

12. Betten J. A creep damage model for initially isotropic materials with different properties in tension and compression / J. Betten, S. Sklepus, A. Zolochovsky // Eng. Fracture Mech. – 1998.– Vol. 57, № 5. – P. 623–641.

Поступила в редакцию  
03.03.10

УДК 539.4

**Л. Б. Гецов\***, д-р техн. наук

**Н. А. Катанаха\***

**И. П. Попова\*\***

\* Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
(Российская Федерация, E-mail: guetsov@yahoo.com)

\*\* Центральный научно-исследовательский институт  
конструкционных материалов «Прометей»  
(Российская Федерация, Санкт-Петербург)

## МЕТОДИКИ РАСЧЕТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЗУЧЕСТИ НА ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СТАДИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ НА РЕЛАКСАЦИЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОГРАНИЧЕННОГО ЧИСЛА ИЗОХРОННЫХ КРИВЫХ ПОЛЗУЧЕСТИ

*Разработаны численные методы определения характеристик ползучести материалов по данным испытаний на релаксацию напряжений и метод прогнозирования изохронных кривых при различных температурах, базирующийся на получении уравнений ползучести из имеющихся изохронных кривых, интер(экстра)полировании скорости ползучести по температуре и представлении полученных зависимостей в виде изохронных кривых для температур, отличающихся от экспериментальных. Установлено, что энергия активации ползучести, получаемая в расчетах при одном и том же температурном диапазоне для разных напряжений, может заметно отличаться. Это связано со спецификой процессов ползучести в испытаниях разной длительности и вкладе в общую деформацию деформации ползучести на неустановившейся стадии.*

*Розроблені чисельні методи визначення характеристик повзучості матеріалів за даними випробувань на релаксацію напружень і метод прогнозування ізохронних кривих за різних температур, що ґрунтується на отриманні рівнянь повзучості з наявних ізохронних кривих, інтер(екстра)поляції швидкості повзучості по температурі та поданні отриманих залежностей у вигляді ізохронних кривих для температур, відмінних від експериментальних. Встановлено, що енергія активації повзучості, отримувана в розрахунках за одного й того ж температурного діапазону для різних напружень, може істотно відрізнятися. Це пов'язано зі специфікою процесів повзучості в випробуваннях різної тривалості та внеску в загальну інформацію деформації повзучості на стадії, що не встановлена.*

### Введение

В справочной литературе, как правило, приводятся данные по ползучести материалов применительно к установившейся стадии (стадии 2) при температурах  $T$ , отличающихся на  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , и в редких случаях в виде изохронных кривых ползучести. Поэтому при оценке напряженно-деформированного состояния (НДС) деталей, работающих при высоких температурах, расчеты напряженно-деформированного состояния с учетом ползучести проводят с

