

УДК 539.375

ДОВГОТРИВАЛА МІЦНІСТЬ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ТРІЩИНАМИ НИЗЬКОТЕМПЕРАТУРНОЇ ПОВЗУЧОСТІ

Ю. Я. МАТВІЇВ

Луцький національний технічний університет

Сформульовано критерій для визначення довготривалої міцності елементів конструкцій з тріщинами низькотемпературної повзучості за довготривалого статичного навантаження. Застосування критерію продемонстровано на прикладах задач для балок відкритого профілю з тріщинами за їх довготривалого розтягу і згину.

Ключові слова: довготривала міцність, балки відкритого профілю, тріщини низькотемпературної повзучості, залишковий ресурс, період докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості, коефіцієнт інтенсивності напружень.

Довготривалій міцності тонкостінних елементів конструкцій на сьогодні присвячено багато праць, особливо з експериментальними дослідженнями [1–5]. Проте розрахунок на міцність елементів конструкцій (наприклад, парових котлів, паропроводів, парових та газових турбін тощо), які знаходяться під дією довготривалого статичного навантаження і високої температури, принципово відрізняється від розрахунків на міцність за однократного навантаження. Це пов'язано з тим, що з часом міцність елементів конструкцій вичерпується через повзучість матеріалів. Для вивчення цього явища відвели окремий розділ в теорії міцності матеріалів (довготривала міцність), де дослідження зазвичай проводять за припущення про бездефектність матеріалів і протікання процесу високотемпературної повзучості в класичному його розумінні.

Відомо, що міцність елементів конструкцій зменшується через зародження і поширення дефектів типу тріщин. Тому під час оцінювання довготривалої міцності елементів конструкцій потрібно враховувати такі дефекти та їх розвиток. На сьогодні в літературі відома лише незначна кількість праць з питань поширення тріщини високотемпературної повзучості та дослідження на цій основі високотемпературної міцності. В основному це емпіричні дослідження, на базі яких побудовано наближені рівняння для опису поширення тріщини високотемпературної повзучості [1–5]. У працях [6, 7] на основі першого закону термодинаміки для сповільненого руйнування тонкостінних елементів конструкцій за довготривалого циклічного і статичного навантажень сформульовано енергетичний підхід для оцінювання періоду докритичного росту тріщин за таких навантажень. Тут цей підхід застосований для формулювання критерію і, відповідно, методу розрахунку довготривалої міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами низькотемпературної повзучості. Нижче описано суть цього критерію.

Формулювання задачі. Розглянемо тонкостінний елемент конструкції, виготовлений з квазікрихкого матеріалу. Лінійні параметри b_i характеризують конфігурацію елемента, а силовий параметр p – зовнішнє навантаження, яке прикладене за пониженої температури, коли в пластичних об'ємах навантаженого тіла наявна низькотемпературна повзучість [1].

Вважаємо, що методами дефектоскопії встановлена відсутність в елементі конструкції великих (порівняно з його розмірами) дефектів, які не перевищують деяку величину $2l_0$. Задача полягає у визначенні найменшого значення зовнішнього навантаження, за якого елемент впродовж заданого часу $t = t_*$ не зруйнується.

Припускаємо, як і у працях [6, 7], що в околі найнапруженішої точки O даного елемента знаходиться прямолінійна тріщина з найбільшим розміром $2l_0$. Задачу можна розв'язати запропонованим способом і для інших дефектів (порожини, включення тощо), проте тут розглянуті тільки дефекти типу тріщин, як найнебезпечніші.

Методами теорії пружності визначаємо головні напруження σ_1, σ_2 у точці O елемента, розглядаючи його спочатку як бездефектний. Одержимо:

$$\sigma_1 = f_1(p, b_i), \quad \sigma_2 = f_2(p, b_i), \quad \eta_0 = \frac{f_2(p, b_i)}{f_1(p, b_i)}; \quad (1)$$

де $f_j(p, b_i)$ ($j=1, 2$) – цілком визначені функції.

