

УДК 539.3

С. Н. Склепус, канд. физ.-мат. наукИнститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, E-mail: sklepus@ipmach.kharkov.ua)**ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ ПОЛОГИХ
ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ТОЛЩИНЫ ИЗ МАТЕРИАЛОВ С
ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВИДА НАГРУЖЕНИЯ**

Рассмотрены задачи ползучести и повреждаемости пологих оболочек средней толщины из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения. Вариационная постановка задачи получена в рамках уточненной теории оболочек, учитывающей поперечный сдвиг. Метод решения нелинейных начально-краевых задач ползучести и повреждаемости оболочек произвольной формы в плане основывается на совместном использовании методов Ритца, R-функций и Рунге–Кутта–Мерсона. Приведены примеры численных расчетов ползучести и повреждаемости пластин и оболочек.

Розглянуто задачі повзучості та пошкоджуваності пологих оболонок середньої товщини із матеріалів з характеристиками, що залежать від виду навантаження. Варіаційну постановку задачі отримано в рамках уточненої теорії оболонок, що враховує поперечний зсув. Метод розв'язання нелінійних початково-крайових задач повзучості та пошкоджуваності оболонок довільної форми в плані ґрунтується на спільному застосуванні методів Рітца, R-функцій та Рунге–Кутта–Мерсона. Наведено приклади чисельних розрахунків повзучості та пошкоджуваності пластин та оболонок.

Введение

В случаях, когда толщина пологой оболочки соизмерима с линейными размерами, в прикладных расчетах необходимо использовать уточненные теории оболочек, которые учитывают поперечный сдвиг и изменение метрики по толщине [1–4].

Анализ современной литературы показывает, что задачи ползучести и повреждаемости оболочек средней толщины в уточненной постановке исследовались в весьма незначительном количестве работ. В большинстве публикаций рассматриваются задачи ползучести оболочек и пластин из традиционных материалов [5–8]. При этом для постановки задачи, как правило, используется теория оболочек типа Рейсснера.

Остаются актуальными построение новых математических моделей ползучести оболочек и разработка новых универсальных методов решения нелинейных начально-краевых задач ползучести.

Постановка задачи

Отнесем оболочку формы Ω в плане к прямоугольной декартовой системе координат $0x_1x_2z$. Материал оболочки считаем изотропным. Температура $T(x_1, x_2, z, t) = \text{const}$. Пусть оболочка находится под действием поперечной нагрузки $q_z = q_z(x_1, x_2, t)$ и контурных усилий $P_n^0(x_1, x_2, t)$, $P_\tau^0(x_1, x_2, t)$ на части контура $\partial\Omega_p$.

Для постановки задачи будем использовать уточненную теорию оболочек, учитывающую нелинейное распределение поперечных касательных напряжений σ_{i3} ($i = 1, 2$) по толщине h [1–3]. Основные гипотезы уточненной теории записываются следующим образом [2]:

$$\begin{aligned}\sigma_{i3} &= 2G\varepsilon_{i3} = Gf'(z)\psi_i(x_1, x_2, t), & \sigma_{33} &= 0, \\ \varepsilon_{33} &= \nu_{3,3} = 0, & \nu_3(x_1, x_2, z, t) &= w(x_1, x_2, t).\end{aligned}$$

Здесь $\psi_i(x_1, x_2, t)$, ($i = 1, 2$) – искомые функции сдвига; $f(z) = \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{h^2}{4} z - \frac{z^3}{3} \right)$ – функция распределения поперечных касательных напряжений [2].

В общем случае соотношения, связывающие перемещения $v_k(x_1, x_2, z, t)$, ($k = 1, 2, 3$) и деформации $\varepsilon_{ii}, \gamma_{12}, \gamma_{i3}$, ($i = 1, 2$), имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ii} &= H_i^{-1} v_{i,i} + H_i^{-1} H_{i,z} v_3, \\ \gamma_{12} &= 2\varepsilon_{12} = H_2^{-1} v_{1,2} + H_1^{-1} v_{2,1}, \\ \gamma_{i3} &= 2\varepsilon_{i3} = H_i (v_i H_i^{-1})_{,3} + H_i^{-1} v_{3,i}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $H_i = A_i(1 + k_i z)$ – коэффициенты Ламе; $A_i \approx 1$, $k_i = R_i^{-1} = \text{const}$ – коэффициенты первой квадратичной формы и главные кривизны поверхности $z = 0$; R_i – радиусы главных кривизн оболочки.

