

УДК 621.3(0758)

А. Е. Божко, член-кор. НАН УкраиныИнститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, E-mail: bozhko@ipmach.kharkov.ua)**ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ МАСС КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ ПРИ СИНГУЛАРИСНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ***Представлено развитие новой концепции о переходных процессах в электроцепях. Получены формулы динамических перемещений масс колебательной системы с двумя степенями свободы при сингуларисном воздействии.**Наведено розвиток нової концепції про перехідні процеси в електрланках. Отримано формули динамічних переміщень мас коливальної системи з двома ступенями свободи при сингуларисному впливі.***Введение**

Данное исследование осуществляется на основе работ [1–4], в которых развивается предложенная автором новая концепция о переходных процессах в электрических цепях. В данной работе эта концепция распространяется на механическую колебательную систему (КС) с двумя степенями свободы с внешней сингуларисной силой $F(t)$, математически представляющей собой особое (сингуларисное) разложение скачкообразного воздействия [4] в виде

$$F(t) = F1(t) = F(1 - e^{-\alpha t}) + Fe^{-\alpha t} \sum_{k=1}^n F_{ak} \cos \omega_k t, \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ak} = 1; \quad F_{a1} = \frac{1}{\pi}; \quad F_{ak} = \frac{F_{a1}}{k}; \quad k = \frac{\omega_k}{\omega_1},$$

где $1(t)$ – единичная функция; t – время; α – коэффициент затухания; ω_k – круговая частота k -й гармоники.

Воздействие, выраженное (1), реально представляет собой скачкообразную силу $F(t)$, например передний фронт и вершину удара. Подобное воздействие наблюдается при испытании на удар изделий и при падении на объекты различных грузов.

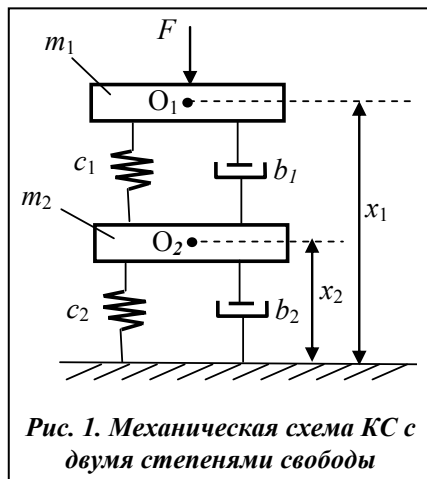


Рис. 1. Механическая схема КС с двумя степенями свободы

Механическая схема КС с двумя степенями свободы изображена на рис. 1, где m_1, m_2 – массы; c_1, c_2 – коэффициенты жесткости (упругости); b_1, b_2 – коэффициенты диссипации; x_1, x_2 – перемещения масс m_1 и m_2 соответственно; F – сила, выраженная (1).

Дифференциальные уравнения движения этой КС следующие:

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + b_1 \frac{dx_1}{dt} + c_1 x_1 &= F(t) + b_1 \frac{dx_2}{dt} + c_1 x_2; \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + (b_1 + b_2) \frac{dx_2}{dt} + (c_1 + c_2) x_2 &= b_1 \frac{dx_1}{dt} + c_1 x_1 \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Как видно из (2), на массу m_1 , кроме силы $F(t)$,

действуют силы $b_1 \frac{dx_2}{dt}$ и $c_1 x_2$,
 а на массу $m_2 - b_1 \frac{dx_1}{dt}$ и $c_1 x_1$,
 то есть в структуре этой КС
 имеются обратные связи. Для
 лучшего представления стру-
 ктурных связей в данной КС
 запишем (2) в операционном
 виде [5, 6]

