УДК 519.85:629.735(043.2)
А. И. ЛЫСЕНКО, Е. Н. ТАЧИНИНА, С. Н. ЧУМАЧЕНКО

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ НОСИТЕЛЯ ПРИ РАЗМЕЩЕНИИ СЕНСОРОВ В ЗОНЕ ЧРЕЗВЫЧАЙНОЙ СИТУАЦИИ

Целью публикации является математическая постановка и решение задачи поиска условия оптимальности траектории движения носителя при размещении сенсоров беспроводной сенсорной сети в зоне чрезвычайной ситуации.

Изложенные условия позволяют определить оптимальные координаты и моменты времени ветвления траектории, а также оптимальные управления и траектории движения десантируемого груза (мобильных сенсоров) к заданным целям по отдельным ветвям траектории после отделения от носителя.

Научная новизна изложенных результатов исследования заключается в том, что впервые с позиций теории оптимального управления исследована и решена научная проблема разработки условий оптимальности траекторного движения аэроплатформы из состава беспроводной сенсорной сети с мобильными сенсорами в режиме развертывания сенсорной сети.

Метою публікації є математична постановка і вирішення задачі пошуку умови оптимальності траєкторії руху носія при розміщенні сенсорів бездротової сенсорної мережі в зоні надзвичайної ситуації.

Викладені умови дозволяють визначити оптимальні координати і моменти часу розгалуження траєкторії, а також оптимальні керування і траєкторії руху десантованого вантажу (мобільних сенсорів) до заданих цілей по окремих гілках траєкторії після відділення від носія.

Наукова новизна викладених результатів дослідження полягає в тому, що уперше з позицій теорії оптимального управління досліджена і вирішена наукова проблема розробки умов оптимальності траєкторного руху аероплатформи із складу безпровідної сенсорної мережі з мобільними сенсорами в режимі розгортання сенсорної мережі.

The paper deals with a mathematical statement and solution of the problem for searching a condition of an optimal trajectory of the vehicle when the wireless network sensors are located in the zone of emergency.

The conditions examined result in the determination of the optimal coordinates and time for branching a trajectory, as well as the optimal controls and trajectories of the airdropping cargo (mobile sensors) motion to predicted targets along individual trajectory branches after the separation from the vehicle.

The scientific novelty of the results presented lies in the fact that for the first time the research problem of the development of the optimal conditions of the motion trajectory of the aerial platform incorporated into the wireless sensor network with mobile sensors in the sensor network deployment is studied and resolved using the theory of an optimal control.

Ключевые слова: *принцип минимума, оптимальное управление, математическая модель, необходимое условие оптимальности, мобильный сенсор.*

В настоящее время структурные подразделения Государственной службы Украины по чрезвычайным ситуациям не оснащены эффективными техническими средствами, необходимыми для разведки труднодоступных и масштабных зон чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера, т. е. нет технологий, которые бы позволили за минимальное время детерминировать оперативный ландшафт в зоне бедствия. Для этих целей в ряде случаев применяется пилотируемая авиация. Однако её использование не всегда эффективно из-за достаточно длительного времени реагирования, больших финансовых затрат, жёсткой зависимости от погодных условий и т. д.

Одним из современных перспективных направлений для решения проблемы информационно-телекоммуникационного обеспечения поисково-спасательных работ есть применение технологии мобильной беспроводной мультисенсорной сети (МБМСС), ситуационно разворачиваемой на оперативном ландшафте за минимальное время по так называемому ad-hoc запросу [1 – 5]. Наиболее перспективной для решения задач поиска и спасения разновидностью МБМСС можно считать беспроводную сенсорную сеть с мобильными сенсорами и аэроплатформами, которые выполняют функцию как носителя сенсоров, предназначенных для размещения в зоне бедствия, так и телекоммуникационного ретранслятора информации, собранной от сенсоров (рис. 1).

