+a_{n-2}\cdot\nu^{n-2}+\ldots+a_1\cdot\nu+a_0=0\,.$$

Для получения аналитических решений указанных дифференциальных уравнений можно применить метод гармонического синтеза [14], который является сложным и громоздким. При этом необходимо отметить, что основная трудность гармонического синтеза как обратной задачи по отношению к гармоническому анализу заключается в том, что аналитическая структура сворачиваемых к замкнутому виду рядов заранее неизвестна и для ее отыскания требует применения не только известных, но и поиска (разработки) новых подходов и способов суммирования бесконечных функциональных тригонометрических рядов, так как теория гармонического синтеза разработана значительно слабее по сравнению с теорией гармонического анализа.

Однако процесс нахождения искомых решений $y(t)$ можно значительно упростить за счет использования однозначной связи между рядом Фурье и частотными свойствами линейных электрических цепей, определяемых функцией комплексного сопротивления $Z(s)$ или функцией комплексной проводимости $Y(s)=Z^{-1}(s)$ этих цепей как двухполюсников:

$$Z(s)=\frac{N(s)}{M(s)}=\frac{a_n\cdot s^n+\ldots+a_1\cdot s+a_0}{b_m\cdot s^m+\ldots+b_1\cdot s+b_0},$$

где n - порядок полинома $N(s)$, равный порядку электрической цепи; m - порядок полинома $M(s)$; $s=j\cdot\omega$, $j=\sqrt{-1}$, ω - круговая частота низшей (основной) гармоники.

Используя указанные функции $Z(s)$ или $Y(s)$ и законы линейных электрических цепей (закон Ома, принцип суперпозиции и др.) можно находить искомое решение $y(t)$, например, реакцию или отклик цепи в виде входного тока $i(t)$ путем суммирования найденного преобразованного ряда Фурье для этого тока $i(t)$, причем указанный преобразованный ряд Фурье обычно сходится равномерно. Это значительно упрощает решение указанной задачи по сравнению с методом гармонического синтеза, изложенным в работе [14].

Это объясняется следующими причинами. Во-первых, трудоемкая процедура решения линейного дифференциального уравнения с правой частью в виде полного ряда Фурье, связанная с нахождением корней соответствующего характеристического уравнения, заменяется более простой и менее трудоемкой процедурой суммирования преобразованного ряда Фурье для искомой функции $y(t)$, которая является решением указанного дифференциального уравнения. Во-вторых, в последнем случае не требуется решать характеристическое уравнение. Следовательно, с ростом порядка дифференциального уравнения, описывающего периодические процессы в исследуемой электрической цепи, эффективность решения рассматриваемой задачи на основе суммирования преобразованных рядов Фурье значительно возрастает по сравнению с известным методом гармонического синтеза [14].

Таким образом, несмотря на возросший уровень и программное обеспечение численно – аналитических и численных методов расчета, в теории радиотехнических и электрических цепей по – прежнему представляется актуальным дальнейшее развитие фундаментальных аналитических методов расчета, из которых наименее развитым является указанный метод гармонического синтеза [14] и его модификации. Именно поэтому разработка новых частных и общих способов и приемов для решения задач гармонического синтеза представляет значительный интерес [24].

Рассмотрим примеры, относящиеся к проблеме 2.

Периодические негармонические процессы в ряде физических объектов, например, в управляемых электрических и радиотехнических цепях, можно исследовать с помощью построения соответствующих этим процессам геометрических моделей, а именно – режимных траекторий, которые представляют собой в общем случае пространственные кривые в трехмерном Евклидовом пространстве, описываемые параметрической системой уравнений:

$$\begin{cases} x = f_1(\varphi), \\ y = f_2(\varphi), \\ z = f_3(\varphi), \end{cases} \tag{1}$$

где φ - переменная величина (переменный параметр); $f_1(\varphi)$, $f_2(\varphi)$, $f_3(\varphi)$ - непрерывные дифференцируемые функции в области определения $\varphi_{\min} \le \varphi \le \varphi_{\max}$.