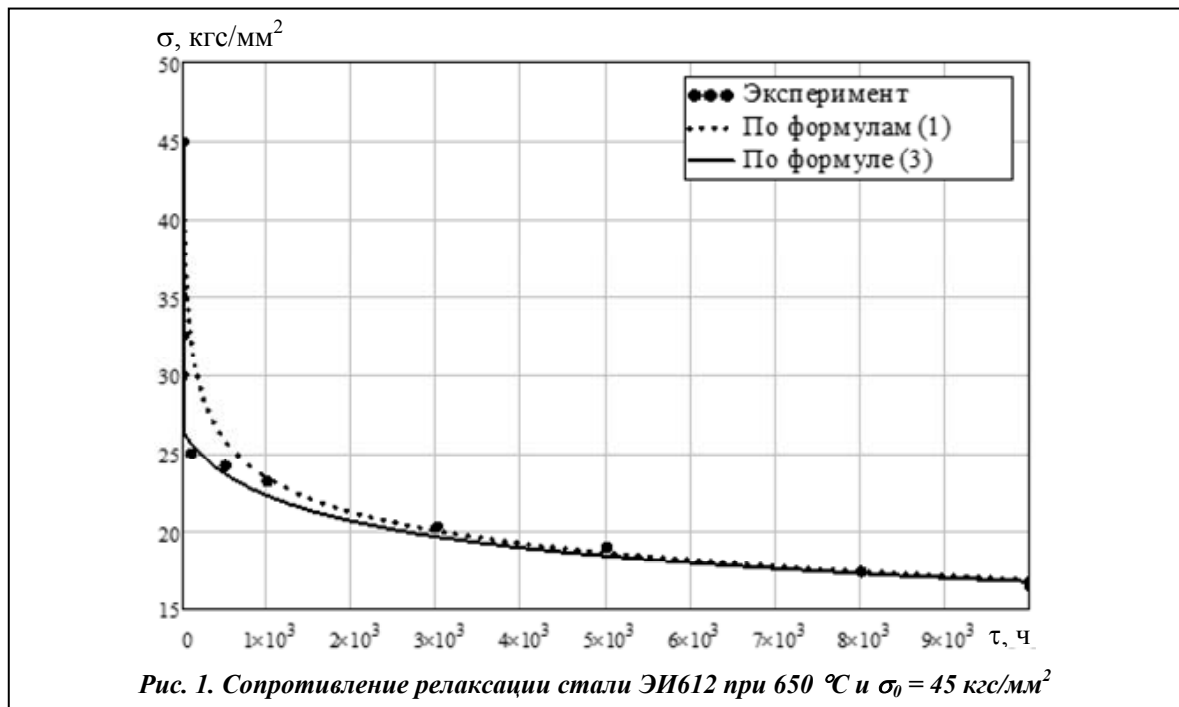


Рис. 1. Сопротивление релаксации стали ЭИ612 при 650 °С и  $\sigma_0 = 45$  кгс/мм<sup>2</sup>

использованием формулы Нортона, характеризующей зависимость минимальной скорости ползучести  $\dot{\epsilon}_n$  (скорости ползучести стадии 1) от напряжения  $\sigma$  [1]:

$$\dot{\epsilon}_n = B \cdot \sigma^m. \quad (1)$$

При таких расчетах процессы релаксации напряжений в деталях определяются неверно: величины остаточных напряжений значительно превышают фактические (см. рис. 1). Это связано с тем, что наиболее значительная релаксация происходит в течение начальных участков времени и вызвана ползучестью на неустановившейся стадии (стадии 2).

В настоящей статье рассматривается ряд расчетно-экспериментальных методик определения характеристик ползучести материалов на стадиях 1 и 2 при произвольных температурах. В рассматриваемых ниже методиках используются приведенные в справочниках данные релаксации напряжений и изохронные кривые при нескольких температурах. Использование этих методик в конечноэлементных расчетах НДС с помощью программного пакета ANSYS позволит, задаваясь данными  $\dot{\epsilon}_n$ ,  $\sigma$ ,  $T$ ,  $\tau$ , где  $\dot{\epsilon}_n$  – скорость ползучести на 1-й и 2-й стадиях;  $\tau$  – время, проводить адекватные расчеты НДС применительно к реальным температурам эксплуатации деталей.

### Метод 1. Определение коэффициентов уравнения ползучести, описывающего стадии 1 и 2

В качестве названного уравнения было взято уравнение Содерберга

$$\epsilon_n = A \cdot \sigma^k \cdot (1 - \exp(-C \cdot \sigma^l \cdot \tau)) + B \cdot \sigma^m \cdot \tau \quad (2)$$

Для определения значений коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $k$ ,  $l$ ,  $m$  при постоянных температурах использовались результаты испытаний на релаксацию напряжений при нескольких начальных напряжениях и решение уравнения релаксации с использованием теории течения, т. е. выражения [3]

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = -E \cdot \dot{\epsilon}_n = -E \cdot (A \cdot C \cdot \sigma^{k+l} \cdot \exp(-C \cdot \sigma^l \cdot \tau) + B \cdot \sigma^m) \quad (3)$$

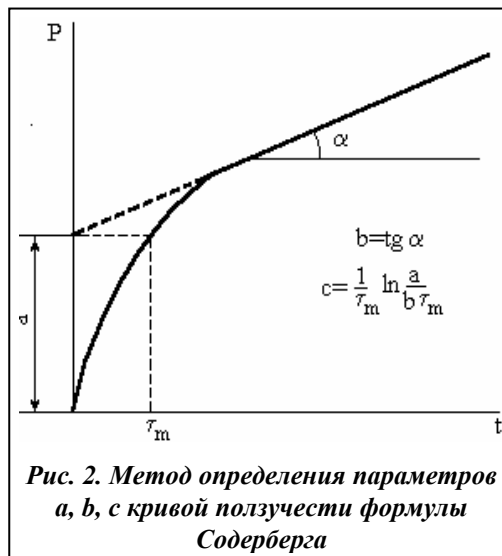
Здесь  $E$  – статический модуль упругости.

