

Г. Д. Гавриленко, В. И. Мацнер

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕБЕР И ВИДА НАГРУЗКИ НА ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ НЕСОВЕРШЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

*Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ, ул. Нестерова, 3,
03057, Киев, Украина; e-mail: gavr@inmech.kiev.ua*

Abstract. An approach is proposed to determination of frequencies of vibrations of ribbed shells with axisymmetric imperfections under action of different types of loads. Effect of rib parameters, loads, and imperfections on the values of minimal frequencies of vibrations of cylindrical shells is studied.

Key words: ribbed shell, frequencies of vibrations, imperfections of form, internal and external pressure.

Введение.

Изучению свободных колебаний оболочек посвящено большое число работ [2 – 11 и др.]. Свободные колебания неидеальных цилиндрических оболочек, нагруженных осевыми сжимающими силами на основе конструктивно-ортотропной теории, построенной с учетом частных случаев деформации, изучено в работе [2]. Эти исследования продолжены применительно к оболочкам, подверженным совместному действию осевых сжимающих сил и внутреннего (внешнего) давления.

1. Постановка задачи.

Рассмотрим цилиндрическую оболочку подкрепленную ребрами жесткости в двух направлениях, с осесимметричными начальными прогибами в виде вмятин и выпучин. Части оболочки ($n = 1, 2, \dots, N$, где N – число вмятин) вследствие наличия начальных прогибов будут искривлены вдоль образующих по радиусам ρ_n и рассматриваются как оболочки близкие по форме к цилиндрическим с радиусами кривизны r, ρ_n .

Напряженное состояние оболочки при совместном действии нагрузок характеризуется напряжениями

$$\left\{ N_x^F, \left(N_\theta^F \right)_n \right\} = \begin{cases} -\sigma h \alpha_1, \pm gr & \text{при } x \in [0, \ell_1] \cap x \in [\ell_4, \ell]; \\ -\sigma h \alpha_1, \pm gr + r_n \sigma h \alpha_1 & \text{при } x \in [\ell_{n4}, \ell_{n+1}], \end{cases} \quad (1)$$

где σ – докритическое сжимающее нормальное напряжение; q – радиальная нагрузка; знак (+) соответствует внутреннему давлению, знак (–) – внешнему; $\alpha_1 = 1 + F_s / hl_s$; F_s, l_s – площадь поперечного сечения стрингера и расстояние между стрингерами; $l_s = 2\pi r / k_s$, k_s – число стрингеров; h, r, l – толщина, радиус срединной поверхности и длина оболочки.

Расчетные формулы получены энергетическим методом. Задачу решаем в перемещениях при их одночленной аппроксимации.

Не повторяя подробного вывода, который отличается от приведенного в работе [2] только наличием слагаемых, зависящих от поперечного давления q , для определения частот колебаний получим такие расчетные зависимости:

$$\left(\omega_{ij}^2\right)_{cr} = \frac{E}{(1-\mu^2)} \frac{\bar{A}_{33} \left(A_{11} A_{22} A_{12}^2 \right) + 2 A_{12} A_{13} A_{23} - A_{11} A_{23}^2 - A_{22} A_{13}^2}{\alpha_{11} (A_{22} A_{33} - A_{23}^2) + \alpha_{22} (A_{11} A_{33} - A_{13}^2) + \alpha_{33} (A_{11} A_{22} - A_{12}^2)} \quad (2)$$

$$\left[\bar{A}_{33} = A_{33} - \frac{\sigma}{E} A_{33}'' \pm \frac{qr}{Eh} (1 + S_{11}) (1 - \mu^2) i^2; \quad \rho_0 - \text{плотность материала обшивки}; \right.$$

другие обозначения приведены в [2]].

Учитывая наличие ребер, при определении критических частот колебаний, кроме общего случая деформирования оболочки, рассмотрены и частные случаи, при реализации которых на деформации подкрепляющих ребер наложены ограничения [1, 3 – 6].