С геометрической точки зрения система (1) задает некоторое непрерывное отображение отрезка $[\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$ вещественной оси φ в трехмерном Евклидовом пространстве:

$$x, y, z: \ \varphi \Rightarrow \ f_1(\varphi),\ f_2(\varphi),\ f_3(\varphi).$$

В работе [25] показано, что если функции $f_1(\varphi)$, $f_2(\varphi)$, $f_3(\varphi)$ представляют собой ортогональные компоненты вектора полной мощности $\overline{S}$ (активную $\overline{P}$, реактивную $\overline{Q}$ и мощность искажения $\overline{N}$) в некоторой управляемой электрической цепи, а φ - угол управления, то соответствующая системе уравнений (1) режимная траектория будет отображать периодический энергетический режим в этой цепи.

Например, в управляемом трехфазном симметричном выпрямителе стационарный энергетический режим описывается параметрической системой уравнений (2), аналогичных системе уравнений (1):

$$\begin{cases} x = P = S \cdot \nu(\gamma) \cdot \cos(\alpha + 0{,}5\gamma), \\ y = Q = S \cdot \nu(\gamma) \cdot \sin(\alpha + 0{,}5\gamma), \\ z = N = S \cdot \sqrt{1 - \nu^2(\gamma)}, \end{cases} \tag{2}$$

где α - угол регулирования (непрерывная переменная величина); γ - угол коммутации (параметр); $\nu(\gamma)$ - коэффициент искажения кривой первичного тока.

Системе уравнений (2) при изменении угла α соответствует пространственная кривая общего вида (режимная траектория), расположенная на сфере радиуса $R = \left|\overline{S}\right|$ и представляющая собой геометрическую модель периодического энергетического процесса в указанном выпрямителе.

Аналогичная система уравнений может быть составлена и для электрической (радиотехнической) цепи *RL* с переменной добротностью для исследования негармонических энергетических периодических процессов в указанной цепи при питании напряжением несинусоидальной формы (например, меандром со сдвигом переднего и заднего фронтов, напряжением трапецеидальной формы, пилообразной формы и др.). Например, при питании цепи *RL* напряжением, имеющим форму обычного меандра с амплитудой *E*, стационарный энергетический процесс в этой цепи описывается параметрической системой уравнений (3):

$$\begin{cases} x = P = b \cdot \dfrac{E^2}{R} \cdot \dfrac{1}{q^2}, \\ y = Q = b \cdot \dfrac{E^2}{R} \cdot \dfrac{q}{1+q^2}, \\ z = N = a \cdot \dfrac{E^2}{R} \cdot \sqrt{1 - \left(\dfrac{b}{a}\right)^2 \cdot f(q)}, \end{cases} \tag{3}$$

где $a = \dfrac{\pi}{2 \cdot \sqrt{3}}$ =0,90688 и $b = \dfrac{\pi^2}{12} =$ 0,82244 – постоянные коэффициенты; $q = \dfrac{\Omega \cdot L}{R}$ - переменная добротность (переменный параметр) указанной цепи при постоянной частоте входного напряжения; R и L – соответственно активное сопротивление и индуктивность этой цепи.

Полная мощность *S* и функция $f(q)$ в рассматриваемом случае определяются следующими формулами:

$$S = a \cdot \frac{E^2}{R};$$

$$f(q) = \frac{1}{q^4} + \frac{q^2}{\left(1+q^2\right)^2}.$$

Следовательно, в этом случае энергетический процесс в указанной цепи моделируется также в виде режимной траектории, представляющей собой пространственную кривую общего вида (геометрическую модель), расположенную на сферической поверхности.

Отметим, что при этом геометрические модели являются не только универсальным инструментом исследования периодических энергетических процессов как единого целого, но также удобным и наглядным способом представления полученных результатов. Они позволяют решать задачи оптимизации режимов и сравнительного анализа энергетических процессов как в одном электрическом объекте, так и в разных электрических объектах на основе применения математического аппарата аналитической и дифференциальной геометрии. Это позволяет значительно расширить возможности исследователей.