Полагая, что величины $k_i v_i$ пренебрежимо малы по сравнению с $v_{3,i}$ и $v_{i,3}$, из третьего уравнения (1), получим

$$2\varepsilon_{i3} \approx H_i^{-1} w_{,i} + v_{i,3}, \quad (i = 1, 2). \quad (2)$$

Разрешив (2) относительно $v_{i,3}$ и проинтегрировав от нуля до z , имеем

$$v_i(x_1, x_2, z, t) = u_i(x_1, x_2, t) + f(z)\psi_i(x_1, x_2, t) - K_i(z)w_{,i}(x_1, x_2, t), \quad (3)$$

где u_1, u_2 – перемещения точек координатной поверхности вдоль осей $0x_1, 0x_2$ соответственно; w – прогиб; $K_i(z) = \int_0^z H_i^{-1} dz = k_i^{-1} \ln(1 + k_i z)$. Очевидно, что при $k_i z \ll 1$, можно приближенно записать $H_i \approx 1$ и $K_i(z) \approx z$.

Подставив (3) в соотношения (1), (2) и продифференцировав по времени, найдем связь между скоростями деформаций, скоростями перемещений и скоростями функций сдвига

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ii} &= H_i^{-1} (\dot{u}_{i,i} - K_i(z)\dot{w}_{,ii} + k_i \dot{w} + f\dot{\psi}_{i,i}) \\ \dot{\gamma}_{12} &= 2\dot{\varepsilon}_{12} = H_2^{-1} \dot{u}_{1,2} + H_1^{-1} \dot{u}_{2,1} - (K_1(z)H_2^{-1} + K_2(z)H_1^{-1})\dot{w}_{,12} + f(H_2^{-1}\dot{\psi}_{1,2} + H_1^{-1}\dot{\psi}_{2,1}), \\ \dot{\gamma}_{i3} &= 2\dot{\varepsilon}_{i3} = f'(z)\dot{\psi}_i, \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (4)$$

Продифференцировав по времени закон Гука, получим связь между скоростями напряжений и деформаций

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{\varepsilon}_{11}^e + \nu \dot{\varepsilon}_{22}^e), & \dot{\sigma}_{22} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{\varepsilon}_{22}^e + \nu \dot{\varepsilon}_{11}^e), \\ \dot{\sigma}_{ij} &= 2G\dot{\varepsilon}_{ij}^e = G\dot{\gamma}_{ij}^e, & (i, j &= 1, 2, 3, i \neq j), \end{aligned} \quad (5)$$

где E, G, ν – модуль упругости, модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала; $\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{p}_{ij}$ – компоненты тензора скоростей упругих деформаций; $\dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{p}_{ij}$ – компоненты тензоров скоростей полных деформаций и деформаций ползучести.

В общем случае функционал в форме Лагранжа для полой оболочки средней толщины может быть записан в виде

$$\begin{aligned} U(\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{w}) &= 0,5 \iint_{\Omega(h)} [\dot{\sigma}_{11}(\dot{\varepsilon}_{11} - \dot{p}_{11}) + \dot{\sigma}_{22}(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{p}_{22}) + 2\dot{\sigma}_{12}(\dot{\varepsilon}_{12} - \dot{p}_{12}) + \\ &+ 2\dot{\sigma}_{13}(\dot{\varepsilon}_{13} - \dot{p}_{13}) + 2\dot{\sigma}_{23}(\dot{\varepsilon}_{23} - \dot{p}_{23})] H_1 H_2 dx_1 dx_2 dz - \\ &- \iint_{\Omega} \dot{q}_z \dot{w} H_1^q H_2^q dx_1 dx_2 - \int_{\partial\Omega_p} [\dot{P}_n^0(\dot{u}_1 n_1 + \dot{u}_2 n_2) + \dot{P}_\tau^0(\dot{u}_2 n_1 + \dot{u}_1 n_2)] dS. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь n_1, n_2 – направляющие косинусы внешней нормали \mathbf{n} к контуру $\partial\Omega_p$; $H_i^q = (1 + k_i z_q)$, где z_q – координата поверхности, на которой приложена внешняя поперечная нагрузка q_z . В функционале (6) скорости деформаций ползучести считаются заданными и не варьируются.

Подставив (4), (5) в (6) и выполнив интегрирование по толщине, можно получить выражение для функционала Лагранжа в развернутом виде [9], которое здесь, ввиду его громоздкости, приводить не будем.