Рассмотрено 17 вариантов расчета: *общий* случай деформации (все стрингеры и шпангоуты работают на растяжение-сжатие, изгиб и кручение); *восемь частных*, каждый из которых имеет свой подслучай. Отметим эти частные случаи: *первый* (стрингеры работают на растяжение-сжатие и изгибаются, шпангоуты работают аналогично общему случаю); *первый подслучай* отличается от первого случая тем, что не учитывается жесткость стрингеров и шпангоутов на растяжение-сжатие; *второй* (стрингеры только закручиваются, шпангоуты учтены аналогично общему); *третий* (стрингеры работают как в общем случае, а в шпангоутах не учтена жесткость на кручение); *четвертый* (стрингеры работают как в общем случае, шпангоуты работают только на кручение); *пятый* (стрингеры работают на растяжение-сжатие и изгиб, шпангоуты – только на кручение); *шестой* (стрингеры только закручиваются, шпангоуты работают на растяжение-сжатие и изгиб); *седьмой* (стрингеры и шпангоуты работают на растяжение-сжатие и изгиб); *восьмой* (стрингеры и шпангоуты только закручиваются), а в 8 подслучае учитываются только ограничения на вид деформации.

В подслучаях не учтена дополнительно жесткость ребер на растяжение-сжатие.

2. Числовые результаты и их анализ.

На числовых примерах исследовано влияние параметров ребер, нагрузок и начальных прогибов на величину минимальных частот колебаний.

Рассмотрены такие оболочки: *a* – подкрепленные только стрингерами; *b* – подкрепленные только шпангоутами; *c*, *d* – подкрепленные стрингерами и шпангоутами. Оболочки имели такие относительные размеры $\ell / r = 2,25$, $r / h = 400$. Ребра имеют прямоугольное сечение: стрингеры $-d_s \times h_s$ ($k_s = 4$); шпангоуты $-d_r \times h_r$ ($k_r = 1$), где d_s, h_s, d_r, h_r – высота и толщина, соответственно стрингеров и шпангоутов. Стрингеры крепились с внешней стороны обшивки, шпангоуты – с внутренней стороны. Материал обшивки и ребер – листовой прокат АМГ – 6М.

Минимальная собственная частота $-f_{ij} = \omega / 2\pi r$ при заданных конкретных величинах параметров нагрузки $p_1 = P_{cr} / P_{cl}$ и $q_1 = q_{cr} / q_{cl}$, где $P_{cl} = 0,605 Eh / r$; $q_{cl} = 0,92(k_r + 1)\sqrt{rh} / l$, определена путем выбора $(f_{ij})_{\min}$ из совокупности частот, заданных диапазоном изменения i, j .

Ниже приняты такие обозначения: $D_s = d_s / h_s$; $t_s = h_s / h$; $D_r = d_r / h_r$; $t_r = h_r / h$;

На приведенных рисунках представлены зависимости минимальных частот колебаний (f_{ij}) от относительной толщины стрингеров (D_s) и шпангоутов (D_r); сплошные линии соответствуют идеальным оболочкам, а штриховые – оболочкам, которые имеют 4 вмятины по всей длине оболочки с амплитудой $w_0 / h = -1$.

Оболочки с несовершенствами имеют меньшие частоты колебаний по сравнению с идеальными оболочками.

На рис. 1 для рассмотренных оболочек представлены графики зависимостей $f_{ij} = f(D_s)$ и $f_{ij} = f(D_r)$ – для ненагруженных оболочек (цифры 1; 5 соответствуют $t_s=1,5$ (a, c) и $t_r=1,5$ (b, d)