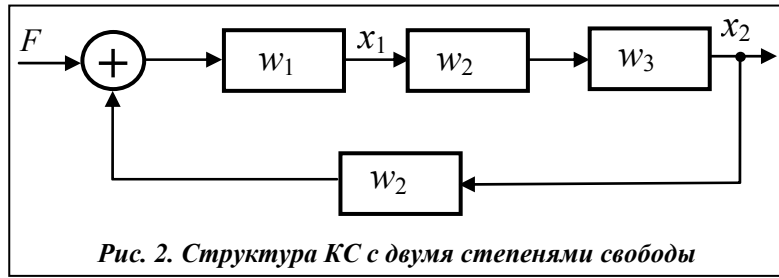


Рис. 2. Структура КС с двумя степенями свободы

$$\left. \begin{aligned} x_1(p) (m_1 p^2 + b_1 p + c_1) &= F(p) + x_2(p) (b_1 p + c_1) \\ x_2(p) [m_1 p^2 + (b_1 + b_2) p + c_1 + c_2] &= x_1(p) (b_1 p + c_1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $p = \frac{d}{dt}$ – операционный оператор; $x_1(p)$, $x_2(p)$, $F(p)$ – изображения в нашем случае Кар-
 сона [6] в виде, например, для силы $F(p) = \int_0^{\infty} F(t) e^{-pt} dt$. На основании (3) представим на
 рис. 2 структуру КС с двумя степенями свободы, где F , x_1 , x_2 являются изображениями Кар-
 сона; w_1 , w_2 , w_3 – передаточные функции, имеющие вид $w_1 = w_1(p) = \frac{1}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1}$;

$$w_2 = w_2(p) = b_1 p + c_1; \quad w_3 = w_3(p) = \frac{1}{m_2 p^2 + (b_1 + b_2) p + c_1 + c_2}.$$

Из рис. 2 видно, что в данной КС имеется положительная обратная связь (ПОС),
 идущая от x_2 через w_2 к сумматору на вход КС. Но несмотря на то, что в КС имеется ПОС,
 эта система устойчива из-за превалирования в ней отрицательных обратных связей. Дока-
 жем такое суждение на основе следующих преобразований:

$$\left. \begin{aligned} w_1(p) &= \frac{1}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1} = \frac{1}{m_1 p \left(1 + \frac{b_1 p + c_1}{m_1 p} \right)} = \frac{w_{11}}{1 + w_{11} w_2} \\ w_3(p) &= \frac{1}{m_2 p^2 + (b_1 + b_2) p + c_1 + c_2} = \frac{1}{m_2 p^2 \left[1 + \frac{(b_1 + b_2) p + c_1 + c_2}{m_2 p^2} \right]} = \frac{w_{31}}{1 + w_{31} w_{32}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $w_{11} = \frac{1}{m_1 p^2}$; $w_{31} = \frac{1}{m_2 p^2}$; $w_{32} = (b_1 + b_2) p + c_1 + c_2$.

Выражения (4) отображают структуру звеньев с $w_1(p)$ и $w_3(p)$ с отрицательными об-
 ратными связями $(b_1 p + c_1)$ и $(b_1 + b_2) p + c_1 + c_2$ соответственно. Кстати, звенья с
 $w_2(p) = b_1 p + c_1$ и $w_{32} = (b_1 + b_2) p + c_1 + c_2$ также включают в себя отрицательные обратные
 связи. Действительно,

$$b_1 p + c_1 = (b_1 p)^2 \frac{1}{b_1 p} \left(1 + \frac{c_1}{b_1 p} \right) = w_{21} w_{21} \frac{w_{22}}{1 + w_{22} w_{23}},$$

$$(b_1 + b_2) p + c_1 + c_2 = [(b_1 + b_2) p]^2 \frac{1}{(b_1 + b_2) p} \left[1 + \frac{c_1 + c_2}{(b_1 + b_2) p} \right] = w_4 w_4 \frac{w_5}{1 + w_5 w_6},$$

где $w_{21} = b_1 p$; $w_{22} = \frac{1}{b_1 p}$; $w_{23} = c_1$; $w_4 = (b_1 + b_2)p$; $w_5 = \frac{1}{(b_1 + b_2)p}$; $w_6 = c_1 + c_2$.