Основные неизвестные начально-краевой задачи ползучести в момент времени $t \neq 0$ могут быть найдены путем интегрирования соответствующих полей скоростей, из решения задачи Коши по времени для системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= \dot{u}_1, & \frac{du_2}{dt} &= \dot{u}_2, & \frac{dw}{dt} &= \dot{w}, & \frac{d\psi_1}{dt} &= \dot{\psi}_1, & \frac{d\psi_2}{dt} &= \dot{\psi}_2, \\ \frac{d\varepsilon_{11}}{dt} &= H_1^{-1}(\dot{u}_{1,1} + k_1 \dot{w} - K_1(z)\dot{w}_{,11} + f\dot{\psi}_{1,1}), \\ \frac{d\varepsilon_{22}}{dt} &= H_2^{-1}(\dot{u}_{2,2} + k_2 \dot{w} - K_2(z)\dot{w}_{,22} + f\dot{\psi}_{2,2}), \\ \frac{d\gamma_{12}}{dt} &= H_2^{-1}\dot{u}_{1,2} + H_1^{-1}\dot{u}_{2,1} - (K_1(z)H_2^{-1} + K_2(z)H_1^{-1})\dot{w}_{,12} + f(H_2^{-1}\dot{\psi}_{1,2} + H_1^{-1}\dot{\psi}_{2,1}), \\ \frac{d\gamma_{13}}{dt} &= f' \dot{\psi}_1, & \frac{d\gamma_{23}}{dt} &= f' \dot{\psi}_2, & \frac{d\sigma_{11}}{dt} &= \frac{E}{1-\nu^2} [\dot{\varepsilon}_{11} + \nu\dot{\varepsilon}_{22} - (\dot{p}_{11} + \nu\dot{p}_{22})], \\ \frac{d\sigma_{22}}{dt} &= \frac{E}{1-\nu^2} [\dot{\varepsilon}_{22} + \nu\dot{\varepsilon}_{11} - (\dot{p}_{22} + \nu\dot{p}_{11})], & \frac{d\sigma_{12}}{dt} &= G(\dot{\gamma}_{12} - 2\dot{p}_{12}), \\ \frac{d\sigma_{13}}{dt} &= G(\dot{\gamma}_{13} - 2\dot{p}_{13}), & \frac{d\sigma_{23}}{dt} &= G(\dot{\gamma}_{23} - 2\dot{p}_{23}), & \frac{dp_{11}}{dt} &= \dot{p}_{11}, \\ \frac{dp_{22}}{dt} &= \dot{p}_{22}, & \frac{dp_{12}}{dt} &= \dot{p}_{12}, & \frac{dp_{13}}{dt} &= \dot{p}_{13}, & \frac{dp_{23}}{dt} &= \dot{p}_{23}, & \frac{d\psi}{dt} &= \dot{\psi}. \end{aligned} \tag{7}$$

Начальные условия для искомых функций находятся из решения задачи упругого деформирования оболочки.

Метод решения

Для интегрирования уравнений (7) будем использовать метод Рунге–Кутты–Мерсона (РКМ) [10] с автоматическим выбором шага. Вариационные задачи для функционала Лагранжа (6) в моменты времени, которые отвечают схеме метода РКМ, будем решать методом Рунге совместно с методом R-функций [11], который позволяет строить последовательности координатных функций, точно удовлетворяющие заданным граничным условиям.

Численные примеры

Рассмотрим квадратную пластину, края $x_1 = \pm a$ которой шарнирно оперты (неподвижный шарнир), а края $x_2 = \pm a$ жестко защемлены [7]. Длина стороны $2a = 1$ м, толщина $h = 0,1$ м. Пластина находится под действием равномерно распределенной нагрузки $q_z = 2$ МПа.

Граничные условия на жестко защемленном участке Ω_1 , с уравнением границы

$$\omega_1 = \frac{1}{2a}(a^2 - x_2^2) = 0:$$

$$\dot{w} = 0, \quad \dot{w}_{,n} = 0, \quad \dot{u}_n = 0, \quad \dot{u}_\tau = 0, \quad \dot{\psi}_n = 0, \quad \dot{\psi}_\tau = 0, \tag{8}$$

где $\dot{u}_n = \dot{u}_1 n_1 + \dot{u}_2 n_2$, $\dot{u}_\tau = \dot{u}_2 n_1 - \dot{u}_1 n_2$, $\dot{w}_{,n} = \dot{w}_{,1} n_1 + \dot{w}_{,2} n_2$, $\dot{\psi}_n = \dot{\psi}_1 n_1 + \dot{\psi}_2 n_2$, $\dot{\psi}_\tau = \dot{\psi}_2 n_1 - \dot{\psi}_1 n_2$.

$$\text{Граничные условия на шарнирно опертом участке } \Omega_2 \left(\omega_2 = \frac{1}{2a}(a^2 - x_1^2) = 0 \right):$$

$$\dot{w} = 0, \quad \dot{u}_n = 0, \quad \dot{u}_\tau = 0, \quad \dot{\psi}_n = 0, \quad \dot{\psi}_\tau = 0. \quad (9)$$

Условия $\dot{\psi}_n = 0, \dot{\psi}_\tau = 0$ означают, что наложенные на торцах оболочки связи препятствуют взаимным смещениям точек как в нормальном, так и в тангенциальном направлениях.