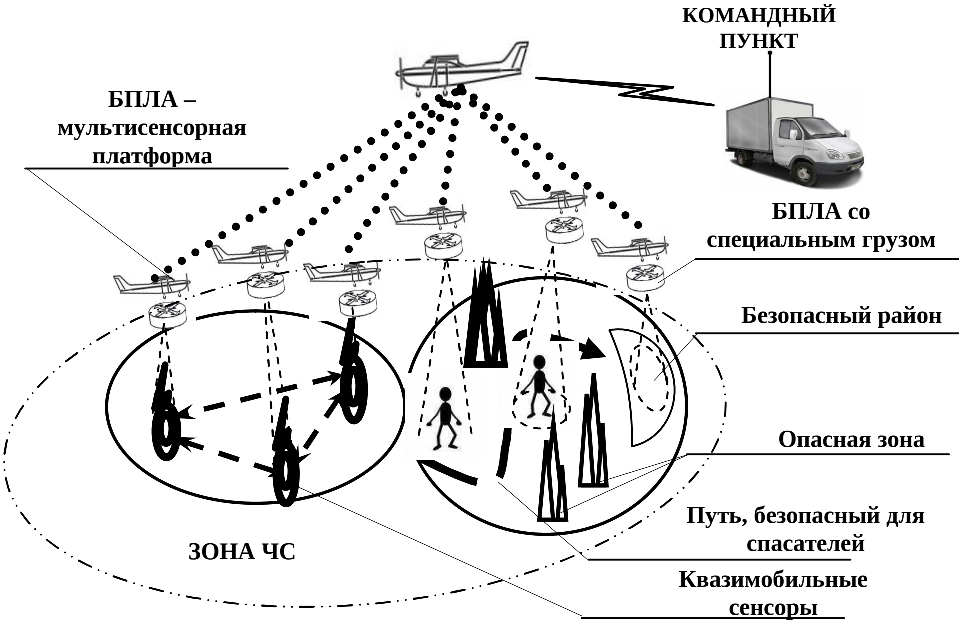

Рис. 1 – Применение МИК на основе группового использования БПЛА для проведения поисково-спасательных работ в зоне чрезвычайной ситуации (ЧС)

МБМСС является многофункциональным информационным комплексом (МИК), который включает в себя:

– подсистему разведки, целеуказания и корректировки спасательных действий в зоне чрезвычайных ситуаций (ЧС), доставки грузов в заданные районы;

– подсистему ретрансляции, поиска пострадавших, потерпевших бедствие экипажей воздушных и морских судов, доставки грузов в заданные районы;

– подсистему радиотехнической, радиолокационной, оптико-электронной воздушной разведки.

Актуальность применения МИК определяется в первую очередь тем, что они могут использоваться там, где жизнедеятельность человека либо затруднена, либо вообще невозможна, например, в зонах радиоактивного или химического загрязнения, пожаров, наводнений, цунами и землетрясений.

Применение МИК на основе летающих дронов, т. е. беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), позволит на малых (до 1 км) и средних (от 1 до 4 км) высотах при проведении спасательных работ в зоне чрезвычайной ситуации: осуществлять разведку, контроль местности и различных объектов; проводить видео-, фото-, инфракрасную съемку; получать информацию об излучении радиоэлектронных средств; выполнять дозиметрический контроль; обеспечивать связь с мобильными абонентами для эффективного взаимодействия наземных поисково-спасательных служб; транспортировку и сброс по команде оператора малогабаритных грузов в заданную точку.

Исходя из вышесказанного, можно сформулировать как минимум две содержательные задачи, требующие отыскания оптимальной траектории движения носителя с учетом того, что десантируемый груз тоже должен совершать оптимальное движение к своей цели:

1) задача размещения сенсоров (развертывания сенсорной сети) в заданном районе;

2) задача сброса груза спасателям и потерпевшим.

В первой задаче десантируемый груз (ДГ) – это мобильные или квазимобильные сенсоры, а во второй – это некоторая полезная нагрузка.

Выполним математическую постановку задачи поиска оптимальной траектории движения носителя.

Пусть на борту носителя находится k подгрупп ДГ (в общей сложности ДГ будет $\sum_{i=1}^{k} r_i$, т. е. в каждой подгруппе по r_i ДГ). От носителя в полете k раз произойдет отделение групп ДГ (рис. 2).

