

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ С ИЗОЛИРОВАННОЙ НЕЙТРАЛЬЮ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ

Веприк Ю.Н., к.т.н., Лебедка С.Н., Веприк В.Ю.

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"

Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПИ", кафедра "Передача электрической энергии"
тел. (057) 707-62-46

Отримана математична модель перехідних процесів в електричній мережі з ізолюваною нейтраллю у фазних координатах. Розрахунок перехідного процесу при використанні неявних методів і представленні трифазних елементів на кроці інтегрування дискретними моделями дозволяє звести розв'язання системи диференціальних рівнянь до багаторазового формування і розв'язання системи алгебраїчних рівнянь.

Получена математическая модель переходных процессов в электрической сети с изолированной нейтралью в фазных координатах. Расчет переходного процесса при использовании неявных методов и представлении трехфазных элементов на шаге интегрирования дискретными моделями позволяет свести решение системы дифференциальных уравнений к многократному формированию и решению системы алгебраических уравнений.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Однофазные замыкания на землю являются наиболее частым видом повреждений в электрических сетях с изолированной нейтралью. Они сопровождаются переходными процессами, вызываемыми горением перемежающихся дуг. Это приводит к появлению перенапряжений и бросков тока, которые оказывают негативное влияние на оборудование электроэнергетических систем. Поэтому возможно более полное воспроизведение и исследование переходных процессов в электрических сетях с изолированной нейтралью необходимо для решения целого ряда вопросов эксплуатации: для оценки влияния переходных процессов на оборудование системы, выбора средств защиты, согласования работы средств защиты и автоматики [1, 2].

АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ

Методики расчета установившихся и переходных режимов электрических систем с использованием фазных координат разрабатываются рядом авторов [3, 4, 5]. Неподвижная система координат (фазные координаты) представляется наиболее естественной системой отсчета, так как при ее использовании в уравнения входят реальные параметры элементов электрической системы и параметры их режима – активные сопротивления, индуктивности, емкости фаз, собственные и взаимные индуктивности и емкости фаз воздушных и кабельных линий, обмоток электрических машин и трансформаторов, токи и напряжения в обмотках машин и фазных проводах линий. Математические модели электрических систем в переходных и установившихся режимах на основе уравнений в фазных координатах являются наиболее универсальными и обеспечивают решение широкого круга задач. Однако достаточно полные модели переходных процессов в фазных координатах пока отсутствуют, что обусловлено тем, что эти сети как объект исследования

имеют целый ряд особенностей, усложняющих задачу. Поэтому для моделирования используются, как правило, либо упрощенные, либо типовые схемы с целью получения аналитического описания переходных процессов.

ВОПРОСЫ, ТРЕБУЮЩИЕ РЕШЕНИЯ

Возможности современных ЭВМ позволяют выполнить разработку достаточно полных моделей на основе уравнений в фазных координатах, учитывающих электромагнитное и электростатическое влияние фаз, нелинейные эффекты и другие факторы. Модели электрических (как и любых других технических) систем могут быть реализованы как на микро-, так и на макроуровне [6], различающихся степенью детализации рассмотрения процессов в сети. Микроуровнем для электрических сетей можно считать модели, основанные на построении и использовании схем замещения, элементами которых являются двухполюсные резистивные, индуктивные и емкостные элементы (R, L-, C-элементы), не подлежащие дальнейшему делению. Область применения моделей, ориентированных на этот уровень декомпозиции, ограничена системами небольшого объема. При разработке математической модели, соответствующей уровню сложности реальных электрических сетей с изолированной нейтралью, необходимо перейти на более высокий уровень декомпозиции (макроуровень), на котором в качестве элементов рассматриваются не двухполюсные элементы, а трехфазные многополюсники, соответствующие трехфазным воздушным и кабельным линиям, трансформаторам, источникам и потребителям электрической энергии.

