

УДК 539.3

РОЗРАХУНОК ВЕЛИКОГАБАРИТНИХ ПОЛІЕТИЛЕНОВИХ ТРУБ З ПОРОЖНИСТОЮ СТІНКОЮ

М. Г. СТАЩУК, М. І. ДОРОШ

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Для поліетиленових труб з пустотілою (стільниковою) стінкою запропоновано методику оцінювання напружено-деформованого стану, який виникає під впливом ґрунтів. Розглянуто дві схеми навантаження стільникової труби: з жорсткою основою та з просіданням в ґрунт. Встановлено, які з будівельних стандартів для труб із суцільною стінкою необхідно застосовувати під час розрахунків труб з порожнистою стінкою. Розраховано критичні прогини труб та вказано, які з критеріїв потрібно використовувати за заданих геометричних і механічних параметрів труб та ґрунтів.

Ключові слова: поліетиленові стільникові труби, мінімальна довготривала міцність, кільцеві напруження, кільцева жорсткість, напружено-деформований стан, ресурс труби.

Останніми роками практикують широкомасштабну заміну металевих труб полімерними. Однак для цього необхідно розробити відповідні методики оцінювання міцності та надійності самих замінників. Водночас найпоширенішою стає заміна великогабаритних металевих труб поліетиленовими із порожнистою (стільниковою) будовою стінки [1–3]. Використовують при цьому поліетилен марки ПЕ-80 та ПЕ-100 [3]. Конструкції з таких матеріалів є основою для будівництва низьконапірних промислових, зливових і каналізаційних мереж. Виготовляють трубопровідні стільникові конструкції намотуванням звичайних водопровідних поліетиленових трубок діаметра 20...110 mm та зварюванням сусідніх витків між собою. Завдяки пустотілості стінки таких трубних елементів зменшуються затрати на їх виготовлення та масоємкість. При цьому ефективний підбір діаметрів трубок оптимізує кільцеву жорсткість труб, необхідну для забезпечення надійної експлуатації споруд великих розмірів.

Формулювання задачі. Для забезпечення терміну надійної експлуатації полімерних низьконапірних трубопроводів великого діаметра, в тому числі із пустотілою будовою стінки, першочерговим стає контроль їх початкових прогинів (укорочення вертикального діаметра (рис. 1а)). Загальноприйнято використовувати емпіричну формулу Шпенглера [4, 5]

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{C_1 q}{C_2 S_n + C_3 E'_s}, \quad (1)$$

де Δ – укорочення вертикального діаметра труби; q – інтенсивність вертикального навантаження ґрунту; D – серединний діаметр трубопроводу; S_n – кільцева жорсткість труби [5]; E'_s – січний модуль ґрунту; C_i ($i = 1, 2, 3$) – сталі, однозначного вибору яких в літературі нема, причому для різних національних будівельних правил вони відмінні [5]. Згідно з працею [6], під час проектування полімерних гнучких трубопроводів великого діаметра із суцільним профілем стінки для забезпечення терміну надійної експлуатації допускають, що відносна деформація

вертикального діаметра труби $\Delta/D \cdot 100\%$ не повинна перевищувати 3%. Водночас у правилах СН 550-82 [7] приймається значення $\Delta/D \cdot 100\% \leq 5\%$. Однак в цих стандартах непередбачені труби з пустотілими стінками.

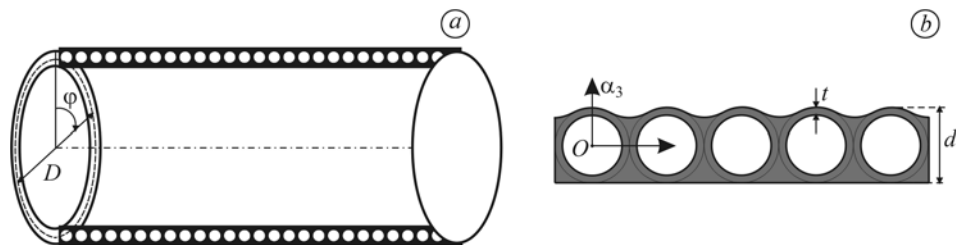


Рис. 1. Схема довгої одношарової стільникової труби (а) та будова її стінки (b).

Fig. 1. A chart of a long cellular pipe (a) and its wall structure (b).