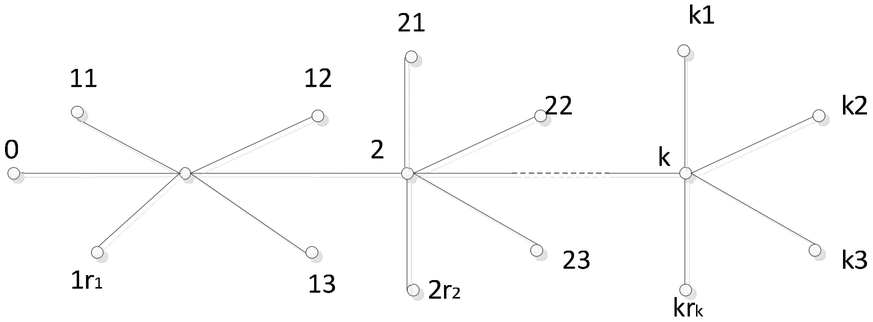

Рис. 2 – Пример схемы траектории движения носителя с десантируемыми грузами (ветвящейся траектории)

Движение носителя описывается дифференциальной системой вида

$$\dot{x} = f(x,u,t),\ t \in [t_0, t_f],\ x \in E^n,\ u \in \Omega \subset E^m, \qquad (1)$$

где x, u – векторы фазового состояния и управляющих воздействий, влияющих на движение носителя; t_0, t_f – моменты времени начала и конца движения носителя в заданном интервале.

Движение носителя начинается с многообразия

$$g_l^{(0)}(x_i(t_0), t_0) \begin{cases} = 0,\ l = \overline{1, k_g^{(0)}}; \\ \le 0,\ l = \overline{k_g^{(0)} + 1, n_g^{(0)}}; \end{cases} \qquad (2)$$

по схеме представленной на рис. 2.

На многообразиях

$$g_l^{(i)}(x_i(t_i), t_i) \begin{cases} = 0,\ l = \overline{1, k_g^{(i)}}; \\ \le 0,\ l = \overline{k_g^{(i)} + 1, n_g^{(i)}}; \end{cases} \quad [t_{i-1} < t_i,\ i = \overline{1,k}] \qquad (3)$$

происходит отделение по $r_i\,(i=\overline{1,k})$ подгрупп ДГ, которые перемещаются к многообразиям

$$g_l^{(ij)}(x_{ij}(t_{ij}),t_{ij})\begin{cases}=0,\ l=\overline{1,k_g^{(ij)}};\\ \le 0,\ l=\overline{k_g^{(ij)}+1,n_g^{(ij)}};\end{cases}\quad (i=\overline{1,k};\ j=\overline{1,r_i}), \tag{4}$$

на которых заканчивается их движение с целью доставки полезной нагрузки или получения информации с мультисенсоров.

Динамика движения подгрупп ДГ описывается уравнениями вида

$$\dot{x}_\beta = f_\beta(x_\beta, u_\beta, t), \quad [t_{\beta^*}, t_\beta], \tag{5}$$

где $x_\beta \in E^n, u_\beta \in \Omega_\beta \subset E^{m_\beta}$, $(\beta=1, \beta^*=i-1; \beta=ij,\ \beta^*=i;\ i=\overline{1,k};\ j=\overline{1,r_i})$; на которые накладываются ограничения

$$q_l^{(\beta)}(x_\beta,u_\beta,t)\begin{cases}=0, & l=\overline{1,k_q^{(\beta)}};\\ \le 0, & l=\overline{k_q^{(\beta)}+1,n_q^{(\beta)}}\end{cases};\quad t\in[t_{\beta^*},t_\beta]. \tag{6}$$

В моменты разделения подгрупп ДГ должны быть выполнены условия

$$x_i(t_i)-x_{ij}(t_i)=0\ (i=\overline{1,k};j=\overline{1,r_i}),\quad x_i(t_i)-x_{i+1}(t_i)=0\ (i=\overline{1,k-1}) \tag{7}$$