Следует различать следующие ситуации:

1. Исходные данные содержат кривые как кратковременной релаксации ( $\tau < 30$  мин), так и релаксации для времени 1000–10000 ч.

2. Данные кратковременной релаксации отсутствуют и имеются данные релаксации напряжений при различных начальных напряжениях при временах 100–10000 ч.

В первом случае исходные данные кривых релаксаций разбиваются на два участка: кратковременной релаксации и длительной релаксации. По данным длительной релаксации путем решения уравнения (3) с заданием  $\dot{\epsilon}_n$  в виде формулы (1) определяются коэффициенты  $B$  и  $m$ . Далее для обоих участков кривых релаксации находятся недостающие коэффициенты  $A, C, k, l$  формулы (2). Расчёты проводятся с использованием вычислительного пакета Mathcad, его функций Odesolve и Minerr в подпрограмме Err. Вычислительный блок Given-Odesolve для решения обыкновенного дифференциального уравнения реализует численный метод Рунге–Кутты. С помощью вычислительного блока Given–Minerr решается система линейных уравнений [2].



В случае использования для расчетов кривых релаксации при разных значениях  $\sigma_0$  значения полученных коэффициентов  $A, B, C, k, l, m$  могут отличаться. Тогда

- по полученным значениям коэффициентов для каждого значения  $\sigma_0$  строятся кривые ползучести для ряда значений  $\sigma$ ;
- проводится усреднение полученных наборов кривых ползучести для каждого значения  $\sigma$  и определение коэффициентов  $a, b, c$  в соответствии со схемой, изображенной на рис. 2;
- строятся графики зависимостей  $a = A \cdot \sigma^k, b = B \cdot \sigma^m, c = C \cdot \sigma^l$  в двойных логарифмических координатах и определяются усредненные значения коэффициентов  $A, B, C, k, l, m$ , используя метод наименьших квадратов для нахождения положения прямых  $a = A \cdot \sigma^k, b = B \cdot \sigma^m, c = C \cdot \sigma^l$ .

Во втором случае применена разработанная В. Н. Серовым программа (составленная на языке программирования FORTRAN) расчетов с использованием сплайнов. Она основана на использовании следующего алгоритма:

1. Для расчета значений функции в указанных точках применялась интерполяция сплайнами Акимы, которые в наименьшей мере подвержены влиянию выбросов;
2. Для нахождения производной в точках  $t_i$  рассчитываются значения функции в точках,  $t_i + \epsilon, t_i - \epsilon$ , а производная находится как  $(f(t_i + \epsilon) - f(t_i - \epsilon))/2\epsilon$ .

3. Интервал  $t$  делится на три зоны:

- в левой зоне (1) пренебрегаем вторым членом выражения для производной  $B \cdot \sigma^m \ll A \cdot C \cdot \sigma^{k+l} \cdot \exp(-C \cdot \sigma^l \cdot \tau)$ ;
- среднюю зону опускаем;
- в правой зоне (3), пренебрегаем первым членом – считаем  $\frac{\partial f}{\partial \tau}$  не зависящим от времени.

По значениям  $\frac{\partial f}{\partial \tau}$  в зоне 3 (усредняем их по всей зоне) находятся коэффициенты  $b$  и

$m$  в нулевом приближении, по левой, опираясь на уже найденные  $B, m$  – находятся коэффициенты  $A, C, k, l$  для всех имеющихся в распоряжении кривых релаксации.

## Метод 2. Расчетное определение характеристик ползучести на основе ограниченного числа изохронных кривых ползучести применительно к произвольным температурам и временам

Для адекватного описания процессов ползучести первая и вторая стадии (неустановившаяся и установившаяся) ползучести рассматривались отдельно, причем для описания зависимостей деформаций ползучести использовали степенную функцию от времени и напряжений для стадии I и формула Нортона для стадии II

$$\text{для стадии I при } t < t_{fp} \quad \varepsilon^c = C_1 t^{C_2} \sigma^{n_1}; \quad (4)$$

$$\text{для стадии II при } t \geq t_{fp} \quad \varepsilon^c = \varepsilon_{fp}^c + B \sigma^m (t - t_{fp}), \quad (5)$$

где  $\varepsilon^c$  – деформация ползучести, накопленная к моменту времени  $t$  при напряжении  $\sigma$  и температуре  $\theta$ ;  $\varepsilon_{fp}^c$  – деформация в конце стадии I ползучести за время  $t_{fp}$ :  $\varepsilon_{fp}^c = C_1 t_{fp}^{C_2} \sigma^{n_1}$

Для обработки всей совокупности данных используется метод наименьших квадратов

Для интерполяции и экстраполяции результатов в данном диапазоне температур использовалась зависимость типа Аррениуса.