Можно показать, что структура решения, удовлетворяющая условиям (8), (9), имеет вид

$$\dot{w} = \omega_1^2 \omega_2 \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \omega \Phi_2, \quad \dot{u}_2 = \omega \Phi_3, \quad \dot{\psi}_1 = \omega \Phi_4, \quad \dot{\psi}_2 = \omega \Phi_5,$$

где Φ_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) – неопределенные компоненты структуры решения; $\omega = \omega_1 \wedge_0 \omega_2 = \omega_1 + \omega_2 - \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$, \wedge_0 – операция R-конъюнкции [11].

Материал пластины – сталь 316 при температуре 650 °С. Упругие константы $E = 1,44 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,314$. Определяющие уравнения ползучести и кинетическое уравнение повреждаемости имели вид [7]

$$\dot{\rho}_{ij} = \frac{3}{2} A \sigma_i^{n-1} \frac{s_{ij}}{(1-\psi)^n}, \quad \dot{\psi} = B \frac{\sigma_T^k}{(1-\psi)^k},$$

где $\sigma_T = 0,5(\sigma_1 + |\sigma_1|)$, σ_1 – максимальное главное напряжение, $A = 2,13 \cdot 10^{-13}$ МПа $^{-n}$ ч $^{-1}$, $B = 9 \cdot 10^{-10}$ МПа $^{-k}$ ч $^{-1}$, $n = 3,5, k = 2,8$.

В работе [7] данная задача рассматривалась в рамках линейной модели Тимошенко (SHELL) и в рамках постановки для трехмерного тела. Трехмерная постановка предполагала две различные модели закрепления жестко защемленных краев пластины – «SOLID, TYPE I» и «SOLID, TYPE II». Случай «SOLID, TYPE I» соответствовал условиям закрепления на жестко защемленном участке, когда тангенциальные перемещения равнялись нулю по всей толщине пластины, а прогибы равнялись нулю только для точек срединной поверхности. Случай «SOLID, TYPE II» – условиям закрепления, когда все перемещения на жестко защемленных краях равны нулю по всей толщине пластины.

При численной реализации метода неопределенные компоненты структуры решения представлялись в виде $\Phi_i(\mathbf{x}) \approx \Phi_{iN}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N_i} C_k^{(i)} \phi_k(x_1, x_2)$, где $C_k^{(i)}$ – неопределенные коэффициенты, а в качестве $\{\phi_k\}$ использовались степенные полиномы $P_{mn} = x_1^m x_2^n$.

На рис. 1–3 показаны результаты расчета ползучести пластины, полученные в работе [7], и результаты, полученные на базе методики, разработанной в статье. Установлено, что разрушение начинается в заделке, посередине стороны, в точке $(0, a, -h/2)$. На рисунках кружки соответствуют модели Тимошенко (SHELL), треугольники и квадраты – моделям – «SOLID, TYPE I» и «SOLID, TYPE II» соответственно, а результаты, показанные сплошной жирной линией, получены с помощью метода R-функций.

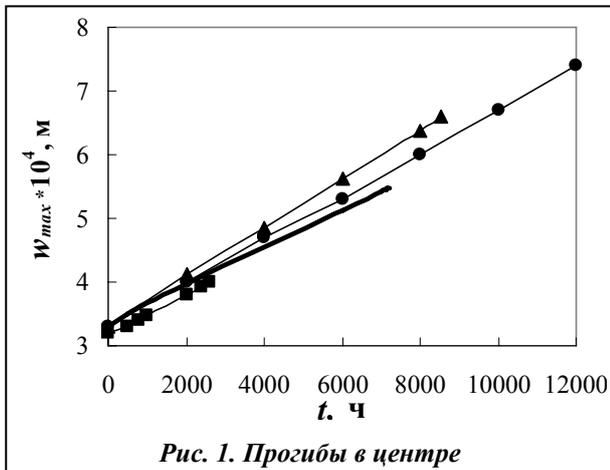


Рис. 1. Прогибы в центре

Из представленных результатов можно сделать вывод о том, что предложенная методика расчета ползучести пластин и оболочек средней толщины обеспечивает более близкое совпадение с результатами, полученными по трехмерным моделям «SOLID, TYPE I» и «SOLID, TYPE II», чем методика, основанная на использовании теории Тимошенко.