Враховуючи неперервність тензора напружень, а також те, що величина l_0 мала, будемо вважати (збільшуючи при цьому тільки запас міцності), що в області G з найменшим діаметром D ($D \gg 2l_0$) навколо точки O є однорідний напружений стан з головними напруженнями σ_1, σ_2 . Припустимо тепер, що в околі точки O елемента знаходиться прямолінійна тріщина довжини $2l_0$ найнебезпечнішої орієнтації відносно напрямку головних напружень σ_1, σ_2 . Оскільки $D \gg 2l_0$, то тріщина довжиною $2l_0$ в тілі не впливатиме на напружений стан на лінії обмеження області G , тобто там реалізується двовісний розтяг напруженнями σ_1, σ_2 . Отже, напружений стан в околі цієї тріщини можна обчислити наближено, як і для необмеженої пластини з таким дефектом за двовісного розтягу зусиллями σ_1, σ_2 .

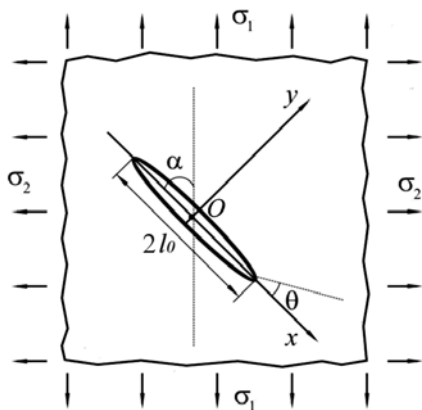


Рис. 1. Схема навантаження пластини з довільно орієнтованою тріщиною.

Fig. 1. Loading mode of a plate with an arbitrarily oriented crack.

Пластина з довільно орієнтованою тріщиною. Розглянемо нескінченну ідеально пружно-пластичну пластину з прямолінійною макротріщиною початкової довжини $2l_0$, яка розтягується на нескінченності рівномірно розподіленими зусиллями σ_1, σ_2 у взаємоперпендикулярних напрямках під кутом α до площини тріщини (рис. 1).

Вважаємо, що в пластичних зонах біля вершини тріщини виникає низькотемпературна повзучість. Визначимо параметри зовнішнього навантаження $\sigma_1 = \sigma_{1*}(t_*)$, $\sigma_2 = \sigma_{2*}(t_*)$, за яких залишкова довговічність пластини не перевищить заданого значення $t = t_*$.

Оскільки така задача є оберненою до задачі визначення періоду докритичного росту тріщини низькотемпературної повзучості $t_* = t_*(\sigma_{1*}, \sigma_{2*})$, то насамперед розглянемо пряму задачу.

Як показано у працях [6, 7], максимум інтенсивності напружень біля вершин тріщини досягається за $\alpha = \pi/2$ при $\eta_0 < 1$ і, аналогічно, $\alpha = 0$, $\eta_0 > 1$. Із результатів цих праць випливає, що це відповідає максимальній швидкості поширення

тріщини $dl/dt = V_{\max}$. Отже, найнебезпечніша тріщина і найменша довговічність пластини за орієнтації $\alpha = \pi/2$ для $\eta_0 < 1$ і $\alpha = 0$ для $\eta_0 > 1$. Знайдемо для цих випадків залишкову довговічність $t = t_*$. Для цього на основі результатів праць [6–9] отримаємо рівняння для визначення періоду докритичного росту тріщини низькотемпературної повзучості:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{A_{2t} K_{CC}^{-2m} (K_I^{2m} - K_{thc}^{2m})}{1 - K_{CC}^{-2} K_I^2}, \quad (2)$$

за початкових і кінцевих умов

$$t = 0, l(0) = l_0; \quad t = t_*, l(t_*) = l_*; \quad K_I(\sigma, l_*) = K_{CC}. \quad (3)$$

Тут A_{2t} , m – характеристики низькотемпературної повзучості [8, 9]; K_{CC} – критичне значення коефіцієнта інтенсивності напружень за повзучості K_I ; $K_I(\sigma, l) = \sigma_i \sqrt{\pi l}$; K_{thc} – нижнє порогове значення коефіцієнта інтенсивності напружень.

