

П.З.Луговой, Н.Я.Прокопенко

ВЛИЯНИЕ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ НА ДИСПЕРСИЮ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН В ПРОДОЛЬНО ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ

*Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины,
ул. Нестерова 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: lugovyy@inmtech.kiev.ua*

Abstract. An effect of the discrete arrangement of ribs as well as the Winkler's and Pasternak's coefficients of elastic foundation on the number and shape of dispersion curves of harmonic waves is studied. These waves propagate along the stiffened by longitudinal ribs cylindrical shell. The possible cases of deforming the shell are considered – the general case when ribs are bent and twist; the case when ribs are only bent, and the case when the ribs are only twisted. The results of studying the effect of elastic foundation on the wave parameters show that with increasing of coefficients of elastic foundation the values of cut frequencies increase within the given range of excitation frequencies, as well as the shape of dispersion curves is changed.

Key words: cylindrical shell, longitudinal ribs, Winkler's and Pasternak's coefficients of elastic foundation, harmonic waves, dispersion curves, cut frequencies.

Введение.

Для анализа воздействия гармонических нагрузок на оболочечные конструкции необходимо иметь динамические характеристики распространяющихся волн [2, 5 – 7, 11] и, в частности, их волновые параметры. После их определения строятся дисперсионные кривые. Задача о построении дисперсионных кривых для замкнутой круговой цилиндрической оболочки, подкрепленной ребрами, рассмотрена в работах [19, 20], где дана оценка влияния дискретного размещения ребер на число и форму дисперсионных кривых. Экспериментальные исследования [4, 8] свидетельствуют, что окружающая среда, в которой находятся оболочечные конструкции, значительно влияет как на динамические характеристики подкрепленных оболочек, так и на происходящие волновые процессы. Влияние упругого основания на собственные частоты и формы колебаний, устойчивость и напряженно-деформированное состояние ребристых цилиндрических оболочек исследовано в работах [3, 9, 10, 12, 14 – 17]. Изучению свободных колебаний продольно подкрепленных цилиндрических оболочек посвящены работы [13, 18].

Ниже с учетом дискретного размещения ребер исследовано влияние упругого основания Винклера и Пастернака на частоты загибания, число и форму дисперсионных кривых для гармонических волн, распространяющихся вдоль продольно подкрепленной замкнутой цилиндрической оболочки.

1. Постановка задачи. Основные уравнения.

Рассмотрим замкнутую круговую цилиндрическую оболочку с шарнирно опертыми краями, подкрепленную регулярной системой продольных ребер (все ребра имеют одинаковые геометрические и механические параметры и размещены на равных взаимных расстояниях). Оболочка находится на упругом основании, которое характеризуется коэффициентами Винклера или Пастернака C_1, C_2 .