На основании таких доказательств видно, что в КС с двумя степенями свободы отрицательных обратных связей больше, чем одной положительной, что заставляет сделать вывод об устойчивости данной КС. На основании структурной схемы, изображенной на рис. 2, передаточные функции КС $w_{x1}(p) = \frac{x_1(p)}{F(p)}$, $w_{x2}(p) = \frac{x_2(p)}{F(p)}$ имеют вид

$$w_{x1} = \frac{w_1}{1 - w_1 w_2^2 w_3}, \quad w_{x2} = \frac{w_1 w_2 w_3}{1 - w_1 w_2^2 w_3}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) значения w_1, w_2, w_3 , получим

$$w_{x1}(p) = \frac{m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2] - (b_1 p + c_1)^2}, \quad (6)$$

$$w_{x2}(p) = \frac{b_1 p + c_1}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2] - (b_1 p + c_1)^2}. \quad (7)$$

Для определения $x_1(t)$ и $x_2(t)$ при действии силы F в виде (1) запишем соотношения с учетом (6) и (7) таким образом:

$$x_1(p) = F(p)w_{x1}(p), \quad x_2(p) = F(p)w_{x2}(p). \quad (8)$$

В (8) $F(p)$ имеет следующее выражение:

$$F(p) = F\alpha \frac{1}{p + \alpha} + F \sum_{k=1}^n \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2}. \quad (9)$$

С учетом (6), (7), (9) соотношения (8) примут вид

$$x_1(p) = F \left[\frac{\alpha}{p + \alpha} + \sum_{k=1}^n \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} \right] \times \frac{[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2]}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2] - (b_1 p + c_1)^2}, \quad (10)$$

$$x_2(p) = F \left[\frac{\alpha}{p + \alpha} + \sum_{k=1}^n \frac{p(p + \alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_k^2} \right] \times \quad (11)$$

$$\times \frac{b_1 p + c_1}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2] - (b_1 p + c_1)^2},$$

Находить оригиналы $x_1(t), x_2(t)$, соответствующие (10) и (11), будем с помощью метода простых дробей [6]. При этом заметим, что

$$(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2] \gg (b_1 p + c_1)^2.$$

Поэтому из (10) получаем, что

$$x_1(p) = F(p) \frac{1}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1}, \quad (12)$$

а из (11)

$$x_2(p) = F(p) \frac{b_1 p + c_1}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2]}. \quad (13)$$

Итак, к (12), (13) применим метод простых дробей. При этом

$$x_1 p = x_{11}(p) + x_{12}(p), \quad x_2 p = x_{21}(p) + x_{22}(p),$$

где

$$\left. \begin{aligned} x_{11}(p) &= F \frac{\alpha}{(p+\alpha)} \frac{1}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)} \\ x_{12}(p) &= F \sum_{k=1}^n \frac{p(p+\alpha)}{[(p+\alpha)^2 + \omega_k^2]} \frac{1}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1} \end{aligned} \right\}; \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{21}(p) &= F \frac{\alpha}{p+\alpha} \frac{b_1 p + c_1}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2]} \\ x_{22}(p) &= F \sum_{k=1}^n \frac{p(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} \frac{b_1 p + c_1}{(m_1 p^2 + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2]} \end{aligned} \right\}. \quad (15)$$

По методу простых дробей (14) и (15) принимают вид

$$\begin{aligned} x_{11}(p) &= F \left[\frac{A_{11}}{p+\alpha} + \frac{B_{11}p + D_{11}}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1} \right], \\ x_{12}(p) &= F \sum_{k=1}^n \frac{A_{1k}p + B_{1k}}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{D_{1k}p + E_{1k}}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1}, \\ x_{21}(p) &= F \left[\frac{A_{21}}{p+\alpha} + \frac{B_{21}p + D_{21}}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1} + \frac{E_{21}p + G_{21}}{m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2} \right], \\ x_{22}(p) &= F \sum_{k=1}^n \left[\frac{A_{2k}p + B_{2k}}{(p+\alpha)^2 + \omega_k^2} + \frac{D_{2k}p + G_{2k}}{m_1 p^2 + b_1 p + c_1} + \frac{E_{2k}p + N_{2k}}{m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Из выражений (16) получаем

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\alpha}{c_1 + m_1 \alpha^2 - \alpha b_1}; & B_{11} &= \frac{m_1}{\alpha b_1 - m_1 \alpha^2 - c_1}; & D_{11} &= \frac{(\alpha m_1 - b_1)\alpha}{c_1 + \alpha(\alpha m_1 - b_1)}; \\ D_{1k} &= -m_1 A_{1k}; & E_{1k} &= -\frac{c_1}{\omega_k^2} B_{1k}; & A_{1k} &= \frac{1 - B_{1k} \left(m_1 - \frac{c_1}{\omega_k^2} \right)}{b_1 - 2\alpha m_1}; \\ B_{1k} &= \frac{m_1(\alpha^2 + \omega_k^2) - c_1 + (b_1 - 2\alpha m_1)\alpha}{\left(m_1 - \frac{c_1}{\omega_k^2} \right) [m_1(\alpha^2 + \omega_k^2) - 1] + (b_1 - 2\alpha m_1)(b_1 - 2\alpha c_1)}. \end{aligned}$$