Итак, проблема развития общей теории электрических цепей и аналитических методов исследования негармонических процессов, а также тесно связанная с ней проблема математического моделирования этих процессов и соответствующих им энергетических характеристик, как следует из изложенного выше, является весьма актуальной и ждет своего решения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гамов Г.А., Иваненко Д.Д., Ландау Л.Д. Универсальные постоянные и граничные переходы // ЖРФХО. – 1928. – Т. 60. – С. 13-17.

[2] Gamov G. Electricity, gravity and cosmology // Phys. Rev. Letters. - 1967. - v. 19, Sept. 25 and Oct. 23. – pp. 759-761., 913; Errata:Ibid.- p. 1000.

[3] Гамов Джордж. Моя мировая линия: неформальная автобиография. – М.: Наука, Гл. ред. физ. - мат. лит., 1994. - 318 с.

[4] Воробиенко П. П. О современной эволюции наук. – Наукові праці ОНАЗ ім.. О.С. Попова. – 2003. - № 4. – с. 3-5.

[5] Левич В.Г. Курс теоретической физики. - Т. 1. - М.: Наука, Гл. ред. физ. - мат. лит., 1969. - 912 с.

[6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Теоретическая физика, Т. 2. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. - 504 с.

[7] Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. - М.: Наука, 1965. - 426 с.

[8] Кассандров В.В. Алгебраическая структура пространства-времени и алгебродинамика. - М.: Изд-во Российского Университета дружбы народов, 1992. - 149 с.

[9] Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов. Основы теории цепей. - М. - Л.: Госэнергоиздат, 1963. - 440 с.

[10] Нейман Л.Р. и Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 1. - Л-д.: Энергия., Ленинградское отделение, - 1967. - 522 с.

[11] Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. - М.: Наука. Гл. ред. физ. - мат. лит., 1979. - 312 с.

[12] Колмогоров А.Н. , Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, Гл. ред. физ. - мат. лит., 1981. - 542 с.

[13] Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Наука, 1965. - 424 с.

[14] Заездный А.М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. - М. - Л.: Госэнергоиздат, 1961.- 535 с.

[15] Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. - М.: Советское радио, 1964. - 696 с.

[16] Пухов Г.Е. Комплексное исчисление и его применение. - Киев: Изд-во АН УССР, 1961. - 230 с.

[17] Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. - Л.: Энергия, 1972. - 816 с.

[18] Такеути Т. Теория применения вентильных цепей для регулирования двигателей / Пер. с англ. - Л - д.: Энергия, 1973. - 238 с.

[19] Воронов Р.А. Расчет периодических токов и напряжений при несинусоидальной форме э.д.с. - Электричество, 1956. - № 8. - С. 11 - 14.

[20] Иваницкий А.М. Электрический заряд и магнитный поток экспофункционального поля. - Наукові праці ОНАЗ ім.. О.С. Попова. – 2004. - № 1. – С. 3-8.

[21] Кадацкий А.Ф., Гунченко Ю.А. Электрические процессы в модульних импульсных преобразователях постоянного напряжения с граничным режимом функционирования. - Наукові праці ОНАЗ ім.. О.С. Попова. – 2004. - № 1. – С. 9-15.

[22] Иваницкий А.М. Реактивные элементы при экспофункциональных воздействиях. – Иформатика и связь (Сб. науч. тр. УГАС им. А.С. Попова). 1996. - С. 236-240.

[23] Кадацкий А.Ф., Русу А.П. Математическая модель для исследования импульсных преобразователей напряжения // Труды VII Международ. науч. – практич. конф. "Системы и средства передачи и обработки информации". – Одесса, 2003.- С. 131 - 132.

[24] Горбачев М.Н. Нахождение периодических решений для одного класса задач теории электрических цепей. - Техническая электродинамика, 1997. - № 2. -С. 27 - 34.

[25] Милка А.Д., Горбачев М.Н. Геометрические модели периодических процессов в управляемых электрических и радиотехнических цепях. // Труды VII Международ. науч. – практич. конф. "Системы и средства передачи и обработки информации". – Одесса, 2003.- С. 47-48.

Поступила 21.09.2005