Уравнения движения получены на основе прикладных теорий оболочек и стержней, основанных, соответственно, на гипотезах Кирхгофа и Кирхгофа – Клебша [1]. С учетом наличия упругого основания они имеют вид:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) u + \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \theta} - \nu \frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 u}{\partial t_1^2} + \sum_{j=1}^{k_1} \delta(\theta - \theta_j) \times \\
& \times \left(\gamma_c \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \delta_c \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^3} - \bar{\rho}_c \bar{\gamma}_c \frac{\partial^2 u}{\partial t_1^2} + \bar{\rho}_c \bar{\delta}_c \frac{\partial^3 w}{\partial t_1^2 \partial \xi} \right) \Big|_{\theta=\theta_j} = 0; \\
& \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \theta} + \left[\frac{1-\nu}{2} (1+4a^2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + (1+a^2) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] v + \\
& + \left\{ -\frac{\partial}{\partial \theta} + a^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \theta} + \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \right] \right\} w - \frac{\partial^2 u}{\partial t_1^2} + \sum_{j=1}^{k_1} \delta(\theta - \theta_j) \times \\
& \times \left[-\left(1 - \frac{h_c}{r}\right)^2 \lambda_{1c} \frac{\partial^4 v}{\partial \xi^4} + \left(1 - \frac{h_c}{r}\right) \lambda_{2c} \frac{\partial^5 w}{\partial \xi^4 \partial \theta} + \mu_c \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \right) - \right. \\
& \left. - \bar{\rho}_c \bar{\gamma}_c \left(1 - \frac{h_c}{r}\right) \frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} + \bar{\rho}_c \bar{\delta}_c \left(1 - \frac{h_c}{r}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial t_1^2 \partial \theta} - \bar{\rho}_c \bar{\mu}_c \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t_1^2 \partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} \right) \right] \Big|_{\theta=\theta_j} = 0; \\
& -\nu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left\{ -\frac{\partial}{\partial \theta} + a^2 \left[(2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \theta} + \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \right] \right\} v + w + a^2 \Delta \Delta w + \bar{C}_1 w - \bar{C}_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \\
& + \frac{\partial^2 w}{\partial t_1^2} + \sum_{j=1}^{k_1} \left\{ \delta(\theta - \theta_j) \left[\eta_c \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} - \delta_c \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} + \bar{\rho}_c \bar{\gamma}_c \frac{\partial^2 w}{\partial t_1^2} + \bar{\rho}_c \bar{\delta}_c \frac{\partial^3 u}{\partial t_1^2 \partial \xi} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \bar{\rho}_c \bar{\eta}_c \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial t_1^2} \right] \right] \Big|_{\theta=\theta_j} + \frac{d\delta(\theta - \theta_j)}{d\theta} \left[\mu_c \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \xi^2 \partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \right) + \right. \\
& \left. + \left(1 - \frac{h_c}{r}\right) \lambda_{2c} \frac{\partial^4 v}{\partial \xi^4} - \lambda_{3c} \frac{\partial^5 w}{\partial \xi^4 \partial \theta} - \bar{\rho}_c \bar{\mu}_c \left(\frac{\partial^3 w}{\partial t_1^2 \partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} \right) + \right. \\
& \left. + \bar{\rho}_c \bar{\delta}_c \left(1 - \frac{h_c}{r}\right) \frac{\partial^2 v}{\partial t_1^2} - \bar{\rho}_c \bar{\eta}_c \frac{\partial^3 w}{\partial t_1^2 \partial \theta} \right] \Big|_{\theta=\theta_j} = 0. \tag{1}
\end{aligned}$$

Выше приняты обозначения: u, v, w – компоненты вектора перемещений точки на срединной поверхности обшивки; $\xi = x/r$, $\theta = y/r$, x, y – декартовы координаты точки на указанной поверхности, $t_1 = t \omega_0$, t – время,

$$a^2 = \frac{h^2}{12r^2}; \quad \bar{\rho}_c = \frac{\rho_c}{\rho_0}; \quad \bar{\gamma}_c = \frac{F_c k_1}{2\pi r h}; \quad \bar{\delta}_c = \frac{h_c}{r} \bar{\gamma}_c; \quad \bar{\eta}_c = \left(\frac{h_c}{r}\right)^2 \bar{\gamma}_c;$$

$$\bar{\mu}_c = \frac{I_{kpc} k_1}{2\pi r^3 h}; \quad \gamma_c = \frac{E_c}{E} (1-\nu^2) \bar{\gamma}_c; \quad \delta_c = \frac{h_c}{r} \gamma_c; \quad \eta_c = \frac{E_c (I_{yc} + h_c^2 F_c) k_1}{2\pi r^3 h E} (1-\nu^2);$$

$$\lambda_{1c} = \frac{E_c I_{zc} k_1 (1-\nu^2)}{2\pi r^3 h E}; \quad \lambda_{2c} = \frac{h_c}{r} \lambda_{1c}; \quad \lambda_{3c} = \left(\frac{h_c}{r}\right)^2 \lambda_{1c}; \quad \mu_c = \frac{G_c}{E_c} (1-\nu^2) \bar{\mu}_c;$$

$$\bar{C}_1 = \frac{(1-\nu^2) r^2}{E h} C_1; \quad \bar{C}_2 = \frac{(1-\nu^2)}{E h} C_2,$$