Проінтегрувавши рівняння (2) за початкових і кінцевих умов (3), отримаємо:

$$t_* = \frac{K_{CC}^{2(m-1)}}{A_{2t}} \int_{l_0}^{l_*} \frac{K_{CC}^2 - \pi l F_*^2}{(\pi l F_*^2)^m - K_{thc}^{2m}} dl, \quad F_* = \begin{cases} \sigma_{1*}, & \alpha = \pi/2, \eta_0 < 1; \\ \sigma_{2*}, & \alpha = 0, \eta_0 > 1. \end{cases} \quad (4)$$

Приймаючи, що $l_* \gg l_0$, $K_{CC} \gg F_* \sqrt{\pi l_0}$, формулу (4) можна наближено подати так:

$$t_* \approx \frac{l_0 z}{A_{2t}} \left[\frac{1}{m-1} - \frac{z K_{thc}^{2m}}{K_{CC}^{2m} (2m-1)} \right], \quad z = \left(\frac{K_{CC}^2}{\pi l_0 F_*^2} \right)^m. \quad (5)$$

Звідси

$$F_* \approx \frac{K_{CC}}{\sqrt{\pi l_0}} \left\{ t_* l_0^{-1} A_{2t} (m-1) \left[1 + \frac{t_* A_{2t} K_{thc}^{2m} (m-1)^2}{l_0 K_{CC}^{2m} (2m-1)} \right] \right\}^{-\frac{1}{2m}}. \quad (6)$$

На основі співвідношень (4)–(6) для визначення критичних значень $\sigma_{1*} = \sigma_{1*}(t_*)$, $\sigma_{2*} = \sigma_{2*}(t_*)$ запишемо такі формули:

$$\sigma_{1*} = F_*, \quad \eta_0 < 1; \quad \sigma_{2*} = F_*, \quad \eta_0 > 1, \quad (7)$$

де $\eta_0 = \sigma_{1*} \sigma_{2*}^{-1}$.

Проведемо у виразі (7) заміни $x = \sigma_{1*} q_*^{-1}$, $y = \sigma_{2*} q_*^{-1}$, де q_* – критичне значення розтягувальних зусиль q за одновісного навантаження. Тоді формулу (7) можна записати так:

$$x = 1, \quad \text{коли } \alpha = \pi/2, \eta_0 < 1; \quad y = 1, \quad \text{коли } \alpha = 0, \eta_0 > 1. \quad (8)$$

На основі залежностей (8) побудовані (рис. 2) діаграми граничних навантажень для пластини з тріщиною. Також наведені (рис. 2) експериментальні результати низькотемпературної міцності за двовісного розтягу тонкостінних елементів без тріщин [10, 11]. Діаграма граничних навантажень для пластин з тріщинами покладена в основу розрахунку низькотемпературної міцності тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами.

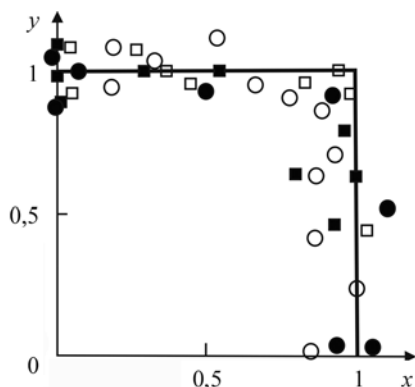


Рис. 2. Діаграма граничних навантажень для пластини: суцільна лінія – співвідношення (7) та (8); експерименти: ■ – сталь [10]; ○, ●, □ – чавунні зразки в різних станах: ○ – $\sigma_t = 345,3$ МПа; ● – 185,4 МПа; □ – 228,6 МПа [11].