Щоб встановити, який із стандартів є застосовним до стільникових труб, можна вибрати таку схему розрахунку. Поліетилен є в'язкопружним матеріалом, поведінка якого в деформованому стані залежить від зовнішнього навантаження, температури та часу експлуатації. За тривалої дії зовнішніх зусиль конструкції з поліетилену руйнуються за напружень менших порівняно з межею текучості. До того ж міцність цих конструкцій суттєво залежить від часу дії зовнішніх зусиль та температури експлуатації. Досліджували міцність поліетиленових труб за дії внутрішнього гідростатичного тиску на основі розроблених міжнародних стандартів [8, 9]. Допустимі навантаження на досліджувані конструкції можна встановити з такої умови

$$\max \sigma \leq MRS, \quad (2)$$

де σ – кільцеві напруження у стінці порожнистої (стільникової) труби; MRS – мінімальна довготривала міцність [8, 9], яку визначають напруженнями, отриманими шляхом екстраполяції результатів випробувань поліетиленових труб на їх стійкість до внутрішнього гідростатичного тиску на термін служби 50 років. Для поліетиленів марки ПЕ-80 та ПЕ-100 $MRS = 8$ МПа та 10 МПа, відповідно. Тому мета роботи – встановити напружено-деформований стан поліетиленових підземних труб з порожнистою будовою стінки та розробити рекомендації для забезпечення терміну надійної їх експлуатації зі застосуванням уже відомих стандартів для суцільних труб.

Основні вихідні співвідношення. Схема стінки стільникової труби подана на рис. 1b.

Рівняння рівноваги елемента розглядуваної труби мають вигляд [10]

$$\frac{\partial N}{\partial \varphi} - Q + Rq_2 = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial \varphi} + N + Rq_3 = 0, \quad \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \varphi} - Q = 0, \quad (3)$$

де N , Q та M – внутрішні сили; q_2 та q_3 – дотична та нормальна складові зовнішнього навантаження, викликаного вагою та бічною реакцією ґрунту і тиском внутрішнього середовища; φ – центральний кут; R – серединний радіус труби.

Залежність між згинальним моментом M і переміщеннями v та w виражаються співвідношенням

$$M = -D \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right), \quad (4)$$

а між поздовжньою силою N і переміщеннями v та w –

$$N = B \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{w}{R} \right), \quad (5)$$

де $D = \frac{d^3 E}{12(1-\nu^2)} \left[0,837 - 3\pi \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{d} \right)^4 - 12 \left(\frac{z_c}{d} \right)^2 \left(0,933 - \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{d} \right)^2 \right) \right]$ – цилінд-

рична жорсткість стінки труби [11]; $B = \frac{dE}{(1-\nu^2)} \left[0,933 - \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{t}{d} \right)^2 \right]$ – жорст-

кість на розтяг [11]. Тут $z_c = -0,12d[3,73 - 2\pi(1/2 - t/d)^2]^{-1}$; d – діаметр поліетиленової трубки (рис. 1b); t – її товщина; E та ν – відповідно модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона поліетилену.

Стільникову трубу розраховано для двох схем навантаження. За першою схемою (рис. 2a) розглядалась дія вертикальних зусиль інтенсивності q із врахуванням реактивного бічного тиску η ґрунту. У другій схемі (рис. 2b) передбачалось просідання труби у ґрунт.

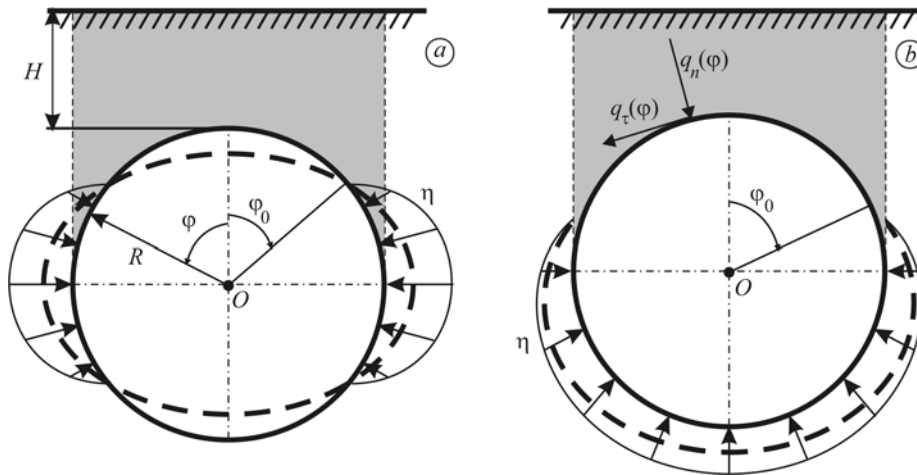


Рис. 2. Схеми навантаження стільникової труби (поперечний переріз):
а – з жорсткою основою; б – з просіданням у ґрунт.

