

В. Л. Карлаш

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПРОДОЛЬНЫМ ВЫРЕЗОМ

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: karlashv@ukr.net*

Abstract. The experimental study of open and closed cylindrical shells from piezoceramics is carried out. It is shown that in the cut case the third resonance shows very intensive vibrations and high coefficient of electromechanical coupling. In the case of open shell, all resonances are depressed. The amplitude-frequency and phase-frequency characteristics in a frequency range are discussed.

Key words: piezoelectric cylindrical shell, resonance vibrations, full admittance, amplitude-frequency and phase-frequency characteristics.

Введение.

Тонкостенные цилиндрические оболочки из поляризованной пьезокерамики представляют значительный интерес для исследователей, прежде всего в качестве моделей при изучении колебательных явлений в упругих элементах конструкций [3 – 6, 9, 15, 16]. Разрез оболочки вдоль образующей превращает ее в своеобразную панель, обладающую в начальной области спектра значительным количеством сильных и слабых электромеханических резонансов. Собственная статическая емкость таких образцов превышает десять тысяч пикофард и заметно шунтирует электромеханические колебания на слабых резонансах. Ослабить влияние статической емкости дает возможность применения в эксперименте систем измерения с компенсацией этой емкости с помощью мостовых схем либо замена в схеме Мэзона [1, 3, 10, 11] резистивной емкостной нагрузки.

Соотношение электрических проводимостей собственной статической емкости пьезоэлемента и нагрузочного резистора изменяется во столько раз, во сколько раз верхняя частота диапазона измерений превышает его нижнюю частоту [17, 20 – 25]. В случае емкостной нагрузки исследуемый пьезоэлемент и нагрузочный конденсатор образуют емкостной делитель потенциала, коэффициент передачи которого изменяется в диапазоне измерений незначительно, так что резонансные явления наблюдаются на фоне практически линейной частотной зависимости отношения полных электрических проводимостей двух емкостей.

В настоящей статье применена уточненная экспериментальная методика для измерения резонансных частот, фазовых сдвигов и полной проводимости в усовершенствованной схеме Мэзона [3, 7, 8, 13, 15], а также дан анализ результатов применения этой методики к изучению колебаний пьезокерамической цилиндрической сплошной оболочки, а также с разрезом вдоль образующей.

1. Методика эксперимента.

Измерение резонансных и антирезонансных частот при колебаниях пьезокерамических элементов конструкций обычно проводится с применением так называемой схемы Мэзона. Авторы работы [4] различают два метода – фазовый и амплитудный. Оба эти метода являются вариантами схемы Мэзона. В фазовом методе перестраивают генератор до тех пор, пока падение потенциала на нагрузочном резисторе достигает максимального или минимального значения. Затем плавно подстраивают генератор

до достижения нулевого фазового сдвига между электрическим током и электрическим напряжением. В амплитудном методе выполняется все так же, но фазометр отсутствует и фазовые сдвиги не регистрируются. Соответствующие резонансные и антирезонансные частоты отождествляются с частотами максимумов и минимумов падения потенциала на нагрузочном резисторе. Методика определения полных электрических проводимостей пьезоэлементов на характерных частотах и в интервале между резонансами в работе [4] отсутствует.

В работе [13] указано, что схема Мэзона является единственной экспериментальной системой, позволяющей измерять не только резонансные, но и антирезонансные частоты при электромеханических колебаниях пьезоэлектрических тел. Эта схема позволяет также косвенным путем определять полные проводимости пьезоэлемента на резонансе или антирезонансе. Трудности, которые возникают при определении полных проводимостей, связаны с тем обстоятельством, что измерить непосредственно падение электрического потенциала на исследуемом пьезоэлементе, включенном последовательно с нагрузочным резистором, практически невозможно. Вольтметров, способных это сделать на частотах в десятки и сотни килогерц, просто не существует. Приходится, например, вычитать падение потенциала на нагрузочном резисторе из входной разности потенциалов, как в работе [10]. Такой подход имеет право на существование, поскольку обеспечивает достаточную точность собственно на резонансных и антирезонансных частотах, где фазовые сдвиги между током и падением потенциала в образцах отсутствуют [4 – 8]. Применение отмеченного подхода для измерения полной проводимости в диапазоне частот между соседними резонансами ведет к существенным погрешностям из-за больших фазовых сдвигов.