Из-за громоздкости коэффициентов A_{21} , B_{21} , D_{21} , E_{21} , G_{21} в дальнейшем приведем только систему алгебраических уравнений, полученных по методу простых дробей, из которых эти коэффициенты определяются методом подстановки

$$\begin{cases} -A_{21}m_1m_2 + B_{21}m_2 + E_{21}m_1 = 0, \\ -A_{21}[m_1(b_1 + b_2) + b_1m_2] + B_{21}(b_1 + b_2 + \alpha m_2) + D_{21}m_2 + E_{21}(m_1 + B_1) + G_{21}m_1 = 0, \\ -A_{21}[m_1(c_1 + c_2) + b_1(b_1 + b_2) + m_2c_1] + B_{21}[c_1 + c_2 + \alpha(b_1 + b_2)] + \\ + D_{21}(b_1 + b_2 + \alpha m_2) + E_{21}(c_1 + \alpha b_1) + G_{21}(b_1 + \alpha m_1) = 0, \\ -A_{21}[b_1(c_1 + c_2) + c_1(b_1 + b_2)] + B_{21}\alpha(c_1 + c_2) + \\ + D_{21}[c_1 + c_2 + \alpha(b_1 + b_2)] + E_{21}\alpha c_1 + G_{21}(\alpha b_1 + c_1) = \alpha b_1, \\ -A_{21}c_1(c_1 + c_2) + D_{21}\alpha(c_1 + c_2) + G_{21}\alpha c_1 = \alpha c_1. \end{cases}$$

Коэффициенты $A_{2k}, B_{2k}, D_{2k}, E_{2k}, N_{2k}$ также определяются из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} & -A_{2k}m_1m_2 + D_{2k}m_2 + E_{2k} = 0, \\ & -A_{2k}[m_1(b_1 + b_2) + b_1m_2] + B_{2k}m_1m_2 + D_{2k}(b_1 + b_2 + 2\alpha m_2) + G_{2k}m_2 + E_{2k}(2\alpha m_1 + b_1) + N_{2k}m_1 = 0, \\ & -A_{2k}[m_1(c_1 + c_2) + b_1(b_1 + b_2) + m_2c_1] + B_{2k}[m_1(b_1 + b_2) + m_2b_1] + \\ & + D_{2k}[c_1 + c_2 + 2\alpha(b_1 + b_2) + m_2(\alpha^2 + \omega_k^2)] + G_{2k}(b_1 + b_2 + 2\alpha m_2) + \\ & + E_{2k}[m_1(\alpha^2 + \omega_k^2) + 2\alpha b_1 + c_1] + N_{2k}(2\alpha m_1 + b_1) = b_2, \\ & -A_{2k}[b_1(c_1 + c_2) + c_1(b_1 + b_2)] + B_{2k}[m_1(c_1 + c_2) + m_2c_1 + b_1(b_1 + b_2)] + \\ & + D_{2k}[2\alpha + (\alpha^2 + \omega_k^2)(b_1 + b_2)] + G_{2k}[c_1 + c_2 + 2\alpha(b_1 + b_2) + m_2(\alpha^2 + \omega_k^2)] + \\ & + E_{2k}[b_1(\alpha^2 + \omega_k^2) + 2\alpha c_1] + N_{2k}[m_1(\alpha^2 + \omega_k^2) + 2\alpha b_1 + c_1] = c_1 + \alpha b_1, \\ & -A_{2k}c_1(c_1 + c_2) + B_{2k}[b_1(c_1 + c_2) + c_1(b_1 + b_2)] + D_{2k}(\alpha^2 + \omega_k^2)^2 + \\ & + G_{2k}[2\alpha(c_1 + c_2) + (\alpha^2 + \omega_k^2)(b_1 + b_2)] + E_{2k}c_1(\alpha^2 + \omega_k^2) + \\ & + N_{2k}[b_1(\alpha^2 + \omega_k^2) + 2\alpha c_1] = \alpha c_1, \\ & -B_{2k}c_1(c_1 + c_2) + G_{2k}(\alpha^2 + \omega_k^2)(c_1 + c_2) + N_{2k}c_1(\alpha^2 + \omega_k^2) = 0. \end{aligned}$$

