

## К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОВОДЯЩЕГО СТЕРЖНЯ С ПРОДОЛЬНЫМ ТОКОМ

Себко В.П., д.т.н., проф., Пушай И.А.

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"

Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПИ", кафедра "Приборы и методы неразрушающего контроля"

Тел. (057) 707-63-80, факс (057) 707-66-02, E-mail: sebko@kpi.kharkov.ua.

*Розглянуто методику розрахунку електромагнітних параметрів ферромагнітного циліндричного стержня із позовжнім змінним струмом, кінцевої частоти. Отримано вираження для визначення активного опору стержня, сумарної й внутрішньої індуктивності, а також спадання напруги на кінцях стержня й фазового кута зрушення між цим спаданням напруги й позовжнім струмом у стержні (при наявності компенсації зовнішньої індуктивності).*

*Рассмотрена методика расчета электромагнитных параметров ферромагнитного цилиндрического стержня с продольным переменным током, конечной частоты. Получены выражения для определения активного сопротивления стержня, суммарной и внутренней индуктивности, а также падения напряжения на концах стержня и фазового угла сдвига между этим падением напряжения и продольным током в стержне (при наличии компенсации внешней индуктивности).*

К настоящему времени в ряде работ был описан контактный электромагнитный преобразователь для определения магнитных параметров и характеристик ферромагнитного цилиндрического стержня с продольным током [1–3]. Эти работы имели отношение к экспериментальному определению магнитных характеристик, к созданию методики расчета погрешностей измерения магнитных параметров и к определению квазиоднородных характеристик стержня с током. Однако оставался не выясненный вопрос о разработке методики расчета электромагнитных параметров стержня с продольным током.

В настоящей работе рассмотрена методика расчета электрических и магнитных параметров ферромагнитного цилиндрического стержня, по которому протекает продольный переменный ток.

В работе [4] приведены графические и табличные зависимости электрического нормированного сопротивления  $R_n$  и нормированной внутренней индуктивности  $L_{in}$  от обобщенного параметра  $x$ . Приведем здесь эти табличные параметры при различных значениях  $x$  (см. табл. 1).

Параметр  $x$  измеряется от 0,2 до 9,6 с шагом 0,2. Алгоритм расчетных процедур следующий. Задаются сначала величиной  $x$ , которая выражается формулой

$$x = a \cdot \sqrt{\frac{2\pi \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot f}{\rho}}, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м;  $\mu_r$  и  $\rho$  – относительная магнитная проницаемость и удельное электрическое сопротивление стержня;  $f$  – частота изменения тока в стержне;  $a$  – его радиус.

Затем задаются значениями  $a$ ;  $\mu_r$ ;  $\rho$ , тока  $I$ , длины  $l$  стержня (значения  $\mu_r$  и  $\rho$  берутся при нормальной температуре стержня, т.е. при 20°C).

После этого на основании (1) находят значение  $f$  по формуле

$$f = \frac{x^2 \cdot \rho}{2\pi \cdot a^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}. \quad (2)$$