для всех фазовых координат, кроме координаты, описывающей изменение массы носителя, для которой (пусть это будет *n*-я координата) выполнено условие

$$x_{i_n}(t_i)=\xi(i)x_{i+1_n}(t_i)+\sum_{j=1}^{r_i}x_{ij_n}(t_i), \tag{8}$$

$$i=\overline{1,k};\ j=\overline{1,r_i},\ \xi(i)=\begin{cases}1,\ i=\overline{1,k-1}\\ 0,\ i=k\end{cases}.$$

Управление $u_\beta(t)$, фазовые координаты $x_1(t_0), x_\beta(t_\beta)$, моменты времени t_0, t_β $(\beta=i,ij;\, i=\overline{1,k};\, j=\overline{1,r_i})$ необходимо выбрать так, чтобы минимизировать критерий

$$I=S+\sum_{i=1}^{k}(I_i+\sum_{j=1}^{r_i}(I_{ij}), \tag{9}$$

где

$$S=S(x_1(t_0),t_0;\,x_1(t_1),\ t_1;\,x_2(t_2),t_2;\,x_k(t_k),t_k;\,x_{11}(t_{11}),t_{11};\,x_{kr_k}(t_{kr_k}),t_{kr_k}), \tag{10}$$

$$I = \int_{t_{\beta^*}}^{t_\beta} \Phi_\beta(x_\beta, u_\beta, t)dt, \qquad (11)$$

$\beta = i, \beta^* = i-1; \beta = ij; \beta^* = i; \quad i = \overline{1,k}; j = \overline{1,r_i}$.

Составим расширенный критерий

$$\zeta = S^* + \sum_{i=1}^{k} (I_i^* + \sum_{j=1}^{r_i} (I_{ij}^*) + D, \qquad (12)$$

где

$$S^* = \neg S + \sum_{l=1}^{n_g^{(0)}} \neg_l^{(0)}, g_l^{(0)}(x_1(t_0), t_0) +$$

$$+\sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{l=1}^{n_g^{(1)}} \neg_l^{(1)}, g_l^{(1)}(x_i(t_i), t_i) + \sum_{j=1}^{r_i}\sum_{l=1}^{n_g^{(ij)}} \neg_l^{(ij)}, g_l^{(ij)}(x_{ij}(t_{ij}), t_{ij})\right], \qquad (13)$$

$$I_\beta^* = \int_{t_{\beta^*}}^{t_\beta} \left\{\Phi_\beta^*(x_\beta, u_\beta, t) + \lambda_\beta^T(t)\left[f_\beta(x_\beta, u_\beta, t) - \dot{x}_\beta\right]\right\}dt, \qquad (14)$$

$$\Phi_\beta^*(x_\beta, u_\beta, t) = \nu\Phi_\beta(x_\beta, u_\beta, t) + \sum_{i=1}^{n_g^{(\beta)}} \mu_l^{(\beta)}(t) q_l^{(\beta)}(t)(x_\beta, u_\beta, t), \qquad (15)$$

$$D = \sum_{i=1}^{k}\left\{\sum_{\tau=1}^{n-1}\alpha_\tau^{(i)}\xi(i)\left[x_{\tau i}(t_i) - x_{\tau i+1}(t_i)\right] + \right.$$

$$\left.\sum_{j=1}^{r_i}\sum_{\tau=1}^{n-1}\alpha_\tau^{(ij)}\left[x_{\tau i}(t_i) - x_{\tau ij}(t_i)\right] + \alpha_n^{(i)}\left[x_{ni}(t_i) - \xi(i)x_{ni+1}(t_i) - \sum_{j=1}^{r_i} x_{ijn}(t_i)\right]\right\}, \qquad (16)$$

$$\xi(i) = \begin{cases} 1, \ i = \overline{1, k-1} \\ 0, \ i = k. \end{cases}.$$

Используя введенные в выражениях (12) – (16) обозначения, сформулируем условия оптимальности траектории движения носителя [2].