Далее рассмотрим ползучесть и повреждаемость квадратной в плане, сферической оболочки из титанового сплава ОТ-4, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью

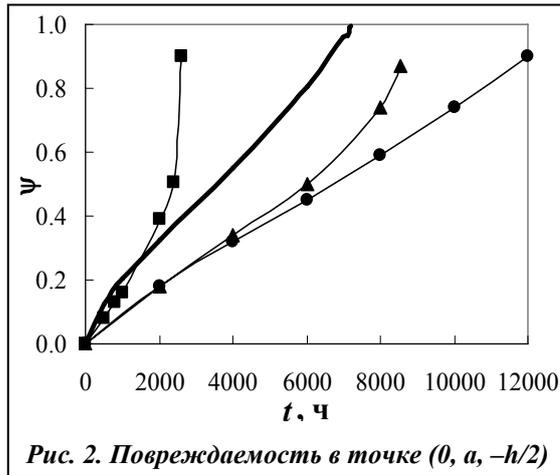


Рис. 2. Повреждаемость в точке $(0, a, -h/2)$

$|q_z| = 100$ МПа. Температура $T = 748$ К. Сплав ОТ-4 в условиях ползучести проявляет зависимость характеристик от вида нагружения. Для таких материалов характерны следующие эффекты деформирования: разнотензорность растяжению/сжатию, независимый закон ползучести в условиях чистого кручения, неупругая сжимаемость, влияние гидростатического давления, эффект Пойнтинга, различное развитие повреждаемости при растяжении, сжатии и кручении, анизотропия, обусловленная повреждаемостью [12].

Размеры оболочки в плане: $2a \times 2a = 0,24 \times 0,24$ м, толщина $h = 0,08$ м, главные кривизны $k_1 = k_2 = 3,0 \text{ м}^{-1}$. Упругие кон-

станты материала $E = 60$ ГПа, $\nu = 0,35$.

При расчетах ползучести будем использовать определяющие соотношения, которые одновременно описывают перечисленные выше эффекты деформирования [12]

$$\dot{\rho}_{ij} = \dot{\rho}_e \left(\frac{C\sigma_{ij} + AI_1\delta_{ij}}{\sigma_{e2}} + Be_i e_j \right) \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (10)$$

где $\dot{\rho}_e = \sigma_e^m \psi^{-\beta} \left(\frac{\psi_*}{\psi_* - \psi} \right)^q$, $\sigma_e = \sigma_{e2} + \sigma_{e1}$, $\sigma_{e1} = B\sigma_{kl}e_k e_l$, $\sigma_{e2}^2 = AI_1^2 + CI_2$, $I_1 = \sigma_{kk}$,

$I_2 = \sigma_{kl}\sigma_{lk}$ ($k, l = 1, 2, 3$); A, B, C – параметры материала; $\mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3)$ – единичный вектор, который характеризует ориентацию плоских микротрещин и направлен перпендикулярно к плоскости микротрещины; δ_{ij} – символ Кронекера; $(\psi_{ij}) = \psi \mathbf{e} \otimes \mathbf{e} = \psi(e_i e_j)$ – симметричный тензор повреждаемости.

В качестве скалярного параметра $\psi \in [0, \psi_*]$, который описывает упрочнение и повреждаемость материала, принята величина удельной рассеянной в процессе ползучести энергии

$$\psi = \int_0^t W dt = \int_0^t \sigma_{ij} \dot{\rho}_{ij} dt .$$

Начальное значение $\psi = 0$ отвечает неповрежденному состоянию при $t = 0$, а крити-

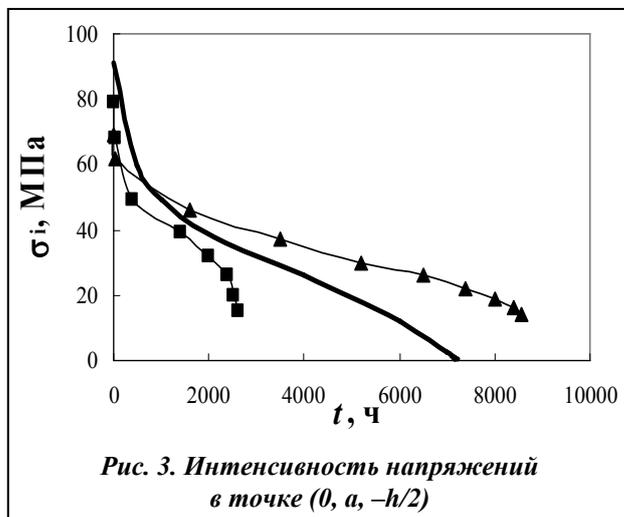


Рис. 3. Интенсивность напряжений в точке $(0, a, -h/2)$

ческое значение $\psi_* = \int_0^{t_*} W dt$ соответствует времени до разрушения $t = t_*$.