Для получения математической модели переходных процессов в электрических сетях с изолированной нейтралью в фазных координатах на макроуровне должны быть решены следующие задачи:

– разработка моделей элементов электрической

сети на макроуровне, при представлении их трехфазными многополюсниками;

– формирование дифференциальных уравнений переходных процессов в электрической сети с многополюсными элементами,

– решение систем уравнений с матрицами блочной структуры на шаге численного интегрирования.

При этом необходимо учитывать то, что, во-первых, объемы и уровень сложности этих сетей таковы, что даже при моделировании на макроуровне порядок систем дифференциальных уравнений для сложных схем оказывается высоким, процедура формирования таких систем трудоемка и должна быть формализованной, во-вторых, задачи формирования и решения систем уравнений усложняются тем, что схема электрической сети содержит как индуктивные, так и емкостные элементы [7].

Возможные пути решения перечисленных выше задач рассматриваются ниже.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СЕТИ С ИЗОЛИРОВАННОЙ НЕЙТРАЛЬЮ В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ

Разработанная математическая модель электрических сетей в переходных режимах основана на следующих положениях:

– элементы сети (трехфазные многополюсники) и электрическая сеть в целом представляются уравнениями в фазных координатах;

– дифференциальные уравнения отдельных элементов сети аппроксимируются разностными уравнениями на основе формул неявных методов численного интегрирования и представляются в форме, разрешенной относительно токов;

– для формирования системы уравнений на шаге численного интегрирования принят узловый метод, причем метод модифицирован применительно к схеме с многополюсными элементами;

– решение системы узловых уравнений на шаге выполняется прямыми методами, также модифицированными с учетом блочной структуры матриц коэффициентов узловых уравнений.

Основные положения, принятые при разработке, ниже проиллюстрированы на примере фрагмента трехфазной электрической сети (рис. 1).

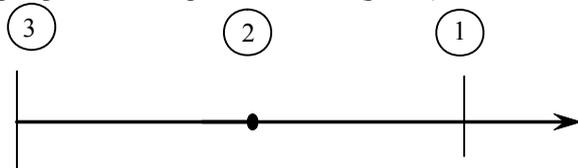


Рис. 1. Фрагмент схемы электрической сети

Трехфазная сеть представляется состоящей из продольных и поперечных трехфазных многополюсников, дифференциальные уравнения которых в векторно-матричной форме имеют вид:

– продольный пассивный трехфазный многополюсник:

$$[\Delta U]_{ij} = [L]_{ij} \cdot \frac{d}{dt} [i]_{ij} + [R]_{ij} \cdot [i]_{ij}; \quad (1)$$

– продольный трехфазный многополюсник, присоединенный к источнику питания (ЭДС):

$$[U]_i - [\bar{E}]_i = [L]_i \cdot \frac{d}{dt} [i]_i + [R]_i \cdot [i]_i; \quad (2)$$

– поперечный трехфазный многополюсник емкостного характера:

$$[i]_C = [G] \cdot [\bar{U}] + [C] \cdot \frac{d}{dt} [U]; \quad (3)$$

– поперечный трехфазный многополюсник индуктивного характера в узле i :

$$[\bar{U}]_i = [\bar{L}]_H \cdot \frac{d}{dt} [i] + [R]_H \cdot [i]. \quad (4)$$

Применив к (1) - (4) формулу численного интегрирования неявного метода Эйлера-Коши

$$[i]_{ij}^{(k+1)} = [i]_{ij}^{(k)} + h \cdot \left(\frac{di_{ij}}{dt} \right)^{(k+1)};$$

$$[u_{ij}]^{(k+1)} = [u_{ij}]^{(k)} + h \cdot \left(\frac{du_{ij}}{dt} \right)^{(k+1)},$$