Пусть $x_\beta, u_\beta, t, x_1(t_0), t_0$, $(\beta = ij; i = \overline{1,k}; j = \overline{1,r_i})$ – допустимый процесс задачи (2) – (6) и $t_0 < t_1 < ... < t_k$. Тогда для его оптимальности необходимо:

– существование множителей $\nu, \nu_l^{(0)}(l = \overline{1,n_g^{(0)}}), \nu_l^{(1)}(l = \overline{1,n_g^{(i)}}), \nu_l^{(ij)}(l = \overline{1,n_g^{(ij)}})$,

$\mu_l^{(\beta)}(t)(l = \overline{1,n_g^{(\beta)}}) \quad t \in \left[t_{\beta^*}, t_\beta\right]$ не равных одновременно нулю;

– непрерывных на $t \in \left[t_{\beta^*}, t_\beta\right]$ решений сопряженных векторных уравнений

$$\dot{\lambda}_\beta(t) + \partial H_\beta(x_\beta(t), u_\beta(t), \lambda_\beta(t), t) = 0, \qquad (17)$$

$$(\beta = i, ij;\ i = \overline{1,k};\ j = \overline{1,r_i})$$

таких, что справедливы условия:

(1^0) неотрицательности и дополняющей нежесткости $\nu > 0$;

$$\nu_l^{(0)} \begin{cases} \geq 0,\ g_l^{(0)}\ (\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0) = 0, (l = \overline{1, k_g^{(0)}}); \\ \geq 0,\ g_l^{(0)}\ (\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0) = 0, \\ = 0,\ g_l^{(0)}\ (\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0) \langle 0, \end{cases} \quad (l = \overline{1, k_g^{(0)} + 1, n_g^0});$$

$$\nu_l^{(\beta)} \begin{cases} \geq 0,\ g_l^{(\beta)}\ (\hat{x}_\beta(t_\beta), \hat{t}_\beta) = 0, (l = \overline{1, k_g^{(\beta)}}); \\ \geq 0,\ g_l^{(\beta)}\ (\hat{x}_\beta(t_\beta), \hat{t}_\beta) = 0, \\ = 0,\ g_l^{(0)}\ (\hat{x}_1(t_0), \hat{t}_0\ ) \langle 0, \end{cases} \quad (l = \overline{1, k_g^{(\beta)} + 1, n_g^\beta});$$

$$\mu_l^{(\beta)} \begin{cases} \geq 0,\ g_l^{(\beta)}\ (\hat{x}_\beta, \hat{u}_\beta, t) = 0, (l = \overline{1, k_g^{(\beta)}}); \\ \geq 0,\ g_l^{(\beta)}\ (\hat{x}_\beta, \hat{u}_\beta, t) = 0, \\ = 0,\ g_l^{(0)}\ (\hat{x}_\beta, \hat{u}_\beta, t) \langle 0, \end{cases} \quad (l = \overline{1, k_g^{(\beta)} + 1, n_g^\beta});$$

(2^0) трансверсальности для сопряженных функций и гамильтонианов

$$\left.\frac{\partial S^*}{\partial x_i(t_0)}\right|_\wedge + \lambda_1(\hat{t}_0) = 0; \quad \left.\frac{\partial S^*}{\partial t_0}\right|_\wedge - H_1(\hat{x}_1(\hat{t}_0), \hat{u}_1(\hat{t}_0), \lambda(\hat{t}_0), \hat{t}_0 = 0,$$

$$\left.\frac{\partial S^*}{\partial x_{ij}(t_{ij})}\right|_\wedge - \lambda_{ij}(\hat{t}_{ij}) = 0;$$

$$\left.\frac{\partial S^*}{\partial t_{ij}}\right|_\wedge + H_{ij}(\hat{x}_{ij}(\hat{t}_{ij}), \hat{u}_{ij}(\hat{t}_{ij}), \lambda_{ij}(\hat{t}_{ij}), \hat{t}_{ij} = 0, \quad i = \overline{1,k};\ j = \overline{1,r_i};$$

(3^0) скачка для сопряженных функций и гамильтонианов

$$\left.\frac{\partial S^*}{\partial x_i(t_i)}\right|_\wedge - \lambda_1(\hat{t}_i) + \xi(i)\lambda_{i+1}(\hat{t}_i) + \sum_{j=1}^{r_i} \lambda_{ij}(\hat{t}_i) = 0;$$

$$i = \overline{1,k};\ \xi(i) \begin{cases} = 1,\ i = \overline{1, k-1} \\ = 0,\ i = k; \end{cases}$$