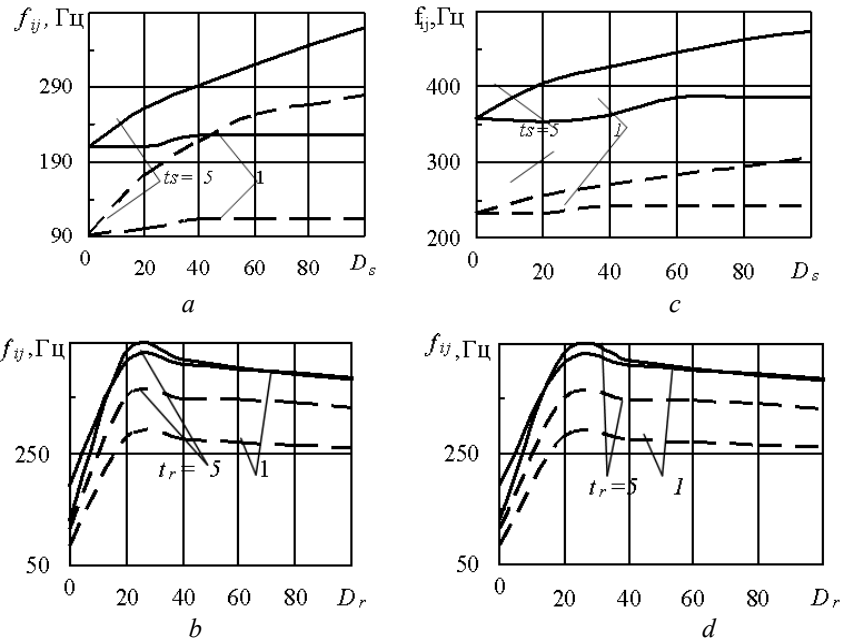


Рис. 1

В стрингерных оболочках и в оболочках, подкреплённых стрингерами и шпангоутами, для зависимости $f_{ij} = f(D_s)$ при увеличении толщины стрингера (t_s) значения частот как для идеальной оболочки, так и для оболочки с неправильностями, увеличивается. В оболочках, подкреплённых шпангоутами и в оболочках, подкреплённых стрингерами и шпангоутами, для зависимости $f_{ij} = f(D_r)$ частоты колебаний неидеальной оболочки стабилизируются с ростом толщины шпангоутов (t_r).

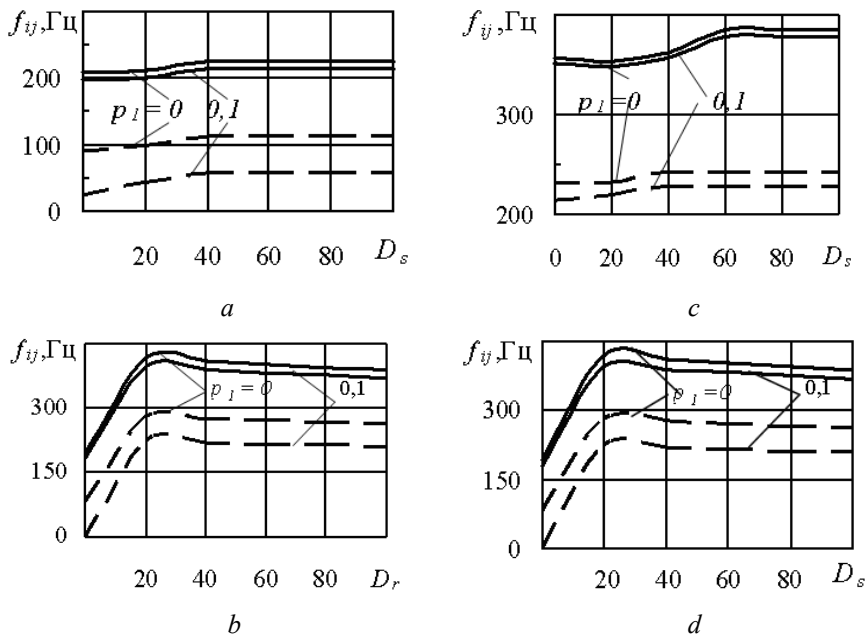


Рис. 2

На рис. 2 представлены графики аналогичные рис. 1, т.е. $p_1=0,5$ для оболочек нагруженных осевыми сжимающими силами. (выводы также аналогичны).