получим:

$$[i]^{(k+1)} = [A_{LW}] \cdot [i]^{(k)} + [Y_{LW}] \cdot [\Delta U]^{(k)} + [Y_{LW}] \cdot [\Delta U]^{(k+1)};$$

$$[i]_i^{(k+1)} = [A_{LW}]_i \cdot [i]^{(k)} + [Y_{LW}]_i \cdot [U]_i^{(k+1)} + [Y_{LW}]_i \cdot ([U]_i^{(k)} - [E]_i^{(k)} - [E]_i^{(k+1)});$$

$$[i]_0^{(k+1)} = -[i]^{(k)} + [Y_{C-u}] \cdot [U]^{(k)} + [Y_{Cu}] \cdot [U]^{(k+1)};$$

$$[i]_H^{(k+1)} = [A_{Lu}]_H \cdot [i]_H^{(k)} + [Y_{Lu}]_H \cdot [U]^{(k)} + [Y_{Lu}]_H \cdot [U]^{(k+1)},$$

где $[Y_{LW}] = [k]^{-1} \cdot \frac{h}{2} [L]^{-1}$, $[A_{LW}] = ([k]^{-1} - [Y_{LW}]) \cdot [R]$

$[Y_{C-u}] = ([G] - \frac{h}{2} \cdot [C])$, $[Y_{Cu}] = ([G] + \frac{h}{2} \cdot [C])$ – матрицы

дискретных параметров соответствующих элементов.

Фрагменту трехфазной электрической сети (рис. 1) при этом можно поставить в соответствие дискретную схему замещения на шаге численного интегрирования дифференциальных уравнений сети (рис. 2).

Дискретная схема замещения содержит трехфазные многополюсники, соответствующие продольным и поперечным трехфазным ветвям. Продольные ветви, соответствующим участкам воздушных или кабельных линий, характеризуются дискретными параметрами A_{Lwij} , Y_{Lwij} , поперечные емкостные – Y_{Cui} , Y_{Lui} , индуктивные – A_{Lui} , Y_{Lui} .

Дискретная схема замещения используется для составления системы конечно-разностных алгебраических уравнений на шаге численного интегрирования.

При заданном законе изменения напряжения во времени в одном из узлов схемы, например, в узле 3, неизвестными являются напряжения остальных узлов

– 1 и 2 (независимые узлы). В каждом из независимых узлов для момента времени $t = t^{(k+1)}$ переходного процесса система уравнений по первому закону Кирхгофа имеет вид:

$$\text{узел 1: } i_{12}^{(k+1)} + i_{L1}^{(k+1)} + i_{C1}^{(k+1)} = 0,$$

$$\text{узел 2: } i_{21}^{(k+1)} + i_{23}^{(k+1)} + i_{C2}^{(k+1)} = 0,$$

или, в развернутом виде, с учетом дискретных уравнений соответствующих элементов:

$$\begin{aligned} \text{узел 1: } & [A_{LW}]_{12} \cdot [i]_{12}^{(k)} + [Y_{LW}]_{12} \cdot ([U]_1^{(k)} - [U]_2^{(k)}) + \\ & + [Y_{LW}]_{12} \cdot ([U]_1^{(k+1)} - [U]_2^{(k+1)}) + [A_{Lu}]_{11} \cdot [i]_{L1}^{(k)} + \\ & + [Y_{Lu}]_{11} \cdot [U]_1^{(k)} + [Y_{Lu}]_{11} \cdot [U]_1^{(k+1)} - [i]_{C1}^{(k)} + \\ & + [Y_{C-u}]_{11} \cdot [U]_1^{(k)} + [Y_{Cu}]_{11} \cdot [U]_1^{(k+1)} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{узел 2: } & [A_{LW}]_{21} \cdot [i]_{21}^{(k)} + [Y_{LW}]_{21} \cdot ([U]_2^{(k)} - [U]_1^{(k)}) + \\ & + [Y_{LW}]_{21} \cdot ([U]_2^{(k+1)} - [U]_1^{(k+1)}) + \\ & + [A_{LW}]_{23} \cdot [i]_{23}^{(k)} + [Y_{LW}]_{23} \cdot ([U]_2^{(k)} - [U]_3^{(k)}) + \\ & + [Y_{LW}]_{23} \cdot ([U]_2^{(k+1)} - [U]_3^{(k+1)}) - [i]_{C2}^{(k)} + \\ & + [Y_{C-u}]_{22} \cdot [U]_2^{(k)} + [Y_{Cu}]_{22} \cdot [U]_2^{(k+1)} = 0. \end{aligned}$$