h, r – соответственно, толщина и радиус срединной поверхности оболочки; E, ν, ρ_0 – модуль упругости, коэффициент Пуассона и плотность ее материала; $F_c, I_{yc}, I_{zc}, I_{kpc}$ – площадь поперечного сечения продольных ребер, его моменты инерции при изгибе в радиальной плоскости и в плоскости, эквидистантной касательной к срединной поверхности обшивки, а также момент инерции при кручении; h_c – эксцентриситеты ребер (расстояния от осей ребер (расстояния от осей ребер до срединной поверхности обшивки, $h_c > 0$, если ребра укреплены на ее внутренней поверхности); k_j – число продольных ребер; E_c, G_c, ρ_c – модули упругости и сдвига материалов, из которых изготовлены продольные ребра, а также их плотности, $\delta(\theta - \theta_j)$ – дельта-функция Дирака, $\theta_j = \frac{2\pi}{k_1} j$.

2.Методика решения задачи.

Для решения системы (1) используем представление его в виде рядов:

$$u = e^{ik\xi} \sum_{n=0}^{\infty} (u_{n1} \cos n\theta + u_{n2} \sin n\theta) \cos \omega_1 t_1;$$

$$v = e^{ik\xi} \sum_{n=0}^{\infty} (v_{n1} \sin n\theta + v_{n2} \cos n\theta) \cos \omega_1 t_1;$$

$$w = e^{ik\xi} \sum_{n=0}^{\infty} (w_{n1} \cos n\theta + w_{n2} \sin n\theta) \cos \omega_1 t_1, \quad (2)$$

где u_{ns}, v_{ns}, w_{ns} ($s = 1, 2$) – неизвестные постоянные; k – безразмерный волновой параметр (соответствующая ему длина волны $\lambda = 2\pi r / k$), $\omega_1 = \omega / \omega_0$; $\omega_0 = \sqrt{E / [(1-\nu^2) \rho_0 r^2]}$.

Используя подстановку (2) в (1), задача сводится к определению u_{ns}, v_{ns}, w_{ns} из бесконечных систем однородных линейных алгебраических уравнений. В [1] показано, что эти системы имеют точное решение. На его основе получены дисперсионные уравнения трех типов [19]:

а) уравнения для вычисления характеристических чисел (волновых параметров) при произвольном характере деформирования оболочки в окружном направлении (по терминологии, принятой в [1], – общий случай деформации). Волновые параметры в этом случае зависят от всех геометрических и механических характеристик ребер;

б) уравнения для вычисления характеристических чисел при таком деформировании оболочки в окружном направлении, при котором продольные ребра лежат в пучностях прогиба (первый частный случай деформации в соответствии с указанной выше терминологией). Волновые параметры в этом случае зависят только от жесткостей этих ребер на растяжение-сжатие и изгиб в радиальной плоскости оболочки, а также от геометрических и механических параметров, определяющих соответствующие инерционные характеристики ребер;

в) уравнения для вычисления характеристических чисел при таком деформировании оболочки в окружном направлении, при котором продольные ребра лежат в узлах прогиба (второй частный случай деформации в соответствии с указанной выше терминологией). Волновые параметры в этом случае зависят только от жесткостей этих ребер на изгиб в плоскости, эквидистантной касательной к срединной поверхности оболочки, и при кручении, а также от геометрических и механических параметров, определяющих соответствующие инерционные характеристики ребер.

Ниже использован упрощенный вариант уравнений (1). При этом принято, что на характеристические числа слабо влияют жесткости ребер при кручении и на изгиб в плоскости, эквидистантной касательной к срединной поверхности оболочки, а также соответствующие инерционные характеристики. При принятом предположении характеристические уравнения для общего и первого частного случая деформации имеют одинаковый вид, но соответствуют разным параметрам волнообразования в окружном направлении.

Таким образом, определение волновых параметров сведено к вычислению корней уравнений двух типов:

$$1 + L_n^{11} + L_n^{33} + L_n^{11}L_n^{33} + L_n^{13}L_n^{31} = 0, \quad (3)$$

$n = 1, \dots, n_2$ (общий случай деформации); $n = 0, (k_1/2)\delta_{k_1, 2s_1}$ (первый частный случай деформации); для второго частного случая деформации указанные уравнения имеют вид

$$1 + L_n^{22} + L_n^{44} + L_n^{22}L_n^{44} - L_n^{24}L_n^{42} = 0 \quad (n = 0, \delta_{k_1, 2s_1}k_1/2). \quad (4)$$

Выше приняты такие обозначения: $n_2 = k_1/2$ (при k_1 – четном); $n_2 = (k_1 - 1)/2$ (при k_1 – нечетном); $2n$ – число узловых линий формы волны в окружном направлении; $\delta_{k_1, 2s_1}$ – символ Кронеккера; $s_1 = 1, 2, \dots$.