Оригиналы $x_{11}(t), x_{12}(t), x_{21}(t), x_{22}(t)$ получим из таблиц [6], ориентируясь на выражения (16), в виде

$$x_{11}(t) = F \left\{ \frac{A_{11}}{\alpha} + \frac{D_{11}}{c_1} - \frac{A_{11}}{\alpha} e^{-\alpha t} + e^{-\frac{b_1 t}{2m_1}} \left[\frac{1}{m_1 \omega_{01}} \left(B_{11} - \frac{D_{11} b_1}{2c_1} \right) \sin \omega_{01} t - \frac{D_{11}}{c_1} \cos \omega_{01} t \right] \right\}, \quad (17)$$

где $\omega_{01} = \sqrt{\frac{c_1}{m_1} - \left(\frac{b_1}{2m_1}\right)^2}$.

$$\begin{aligned} x_{12}(t) = F \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{B_{1k}}{\alpha^2 + \omega_k^2} + \frac{E_{1k}}{c_1} + e^{-\frac{b_1 t}{2m_1}} \left[\frac{1}{m_1 \omega_{01}} \left(D_{1k} - \frac{E_{1k}}{2c_1} \right) \sin \omega_{01} t - \frac{E_{1k}}{c_1} \cos \omega_{01} t \right] + \right. \\ \left. + e^{-\alpha t} \left[\frac{1}{\omega_k} \left(A_{1k} - \frac{B_{1k} \alpha}{\alpha^2 + \omega_k^2} \right) \sin \omega_k t - \frac{B_{1k}}{\alpha^2 + \omega_k^2} \cos \omega_k t \right] \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{21}(t) = F \left\langle \frac{A_{21}}{\alpha} + \frac{D_{21}}{c_1} + \frac{G_{21}}{c_1 + c_2} - \frac{A_{21}}{\alpha} e^{-\alpha t} + e^{-\frac{b_1 t}{2m_1}} \left[\frac{1}{m_1 \omega_{01}} \left(B_{21} - \frac{D_{21} b_1}{2c_1} \right) \sin \omega_{01} t - \frac{D_{21}}{2c_1} \cos \omega_{01} t \right] + \right. \\ \left. + e^{-\frac{(b_1 + b_2)t}{2m_2}} \left\{ \frac{1}{m_2 \omega_{02}} \left[E_{21} - \frac{G_{21}(b_1 + b_2)}{2(c_1 + c_2)} \right] \sin \omega_{01} t - \frac{G_{21}}{c_1 + c_2} \cos \omega_{02} t \right\} \right\rangle, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{22}(t) = F \sum_{k=1}^n & \left\langle \frac{B_{2k}}{\alpha^2 + \omega_k^2} + \frac{G_{2k}}{c_1} + \frac{N_{2k}}{c_1 + c_2} e^{-\frac{b_1 t}{2m_1}} \times \right. \\
 & \times \left[\frac{1}{m_1 \omega_{01}} \left(D_{2k} - \frac{G_{2k} b_1}{2c_1} \right) \sin \omega_{01} t - \frac{G_{2k}}{c_1} \cos \omega_{01} t \right] + \\
 & + e^{-\frac{(b_1+b_2)t}{m_2}} \left\{ \frac{1}{m_2 \omega_{02}} \left[E_{2k} - \frac{N_{2k}(b_1+b_2)}{2(c_1+c_2)} \right] \sin \omega_{02} t - \frac{N_{2k}}{c_1+c_2} \cos \omega_{02} t \right\} + \\
 & \left. + e^{-\alpha t} \left[\frac{1}{\omega_k} \left(A_{2k} - \frac{B_{2k} \alpha}{\alpha^2 + \omega_k^2} \right) \sin \omega_k t - \frac{B_{2k}}{\alpha^2 + \omega_k^2} \cos \omega_k t \right] \right\rangle. \tag{20}
 \end{aligned}$$

где $\omega_{01} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_2} - \left(\frac{(b_1 + b_2)}{2m_2}\right)^2}$.