Узловые напряжения и токи по ветвям в момент времени $t = t^{(k)}$ известны (из предыдущего шага расчета или из начальных условий). Поэтому, перенеся известные величины в правую часть уравнений, получим:

$$\begin{aligned} & \left([Y_{LW}]_{12} + [Y_{Lu}]_{11} + [Y_{Cu}]_{11} \right) \cdot [U]_1^{(k+1)} - [Y_{LW}]_{12} \cdot \\ & + [U]_2^{(k+1)} = - \left([Y_{LW}]_{12} + [Y_{Lu}]_{11} + [Y_{C-u}]_{11} \right) \cdot [U]_1^{(k)} + \\ & + [Y_{LW}]_{12} \cdot [U]_2^{(k)} - [A_{LW}]_{12} \cdot [i]_{12}^{(k)} - [A_{Lu}]_{11} \cdot [i]_{L1}^{(k)} + [i]_{C1}^{(k)}; \\ & \left([Y_{LW}]_{21} + [Y_{LW}]_{23} + [Y_{Cu}]_{22} \right) \cdot [U]_2^{(k+1)} + \\ & + [Y_{LW}]_{21} \cdot [U]_1^{(k+1)} = [Y_{LW}]_{21} \cdot [U]_1^{(k)} - \\ & - \left([Y_{LW}]_{21} + [Y_{LW}]_{23} + [Y_{C-u}]_{22} \right) \cdot [U]_2^{(k)} - \\ & - [A_{LW}]_{21} \cdot [i]_{21}^{(k)} - [A_{LW}]_{23} \cdot [i]_{23}^{(k)} + [i]_{C2}^{(k)} + \\ & + [Y_{LW}]_{23} \cdot ([U]_3^{(k)} - [U]_3^{(k+1)}) \end{aligned} \quad (5)$$