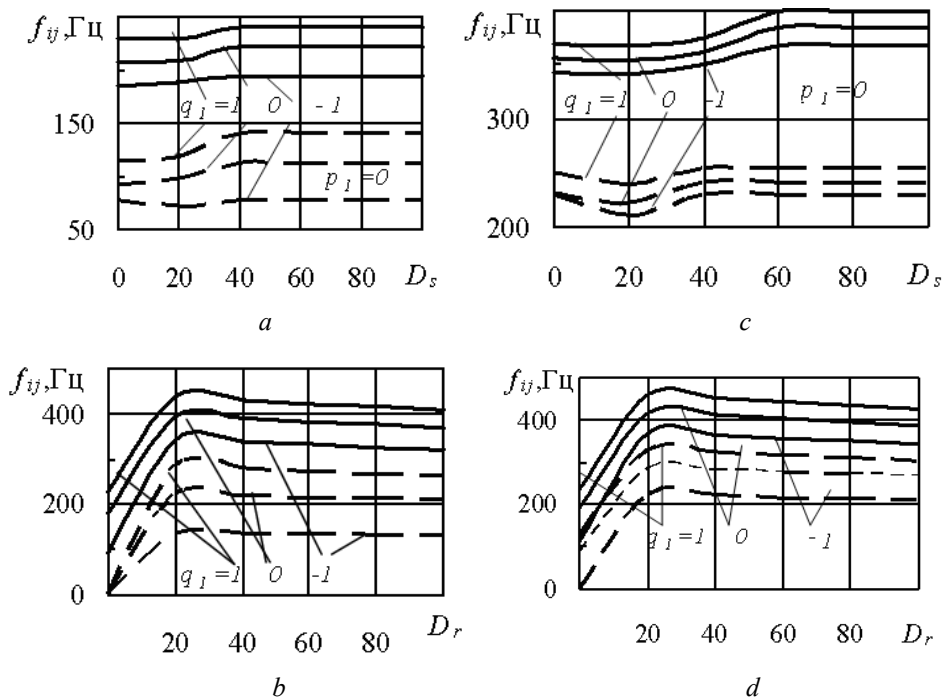


Рис. 3

На рис. 3 представлены зависимости $f_{ij} = f(D_s)$ и $f_{ij} = f(D_r)$ для оболочек, нагруженных внутренним или внешним давлением ($q_1=1; 0; -1; p_1=0$).