Как показано в [1], число различных характеристических (в рассматриваемом случае дисперсионных) уравнений ограничено и определяется условиями периодичности приведенных ниже сумм $\Phi_1^n(X_{n_1})$:

$$L_n^{11} = C_{11}\Phi_1^n\left(\frac{L_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right) - C_{22}\Phi_1^n\left(\frac{E_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right); \quad L_n^{13} = C_5\Phi_1^n\left(\frac{E_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right) + C_{22}\Phi_1^n\left(\frac{L_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right);$$

$$L_n^{31} = C_{11}\Phi_1^n\left(\frac{E_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right) + C_{22}\Phi_1^n\left(\frac{F_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right); \quad L_n^{33} = C_5\Phi_1^n\left(\frac{F_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right) - C_{22}\Phi_1^n\left(\frac{E_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right);$$

$$L_n^{22} = C_3\Phi_1^n\left(\frac{N_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right) - C_4\Phi_1^n(n_1M_{n_1}); \quad L_n^{24} = C_6\Phi_1^n(n_1M_{n_1}) + C_4\Phi_1^n\left(\frac{N_{n_1}}{1 + \delta_{0n_1}}\right);$$

$$L_n^{42} = -C_3 \Phi_1^n (n_1 M_{n_1}) - C_4 \Phi_1^n (n_1^2 F_{n_1}); L_n^{44} = C_6 \Phi_1^n (n_1^2 F_{n_1}) - C_4 \Phi_1^n (n_1 M_{n_1}); \quad (5)$$

$$\Phi_1^n (X_{n_1}) = X_n + \sum_{l=1}^{\infty} (X_{lk_1+n} + X_{lk_1-n}); \quad (6)$$

$$L_n = \frac{1}{D_n} \left[a_n^{22} a_n^{33} - (a_n^{23})^2 \right], \quad E_n = \frac{1}{D_n} (a_n^{12} a_n^{23} - a_n^{13} a_n^{22}); \quad F_n = -\frac{1}{D_n} \left[a_n^{11} a_n^{22} - (a_n^{12})^2 \right];$$

$$N_n = -\frac{1}{D_n} \left[a_n^{11} a_n^{33} - (a_n^{13})^2 \right]; \quad M_n = -\frac{1}{D_n} (-a_n^{11} a_n^{23} + a_n^{13} a_n^{12}); \quad (7)$$

$$D_n = -a_n^{11} a_n^{22} a_n^{33} - 2a_n^{12} a_n^{13} a_n^{23} + a_n^{11} (a_n^{23})^2 + a_n^{22} (a_n^{13})^2 + a_n^{33} (a_n^{12})^2; \quad (8)$$

$$a_n^{11} = \left(k^2 + \frac{1-\nu}{2} n^2 \right) - \omega_1^2; \quad a_n^{12} = \frac{1+\nu}{2} kn; \quad a_n^{13} = \nu k;$$

$$a_n^{22} = (1+a^2) n^2 + \frac{1-\nu}{2} (1+4a^2) k^2 - \omega_1^2; \quad a_n^{23} = n \left[1 + (2-\nu) a^2 k^2 + a^2 n^2 \right];$$

$$a_n^{33} = 1 + a^2 (k^2 + n^2)^2 + \bar{C}_1 + \bar{C}_2 (k^2 + n^2) - \omega_1^2;$$

$$C_{11} = -\gamma_c k^2 + \bar{\rho}_c \bar{\gamma}_c \omega_1^2; \quad C_{22} = -\delta_c k^3 + \bar{\rho}_c \bar{\delta}_c \omega_1^2 k; \quad C_3 = \eta_c k^4 - \bar{\rho}_c \bar{\gamma}_c \omega_1^2 + \bar{\rho}_c \bar{\eta}_c \omega_1^2 k^2;$$