Анализ результатов испытаний сталей и сплавов на ползучесть свидетельствует о необходимости разделения экспериментальных данных и прогнозируемых характеристик на относящиеся к двум диапазонам напряжений (ниже и выше пределов упругости) и к четырем следующим диапазонам температур:

- 1)  $293 \text{ K} - T_n$ , в котором полагается, что ползучесть отсутствует;
- 2)  $T_n - T_k$ , в котором наблюдается низкотемпературная ползучесть при напряжениях выше предела текучести;
- 3)  $T_k - T_{кр}$ , в котором реализуются процессы ползучести с упрочнением;
- 4)  $T > T_{кр}$ , в котором превалируют диффузионные процессы ползучести и упрочнение отсутствует.

Установлено, что минимальная скорость ползучести при одном и том же напряжении  $\sigma$  с увеличением температуры возрастает по закону [7, 8]

$$\dot{\varepsilon}^c = \dot{\varepsilon}_0 e^{-\frac{U}{RT}}, \quad (6)$$

где  $U$  – энергия активации ползучести  $R = 8,31 \cdot 10^{-3}$  кДж/(моль·К) – газовая постоянная;  $\dot{\varepsilon}_0$  – некоторая константа. Предположим, что соотношение (6) справедливо для любой стадии ползучести при фиксированном напряжении  $\sigma$  для одного и того же момента времени  $t > 0$ . Дифференцируя по времени выражения (4) и (5), получим  $\dot{\varepsilon}^c$  для каждой температуры испытаний как функции  $\sigma$  и  $t$

$$\dot{\varepsilon}_i^c = C_1 C_2 \sigma^{n_1} t^{C_2-1} \quad \text{для стадии I}$$

$$\dot{\varepsilon}_i^c = B \sigma^m \quad \text{для стадии II.}$$

Коэффициенты  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $n_1$ ,  $B$ ,  $m$  рассчитываются в зависимости от диапазонов температур и напряжений, в которых они могут считаться постоянными. Использование формул (4), (5) ограничивается значениями  $\varepsilon^c \leq 2\%$ .

Значения первой группы коэффициентов  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $n_1$  в формуле (4) определяется методом последовательного перебора для разных интервалов времени, начиная с  $t_1 > 0$  до  $t_i$ , исходя из принципа наилучшего соответствия результатов расчета экспериментальным данным. Если для массива данных от  $t_1$  до  $t_{i+1}$  точность аппроксимации по сравнению с массивом от  $t_1$  до  $t_i$  ухудшается, принимается, что время конца I стадии находится в интервале до  $t_i$ , а время от  $t_i$  до  $t_{max}$  соответствует II стадии. Далее для  $t \geq t_i$  задается определяющее соотношение в виде

$$\varepsilon^c = A + B \sigma^m t,$$

откуда находятся коэффициенты  $B$ ,  $m$ , исходя из принципа наилучшего соответствия для оставшегося массива данных. После нахождения значений  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $n_1$ ,  $B$ ,  $m$  величина  $t_{fp}$  определяется из условия равенства скоростей ползучести в точке перехода от неустановившейся стадии к установившейся по формуле

$$t_{fp} = C\sigma^n, \tag{7}$$

где  $C = \left(\frac{B}{C_1 C_2}\right)^{\frac{1}{C_2-1}}$ ,  $n = \frac{m-n_1}{C_2-1}$

Значение  $t_{fp}$ , полученное по формуле (7), может быть скорректировано, если в процессе построения графика  $\sigma(\varepsilon)$  при некотором  $t = t_i$  не соблюдается условие непрерывности и монотонности изохронной кривой.

Как видно из рис. 3, зависимость  $t_{fp}$  от напряжения достаточно хорошо описывается степенной функцией, а зависимость  $t_{fp}$  от абсолютной температуры  $T = \theta + 273$  экспоненциальная.