В классической схеме Мэзона исследуемый пьезоэлемент является связующим звеном между нагрузочным резистором и генератором электрических ультразвуковых колебаний [1, 3, 6, 7, 15]. Один вывод нагрузочного резистора соединен с общим проводом схемы, «заземлен». В процессе перестройки генератора падение потенциала на нагрузочном резисторе возрастает на резонансных частотах и снижается на антирезонансных (по сравнению с емкостной компонентой) в несколько раз. Частоты, на которых падение потенциала на нагрузочном резисторе достигает максимальных значений, являются частотами максимальной проводимости пьезоэлемента и обычно отождествляются с резонансными. Частоты минимальной проводимости или минимального падения потенциала на нагрузочном резисторе принято считать антирезонансными. Можно «обратить» измерительную часть схемы Мэзона, присоединив ее к генератору таким образом, что «заземленным» окажется один из выводов пьезоэлемента. Станет возможным прямое измерение падения потенциала на исследуемом пьезоэлементе. Однако будет косвенным измерение падения потенциала на нагрузочном резисторе. Резонансные явления будут наблюдаться на фоне уменьшающегося по экспоненциальному закону реактивного импеданса собственной статической емкости пьезоэлемента.

Комбинируя «прямую» и «обращенную» измерительные части схемы Мэзона, как это сделано в работах [7, 13], можно повысить точность определения полной проводимости в диапазоне частот и исключить влияние фазовых сдвигов. Для этого необходимо добавить в измерительную часть коммутатор, позволяющий поочередно «заземлять» либо один вывод нагрузочного резистора, либо один вывод исследуемого пьезоэлемента. Падение потенциала U_R на нагрузочном резисторе, пропорциональное току I_{pe} через пьезоэлемент, и падение потенциала U_{pe} на самом пьезоэлементе последовательно измеряется на одной и той же частоте одним и тем же вольтметром, так что для определения полной проводимости Y_{pe} пьезоэлемента применяется простая формула

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}. \quad (1)$$

Хорошие результаты, как показывает опыт, обеспечивает и построение на одном и том же рисунке независимо (последовательно) снятых амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) падений потенциала на пьезоэлементе или нагрузочном резисторе,

когда сама схема измерений изменяется и поочередно «заземляется» либо нагрузочный резистор, либо пьезоэлемент. Частоты, на которых измеряется падение потенциала на пьезоэлементе и нагрузочном резисторе, хотя и близки между собой, но выбираются независимо (произвольно) и не совпадают.

2. АЧХ замкнутой цилиндрической оболочки из пьезокерамики.

Рис. 1 иллюстрирует такие зависимости, полученные для тонкостенной пьезокерамической цилиндрической оболочки высотой 22,2 мм при наружном диаметре 18,5 и внутреннем 15,8 мм. Кривые построены для диапазона 20 – 200 кГц.

Сначала пьезоэлемент включался, как в обычной схеме Мэсона и снималось падение потенциала на резисторе 110 Ом в зависимости от частоты (кривая 3). Затем резистор включался, как ограничитель тока, и снималась зависимость от частоты падения потенциала на пьезоэлементе (кривая 4). На том же рисунке приведены АЧХ падений потенциала на последовательно соединенных резисторе (кривая 1) и конденсаторе 14000 пФ (кривая 2). Емкость набранного из слюдяных и керамических конденсаторов (обладают высокой температурной стабильностью и низкими диэлектрическими потерями) компенсирующего конденсатора была равна собственной статической емкости пьезоэлемента.

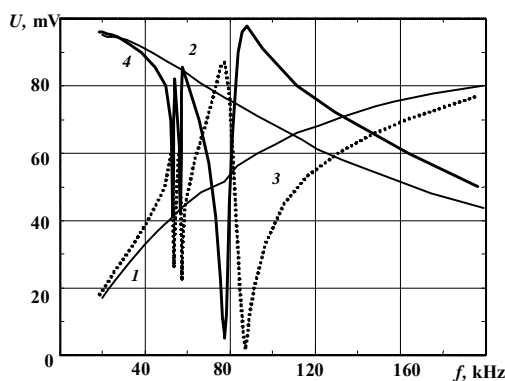


Рис. 1

В диапазоне 20 – 200 кГц отчетливо заметными являются всего три резонанса. Для их более полного анализа построены графики в интервале 50 – 60 и 70 – 90 кГц (рис. 2). Эти графики были отпечатаны в увеличенном масштабе и по ним измерены падение потенциала U_R на нагрузочном резисторе и падение потенциала U_{pe} на пьезоэлементе на ряде частот, включая все максимумы и минимумы потенциала, равно как и точки пересечения кривых. Линии 1 и 2 предыдущего рисунка для резистора и конденсатора здесь опущены.