$$C_3 = k^2 (\lambda_{1c} k^2 + \mu_c) - \bar{\rho}_c \bar{\gamma}_c \omega_1^2 \left(1 - \frac{h_c}{r} \right) - \bar{\rho}_c \bar{\mu}_c \omega_1^2;$$

$$C_4 = k^2 (\lambda_{2c} k^2 - \mu_c) - \bar{\rho}_c \bar{\delta}_c \omega_1^2 \left(1 - \frac{h_c}{r} \right) + \bar{\rho}_c \bar{\mu}_c \omega_1^2;$$

$$C_6 = k^2 (\lambda_{3c} k^2 + \mu_c) - \bar{\rho}_c (\bar{\mu}_c + \bar{\eta}_c) \omega_1^2.$$

Уравнения для вычисления частот запираания могут быть получены из (3) и (4) с учетом $k = 0$.

3. Числовые результаты и их анализ.

Численные данные получены для оболочки, усиленной четырьмя ребрами ($k_l=4$), размещенными на внутренней поверхности обшивки, имеющей такие безразмерные геометрические и механические параметры: $h/r = 0,25 \cdot 10^{-2}$; $F_c / 2\pi r h = 0,16 \cdot 10^{-1}$; $h_c / r = 0,14 \cdot 10^{-1}$; $I_{kpc} / 2\pi r^3 h = 0,53 \cdot 10^{-6}$; $I_{zc} / 2\pi r^3 h = 0,13 \cdot 10^{-6}$; $E_c = E$; $G_c = 0,3845E$; $\nu = 0,3$. Рассматриваемый интервал частот возбуждения: $0 \leq \omega_1 \leq 0,2$.

Принято, что при данном характере внешнего воздействия в оболочке возбуждаются гармонические волны, профиль которых таков, что они описываются дисперсионными уравнениями (3). Поскольку рассматриваем гармонические волны, распространяющиеся вдоль оболочки, ниже определены только действительные корни уравнений (3).

Результаты вычисления частот запираания и построения дисперсионных кривых представим для трех вариантов нагружения ребристой оболочки гармонической нагрузкой: циклически симметричной в окружном направлении с периодом $2\pi/k_1$ ($n=0$), циклически симметричной в окружном направлении с периодом $4\pi/k_1$ ($n=k_1/2$) и антисимметричной в окружном направлении нагрузкой ($n=1$) (при проведении вычислений в рядах (6) удержано 101 слагаемое ($l_{\max}=100$)).

Таблица 1

\bar{C}_1	$\omega_1 \cdot 10$			
	n = 0	n = 1		n = 2
0	0,099	0,053	0,841	0,018
	0,427	0,165	1,180	0,236
	0,978	0,334	1,576	0,676
	1,753	0,559	–	1,339
0,001	0,305	0,220	0,638	0,268
	0,521	0,295	0,896	0,380
	1,024	0,345	1,220	0,740
	1,780	0,453	1,606	1,374
0,005	0,644	0,490	0,888	0,590
	0,798	0,641	1,089	0,708
	1,190	0,699	1,368	0,957
	1,881	0,764	1,722	1,503
0,010	0,892	0,691	1,126	0,825
	1,051	0,892	1,291	0,973
	1,372	0,975	1,534	1,176
	–	1,031	1,857	1,657

В табл. 1, 2 приведены значения частот загираания для рассматриваемых случаев деформирования оболочки в зависимости от коэффициентов \bar{C}_1, \bar{C}_2 упругого основания Винклера и Пастернака. Из табл. 1, 2 следует, что в заданном диапазоне частот возбуждения с увеличением коэффициентов упругого основания частоты загираания возрастают по сравнению с частотами для оболочки без упругого основания. При достаточно больших значениях коэффициентов упругого основания число частот загираания уменьшается. Упругому основанию Пастернака соответствуют более высокие значения частот загираания по сравнению с частотами загираания для упругого основания Винклера.