Fig. 2. Loading modes of a cellular pipe (transversal cut):
a – with hard basis; b – subsidence into soil.

Для двох схем навантажень враховували вплив радіальних зусиль p , викликаних тиском внутрішнього середовища, причому

$$p = R\rho(1 - \cos \varphi), \quad (6)$$

де ρ – питома вага внутрішнього середовища.

Розподіл навантаження, спричиненого дією ваги ґрунту q на конструкцію, задавали згідно з формулами

$$q_n(\varphi) = q \cos^2 \varphi, \quad q_\tau(\varphi) = q \cos \varphi \sin \varphi, \quad (7)$$

де $q_n(\varphi)$ та $q_\tau(\varphi)$ – нормальна та дотична складові навантаження, причому для першої схеми навантаження (рис. 2a) кут $\varphi \in [0, 2\pi]$, а для другої (рис. 2b) $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$; $q = \gamma(H + R(1 - \pi/4))$ – середнє значення вертикального тиску ґрунту; H – висота засипки ґрунту, γ – питома вага ґрунту.

Реактивний бічний тиск ґрунту подавали відповідно до моделі типу Вінклер-ра, причому враховували “безвідпінні” зони [12]

$$\eta(\varphi) = \begin{cases} kw(\varphi), & \text{коли } w(\varphi) \geq 0, \\ 0, & \text{коли } w(\varphi) < 0, \end{cases} \quad (8)$$

де w – радіальні переміщення; k – радіальний коефіцієнт відпору ґрунту, який, згідно з розробками Гальоркіна та Шпенглера [4], можна визначити за співвідношенням $k = R^{-1}E'_s$. Тут E'_s – січний модуль ґрунту, значення якого залежить від типу ґрунту та його ущільнення [5, 6].

Дотична та нормальна складові зовнішнього навантаження q_2 та q_3 , що входять у рівняння (3), на основі співвідношень (6)–(8) такі:

$$q_2 = -q_\tau \text{ та } q_3 = -q_n - \eta + p. \quad (9)$$

Розв'язок системи рівнянь (3)–(5) вибирали у вигляді одинарних рядів Фур'є та застосовували метод послідовних наближень [13]

$$w(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^t \cos n\varphi, \quad v(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^t \sin n\varphi, \quad (10)$$

причому відпир ґрунту задавали розвиненням

$$\eta(\varphi) = \sum_{n=0}^N \eta_n^t \cos n\varphi, \quad (11)$$

де коефіцієнти η_n^t приймали у вигляді [13]

$$\eta_n^t = kC_n^t - ka_n \sum_{i=0}^{\infty} f_{ni}(\varphi_0) C_i^{t-1}. \quad (12)$$

Тут $t = 1, \dots, T$, $C_i^0 = 0$, $f_{ni}(\varphi_0) = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos n\varphi \cos i\varphi d\varphi + \int_{\pi-\varphi_0}^{\pi+\varphi_0} \cos n\varphi \cos i\varphi d\varphi$ – для

першої схеми навантаження (рис. 2a) та $f_{ni}(\varphi_0) = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos n\varphi \cos i\varphi d\varphi$ – для другої

(рис. 2b); $a_0 = 1/2\pi$ та $a_n = 1/\pi$ для $n \neq 0$.

Підставляючи розвинення (10)–(12) у систему диференціальних рівнянь (3)–(5) для t -го кроку ітерації, отримуємо коефіцієнти розвинень (10) в явному вигляді

$$C_n^t = \frac{R^2}{n} \frac{n(R^2B + D) \left(-q_{3n} + ka_n \sum_{i=0}^{\infty} f_{ni}(\varphi_0) C_i^{t-1} \right) - (R^2B + Dn^2) q_{2n}}{R^2Dk + R^4Bk + DB(n^2 - 1)^2}, \quad (13)$$

$$B_n^t = \frac{R^2}{n^2} \frac{n(R^2B + Dn^2) \left(q_{3n} + ka_n \sum_{i=0}^{\infty} f_{ni}(\varphi_0) C_i^{t-1} \right) + (R^2B + Dn^4 + R^4k) q_{2n}}{R^2Dk + R^4Bk + DB(n^2 - 1)^2} \quad (14)$$

та $C_0^t = \frac{R^2}{B + R^2k} \left(-q_{3n} + ka_0 \sum_{i=0}^{\infty} f_{0i}(\varphi_0) C_i^{t-1} \right)$, $B_0^t = 0$,

де q_{2n} та q_{3n} – відповідно коефіцієнти розвинення в ряди Фур'є зусиль (9).