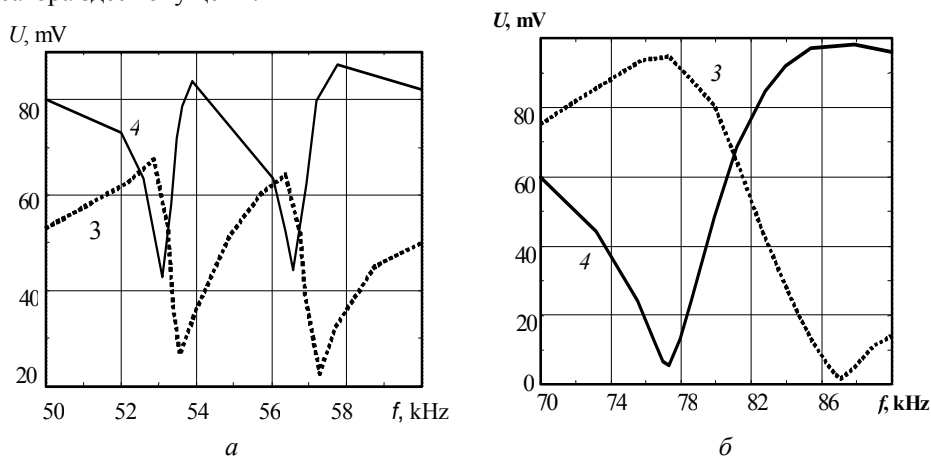


Рис. 2

Анализ рис. 1 и 2 показывает, что вдали от резонансов графики изменения потенциала на пьезоэлементе и нагрузочном резисторе приближаются к соответствующим графикам пассивных элементов. Это явление связано с существенным влиянием собственной статической емкости пьезокерамических элементов, достигающей нескольких тысяч пикофард. Влияние этой емкости проявляется и вблизи от резонансов и ведет к несовпадению максимумов падения потенциала на нагрузочном резисторе и минимумов падения потенциала на пьезоэлементе, особенно заметному на графиках рис. 2. Не совпадают также максимумы падения потенциала на нагрузочном резисторе с минимумами падения потенциала на пьезоэлементе. В табл. 1 представлены частоты максимумов потенциала на резисторе, минимумов потенциала на пьезоэлементе, минимумов потенциала на резисторе и максимумов потенциала на пьезоэлементе – соответственно $f_1 - f_4$, а также квадраты динамического коэффициента электромеханической связи (КЭМС).

Таблица 1

f_1, Hz	52884	56373	77313
f_2, Hz	53101	56597	77350
f_3, Hz	53570	56288	87132
f_4, Hz	53883	57775	87866
$(k_d^2)_1$	0,0256	0,0315	0,225
$(k_d^2)_2$	0,0290	0,0408	0,239

Для вычисления квадратов КЭМС применена формула Мэзона [3 – 7, 11]

$$k_d^2 = \frac{f_a^2 - f_r^2}{f_a^2} \cong \frac{f_n^2 - f_m^2}{f_n^2} \cong \frac{2(f_n - f_m)}{f_n} \quad (2)$$

$$\left\{ (k_d^2)_1 = \frac{2(f_3 - f_1)}{f_3}; (k_d^2)_2 = \frac{2(f_4 - f_2)}{f_4} \right\}.$$

Различие частот $f_2 - f_1, f_4 - f_3$ достигает от 37 до 734 Гц или от 0,04 до 0,84 %. Несовпадение квадратов КЭМС составляет 13,3; 21,3 и 5,86 %. По величине квадрата КЭМС сильный третий резонанс превышает двух своих предшественников в 6 – 8 раз.