Таблица 2

\bar{C}_1	\bar{C}_2	$\omega_1 \cdot 10$			
		n = 0	n = 1		n = 2
0	0	0,099	0,053	0,841	0,018
		0,427	0,165	1,180	0,236
		0,978	0,334	1,576	0,676
		1,753	0,559	–	1,339
0,001	0,0001	0,476	0,231	1,079	0,319
		0,913	0,405	1,394	0,675
		1,529	0,587	1,757	1,200
		–	0,811	–	1,913
	0,0005	0,872	0,269	1,118	0,466
		1,753	0,686	1,571	1,304
		–	–	–	–
	0,0010	1,194	0,311	1,543	0,602
		–	0,923	–	1,805
0,010	0,0001	0,976	0,696	1,421	0,856
		1,281	0,952	1,674	1,115
		1,779	1,078	1,988	1,504
		–	1,225	–	–
	0,0005	1,224	0,711	1,436	0,928
		–	1,108	1,817	1,575
		–	–	–	–
	0,0010	1,472	0,728	1,787	1,005
		–	1,270	–	–

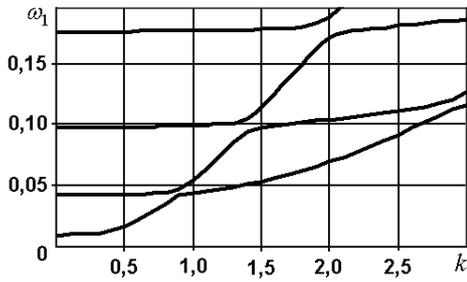


Рис. 1

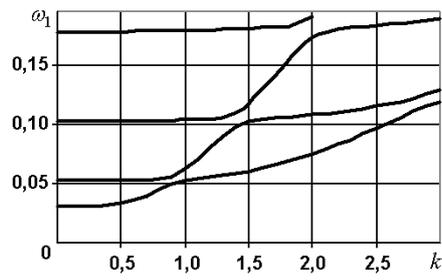


Рис. 2

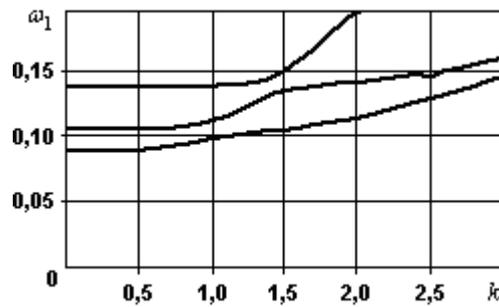


Рис. 3

На рис. 1 – 3 представлены дисперсионные кривые для случая деформирования оболочки, когда $n = 0$, в зависимости от коэффициента упругого основания Винклера. Кривые на рис. 1 соответствуют оболочке без упругого основания $\bar{C}_1 = 0$, на рис. 2 – для $\bar{C}_1 = 0,001$, на рис. 3 – для $\bar{C}_1 = 0,01$. Как видно из рис. 1 – 3, с увеличением коэффициента упругого основания Винклера изменяется форма дисперсионных кривых, они становятся более пологими.

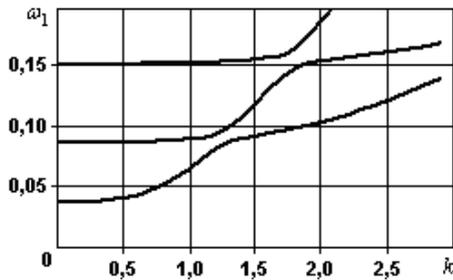


Рис. 4

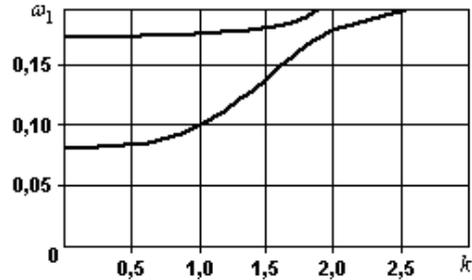


Рис. 5

На рис. 4 – 5 показаны дисперсионные кривые для этого случая деформирования оболочки в зависимости от значения коэффициента упругого основания Пастернака \bar{C}_2 при $\bar{C}_1 = 0$, (кривые на рис. 4 соответствуют $\bar{C}_2 = 0,0001$, а на рис. 5 – $\bar{C}_2 = 0,01$). Здесь также имеет место изменение количества и формы дисперсионных кривых с увеличением коэффициента упругого основания \bar{C}_2 .