Fig. 2. Diagram of boundary loading for a plate: solid line – relations (7) and (8); experiments: ■ – steel [10]; ○, ●, □ – cast iron specimens in different states: ○ – $\sigma_t = 345.3$ МПа; ● – 185.4 МПа; □ – 228.6 МПа [11].

Критерій довготривалої міцності. Якщо гранично-рівноважний стан в області G знайдений, то критичний параметр зовнішнього навантаження $p = p_*$ обчислимо з умови

$$f_1(p_*, b_i) = F_*, \quad (9)$$

яка дасть нижнє (найнебезпечніше з урахуванням дефектності матеріалу) значення граничного навантаження. Співвідношення (9) запишемо у вигляді рівняння діаграми граничних напружень в декартовій системі координат $O\sigma_1^*\sigma_2^*$

$$\begin{aligned} \sigma_1^* - F_* &= 0, & \eta_0 &\leq 1; \\ \sigma_2^* - F_* &= 0, & \eta_0 &\geq 1; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{коли } \eta_0 = \sigma_2^* \sigma_1^{*-1},$$

яке обмежує область значень головних напружень σ_1, σ_2 , безпечних для міцності елемента конструкції, що містить дефекти даного типу тріщин. Ураховуючи це, а також користуючись співвідношенням (10), одержимо критерій довготривалої міцності квазікрихких тіл:

$$\sigma_1^*(p_{i*}) - F_*(l_0, t_*, \eta_0) < 0, \quad \eta_0 = \sigma_1^{*-1} \sigma_2^*, \quad (11)$$

де величина F_* визначена у співвідношеннях (6).

В інженерній практиці часто початкові дефекти в елементах конструкцій малі, але мають різні конфігурації (непрямолінійні, поверхневі не наскрізні тощо). Щоб визначити довготривалу міцність таких елементів конструкцій, повторюємо вище описану процедуру, але для дефектів заданої конфігурації. Якщо вихідні дефекти не малі і співмірні з розмірами елемента конструкції, то для встановлення залишкової міцності розв'язуємо пряму задачу (визначення залишкової довговічності елемента конструкції з тріщиною) та з отриманого рівняння для t_* (див. наприклад, вираз (5)), встановлюємо критичне значення зовнішнього навантаження.

Визначення допустимих розмірів початкових дефектів. Поряд з визначенням допустимих зовнішніх навантажень для елементів конструкцій з тріщинами за фіксованого їх ресурсу для інженерної практики важливо також встановити допустимі розміри дефектів, коли задані ресурс і робочі навантаження елемента конструкції. Таку задачу розв'язуємо так. Повторюємо всі вищенаведені міркування аж до виразу (5). Далі зі співвідношення (5), вважаючи, що $K_{thc}^{2m} (\pi l_0 F_*^2)^{-m} \ll 1$, визначаємо допустимий розмір початкового дефекту $l_{0*} = l_0(t_*, F_*)$, за якого забезпечується заданий ресурс t_* , тобто

$$l_{0*} = \left(\frac{K_{CC}^2}{\pi F_*^2} \right)^{\frac{m}{m-1}} [A_{2t} t_* (m-1)]^{\frac{-1}{m-1}}. \quad (12)$$

Якщо дефекти за параметрами a_i конфігурації не наскрізні і не прямолінійні, або великих розмірів, то для встановлення їх допустимих розмірів $a_{i*} = a_i(t_*, F_*)$ розв'язуємо пряму задачу, тобто будуємо формулу типу (5), з якої і знаходимо a_{i*} .

Визначення довготривалої міцності балок відкритого профілю з тріщинами за їх розтягу. Розглянемо балки відкритого профілю, а саме: швелер (рис. 3а) та кутник (рис. 3б), які послаблені тріщинами і розтягуються довготривалими зусиллями P . Задача полягає в тому, щоб знайти найбільші допустимі значення зусиль $P = P_*$, які забезпечать за заданими початковими розмірами тріщин l_0 залишковий ресурс $t = t_*$.