Таблица 1  
Зависимости параметров  $R_n$  и  $L_{in}$  от  $x$

$x$	$R_n$	$L_{in}$	$x$	$R_n$	$L_{in}$
0,2	1,0000085	0,9999958	5	2,0430805	0,5558596
0,4	1,0001347	0,9999327	5,2	2,1138828	0,5349568
0,6	1,0006791	0,9996604	5,4	2,1842315	0,5155657
0,8	1,0021404	0,9989299	5,6	2,2542759	0,4975512
1	1,0052074	0,9973972	5,8	2,3241446	0,4807808
1,2	1,0107430	0,9946324	6	2,3939385	0,4651299
1,4	1,0197491	0,9901386	6,2	2,4637304	0,4504857
1,6	1,0333095	0,9833831	6,4	2,5335678	0,4367483
1,8	1,0525054	0,9738424	6,6	2,6034768	0,4238298
2	1,0783055	0,9610626	6,8	2,6734678	0,4116542
2,2	1,1114428	0,9447247	7	2,7435404	0,4001553
2,4	1,1522980	0,9247080	7,2	2,8136871	0,3892756
2,6	1,2008186	0,9011327	7,4	2,8838974	0,3789649
2,8	1,2564961	0,8743704	7,6	2,9541596	0,3691789
3	1,3184180	0,8450145	7,8	3,0244628	0,3598786
3,2	1,3853844	0,8138140	8	3,0947974	0,3510288
3,4	1,4560642	0,7815862	8,2	3,1651558	0,3425981
3,6	1,5291554	0,7491267	8,4	3,2355323	0,3345580
3,8	1,6035155	0,7171356	8,6	3,3059229	0,3268825
4	1,6782422	0,6861713	8,8	3,3763249	0,3195479
4,2	1,7527019	0,6566324	9	3,4467369	0,3125322
4,4	1,8265139	0,6287648	9,2	3,5171579	0,3058156
4,6	1,8995078	0,6026831	9,4	3,5875876	0,2993796
4,8	1,9716683	0,5784007	9,6	3,6580259	0,2932072

Затем определяют сопротивление  $R_0$  стержня по постоянному току, т.е. при  $f = 0$  по формуле

$$R_0 = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения стержня ( $l$ ).

Далее находят электрическое сопротивление  $R$  стержня при частоте  $f > 0$  по формуле

$$R = R_n \cdot R_0, \quad (4)$$

где  $R_n$  определяется по табл. 1 для заданного  $x$  (см. зависимость  $R_n$  от  $x$ ).

Для того же значения  $x$ , пользуясь зависимостью  $L_{in}$  от  $x$ , находят значение  $L_{in}$ , а по нему определяют величину внутренней индуктивности  $L$ , исходя из соотношения

$$L = L_i + L_e, \quad (5)$$

где  $L_e$  – внешняя индуктивность стержня, обусловленная магнитным потоком вне стержня.

Величину  $L_e$  определяют по формуле [5]

$$L_e = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \left( \ln \frac{2 \cdot l}{a} - 1 \right). \quad (8)$$

На практике пользуются величиной  $L_i$ , т.к. параметр  $L_e$  можно скомпенсировать компенсирующей емкостью  $C_k$ , которая включается последовательно с суммарной индуктивностью и рассчитывается по формуле

$$C_k = \frac{1}{\omega^2 \cdot L_e}. \quad (9)$$

где  $\omega$  – циклическая частота,  $\omega = 2\pi f$ .

Величину  $L_e$  можно скомпенсировать в мостовой схеме, если исследуемый образец включен в одно плечо моста, а в смежное плечо подсоединяется наряду с регулировочной индуктивностью еще и индуктивность  $L_e$ .

Будем находить напряжение на стержне  $U_{пк}$  при наличии компенсации

$$U_{пк} = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L_i)^2} \cdot I. \quad (10)$$

А фазовый угол  $\varphi_k$  сдвига между  $I$  и  $U_{пк}$  рассчитываем по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{\omega \cdot L_i}{R}. \quad (11)$$

Если отсутствует компенсация, то напряжение на концах стержня определим, исходя из соотношения

$$U_{п} = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2} \cdot I. \quad (12)$$

А фазовый угол между  $I$  и  $U_{п}$  определяем из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \cdot L}{R}. \quad (13)$$

Приведем численный пример расчета параметров  $R$ ,  $L_i$ ,  $L_e$ ,  $L$ ,  $U_{пк}$ ,  $\varphi_k$ ,  $U_{п}$  и  $\varphi$ .

Исходные данные: материал стержня – никель;  $l = 40 \cdot 10^{-3}$  м;  $a = 0,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $\rho = 8 \cdot 10^{-8}$  Ом·м;  $\mu_r = 500$ ;  $I = 0,7$  А;  $x = 1$ .