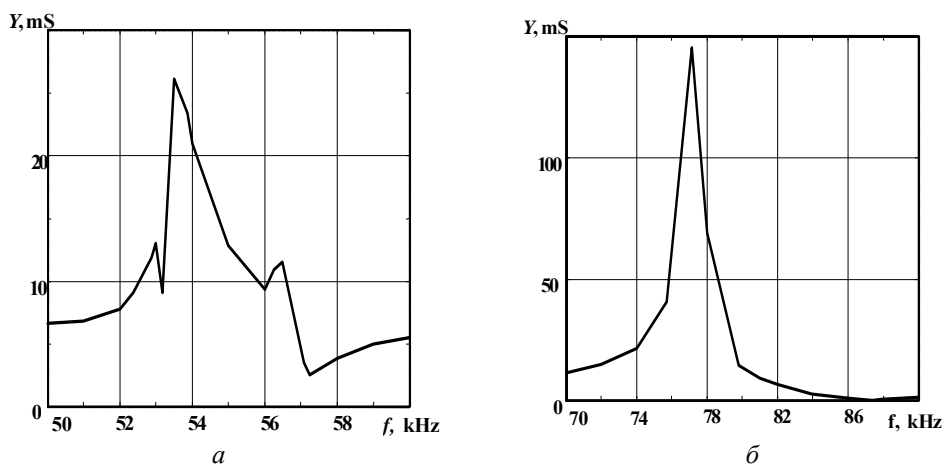


Рис. 3

По формуле (1) вычислены полные проводимости (рис. 3). На участке от 50 до 60 кГц, кроме указанных в таблице двух резонансов становится заметным еще «ступенька» на частоте 53 кГц, возможно слабый резонанс. Разность потенциалов на входе $U_{\text{вх}}$ поддерживалась 100 мВ. Максимум полной проводимости оболочки 145 мС

достигается на третьем резонансе (рис. 3, б) и превышает аналогичный параметр первого резонанса 26,1 мС (рис. 3, а) в 5,6 раза. Минимум полной проводимости оболочки (0,28 мС) также достигается на третьем резонансе. Отношение максимальной проводимости к минимальной составляет 518. Вблизи первого резонанса имеем $26,1:2,58 = 10,1$.

Если к электродам пьезоэлемента подвести от генератора некоторую разность электрических потенциалов U , то в нем возникает электрический ток I и в его объеме выделится мощность P [2]

$$P = UI = U^2 Y = \frac{I^2}{Y}. \quad (3)$$

Известно, что эффективность работы электромеханических преобразователей энергии в режиме излучения зависит от величины колебательной скорости на излучающей поверхности [6, 15 – 19]. Достичь максимума этого показателя можно как на резонансе, так и на антирезонансе. На антирезонансе потребуется подавать в несколько раз большую разность потенциалов, чем на резонансе, уменьшив в той же мере величину потребляемого тока. По формуле (3) вычислим для примера напряжение и ток, необходимые при работе оболочки на сильном третьем резонансе и мощности в пьезоэлементе $P_0 = 1 \text{ ВА}$. Тогда имеем

$$U = \sqrt{\frac{P_0}{Y}}; \quad I = \sqrt{P_0 Y}. \quad (4)$$

Подставляя в (4) $Y_m = 145 \text{ мСм}$, $Y_n = 0,28 \text{ мСм}$, получаем $U_m = 2,63 \text{ В}$, $I_m = 0,38 \text{ А}$, $U_n = 59,8 \text{ В}$, $I_n = 0,0167 \text{ А}$. Одним из способов повышения разности потенциалов на пьезоэлементе вблизи антирезонанса является включение последовательно с ним конденсатора, настроенного совместно с внутренней электромеханической реактивностью индуктивного типа на параллельный резонанс [19].

Результаты исследования электромеханических колебаний цилиндрической оболочки $20 \times 18 \times 15 \text{ мм}$ из пьезокерамики ЦТС-19 методом пьезотрансформаторного датчика показали, что сильный третий резонанс такой структуры может быть связан с интенсивными продольными колебаниями. Такой резонанс известен в литературе под названием «синфазная мода колебаний» [9]. При деформировании оболочки растяжение по длине сопровождается одновременным и синфазным растяжением по азимуту. В работе [5] приведена формула для входной проводимости тонкого высокого пьезо-керамического кольца с радиальной поляризацией, которая с учетом зависимости планарного k_p и поперечного k_{31} коэффициентов связи [5, 10]

$$k_p^2 = \frac{2k_{31}^2}{1-\nu} \quad (5)$$

приводится к виду

$$Y_k = j\omega C_0 \left[1 - k_p^2 + \frac{(1+\nu)k_p^2 \omega_r^2}{2(\omega_r^2 - \omega^2)} \right]. \quad (6)$$