Кут φ_0 визначали з умови $w(\varphi_0) = 0$, де поклали початкове значення $\varphi_0^{k=0} = \pi/4$ – для першої схеми (рис. 2а) та $\varphi_0^{k=0} = \pi/6$ – для другої (рис. 2б). Тоді прораховували формули (13). Кут φ_0^{k+1} наступної ітерації визначали з рівняння $w^k(\varphi_0^{k+1}) = 0$. Процедуру закінчували за виконання умови $|\varphi_0^{k+1} - \varphi_0^k| \leq \varepsilon$, де ε – задана точність.

Встановивши з рівнянь (4), (5) та співвідношень (13), (14) внутрішні сили N та M , можемо розрахувати нормальні розтягальні або стискальні напруження у кільцевому напрямку в стінці досліджуваної конструкції

$$\sigma(\varphi, \alpha_3) = \left[\frac{N(\varphi)}{d} n_{22} - \frac{12M(\varphi)(\alpha_3 - z_c)}{d^3} m_{22} \right], \quad (15)$$

де $n_{22} = [0,93 - \pi(1/2 - 1/d)^2]^{-1}$, $m_{22} = [0,84 - 3\pi(1/2 - 1/d)^4 - 12(z_c/d)^2 n_{22}]^{-1}$ та $z_c = -0,12d[3,73 - 2\pi(1/2 - 1/d)^2]^{-1}$ – зміщення серединної поверхні у стінці труби з пустотілою (стільниковою) структурою. Інші компоненти напружень є незначні порівняно з визначеними, тому ними нехтували.

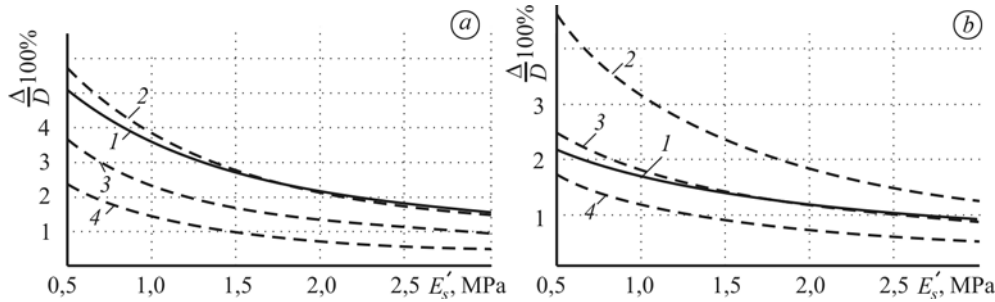


Рис. 3. Залежність відносного прогину $\Delta/D \cdot 100\%$ довгої стільникової труби від січного модуля ґрунту E'_s : а – розрахунки для першої схеми навантаження; б – для другої.

1 – теоретичні розрахунки; 2 – розрахунки за російським будівельним стандартом; 3 – за німецьким; 4 – за шведським.

Fig. 3. Dependence of the relative bending, $\Delta/D \cdot 100\%$, of a long cellular pipe on the secant module of soil, E'_s : а – calculations for the first mode of loading; б – for the second.

1 – theoretical calculations; 2 – calculations according to the Russian construction standard; 3 – German; 4 – Swedish.