**Методика интерполяции.** Пусть  $\dot{\varepsilon}_1^c$  и  $\dot{\varepsilon}_2^c$  – значения скоростей деформации ползучести при фиксированных значениях  $\sigma$  и  $t$  для температур  $T_1$  и  $T_2$ . Тогда для промежуточной температуры  $T_x$  ( $T_1 < T_x < T_2$ ) для этих же значений  $\sigma$  и  $t$  скорость деформации ползучести вычисляется по формуле

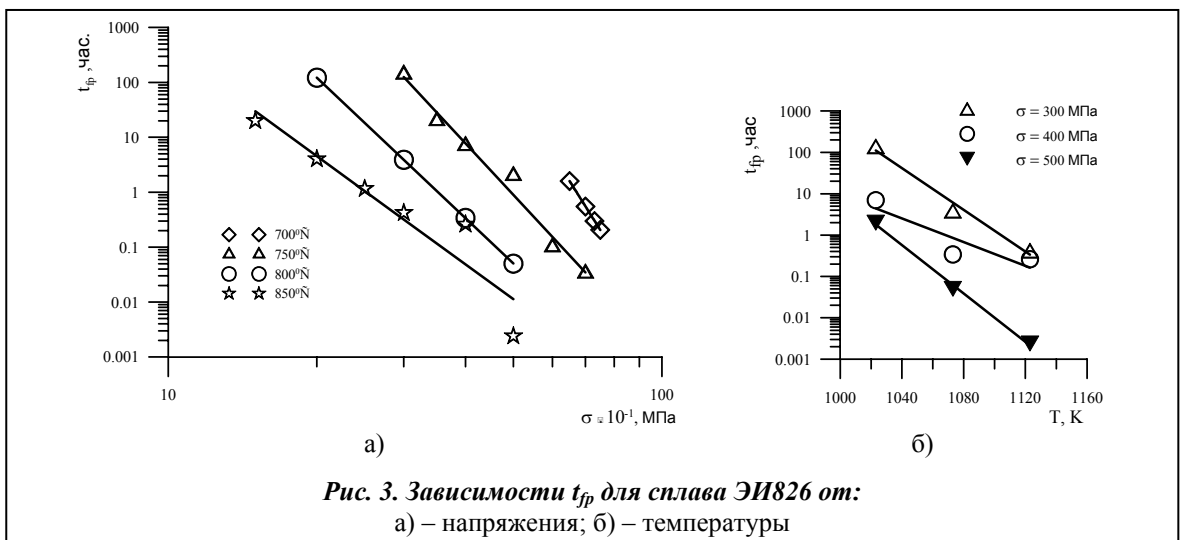
$$\dot{\varepsilon}_x^c = \dot{\varepsilon}_1^c \left( \frac{\dot{\varepsilon}_2^c}{\dot{\varepsilon}_1^c} \right)^{\frac{(T_x - T_1)T_2}{(T_2 - T_1)T_x}}. \tag{8}$$

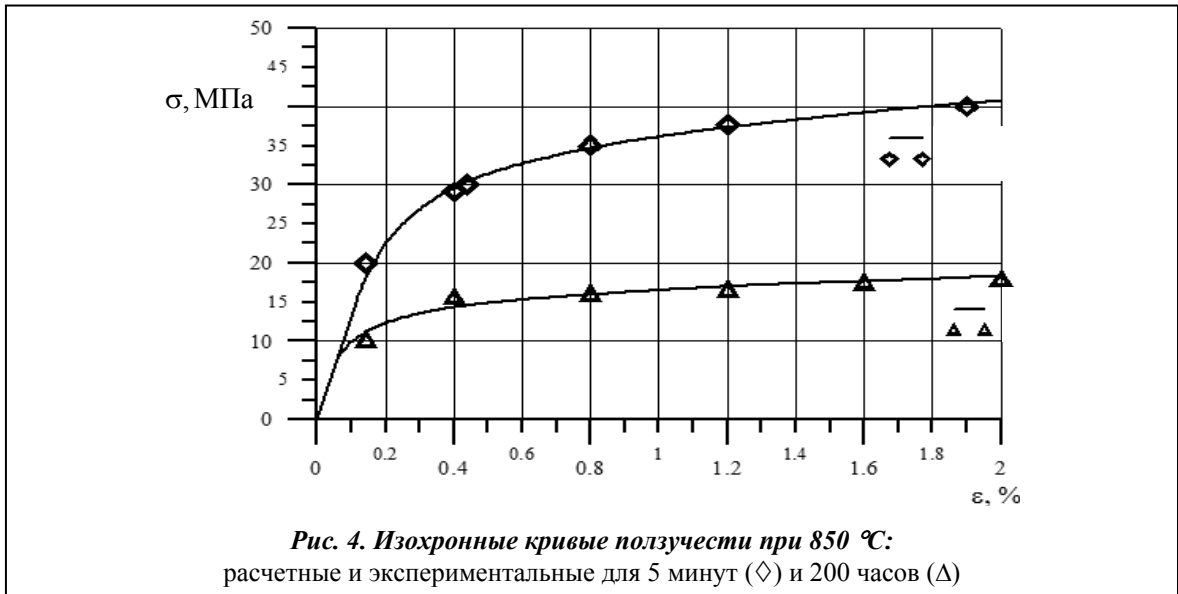
**Методика экстраполяции.** Экстраполяция скорости ползучести для более низкой или более высокой температуры допустима при условии, что величина энергии активации является постоянной величиной в характерном диапазоне температур, для которого преобладает один и тот же механизм ползучести и разрушения (диапазон 2, 3 или 4).