Определяющие соотношения ползучести (10) должны рассматриваться совместно с кинетическим уравнением для параметра ψ [12]

$$\dot{\psi} = \dot{\rho}_e \sigma_e .$$

При условии, что микротрещины в материале ориентируются перпендикулярно к направлению действия максимального главного напряжения, параметры A, B, C находятся по формулам [12]

$$B = K_+^{1/(m+1)} - K_-^{1/(m+1)},$$

$$\sqrt{2C} = K_0^{1/(m+1)} - B, \quad A = K_-^{2/(m+1)} - C,$$

где K_+ , K_- , K_0 , m , β , q – константы материала, известные из базовых экспериментов на одноосное растяжение, сжатие и кручение. В нашем случае $\beta = 0,0$, $m = 4$, $q = 2$, $\psi_* = 100 \text{ МДж/м}^3$, $K_+ = 13,5 \cdot 10^{-2} \text{ ГПа}^{-m} \text{ч}^{-1}$, $K_- = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ ГПа}^{-m} \text{ч}^{-1}$, $K_0 = 2,77 \cdot 10^{-2} \text{ ГПа}^{-m} \text{ч}^{-1}$.

Условия закрепления оболочки соответствуют неподвижному в тангенциальном направлении шарниру с торцевыми связями, препятствующими взаимным смещениям точек в плоскости торца

$$\dot{w} = 0, \quad \dot{i}_\tau = 0, \quad \dot{\psi}_\tau = 0.$$

Соответствующая структура решения будет иметь вид

$$\dot{w} = \omega \Phi_1,$$

$$\dot{i}_1 = \omega_{,1} \Phi_2 + \omega \Phi_3, \quad \dot{i}_2 = \omega_{,2} \Phi_2 + \omega \Phi_4,$$

$$\dot{\psi}_1 = \omega_{,1} \Phi_5 + \omega \Phi_6, \quad \dot{\psi}_2 = \omega_{,2} \Phi_5 + \omega \Phi_7.$$

Было найдено, что разрушение начинается в центре на внутренней поверхности оболочки, при $z = h/2 = 0,04 \text{ м}$. Время до разрушения зависит от направления действия внешней нагрузки $t_* = 28270 \text{ ч}$ при $q_z = 100 \text{ МПа}$ и $t_* = 36800 \text{ ч}$ при $q_z = -100 \text{ МПа}$. При использовании в расчетах классических определяющих соотношений ползучести [12] критическое время не зависит от направления внешней нагрузки и равняется 2717 ч.

На рис. 4–6 показаны графики изменения, прогибов, параметра повреждаемости и нормальных напряжений в центре на внутренней поверхности оболочки, вплоть до окончания времени скрытого разрушения. Пунктиром показаны результаты, полученные с помощью классических определяющих соотношений, сплошными линиями – на основе соотношений (10). Здесь кривые 1 соответствуют $q_z = 100 \text{ МПа}$, а кривые 2 – $q_z = -100 \text{ МПа}$.

Распределение параметра повреждаемости по толщине в центре оболочки в различные моменты времени показано на рис. 7.