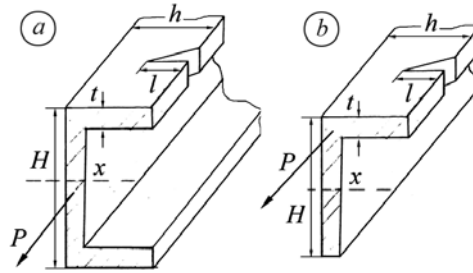


Рис. 3. Схеми розтягу швелера (а) і кутника (б).

Fig. 3. Tension chart of a channel bar (a) and an angle bar (b).

Розв'язуємо задачу аналогічно викладеному вище. Для цього знайдемо співвідношення типу (5) для кожного профілю згаданих балок. Використовуючи отримані раніше результати [12], співвідношення (4) і (5) для швелера і кутника можна наближено (вважаємо, що $l_* \gg l_0$, $K_{CC} \gg 1,12P_*\sqrt{\pi l_0}$) подати так:

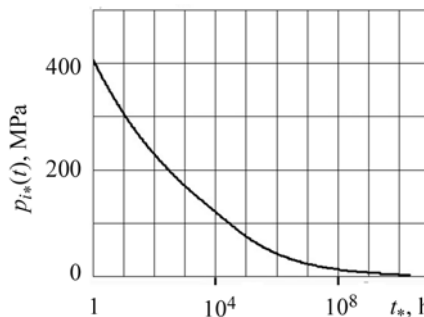
$$t_{i*} \approx \frac{1,25l_0 K_{CC}^{2m}}{A_{2t} (1,25\pi l_0 P_*^2 S_i^{-2})^m} \left[\frac{1}{m-1} - \frac{K_{thc}^{2m}}{(1,25\pi l_0 P_*^2 S_i^{-2})^m (2m-1)} \right], \quad i=1; 2. \quad (13)$$

Тут S_i – площа поперечного перерізу балки; $i=1$ для швелера, а $i=2$ для кутника. Розв'язуючи наближено рівняння (13), щоб визначити допустиме значення зусиль $P = P_*$, отримуємо формулу

$$P_* \approx S_i \frac{K_{CC}}{1,12\sqrt{\pi l_0}} \left\{ 0,8t_* l_0^{-1} A_{2t} (m-1) \left[1 + \frac{t_* A_{2t} K_{thc}^{2m} (m-1)^2}{1,25l_0 K_{CC}^{2m} (2m-1)} \right] \right\}^{\frac{1}{2m}}. \quad (14)$$

Рис. 4. Залежність параметра допустимого навантаження p_{i*} від заданого залишкового ресурсу t_* для балок з профілем швелера і кутника.

Fig. 4. Dependence of admissible loading parameter, p_{i*} , on set residual life, t_* , for profile beams of the channel bar and the angle bar.



Вважаючи, що балки виготовлені зі сталі 10ХСНД (характеристики низькотемпературної повзучості взяті із праці [13]) і початкова довжина тріщин дорівнює $l_0 = 0,005$ м, співвідношення (14) можна записати ще так:

$$p_{i*} = P_* S_i^{-1} \approx 465,2 \{ 2,9t_* + 18,2 \cdot 10^{-5} t_*^2 \}^{-0,125}; \quad 0 < t_* < 2 \cdot 10^4. \quad (15)$$

За формулою (15) побудована (рис. 4) графічна залежність усередненого значення p_{i*} допустимих зусиль P для балок з профілем швелера і кутника від залишкового ресурсу t_* .