В результаті цих досліджень уможливується вибір та перенесення стандартів проектування поліетиленових труб із суцільною стінкою на труби порожнистої структури. Для схем навантажень стільникової конструкції за дії ґрунту (див. рис. 2) розраховували зміну відносних прогинів (укорочення вертикального діаметра) стільникової труби $\Delta/D \cdot 100\%$ (рис. 3, суцільні лінії) залежно від січного модуля ґрунту E'_s . У розрахунках приймали значення $q = 26$ кПа та кільцеву жорсткість $S_n = 2$ кПа (рис. 3а) і $S_n = 4$ кПа (рис. 3б). Результати порівняли із розрахунками прогинів, що отримані за розробленими міжнародними будівельними стандартами (російським, німецьким, шведським) для суцільних поліетиленових труб (рис. 3, штрихові лінії). Так, крива 2 відповідає розрахунку прогину за російським будівельним стандартом проектування підземних трубопроводів [5], згідно з формулою $\Delta/D = 0,11q(8S_n + 0,06E'_s)^{-1}$; крива 3 – за німецьким будівельним стандартом, де $\Delta/D = 0,1q(16S_n + 0,08E'_s)^{-1}$; крива 4 – за шведським та формулою $\Delta/D = 0,083q(16S_n + 0,122E'_s)^{-1}$. Тут $\Delta = |w(0) - w(\pi)|$ – прогин тру-

би; $S_n = EI/D^3$ – кільцева жорсткість (базовий класифікатор підземних полімерних труб великого діаметра: $S_n = 2, 4, 8$ кПа), де I – момент інерції стінки стільникової труби на метр довжини; D – середній діаметр труби. Виявили, що перша схема навантаження (див. рис. 2а) має найбільше збігів з російським стандартом, а друга (див. рис. 2б) – з німецьким.

Використовуючи одержані вище результати теоретичного характеру, можемо сформулювати рекомендації для встановлення надійного періоду експлуатації поліетиленових труб з пустотілою (стільниковою) будовою стінки. Для цього необхідно виконати умову (2).

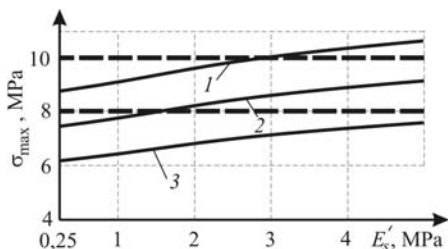


Рис. 4. Залежність максимальних кільцевих напружень σ від січного модуля ґрунту E'_s за кільцевої жорсткості $S_n = 8$ кПа: 1 – відносний прогин 6%; 2 – 5%; 3 – 4%.

Fig. 4. Dependence of the maximal circular stresses, σ , on the secant module of soil, E'_s , under circular rigidity $S_n = 8$ kPa: 1 – relative bending 6%; 2 – 5%; 3 – 4%.

Кільцеві напруження σ розраховували за співвідношенням (15) залежно від січного модуля ґрунту E'_s для нескінченно довгої стільникової труби (рис. 4).

В розрахунках приймали, що відносний прогин труби $\Delta/D \cdot 100\%$ в першому випадку не перевищує 6%; (крива 1), в другому – 5% (крива 2), в третьому – 4% (крива 3). З наведених на рис. 4 графіків перевіряємо виконання критеріального співвідношення (2). Наприклад, якщо беремо поліетилен ПЕ-100 з $MRS = 10$ МПа, то нерівність (2) буде виконуватись за умови

$$\frac{\Delta}{D} \cdot 100\% \leq 5\%, \quad (16)$$

у випадку ПЕ-80 ($MRS = 8$ МПа) – за умови

$$\frac{\Delta}{D} \cdot 100\% \leq 4\%. \quad (17)$$

Прогин стільникової труби визначаємо з формули

$$\frac{\Delta}{D} = \frac{0,11q}{8S_n + 0,06E'_s}, \quad (18)$$

що відповідає російському будівельному стандарту.

З аналізу формул (16)–(18) випливає, що міцність стільникових труб, укладених у ґрунт, значною мірою залежить від його типу та якості ущільнення.

Приклад розрахунку. Встановимо нормовану кільцеву жорсткість ($S_n = 2, 4, 8$ кПа) стільникової труби діаметра $D = 1600$ мм, яка укладена у ґрунт на глибину $H = 3$ м. Матеріалом засипки є середньозернистий пісок, втрамбований під контролем, а матеріал конструкції – поліетилен класу ПЕ-80.

Щоб відшукати прогин стільникової труби, використовуємо співвідношення (18). Під час розрахунку задаємо значення січного модуля $E'_s = 2$ МПа [5], а питому густину ґрунту – $\gamma = 18$ кН/м³. Приймавши нормовані значення кільцевої жорсткості $S_n = 2, 4, 8$ кПа, отримаємо відносні прогини труби $\Delta/D \cdot 100\% = 4,4; 3,9; 3,2$ %, відповідно. Далі для забезпечення терміну надійної експлуатації поліетиленової порожнистої (стільникової) труби дотримуємось виконання умови (17). В результаті бачимо, що кільцева жорсткість стільникової труби повинна становити $S_n = 4$ кПа.