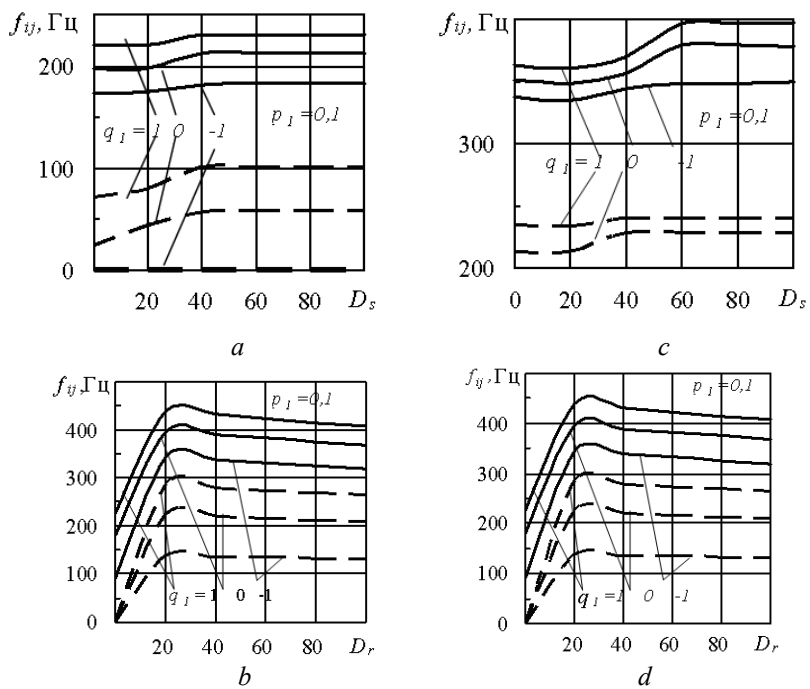


Рис. 4

На рис. 4 приведены графики для оболочек, нагруженных осевыми сжимающими силами и внутренним или внешним давлением. Анализ представленных данных позволяет сформулировать такие выводы: увеличение q_1 в идеальных оболочках ведет к росту f_{ij} с ростом высоты ребер. Абсолютная величина f_{ij} возрастает и почти не изменяется при $D_s > 40$ и $D_r > 40$. В неидеальных оболочках величина f_{ij} снижается и почти не меняется с ростом q_1 . Анализ минимальных частот свободных колебаний ребристых цилиндрических оболочек, нагруженных осевыми сжимающими силами и внутренним или внешним давлением позволяет сделать такие выводы: изучение различных случаев колебаний неидеальных оболочек позволяет расширить возможности конструктивно-ортотропной теории и точнее оценить параметры частот. В частности, удастся оценить не только общий вид формы колебаний, который приближается к величинам, характерным для идеальной оболочки, но и частные, которые приняты при изучении оболочек с учетом дискретности ребер [1].

Анализ этих результатов также показал, что наличие осесимметричных несовершенств существенно влияет на минимальные частоты колебаний.

Заключение.

Предложен подход для определения частот колебаний ребристых оболочек с осесимметричными неправильностями формы при действии различных типов нагрузок.

На числовых примерах исследовано влияние параметров ребер, нагрузок и начальных прогибов на величину минимальных частот колебаний. Дан анализ полученных числовых результатов

РЕЗЮМЕ. Запропоновано підхід для визначення частот коливань ребристих оболонок з осесиметричними недосконаlostями форми при дії різних типів навантажень. Досліджено вплив параметрів ребер, навантажень і недосконаlostей на величину мінімальних частот коливань циліндричних оболонок та дано їх аналіз.

1. *Амиро И.Я., Заруцкий В.А.* Методы расчета оболочек. Т.2. Теория ребристых оболочек. – К.: Наук. думка, 1980. – 368 с.
2. *Гавриленко Г.Д., Мацнер В.И., Кутенкова О.А.* Свободные колебания продольно сжатых подкрепленных оболочек с осесимметричными вмятинами и выпучинами // Пробл. прочности. – 2009. – № 2. – С. 125 – 137.
3. *Гавриленко Г.Д., Мацнер В.И.* Устойчивость неидеальных ребристых оболочек при комбинированном нагружении // Theoretical foundations of civil engineering: Polish-Ukrainian transactions. 2011. – 19. – P. 61 – 66.
4. *Grigorenko Ya.M., Grigorenko Ya.* Static and Dynamic Problems for Anisotropic Inhomogeneous Shell with Variable Parameters and Their Numerical Solution (Review) // Int. Appl. Mech. – 2013 – 49, N 2. – P. 123 – 193.
5. *Kubenko V.D., Yanchevskii I.V.* Vibrations of a Nonclosed Two-Layer Spherical Electroelastic Shell under Impulsive Electromechanical Loading // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N3. – P.303 – 314.
6. *Kubenko V.D., Kovalchuk P.S.* On Modeling the Processes of Nonlinear Interaction of Standing and Running Bending Waves in the Cylindrical Shells with a Fluid in Condition of Internal Resonances // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, N 4. – P. 380 – 392.
7. *Pellicano F., Amabili M.* Stability and vibration of empty and fluid-filled circular cylindrical shells under static and periodic axial loads // Int. J. Solids Struct. – 2003. – 40. – P. 3229 – 3251.
8. *Pellicano F., Mikhlin Y., Zolotarev I.* Nonlinear dynamics of shells with fluid structure interaction containing flowing fluid // Publ. Inst. of Thermomechanics AS CR. – Prague. – 2002.
9. *Rehfield L.W.* Non-linear Free Vibration of Elastic Structures // Int. J. Solids Struct. – 1973. – 9. – P. 581 – 590.
10. *Skosarenko Yu.V.* Natural Vibrations of Ribbed Cylindrical Shell Interacting with Elastic Foundation // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, N5. – P. 123 – 193.
11. *Wedel-Heine J.* Vibration of Geometrically Imperfect Beam and Shell Structures // Int. J. Solid Struct. – 1991. – 1. – P. 29 – 47.

Поступила 22.01.2013

Утверждена в печать 19.02.2015