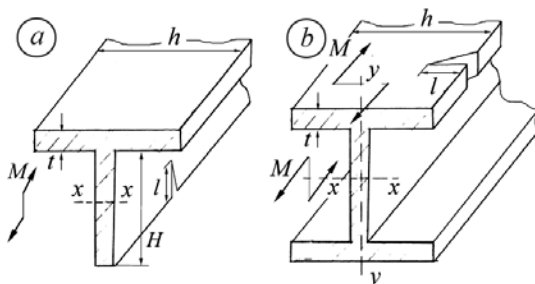


Рис. 5. Схеми згину тавра (а) і двотавра (b) моментами M .

Fig. 5. Bending of T-piece (a) and double T-piece (b) by moments M (schematically).

Оцінка допустимих розмірів вихідних дефектів у балках відкритого профілю за їх згину. Вважаємо, що балки відкритого профілю, а саме: тавр (рис. 5a) і двотавр (рис. 5b), послаблені тріщинами початкової довжини $l = l_0$ і піддані довготривалій дії (на час $t = t_*$) згинальних моментів M . Задача полягає у визначенні найбільшого розміру початкової тріщини $l_0 = l_{0*}$, за якого балки не зруйнуються впродовж часу $t = t_*$ під заданим

довготривалим навантаженням моментами M .

Ця задача в певній мірі є оберненою до визначення залишкового ресурсу таких балок. Загальний підхід до наближеного її розв'язку подано у праці [12]. Згідно з ним, необхідно побудувати в замкнутому вигляді наближений розв'язок прямої задачі як рівняння типу (5) і вже з нього знайти невідому величину $l_0 = l_{0*}$. Для цього проаналізуємо розв'язки прямих задач для тавра і двотавра, що наведені у праці [12]. На основі цього, а також вважаючи, що $l_* \gg l_0$, $K_{CC} \gg 1,12MW_{xi}^{-1}\sqrt{\pi l_0}$, розв'язок прямої задачі можна наближено записати так [12]:

$$t_{i*} \approx \frac{1,25l_0 K_{CC}^{2m}}{A_{2i}(1,25\pi l_0 M^2 W_{xi}^{-2})^m} \left[\frac{1}{m-1} - \frac{K_{thc}^{2m}}{(1,25\pi l_0 M^2 W_{xi}^{-2})^m (2m-1)} \right], \quad i = 1; 2. \quad (16)$$

Тут W_{xi} – момент опору поперечного перерізу за згину балки відносно осі XX при $i = 1$ для тавра і при $i = 2$ для двотавра. Далі зі співвідношення (16), вважаючи, що $K_{thc}^{2m}(1,25\pi l_0 M^2 W_{xi}^{-2})^{-m} \ll 1$, визначаємо допустимий розмір початкового дефекту $l_{0i} = l_{0i*}$, за якого забезпечується заданий ресурс t_* , тобто

$$l_{0i*} = \left(\frac{K_{CC}^2}{\pi M^2 W_{xi}^{-2}} \right)^{\frac{m}{m-1}} [A_{2i} t_* (m-1)]^{\frac{-1}{m-1}}. \quad (17)$$

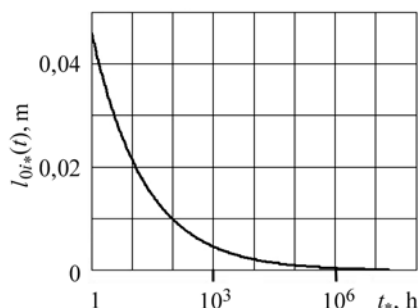


Рис. 6. Залежність допустимого розміру початкового дефекту $l_{0i} = l_{0i*}$ від залишкового ресурсу t_* для балок з профілем тавра і двотавра.

Fig. 6. Dependence of admissible size of the initial defect, $l_{0i} = l_{0i*}$, on the value of residual life, t_* , for beams with T-piece and double T-piece profile.