Рассчитаем электромагнитные параметры стержня, значение частоты  $f = 81$  Гц при  $x = 1$  (см. (2))

Потом по (3) найдем что  $R_0 = 4,07 \cdot 10^{-3}$  Ом; при  $x = 1$   $R_{п} = 1,005207$ , тогда по формуле (4) рассчитаем значение  $R = 4,09 \cdot 10^{-3}$  Ом. По значению  $x = 1$  и данным табл. 1 найдем численное значение  $L_{ин} = 0,997397$ , а затем по выражению (5) рассчитаем величину  $L_i$  при  $\mu_r = 500$  и  $L_0 = 0,2 \cdot 10^{-8}$  Гн, при этом  $L_i = 9,97 \cdot 10^{-7}$  м. После этого рассчитаем значение суммарной индуктивности по формуле (7), т.е.  $L = 9,97 \cdot 10^{-7} + 0,326 \cdot 10^{-7} = 10,296 \cdot 10^{-7}$  Гн, где  $L_e = 0,326 \cdot 10^{-7}$  Гн (см. формулу (8)). Далее в случае компенсации определим  $U_{пк}$  по формуле (10), т.е.  $U_{пк} = 2,88 \cdot 10^{-3}$  В, при  $\omega = 509$  1/с. Значение тангенса угла  $\operatorname{tg} \varphi_k$  найдем по формуле (11), т.е. в численном виде  $\operatorname{tg} \varphi_k = 0,12$  ( $\varphi_k = 7,07$  град.).

Если не использовать компенсацию внешней индуктивности  $L_e$ , то суммарное напряжение на концах

стержня, найденное по (12), имеет численное значение  $U_{п} = 2,89 \cdot 10^{-3}$  В, а фазовый угол  $\varphi$  между напряжением  $U_{п}$  и током  $I$  в отсутствие компенсации, рассчитанное по (13), выражается числом 7,3 град.

Таким образом, в работе рассмотрена методика расчета электромагнитных параметров прямолинейного ферромагнитного цилиндрического стержня с продольным переменным электрическим током. Определены такие параметры, как активное сопротивление стержня при заданной частоте тока, внутренней и внешней индуктивностей стержня, падения напряжения на концах стержня и угол сдвига по фазе между током и этим напряжением при наличии компенсации внешней индуктивности, а также суммарное напряжение на концах стержня и фазовый угол сдвига этого напряжения. Использование на практике этой методики позволяет определить пределы изменения сигналов преобразователя, соответствующих диапазонам изменения заданных параметров (магнитных, электрических, геометрических), найти частотный диапазон тока, подобрать измерительную аппаратуру, найти погрешности измерения компонентов сигнала преобразователя.

Разработанная методика основана на том, что задаются магнитными, электрическими и геометрическими параметрами стержня, а также обобщенным параметром, который поддерживается постоянным в процессе расчета.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Себко В.П., Пушай И.А. Экспериментальное определение кривой намагничивания ферромагнитного цилиндрического стержня с продольным током. – Вестник Национального технического университета "ХПИ", 2004, вып. 22, С. 75 – 80.
- [2] Себко В.П., Пушай И.А. Определение квазиоднородных характеристик цилиндрического образца с продольным током. – Вестник Национального технического университета "ХПИ", 2003, т. 1, вып. 1, С. 15 – 20.
- [3] Себко В.П., Пушай И.А. Методики расчета погрешностей измерения магнитных характеристик цилиндрического стержня с продольным током. – Вестник Национального технического университета "ХПИ", 2003, т. 4, № 9. – С. 75 – 78.
- [4] Себко В.П., Титова Н.В., Епихин А.В. Определение погрешностей многопараметровых измерений контактным преобразователем. – Вестник Национального технического университета "ХПИ", 2004, № 42. – С. 110 – 117.
- [5] Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Справочная книга. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.

Поступила 16.03.2005