Измерив частоты максимальной f_m и минимальной f_n проводимостей, можно вычислить квадрат планарного КЭМС из следующего соотношения:

$$\frac{2(1-k_p^2)}{(1+\nu)k_p^2} = \frac{f_m^2}{f_n^2 - f_m^2}. \quad (7)$$

Подставляя в (7) данные табл. 1 и положив коэффициент Пуассона $\nu = 0,35$, имеем $k_p^2 = 0,286$. Таким образом, сильный резонанс тонкой пьезокерамической цилиндрической оболочки можно рассматривать не только как ее «синфазную» моду, но и как радиальный резонанс «высокого» кольца.

3. Фазовые соотношения между током и потенциалом в замкнутой оболочке.

Величины U_{ex} , U_R и U_{pe} откладывались в некотором масштабе на вспомогательных рисунках и строились своеобразные характеристические треугольники. Углы при вершинах этих треугольников соответствуют фазовым сдвигам между компонентами потенциала. Фазо-частотные характеристики (рис. 4) построены для тех же интервалов частот, что и АЧХ полных проводимостей.

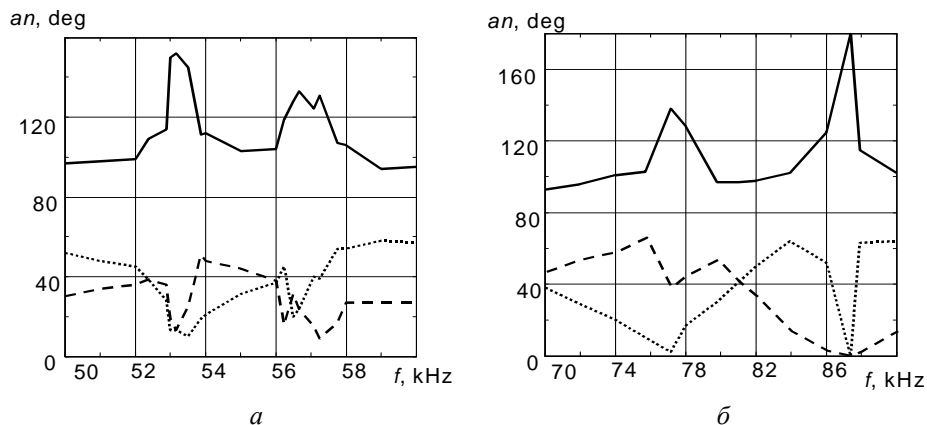


Рис. 4

Параллельно с геометрическими построениями для определения фазовых сдвигов проведены вычисления, основанные на теореме косинусов. Расчеты выполнены согласно следующих формул:

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{ex}^2}{2U_{pe} U_R}; \quad \cos \beta = \frac{U_{ex}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{ex} U_R}; \quad \cos \gamma = \frac{U_{ex}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{ex} U_{pe}}. \quad (8)$$

Результаты расчетов и геометрических построений для нескольких точек в интервалах частот 50 – 60 и 70 – 90 кГц представлены в табл. 2 и 3, куда включены частоты максимумов и минимумов полной проводимости, а также точки пересечения кривых рис. 2. Символами без штрихов обозначены углы, рассчитанные по формулам (8), штрихами снабжены углы, измеренные во вспомогательных треугольниках.

Таблица 2

f, kHz	50	52,37	53	53,17	53,5	56	56,67	57,25	58	60
Y, mS	6,63	9,09	13	9,09	26,1	9,33	9,09	2,58	3,88	5,54
α	94°30'	101°40'	149°40'	150°30'	146°10'	106°20'	138°30'	135°40'	101°10'	95°30'
β	52°30'	39°10'	12°20'	14°40'	8°30'	36°20'	20°20'	35°	57°30'	54°40'
γ	31°50'	39°10'	16°50'	14°40'	25°20'	38°20'	20°20'	9°20'	21°	29°50'
α'	97°	103°	150°	152°	145°	104°	133°	131°	106°	95°
β'	52°	38,5°	13°	13°	10°	37°	23,5°	39°	54°	57°
γ'	30°	38,5°	19°	13°	25°	38°	23,5°	9°	20°	27°

Анализ кривых рис. 4 и данных таблиц показывает, что сдвиг фаз между падением потенциала на пьезоэлементе U_{pe} и нагрузочном резисторе U_R (сплошные линии) в интервалах между резонансами составляет 90 – 100 градусов, что соответствует фазовому сдвигу между током и напряжением в любом электрическом конденсаторе. Наиболее резкие изменения фазовых сдвигов наблюдаются вблизи от резонансов и антирезонансов. В промежутках между резонансами и соответствующими антирезонансами фазовые сдвиги опять приближаются к 100 градусам.