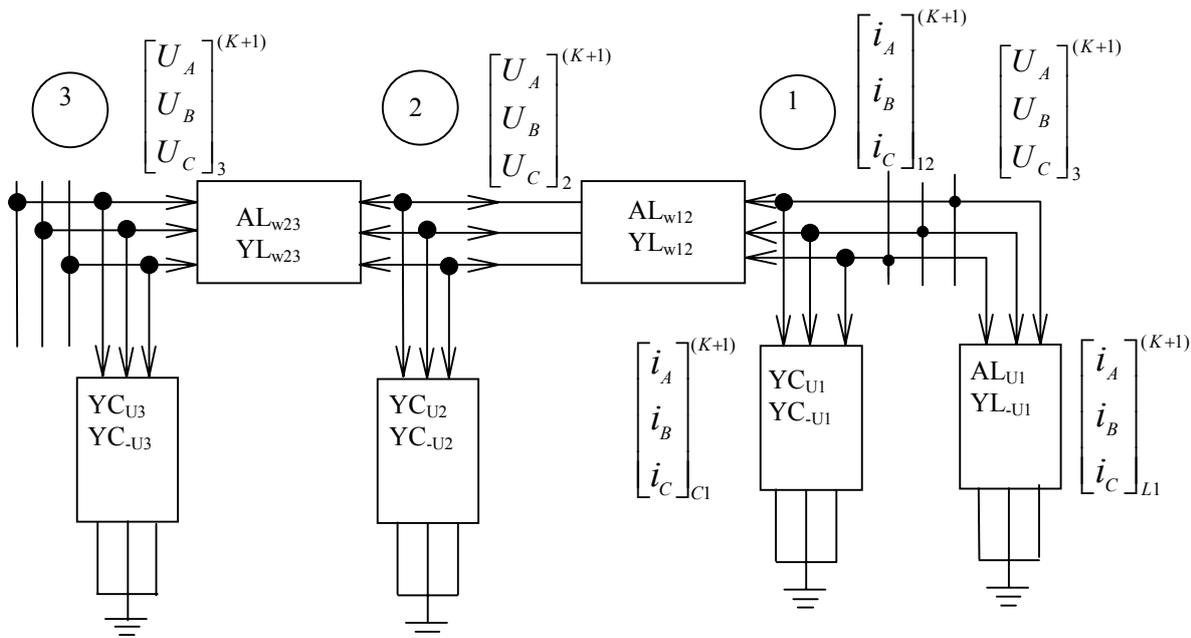


Рис. 2. Дискретная схема замещения на шаге численного интегрирования

Если ввести обозначения:

$$\begin{aligned} [Yd] &= \begin{bmatrix} Yd_{11} & -Yd_{12} \\ -Yd_{21} & Yd_{22} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (Y_{LW12} + Y_{LU1} + Y_{CU1}) & -Y_{LW12} \\ -Y_{LW21} & (Y_{LW21} + Y_{LW23} + Y_{CU2}) \end{bmatrix}; \\ [Yd'] &= \begin{bmatrix} Yd'_{11} & -Yd'_{12} \\ -Yd'_{21} & Yd'_{22} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (Y_{LW12} + Y_{LU1} + Y_{C-U1}) & -Y_{LW12} \\ -Y_{LW21} & (Y_{LW21} + Y_{LW23} + Y_{C-U2}) \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$[J_{S1}^{(k)}] = [J_S^{(k)}]_U + [J_S^{(k)}]_{C} + [J_S^{(k)}]_{L} + [J_G^{(k)}] + [J_S^{(k)}]_{W},$$

$$\text{где } [J_S^{(k)}]_U = [J_{SU1}^{(k)}] = \begin{bmatrix} Yd'_{11} & -Yd'_{12} \\ -Yd'_{21} & Yd'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1^{(k)} \\ U_2^{(k)} \end{bmatrix};$$

$$[J_S^{(k)}]_{C} = \begin{bmatrix} i_{C1}^{(k)} \\ i_{C2}^{(k)} \end{bmatrix}; [J_S^{(k)}]_{L} = \begin{bmatrix} -AL_{U1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{L1}^{(k)} \\ i_{L2}^{(k)} \end{bmatrix};$$

$$[J_G^{(k)}] = \begin{bmatrix} 0 \\ YL_{W23} (U_1^{(k+1)} + U_3^{(k)}) \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} J_S^{(k)} \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -ALw_{12} & 0 \\ ALw_{12} & -ALw_{23} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{12}^{(k)} \\ i_{23}^{(k)} \end{bmatrix},$$

то уравнения (5) в матричной форме будут иметь вид:

$$\begin{bmatrix} Yd_{11} & -Yd_{12} \\ -Yd_{21} & Yd_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^{(k+1)} \\ U_2^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{Sf1}^{(k)} \\ J_{Sf2}^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Система уравнений (6) позволяет определить мгновенные значения параметров режима на текущем $(k+1)$ -м интервале времени переходного процесса по известным параметрам режима на предыдущем k -м шаге.

Матрица коэффициентов в этой системе формируется из дискретных проводимостей ветвей и содержит собственные (на диагонали) и взаимные (недиагональные) дискретные проводимости узлов сети.

Уравнения (6) для системы электрической сети большого объема и произвольной конфигурации имеют ту же структуру и отличаются только порядком системы и размерностями соответствующих массивов.