Коли балки виготовлені зі сталі 10ХСНД (характеристики низькотемпературної повзучості взяті з праці [13]) і навантаження $p = MW_{xi}^{-1} = 170$ МПа, співвідношення (17) можна записати ще так:

$$l_{0i*} = 4,6 \cdot 10^{-2} \cdot t_*^{-1/3}; \quad 0 < t_* < 10^4. \quad (18)$$

За формулою (18) побудована (рис. 6) графічна залежність допустимого розміру початкового дефекту $l_{0i} = l_{0i*}$ від залишкового ресурсу t_* .

ВИСНОВКИ

Запропоновано критерій і метод оцінки довготривалої міцності тонкостінних елементів конструкцій з дефектами типу тріщин. В основу методу покладено розрахункову модель росту тріщини низькотемпературної повзучості і методику побудови діаграм граничних навантажень для пластини з тріщинами за помірних температур. Порівняння отриманих теоретичних результатів з відомими в літературі експериментальними даними свідчить про їх задовільне співпадіння.

Застосування запропонованого критерію продемонстровано на задачах визначення допустимих навантажень і тріщин низькотемпературної повзучості в балкових елементах відкритого профілю за їх довготривалого розтягу і згину, а також фіксованого залишкового ресурсу.

РЕЗЮМЕ. Сформулирован критерий для определения долговременной прочности элементов конструкций с трещинами низкотемпературной ползучести при долговременной статической нагрузке. Применение критерия проиллюстрировано на примерах задач для балок открытого профиля с трещинами при их долговременном растяжении и изгибе.

SUMMARY. The criterion for long-term strength determination of structural elements with low temperature creep cracks under long-term static loading is formulated. Application of the criterion is demonstrated on the examples of problems for the opened type beam with cracks under long-term tension and bending.

1. *Garofalo F.* Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New-York–London: Mac Millan Company, 1970. – 344 p.
2. *Летин Г. Ф.* Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: Металлургия, 1976. – 376 с.
3. *Тайра С., Отани Р.* Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с.
4. *Jakowluk A.* Procesy pelzania i zmęczenia w materiałach. – Warszawa: WNT, 1993. – 272 s.
5. *Надаи А.* Пластичность и разрушение твёрдых тел. – М.: Мир, 1969. – Т. 2. – 864 с.
6. *Андрейків О. Є., Банахевич М. Б., Кім М. Б.* Циклічна міцність тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами // Доп. НАНУ. – 2009. – № 7. – С. 56–62.
7. *Андрейків О. Є., Сас Н. Б.* Міцність тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами під час повзучості // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2007. – **43**, № 2. – С. 33–39.
(*Andreikiv O. E. and Sas N. B.* Strength of thin-walled structural elements with cracks under the conditions of creep // Materials Science. – 2007. – **43**, № 2. – P. 174–182.)
8. *Довговічність пластин з тріщинами за довготривалого статичного навантаження / О. Є. Андрейків, В. Р. Скальський, Ю. Я. Матвіїв, Т. А. Крадінова // Там же. – 2012. – № 1. – С. 39–46.*
9. *Андрейків О. Є., Матвіїв Ю. Я., Крадінова Т. А.* Визначення довговічності пластин з системами тріщин в умовах дії довготривалого статичного розтягу і низькотемпературного поля // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2011. – № 4. – С. 161–169.
10. *Писаренко Г. С., Лебедев А. А.* Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии. – К.: Наук. думка, 1969. – 302 с.
11. *Cornet J. and Crassi R. C.* Theories of Fracture Under Combined Stresses // Trans. ASME, Ser. D. – 1961. – **83**, № 1. – P. 39–44.
12. *Визначення періоду докритичного росту тріщин в балкових елементах відкритого профілю за довготривалого статичного навантаження / О. Є. Андрейків, В. Р. Скальський, Ю. Я. Матвіїв, Т. А. Крадінова // Машинознавство. – 2011. – № 10. – С. 38–43.*
13. *Скальський В. Р., Матвіїв Ю. Я., Крадінова Т. А.* Методика оцінки характеристик повзучості матеріалів // Там же. – 2012. – № 2. – С. 18–24.

Одержано 17.03.2012