(4^0) минимума гамильтонианов

$$H_\beta(\hat{x}_\beta(t), \hat{u}_\beta(t), \lambda_\beta(t), t) = \min_{u_\beta(t) \in \Omega_\beta} H_\beta(\hat{x}_\beta(t), u_\beta(t), \lambda_\beta(t), t),$$

$$t \in [t_{\beta^*}, t_\beta]\ (\beta = i,\quad \beta^* = i - 1;\ \beta = ij;\ \beta^* = i;\ i = \overline{1,k};\ j = \overline{1,r_i}).$$

Таким образом, для оптимальности процесса $x_\beta, u_\beta, t, x_1(t_0), t_0$, $(\beta = ij;\ i = \overline{1,k};\ j = \overline{1,r_i})$ необходимо существование: мер $\neg_l^{(ij)}(l = \overline{1, n_g^{(ij)}})$, и

$\mu_l^{(\beta)}(t)(l=\overline{1,n_g^{(\beta)}})$, $t\in\left[t_{\beta*},t_{\beta}\right]$ не равных одновременно нулю; векторной функции $\lambda_{\beta}(t)$ ограниченной вариации, являющейся решением обыкновенного дифференциального уравнения

$$\dot{a}_{\beta}(t)=-\partial H_{\beta}/\partial x_{\beta}\Big|_{\wedge},\ (\beta=i,ij;\ i=\overline{1,k};\ j=\overline{1,r_i})\ .$$

Выводы. В статье показан подход к математической постановке задачи оптимального размещения сенсоров в зоне чрезвычайной ситуации. Сформулированы необходимые условия оптимальности траектории движения носителя при размещении сенсоров беспроводной сенсорной сети в зоне чрезвычайной ситуации. Эти условия позволяют определить оптимальные координаты и моменты времени ветвления траектории, а также оптимальные управления и траектории движения десантируемого груза (мобильных сенсоров) к заданным целям по отдельным ветвям траектории после отделения от носителя.

Изложенные условия могут служить теоретической основой для построения вычислительной процедуры для предварительного или оперативного расчета параметров траекторного движения аэроплатформы из состава беспроводной сенсорной сети с мобильными сенсорами в режиме развертывания сенсорной сети.

1. A Method of Control of Telecommunication Airsystems for the Wireless AD HOC Networks Optimization / *O. Lysenko, S. Valuiskyi, O. Tachinina, S. Danylyuk //* 3rd International Conference : Actual problems of unmanned aerial vehicles developments. – Kyiv, 2015. – P.182 – 185.
2. The Scenario-Based Approach for Control of Multi-Object Dynamic System Motion / *O. Tachinina, A. Alekseeva, O. Lysenko, S. Chumachenko //* 3rd International Conference : Actual problems of unmanned aerial vehicles developments. – Kyiv, 2015. – P. 305 – 308.
3. Objective control functions of mobile ad-hoc networks using unmanned aerial vehicles / *O. Lysenko, S. Danylyuk, A. Romanyuk, V. Romanyuk //* 3rd International Conference : Actual problems of unmanned aerial vehicles developments. – Kyiv, 2015. – P. 243 – 246.
4. Optimization of Unmanned Aerial Vehicle Path for Wireless Sensor Network Data Gathering / *S. Kashub, V. Novikov, I. Alekseeva, O. Lysenko //* 3rd International Conference : Actual problems of unmanned aerial vehicles developments. – Kyiv, 2015. – P. 280 – 283.
5. Функціональна модель системи управління безпроводовою сенсорною мережею із самоорганізацією для моніторингу параметрів навколишнього середовища / *К. С. Козелкова, В. І. Новіков, Т. О. Прищепа, А. В. Романюк //* Системи обробки інформації : збірник наукових праць. – Харків : Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, 2015. – Вип. 10 (135). – С. 222 – 226.

Украинский научно-исследовательский
институт гражданской защиты,
Киев

Получено 21.07.2016,
в окончательном варианте 29.09.2016

Национальный технический
университет Украины «КПИ»,
Киев

Национальный авиационный
университет,
Киев