Далее получаем

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= x_{11}(t) + x_{12}(t) = (17) + (18) \\
 x_2(t) &= x_{21}(t) + x_{22}(t) = (19) + (20)
 \end{aligned} \tag{21}$$

Выражения (21) отображают динамическое перемещение масс m_1 и m_2 соответственно при тяговом усилии F , выраженном соотношением (1). Вследствие пренебрежения при решении $(b_1 p + c_1)^2$ по сравнению с $(m_1 p + b_1 p + c_1)[m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2]$ $x_1(t)$ и $x_2(t)$ являются колебаниями m_1 и m_2 соответственно в разомкнутой КС. Для исключения этого пренебрежения необходимо найти $x_{13}(p) = x_2(p)(b_1 p + c_1)^2$, затем осуществить суммирование $x_{11}(p) + x_{13}(p)$, а далее найти оригинал от изображения суммы $x_{11}(p) + x_{13}(p)$, то есть

$$x_{12}(t) = x_{11}(p) + x_{13}(p).$$

Далее $[x_{11}(p) + x_{13}(p)]$ умножаем на передаточную функцию $w_3(p)$ и получаем суммарное изображение $w_{22}(p)$, по которому находим оригинал $w_{22}(t)$. Заметим, что такое математическое действие относится к переходному процессу в КС при действии F в виде (1). Но также следует отметить, в принципе: из-за того что $(b_1 p + c_1)^2 \ll (m_1 p^2 + b_1 p + c_1) \times [m_2 p^2 + (b_1 + b_2)p + c_1 + c_2]$, формулы $x_{12}(t)$ и $x_{22}(t)$ качественно не отличаются от $x_1(t)$ и $x_2(t)$ соответственно. Из (17)–(20) видно, что при $t = 0$ $x_1(t) = x_2(t) = 0$, при $t = \infty$ произведения $e^{-\frac{b_1 t}{m_2}} = e^{-\frac{(b_1+b_2)t}{m_2}} = e^{-\alpha t} = 0$ равны нулю и $x_1(t = \infty)$, $x_2(t = \infty)$ являются постоянными смещениями. При $\alpha = \infty$ тяговое усилие $F = F1(t)$ и $x_1(t)$ и $x_2(t)$ принимают классические значения.

Заключение

Таким образом, в результате данного исследования получены новые формулы перемещений масс m_1 и m_2 в КС с двумя степенями свободы, в которых фигурируют осцилляции с затухающими гармониками, наряду с затухающими гармониками с частотами ω_{01} , ω_{02} колебаний m_1 и m_2 в данной КС. Причем при $F = (1)$ переходной процесс в КС осуществляется более медленно, чем при $F = \text{const}$, что обусловлено тем, что в КС имеются реактивные элементы [4], реагирующие на затухающий спектр колебаний в (1). Такой вывод дает понимание того, что при малых длительностях импульсов тягового усилия, описанного (1), КС не будет иметь реакции, которая возможна при неучете сингулярного разложения в $F1(t)$. А это значит, что данное исследование позволяет определить ту минимальную длительность

входного воздействия, при которой еще возможна динамика исследуемой колебательной системы.

Литература

1. *Божко А. Е.* К концепции о переходных процессах в электрических цепях / А. Е. Божко // Доп. НАН України. – 2003. – № 12. – С. 72–76.
2. *Божко А. Е.* Новая интерпретация переходных процессов в электрических цепях / А. Е. Божко // Доп. НАН України. – 2004. – № 9. – С. 83–87.
3. *Божко А. Е.* Аргументированная детализация новой концепции о переходных процессах в электроцепях / А. Е. Божко // Доп. НАН України. – 2007. – № 6. – С. 81–87.
4. *Божко А. Е.* Эффективность автоматической реструктуризации механических систем, работающих в условиях действия полигармонических вибраций и ударов / А. Е. Божко // Доп. НАН України. – 2005. – № 1. – С. 47–49.
5. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники / Л. Ф. Бессонов. – М.: Высш. шк., 1978. – 528 с.
6. *Гинзбург С. Г.* Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях / С. Г. Гинзбург. – М.: Сов. радио, 1959. – 404 с.

Поступила в редакцию
01.06.10