ВИСНОВКИ

Досліджено вплив ґрунтів на напружено-деформований стан поліетиленових труб з пустотілою будовою стінки. Встановлено, що для розрахунку прогинів потрібно користуватись російським стандартом за жорсткої основи траншеї. За м'якої ґрунтової усадки розраховувати та проектувати труби потрібно згідно з німецьким будівельним стандартом. Критичне значення відносного прогину поліетиленової труби з пустотілою будовою стінки становить 5% для марки поліетилену ПЕ-100 та 4% – для ПЕ-80.

РЕЗЮМЕ Для полиэтиленовых труб с поллой (сотовой) стенкой предложено методику оценки напряженно-деформированного состояния, которое возникает при действии почв. Рассмотрены две схемы нагрузки сотовой трубы: с жесткой основой и с проседанием в почву. Установлено, какими строительными стандартами для труб со сплошной стенкой необходимо пользоваться при расчетах труб с поллой стенкой. Рассчитаны критические прогибы труб и указано какими критериями нужно пользоваться при заданных геометрических и механических параметрах труб и почв.

SUMMARY. For polyethylene pipes with a hollow (cellular) wall a methodology of estimation of the stress-strain state under soil action is proposed. On the basis of it two modes of a cellular pipe loading are considered: with a rigid basis and with subsidence into soil. It was found which building standards for pipes with a continuous wall should be used in calculations in of pipes with a hollow wall. The critical bending of pipes is calculated and criteria which must be used for geometrical and mechanical parameters of pipes and soils are indicated.

1. *Корпорация “Энергоресурс-инвест”* представляет новую технологию производства крупногабаритных полимерных изделий с пустотелой (сотовой) конструкцией стенки // Полимерные трубы. – 2007. – № 2. – С. 6–7.
2. *Великогабаритні* полімерні конструкції з пустотілою (стілниковою) будовою стінки // Вода і водоочисні технології. – 2008. – № 5. – С. 65–66.
3. *Крупак І. М.* Інженерні мережі з полімерів. – Львів: ЕКОінформ, 2008. – 372 с.
4. *Балсон Ф. С.* Загубленные сооружения: статическая и динамическая прочность. – М.: Стройиздат, 1991. – 240 с.
5. *Швабауэр В. В., Гвоздев И. В.* Расчет подземного трубопровода из термопластов // Полимерные трубы. – 2007. – № 3. – С. 52–56.
6. *Janson L. E.* Plastic pipes for water supply and sewage disposal. – Stockholm: Borealis, 1996. – 156 p.
7. *СН 550-82.* Инструкция по проектированию технологических трубопроводов из пластмассовых труб. – Введ. в экпл. с 01.01.1983.
8. *ISO 9080:2003.* Plastic piping and ducting systems – Determination of the long-term hydrostatic strength of thermoplastics materials in pipe form by extrapolation. – 19.08.2003.
9. *ISO 12162:1995.* Thermoplastics materials for pipes and fittings for pressure application – Classification and designation – Overall service (design) coefficient. – 01.06.1995.
10. *Гольденвейзер А. Л.* Теория упругих тонких оболочек. – М.: Наука, 1976. – 512 с.
11. *Максимук О. В., Стащук М. Г., Дорош М. І.* Розрахунок стільникового полімерного трубопроводу, підкріпленого періодичною системою пружних шпангоутів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – 170, № 2. – С. 135–143.

(*Maksymuk O. V., Stashchuk M. H., and Dorosh M. I.* Calculation of parameters of a honeycomb polymeric pipeline supported by a periodic system of elastic ribs // J. of Mathematical Sciences. – 2010. – 170, № 6. – P. 764–775.)

12. *Виноградов С. В.* Расчет подземных трубопроводов на внешние нагрузки. – М.: Стройиздат, 1980. – 135 с.
13. *Стащук М. Г., Дорош М. І.* Розрахунок стільникових трубопроводів великого діаметра в неоднорідному ґрунтовому середовищі // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – 46, № 6. – С. 47–50.

(*Stashchuk M. H. and Dorosh M. I.* Numerical analysis of the strained state of cellular pipes in inhomogeneous soil // Materials Science. – 2011. – 46, № 6. – P. 763–768.)

Одержано 06.12.2011