Фазовый угол β (β') между падением потенциала на пьезоэлементе U_{pe} и входным сигналом U_{ex} (пунктирные линии) на резонансных частотах проходит через близкий к нулю минимум и повышается в промежутках между резонансами до 50 – 60 градусов. Фазовый угол γ (γ') между входным сигналом U_{ex} и падением потенциала на нагрузочном резисторе U_R (прерывистые линии) достигает близкого к нулю минимума вблизи антирезонансов.

Таблица 3

f, kHz	70	74	75,74	77,13	78	80,98	83,94	86	87,91	90
Y, mS	11,81	21,6	40,7	145	68,9	9,09	2,67	0,66	0,47	1,34
α	91°30'	98°	100°30'	130°30'	136°10'	96°30'	99°20'	113°30'	125°40'	107°
β	36°10'	20°30'	13°30'	2°40'	4°40'	41°40'	65°10'	62°50'	52°	65°20'
γ	48°20'	60°40'	67°20'	46°10'	39°10'	41°40'	15°20'	3°40'	2°20'	8°
α'	93°	101°	103°	138°	128°	97°	102°	125°	115°	102°
β'	38°	20°	10°	2°	7°	41°	64°	52°	63°	64°
γ'	47°	58°	66°	38°	45°	41°	14°	3°	2°	14°

Наибольшие расхождения между данными, полученными графическим и расчетным путем, имеют место при малых углах, когда пользование транспортиром сопряжено с заметными погрешностями. Например, в точке 77,13 кГц, в которой полная проводимость образца максимальна, различие между углами β и β' достигает 25 %. На частоте 86 кГц различие между углами γ и γ' составляет 19 %. Трудоемкость графического и расчетного методов определения фазовых углов примерно одинакова. По этой причине для тех случаев, когда величины измеренных падений потенциала отличаются во много раз, предпочтение следует отдать расчету.

4. Амплитуды и фазы потенциала в оболочке с продольным вырезом.

Узкий продольный вырез шириной 1,5 мм превращает цилиндрическую оболочку в свернутую панель. Количество наблюдаемых резонансов в диапазоне 40 – 100 кГц увеличивается до восьми, а их интенсивность снижается (рис. 5). Падения потенциала на пьезоэлементе и нагрузочном резисторе 55 Ом измерялись поочередно с применением усовершенствованной схемы Мэсона и коммутатора. Полная проводимость определена по формуле (1). Наибольшие изменения имеют место с сильным резонансом 77,13 кГц, который превратился в группу из четырех близких по частоте резонансов.

Полная проводимость достигает самого большого максимума $Y_m = 38,64 \text{ мС}$ на частоте 75,15 кГц (пятый резонанс) и проходит через минимум $Y_n = 0,562 \text{ мС}$ в точке 86,33 кГц (седьмой резонанс). Подставляя Y_m и Y_n в (4), получаем величины электрических напряжений и токов для получения в пьезоэлементе электрической мощности 1 ВА $U_m = 5,09 \text{ В}$, $I_m = 0,196 \text{ А}$, $U_n = 42,2 \text{ В}$, $I_n = 0,0237 \text{ А}$.

Ближайший к пятому резонансу минимум полной проводимости 5,06 мС регистрируется на частоте 76,47 кГц, так что квадрат динамического КЭМС равен 0,0345. Это – в 6,5 раз меньше, чем было на сильном третьем резонансе замкнутой оболочки. При выделении в пьезоэлектрическом элементе конструкции некоторой

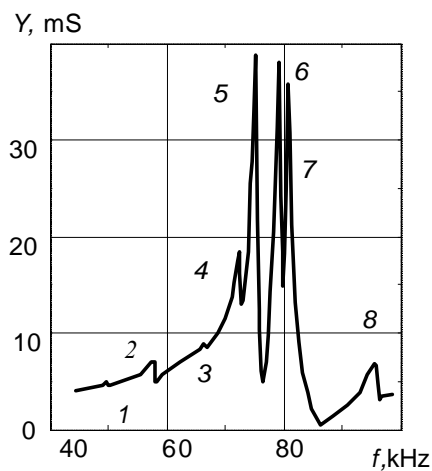


Рис. 5

электрической мощности в механическую энергию может превратиться только та ее часть, которая определяется квадратом КЭМС [5, 6]. Интенсивность электромеханических колебаний при уменьшении КЭМС снижается.