Пусть  $\dot{\varepsilon}_1^c$ ,  $\dot{\varepsilon}_2^c$  – значения скоростей деформаций при фиксированных  $\sigma$  и  $t$  для ближайших температур  $T_1$  и  $T_2$ , причем  $T_1 < T_2$ . Тогда в интервале  $T_1 \div T_2$  энергия активации  $U_{1-2}$  вычисляется по формуле

$$U_{1-2} = \frac{T_1 T_2 R}{T_2 - T_1} \ln \frac{\dot{\varepsilon}_2^c}{\dot{\varepsilon}_1^c}. \tag{9}$$

Аналогично для ближайших температур  $T_2$  и  $T_3$  ( $T_2 < T_3$ ) вычисляется  $U_{2-3}$ , а также  $U_{3-4}$ , если температура  $T_4$  не выходит за рамки характерного диапазона температур (1, 2, 3 или 4). За расчетное значение  $U$  принимается среднее арифметическое полученных значе-





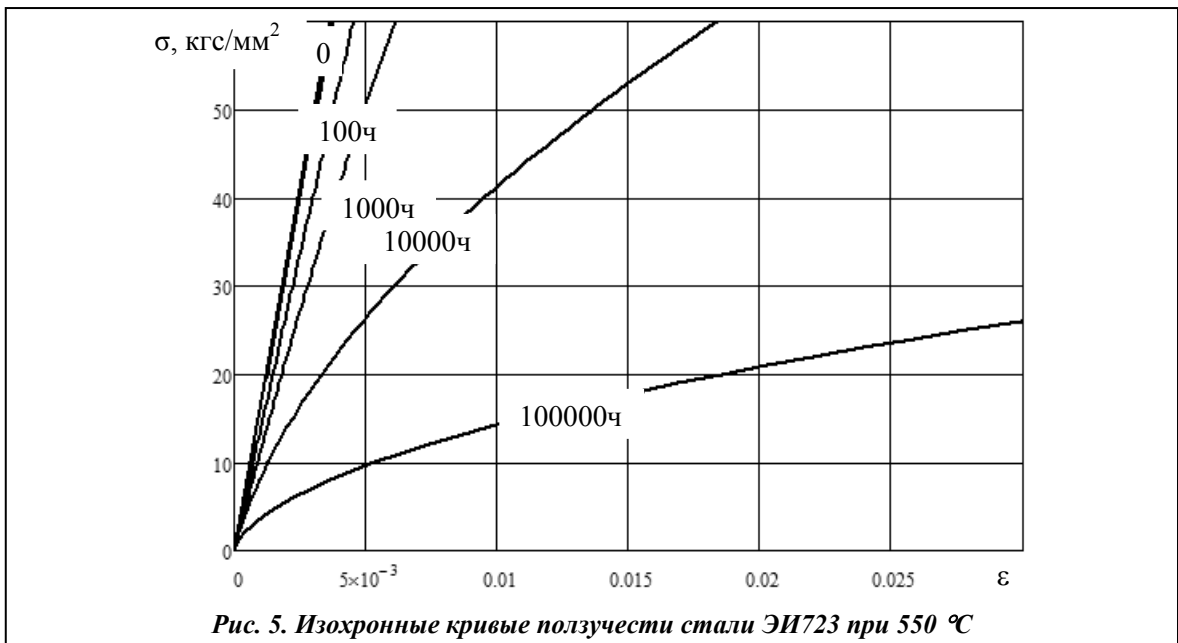
ний. Тогда для температуры  $T_x$  при  $T_x < T_i$  или для  $T_x > T_i$  при выбранных  $\sigma$  и  $t$  скорость деформации ползучести вычисляется по формуле