На рис. 6 – 8 показаны дисперсионные кривые гармонических волн, распространяющихся вдоль продольно подкрепленной цилиндрической оболочки, находящейся на упругом основании Пастернака ($\bar{C}_1 = 0,001$ и $\bar{C}_2 = 0,0005$). Дисперсионные кривые рис. 7 соответствуют гармоническим волнам произвольного профиля в окружном на-

правлении (длина волны не кратна расстоянию между ребрами – общий случай деформирования оболочки), а кривые рис. 6 и 8 – для волн, имеющих пучность на ребре (первый частный случай). Из сравнения кривых этих рисунков следует, что число дисперсионных кривых в заданном диапазоне частот возбуждения для общего случая деформирования оболочки и первого частного случая различно. Число дисперсионных кривых для общего случая больше по сравнению с первым частным случаем. Отметим, что число дисперсионных кривых, соответствующих первому частному случаю деформирования оболочки ($n = 0$) и ($n = 2$), одинаково, но формы этих кривых отличаются. Случаю деформирования оболочки $n = 0$ соответствуют более пологие дисперсионные кривые по сравнению со случаем $n = 2$.

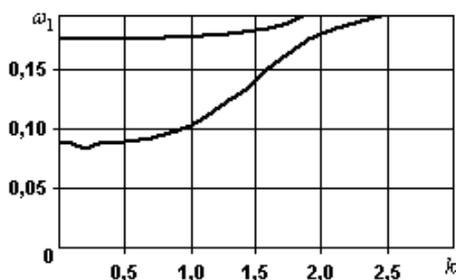


Рис. 6

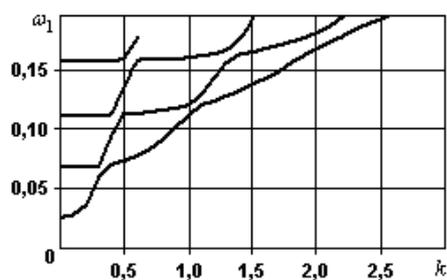


Рис. 7

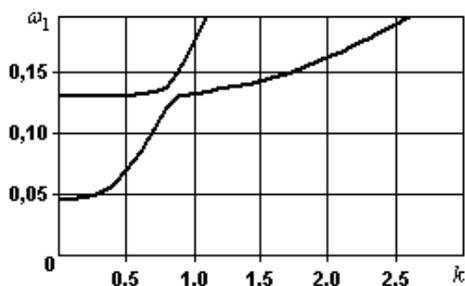


Рис. 8

Заключение.

Из анализа результатов проведенного исследования можно заключить, что коэффициенты упругого основания Винклера и Пастернака оказывают влияние на частоты запираания для гармонических волн, распространяющихся вдоль продольно подкрепленной оболочки. С увеличением значений коэффициентов упругого основания величины частот запираания возрастают, а их количество в заданном диапазоне частот возбуждения уменьшается. Учет дискретного размещения ребер позволил построить дисперсионные кривые для возможных случаев деформирования оболочки. Форма дисперсионных кривых для рассмотренных случаев деформирования оболочки с возрастанием коэффициентов упругого основания изменяется – они становятся более пологими.

РЕЗЮМЕ. Досліджено вплив дискретного розміщення ребер і коефіцієнтів пружної основи Вінклера і Пастернака на число і форму дисперсійних кривих для гармонічних хвиль, що розповсюджуються вздовж підкріпленої поздовжніми ребрами циліндричної оболонки. Розглянуто можливі випадки деформування оболонки: загальний випадок, коли ребра згинаються і закручуються, випадок, коли ребра тільки згинаються, і випадок, коли ребра тільки закручуються. Результати дослідження впливу пружної основи на хвильові параметри свідчать, що зі збільшенням коефіцієнтів пружної основи значення частот запираання зростають в заданому діапазоні частот збудження і змінюється форма дисперсійних кривих.