Вычисленные с применением формул (5) и измеренные путем графических построений фазовые сдвиги на десяти частотах электрического возбуждения представлены в табл. 4. В нее включены точки, в которых полная проводимость достигает минимальных или максимальных значений. Особо следует отметить частоту 80,2 кГц, на которой падения потенциала на пьезоэлементе и нагрузочном резисторе одинаковы и равны 50 мВ. В этой точке $-U_R + U_{pe} = U_{ex}$ и характеристический треугольник вырождается в прямую линию $\cos \alpha = -1$, $\alpha = -180^\circ$.

Таблица 4

f , kHz	57,86	58,34	72,39	72,78	73,81	74,79	76,47	77,83	78,87	80,2
Y , mS	7,052	5,095	18,51	12,95	12,48	33,01	5,063	14,33	31,31	18,18
α	115°20'	104°20'	124°30'	123°40'	107°40'	137°20'	160°30'	118°	146°30'	-180°
β	48°50'	59°20'	27°30'	33°20'	35°20'	15°10'	15°20'	36°40'	11°20'	0°
γ	16°	14°20'	28°	23°	36°	28°30'	4°20'	28°	22°	0°
α'	117°	104°	107°	121°	107°	137°	157°	113°	156°	180°
β'	42°	62°	37°	35°	37°	15°	15°	37°	8°	0°
γ'	18°	15°	37°	24°	37°	28°	4°	30°	16°	0°

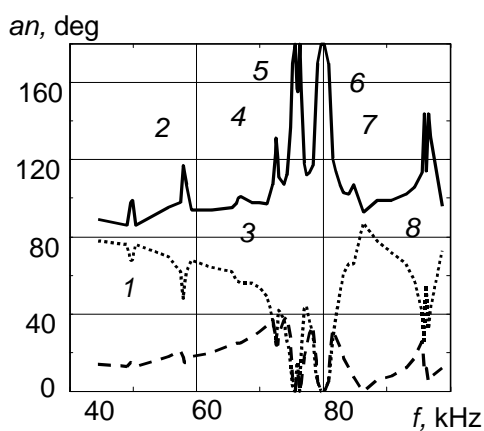


Рис. 6

Графики рис. 6 построены для диапазона частот от 40 до 100 кГц. Как и в замкнутой цилиндрической оболочке, наиболее резкие изменения углов в оболочке с вырезом наблюдаются на резонансах и антирезонансах. В промежутках между резонансами фазовые сдвиги между компонентами полной проводимости возникают под влиянием собственной статической емкости пьезоэлемента.

Заключение.

Экспериментальное исследование вынужденных колебаний тонкостенной пьезокерамической цилиндрической оболочки до и после продольного выреза в ней позволяет отметить следующее:

- 1) АЧХ полной проводимости замкнутой оболочки отличается наличием в ней сильного электромеханического резонанса, далеко отстоящего по частоте от других мод колебаний. Этот резонанс можно отождествить как с «синфазной» модой цилиндрической оболочки, так и с радиальными колебаниями «высокого» кольца;
- 2) вырезание в оболочке узкой продольной щели сопровождается увеличением количества регистрируемых резонансов и снижением их интенсивности;
- 3) фазовые сдвиги между падениями потенциала на пьезоэлементе, нагрузочном резисторе и входным сигналом в промежутках между соседними резонансами возникают под влиянием собственной статической емкости;
- 4) наиболее резкие изменения фазовых сдвигов имеют место вблизи от резонансов и антирезонансов. В интервалах между этими частотами фазовые сдвиги такие же, как и между соседними резонансами.