Составив уравнения баланса токов для всех независимых трехфазных узлов сети, получим в результате систему уравнений:

$$\begin{aligned} [y_{11}] \cdot [u_1]^{k+1} + \dots + [y_{1i}] \cdot [u_i]^{k+1} + \dots + [y_{1n}] \cdot [u_n]^{k+1} &= [j_1]^k \\ [y_{21}] \cdot [u_1]^{k+1} + \dots + [y_{2i}] \cdot [u_i]^{k+1} + \dots + [y_{2n}] \cdot [u_n]^{k+1} &= [j_2]^k \\ \dots & \dots \\ [y_{i1}] \cdot [u_1]^{k+1} + \dots + [y_{ii}] \cdot [u_i]^{k+1} + \dots + [y_{in}] \cdot [u_n]^{k+1} &= [j_i]^k \\ \dots & \dots \\ [y_{n1}] \cdot [u_1]^{k+1} + \dots + [y_{ni}] \cdot [u_i]^{k+1} + \dots + [y_{nn}] \cdot [u_n]^{k+1} &= [j_n]^k \end{aligned}$$

Элементы вектора-столбца $[j]^k$ в правой части полученной системы уравнений зависят от токов индуктивных и напряжений емкостных элементов на предыдущем (k) -м интервале времени и изменяются от шага к шагу. Элементы блоков матрицы $[y_{ij}]$ определяются параметрами R, L, G, C элементов системы и при постоянном шаге интегрирования остаются неизменными.

Решение этой системы уравнений позволяет по параметрам режима схемы на предыдущем шаге численного интегрирования определить параметры режима на очередном интервале времени.

Расчет при постоянном шаге интегрирования ($h = \text{const}$) сводится к корректировке элементов столбца $[j]^k$ с учетом вычисленных на шаге параметров режима и определению новых значений из решения последней системы уравнений.

Использование модели в исследованиях электромагнитных переходных процессов в реальных кабельных электрических сетях объемом до 100 узлов показало ее достаточно высокую точность и эффективность.

ВЫВОДЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Получена математическая модель переходных процессов в электрической сети с изолированной нейтралью в фазных координатах. Расчет переходного процесса при использовании неявных методов и представлении трехфазных элементов на шаге интегрирования дискретными моделями позволит свести решение системы дифференциальных уравнений к многократному формированию и решению системы алгебраических уравнений.

Использование модели для исследования переходных процессов в электрических сетях дает возможность определять перенапряжения и броски токов, воздействующих на оборудование сетей, оценивать отрицательные проявления переходных процессов в сетях и эффективность применяемых средств защиты.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гиндуллин Ф.А., Гольдштейн В.Г., Дульзон А.А., Халилов Ф.Х. Перенапряжения в сетях 6–35 кВ. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 192 с.
- [2] Лихачев Ф.А. Замыкания на землю в сетях с изолированной нейтралью и с компенсацией емкостных токов. – М.: Энергия, 1971. – 152 с.
- [3] Берман А.П. Расчет несимметричных режимов электрических систем с использованием фазных координат // Электричество. – 1985. – № 12. – С. 6-12.
- [4] Сегеда М.С., Равлик О.М., Гроносталяська О.І. Обмеження струмів однофазних замикань на землю в електричних мережах 6-35 кВ // Техн. електродинаміка. – 2002. – № 6. – С. 59-61.
- [5] Толмачов С.Т., Барановська М.Л. Моделювання процесів дугових замикань на землю в мережах з ізольованою нейтраллю // Вісник ВПШ. – 1997. – № 4. – С. 36-40.
- [6] Корячко В.П., Курейчик В.М., Норенков И.П. Теоретические основы САПР: Учебн. для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 400 с.
- [7] Веприк В.Ю. Математические модели элементов электрических систем в переходных режимах // Вестник ХГПУ. – 2000. – № 112. – С. 28-33.

Поступила 11.02.2005