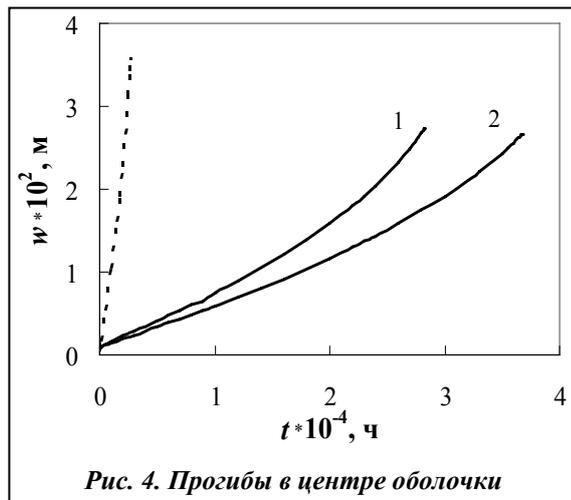


Рис. 4. Прогибы в центре оболочки

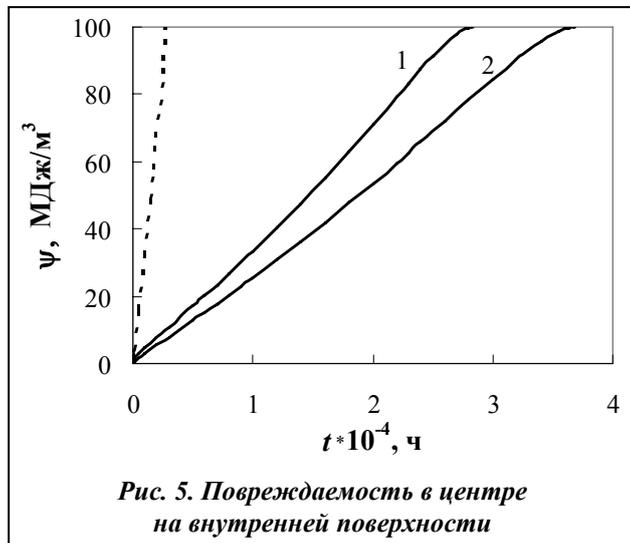


Рис. 5. Повреждаемость в центре на внутренней поверхности

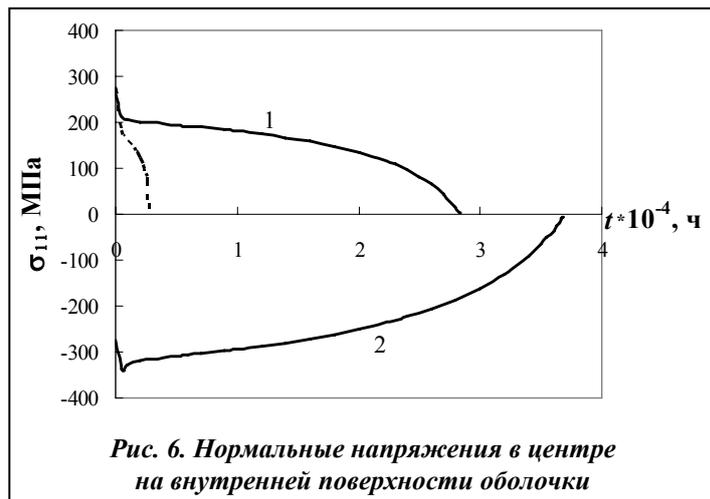
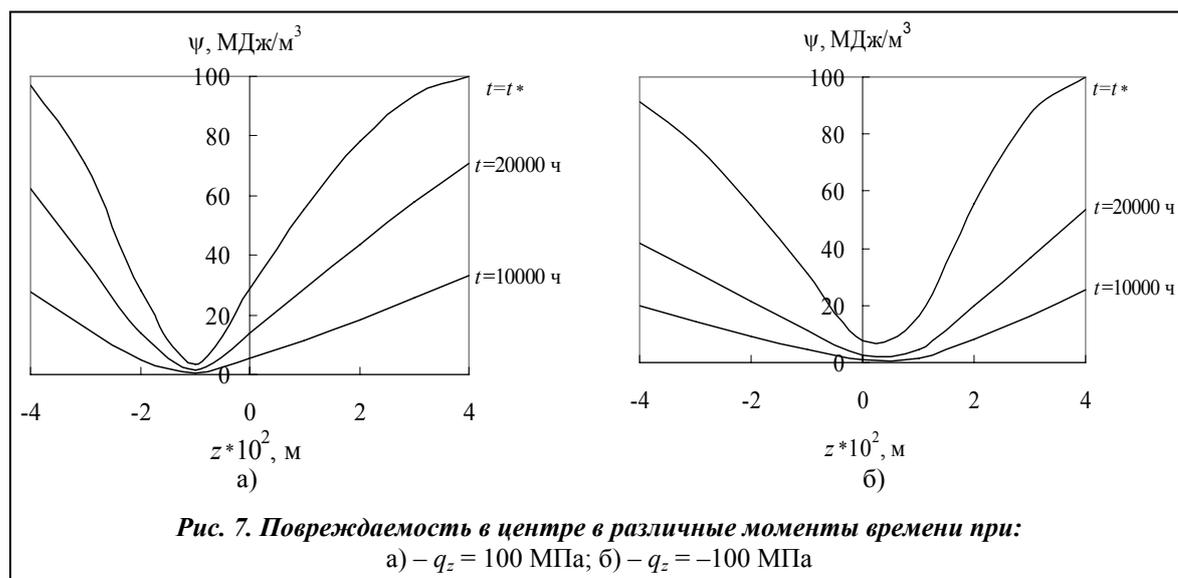


Рис. 6. Нормальные напряжения в центре на внутренней поверхности оболочки



Выводы

Из представленных результатов можно сделать вывод о том, что при расчете ползучести, повреждаемости и длительной прочности пластин и оболочек средней толщины из материалов с характеристиками, зависящими от вида нагружения, необходим учет деформаций поперечного сдвига, а также основных эффектов нелинейного деформирования, присущих данным материалам. Упрощение исходных геометрических и физических соотношений может привести к значительным погрешностям при нахождении основных параметров напряженно-деформированного состояния и времени до разрушения.