РЕЗЮМЕ. Експериментально досліджено відкриті і закриті циліндричні оболонки із п'єзокераміки. Показано, що у нерозділеному випадку третій резонанс має дуже інтенсивні коливання і коефіцієнт електромеханічного зв'язку. У випадку відкритої оболонки всі резонанси ослаблені. Проаналізовано амплітудно-частотні і фазочастотні характеристики в діапазоні частот.

1. Глозман И.А. Пьезокерамика. – М.: Энергия, 1972. – 288 с.
2. Калашиников А.М., Степук Я.В. Основы радиотехники и радиолокации. – М.: Воениздат, 1962. – 368 с.
3. Карлаш В. Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісник. – 2012. – **15**, № 4. – С. 24 – 38
4. Шаронов В.М., Минаев И.Г., Бондаренко Ю.Ю. и др. Пьезоэлектрические преобразователи; Учеб. пособ. / Под ред. В.М.Шарапова. – Черкассы: ЧГТУ, 2004. – 435 с.
5. Шульга Н.А., Болкисев А.М. Колебания пьезоэлектрических тел. – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
6. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
7. Шульга М.О., Карлаш В.Л. Вимірювання повної провідності п'єзокерамічних елементів у схемі чотириполюсника Мезона та її варіантах // Тези IV Міжн. наук.-техн. конф. «Датчики, прилади та системи – 2008». – Черкаси – Гурзуф, 2008. – С. 54 – 56.
8. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Измерение амплитуд и фаз при колебаниях элементов конструкций из пьезокерамики // Прикл. механика. – 2015. – **51**, № 3. – С. 122 – 133.
9. Drumheller D.S., Kalnins A. Dynamic shell theory for ferroelectrics ceramics // J. Acoust. Soc. Am. – 1970. – **47**. – P. 1343 – 1353.
10. IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics, 1961 // Proc. IRE. – 1961. – **49**. – P. 1161 – 1169.
11. Karlash V. L. Resonant Electromechanical Vibrations of Piezoelectric Plates // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 7. – P. 709 – 747.
12. Karlash V.L. Planar Electroelastic Vibrations of Piezoceramic Rectangular Plate and Half-Disk // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 5. – P. 547 – 553.
13. Karlash V. L. Particularities of Amplitude-Frequency Characteristics of Admittance of Thin Piezoceramic Half-Disk // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 10. – P. 647 – 653.
14. Karlash V. L. Forced Electromechanical Vibrations of Rectangular Piezoceramic Bars with Sectionalized Electrodes // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 3. – P. 360 – 368.
15. Karlash V. L. Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Electronics and Communication. – 2014. – **19**, N 2 (79). – P. 82 – 94.
16. Karlash V. L. Modelling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Mathematical Modelling and Computing. – 2014. – **1**, N 2. – P.163 – 177.
17. Kirichok I. F. Resonant Vibrations and Self-Heating of a Clamped Flexible Thermoviscoelastic Beam with Piezoactuators // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N 4. – P. 421 – 429.
18. Mezheritsky A. V. Quality factor of piezoceramics // Ferroelectrics. – 2002. – **266**. – P. 277 – 304.
19. Mezheritsky A.V. Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Frec. Contr. – 2004. – **51**, N 6. – P. 695 – 797.
20. Munk E. C. The equivalent electrical circuit for radial modes of a piezoelectric ceramic disk with concentric electrodes // Phillips Res. Rep. – 1965. – **20**. – P. 170 – 189.
21. Shul'ga N. A., Grigor'eva L. O., Babkova N. O. Electrically Excited Nonstationary Vibrations of Thin Circular Piezoelectric Plates // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N 4. – P. 406 – 411.
22. Smits J. G. Iterative method for accurate determination of real and imaginary parts of materials coefficients of piezoelectric ceramics // IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. – 1976. – **SU-23**, N 6. – P. 393 – 402.
23. Uchino K., Zheng J. H., Chen Y. H. et al. Loss mechanisms and high power piezoelectrics // J. Mat. Sci. – 2006. – **41**. – P. 217 – 228.
24. Uchino K., Zhuang Yu., Ural S. O. Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // J. Adv. Dielectric. – 2011. – **1**, N 1. – P. 17 – 31.
25. Ural S.O., Tunçdemir S., Zhuang Yu, Uchino K. Development of a high power piezoelectric Characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // Jpn. J. Appl. Phys. – 2009. – **48**. – P. 56 – 509.

Поступила 18. 02. 2012

Утверждена в печать 26. 05. 2015