$$\dot{\epsilon}_x^c = \dot{\epsilon}_i^c \exp \frac{U(T_x - T_i)}{RT_x T_i} \quad (10)$$

где  $T_i$  – граничная температура диапазона, для которой известны значения скоростей  $\dot{\epsilon}_i^c$ . При экстраполяции в область пониженных температур для  $T_x < T_1 < T_2$  формула (10) с учетом (9) преобразуется к формуле (8). При экстраполяции в область повышенных температур для  $T_x > T_2 > T_1$  скорость ползучести вычисляется по формуле

$$\dot{\epsilon}_x^c = \dot{\epsilon}_2^c \left( \frac{\dot{\epsilon}_2^c}{\dot{\epsilon}_1^c} \right)^{\frac{(T_x - T_2)T_1}{(T_2 - T_1)T_x}}$$

При этом  $T_x$  не должна выходить за рамки характерного диапазона температур и не должна отличаться от исходной  $T_i$ , при которой известны характеристики ползучести более чем на 50 К [6].



Проведена верификация разработанных методов.

#### Выводы

1. Разработаны численные методы определения характеристик ползучести материалов на первой и второй стадиях по данным испытаний на релаксацию напряжений. Проведена верификация методов и построены изохронные кривые.
2. Разработан численный метод прогнозирования изохронных кривых при различных температурах, базирующийся на получении уравнений ползучести из имеющихся изохронных кривых, интер(экстра)полировании скорости ползучести по температуре и представлении полученных зависимостей в виде изохронных кривых для температур, отличающихся от экспериментальных.
3. Установлено, что энергия активации ползучести, получаемая в расчетах при одном и том же температурном диапазоне для разных напряжений, может заметно отличаться. Это связано со спецификой процессов ползучести в испытаниях разной длительности и вкладе в общую деформацию деформации ползучести на неустановившейся стадии [4].
4. Построенные с помощью разработанных методов изохронные кривые незначительно отличаются от экспериментальных, приведенных в [5]. Отклонение интер(экстра)-полированных значений скорости деформации ползучести от экспериментальных не превышает 40 % в рамках характерного диапазона температур и напряжений, для которого преобладает один и тот же механизм ползучести. Для получения приемлемых по точности результатов при экстраполяции важно установить температурно-временные интервалы подобия физических процессов, контролирующих ползучесть, в частности интервал температур, в котором энергия активации имеет постоянное значение.

#### Литература

1. Борздыка А. М. Релаксация напряжений в металлах и сплавах / А. М. Борздыка, Л. Б. Гецов. – М.: Металлургия, 1978. – 255 с.
2. Макаров Е. Г. Mathcad: Учебный курс / Е. Г. Макаров. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.
3. Материалы и прочность оборудования ТЭС: Учеб. пособие / В. М. Боровков, Л. Б. Гецов, Ю. С. Воробьев и др. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. – 611 с.
4. Либерман Л. Я. Свойства сталей и сплавов, применяемых в котлотурбостроении, Руководящие указания ЦКТИ / Л. Я. Либерман, М. И. Пейсихис // Л., 1966. – Вып. 16, ч. 2. – 84 с.
5. Гецов Л. Б. Сопротивление ползучести некоторых жаропрочных сталей / Л. Б. Гецов // Расчеты на прочность. – 1971. – №15. – С. 426–438.
6. Трунин И. И. Механические уравнения состояния металлических материалов и прогнозирование характеристик жаропрочности / И. И. Трунин // Пробл. прочности. – 1976. – № 9. – С. 9–14.
7. Качанов Л. М. Теория ползучести / Л. М. Качанов. – М.: Физматгиз, 1960. – 236 с.
8. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю. Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.

Поступила в редакцию  
10.11.10