Литература

1. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек / С. А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1974. – 448 с.
2. Рассказов А. О. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек / А. О. Рассказов, И. И. Соколовская, Н. А. Шульга. – Киев: Вища шк., 1986. – 191 с.
3. Пискунов В. Г. Расчет неоднородных пологих оболочек и пластин методом конечных элементов / В. Г. Пискунов, В. Е. Вериженко, В. К. Присяжнюк, В. С. Сипетов, В. С. Карпиловский. – Киев: Вища шк., 1987. – 200 с.
4. Кантор Б. Я. Вариационно-сегментный метод в нелинейной теории оболочек / Б. Я. Кантор, С. И. Катаржнов. – Киев: Наук. думка, 1982. – 136 с.
5. Морачковский О. К. Исследование ползучести стержней и оболочек на базе МКЭ и сдвиговой теории / О. К. Морачковский, А. А. Замула // Вестн. НТУ «ХПИ». Динамика и прочность машин. – 2002. – Т. 2, № 10. – С. 86–90.
6. Сичов А. І. Розв'язок задач повзучості тонких оболонок з урахуванням пошкоджуваності, геометричної нелінійності та зсуву: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Харків, 2003. – 19 с.
7. Altenbach J. Edge Effects of Moderately Thick Plates under Creep-Damage Conditions / H. Altenbach, K. Naumenko // Techn. Mekh. – 2004. – Band 24, Helf 3–4. – S. 254–263.
8. Галішин О. З. Осесиметричний геометрично нелінійний термов'язкопружнопластичний стан складених оболонок з урахуванням пошкоджуваності матеріалу: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – Київ, 2006. – 40 с.
9. Склепус С. Н. Ползучесть и повреждаемость пологих оболочек и пластин средней толщины / С. Н. Склепус // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій: Зб. наук. пр. – Дніпропетровськ: Дніпропетр. нац. ун-т. – 2008. – Вип. 12. – С. 173–188.
10. Мудров А. Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль / А. Е. Мудров. – Томск: МП «Раско», 1991. – 272 с.
11. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.

12. Betten J. A creep damage model for initially isotropic materials with different properties in tension and compression / J. Betten, S. Sklepus, A. Zolochovsky // Eng. Fracture Mech. – 1998.– Vol. 57, № 5. – P. 623–641.

Поступила в редакцию
03.03.10

УДК 539.4

Л. Б. Гецов*, д-р техн. наук

Н. А. Катанаха*

И. П. Попова**

* Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
(Российская Федерация, E-mail: guetsov@yahoo.com)

** Центральный научно-исследовательский институт
конструкционных материалов «Прометей»
(Российская Федерация, Санкт-Петербург)

МЕТОДИКИ РАСЧЕТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЗУЧЕСТИ НА ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СТАДИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ НА РЕЛАКСАЦИЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОГРАНИЧЕННОГО ЧИСЛА ИЗОХРОННЫХ КРИВЫХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Разработаны численные методы определения характеристик ползучести материалов по данным испытаний на релаксацию напряжений и метод прогнозирования изохронных кривых при различных температурах, базирующийся на получении уравнений ползучести из имеющихся изохронных кривых, интер(экстра)полировании скорости ползучести по температуре и представлении полученных зависимостей в виде изохронных кривых для температур, отличающихся от экспериментальных. Установлено, что энергия активации ползучести, получаемая в расчетах при одном и том же температурном диапазоне для разных напряжений, может заметно отличаться. Это связано со спецификой процессов ползучести в испытаниях разной длительности и вкладе в общую деформацию деформации ползучести на неустановившейся стадии.

Розроблені чисельні методи визначення характеристик повзучості матеріалів за даними випробувань на релаксацію напружень і метод прогнозування ізохронних кривих за різних температур, що ґрунтується на отриманні рівнянь повзучості з наявних ізохронних кривих, інтер(екстра)поляції швидкості повзучості по температурі та поданні отриманих залежностей у вигляді ізохронних кривих для температур, відмінних від експериментальних. Встановлено, що енергія активації повзучості, отримувана в розрахунках за одного й того ж температурного діапазону для різних напружень, може істотно відрізнятися. Це пов'язано зі специфікою процесів повзучості в випробуваннях різної тривалості та внеску в загальну інформацію деформації повзучості на стадії, що не встановлена.

Введение

В справочной литературе, как правило, приводятся данные по ползучести материалов применительно к установившейся стадии (стадии 2) при температурах T , отличающихся на $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, и в редких случаях в виде изохронных кривых ползучести. Поэтому при оценке напряженно-деформированного состояния (НДС) деталей, работающих при высоких температурах, расчеты напряженно-деформированного состояния с учетом ползучести проводят с