1. *Амиро И.Я., Заруцкий В.А.* Теория ребристых оболочек (Методы расчета оболочек: в 5-ти т., т.2). – К.: Наук. думка, 1980. – 368 с.
2. *Головки К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф.* Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках. – К.: Изд-во – полиграф. центр «Киевский университет», 2012. – 541 с.
3. *Кубенко В.Д., Луговой П.З., Прокопенко Н.Я.* Влияние подкрепления на собственные частоты прямоугольных в плане пологих цилиндрических оболочек на упругом основании // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій – 2011. – Вип. 16. – С. 151 – 156.
4. *Луговой П.З., Сивак В.Ф., Головки К.Г., Крицкая Н.И.* Экспериментальное исследование влияния сплошной среды на динамические характеристики подкрепленной цилиндрической оболочки при импульсном нагружении // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2012. – Вип. 18. – С. 120 – 125.
5. *Accorsi M.L., Bennett M.S.* A finite element based method for the analysis of free wave propagation in stiffened cylinders // J.Sound and Vibr. – 1991. – **148**, N 2. – P. 279 – 292.
6. *Bennett M.S., Accorsi M.L.* Free wave propagation in periodically ring stiffened cylindrical shells // J. Sound and Vibr. – 1994. – **171**, N 1. – P. 49 – 66.
7. *Huntington D.E., Lyrantzis C.S.* Dynamics of skin-stringer panels using modified wave methods // AIAA J. – 1992. – **30**, N 11. – P. 2765 – 2773.
8. *Lugovoi P.Z., Podil'chuk I.Yu. and Sivak V.F.* Experimental Study of the Behavior of Cylindrical Shell under Impulsive Loading with Ambient Humidity Taken into Account // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, N 4. – P. 418 – 421.
9. *Lugovoi P. Z., Prokopenko N. Ya.* Vibrations of Ribbed Shallow Rectangular Shells on the Elastic Foundation // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, N 8. – P. 912 – 918.
10. *Lugovoi P. Z., Prokopenko N. Ya.* Influence of Reinforcement and Elastic Foundation on the Vibrations of Shallow Shells with Rectangular Planform // Int. Appl. Mech. – 2011. – **47**, N 6. – P. 714 – 719.
11. *McDanjel T.J.* Dynamics of Non-Circular Stiffened Cylindrical Shells // J. Sound and Vibrations. – 1972. – **23**, N 2. – P. 217 – 227.
12. *Paliwad D.N., Pandey Rajesh K.* The free vibrations of a cylindrical shell on an elastic foundation // Trans. ASME. J. Vibr. and Acoust. – 1998 – **120**, N 1. – P. 63 – 71.
13. *Rinehart S.A., Wang J.T.S.* Vibrations of Simply Supported Cylindrical Shells with Longitudinal Stiffener // J. Sound and Vibrations. – 1972. – **24**, N 2. – P. 151 – 163.
14. *Rosen A., Singer J.* Vibrations and Buckling of Eccentrically Loaded Stiffened Cylindrical Shells with Elastic Restraints // Exp. Mech. – 1976 – **16**, N 3. – P. 88 – 94.
15. *Rosen A., Singer J.* Vibrations and Buckling of Axially Loaded Stiffened Cylindrical Shells with Elastic Restraints // Int. J. Solid Struct. – 1976 – **12**, N 8. – P. 577 – 588.
16. *Skosarenko Yu.V.* The Stress – Strain State of a Ribbed Cylindrical Shell Interacting Elastic Foundation under Short – Term Loads // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 1. – P. 92 – 102.
17. *Skosarenko Yu.V.* Free Vibrations of a Ribbed Cylindrical Shell Interacting with Elastic Foundation // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N 5. – P. 575 – 581.
18. *Wang J.Y.S., Rinehart S.A.* Free Vibrations of Longitudinally Stiffened Cylindrical Shells // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1974. – **E41**, N 4. – P. 1087 – 1093.
19. *Zarutskii V.A., Prokopenko N.Ya.* Influence of Discrete Longitudinal Ribs on Harmonic Waves in Cylindrical Shells // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, N 4. – P. 457 – 469.
20. *Zarutskii V.A., Prokopenko N.Ya.* Dispersion Curves for Harmonic Waves Longitudinally Reinforced Cylindrical Shells // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, N 6. – P. 721 – 725.

Поступила 26.06.2013

Утверждена в печать 26.05 2015