

УДК 621.922.079.678

В.В. Возный, канд. техн. наук

Институт сверхтвердых материалов им. В.Н. Бакуля НАН Украины, г. Киев

**ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ИНСТРУМЕНТА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ
ПРЕЦИЗИОННЫХ ИЗДЕЛИЙ ИЗ МАТЕРИАЛОВ МЕДИЦИНСКОГО
НАЗНАЧЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ КОЛЕННОГО СУСТАВА**

Approaches to construction of a trajectory of moving of the tool, calculation of length of a way of cutting that is a basis for creation of mathematical model of process of processing of materials of medical appointment and deterioration of the tool in process formmaking are considered.

Эндопротезирование занимает одно из ведущих мест при лечении коленных суставов. Данные, приведенные в зарубежной литературе [1], свидетельствуют о том, что ежегодно в эндопротезировании нуждаются около 200 пациентов из миллиона населения планеты. Это означает, что в Украине ежегодная потребность составляет около 10 тысяч операций по замене коленного сустава. Главной целью тотального эндопротезирования коленного сустава является его полная реконструкция. До настоящего времени эндопротезы коленного сустава остаются компромиссом между существующими анатомическими формами суставов, технологического-экономического уровнем производства и экономическими возможностями конкретной национальной системы охраны здоровья [1].

Анализ работы коленного сустава позволяет представить сложность происходящих относительных перемещений поверхностей его составных частей. При изучении кинематики коленных суставов исследователи постоянно убеждаются, что осуществляемые в этих суставах движения соответствуют движению образующей линии для данной геометрической формы суставной поверхности [2]. Поэтому чем качественнее выполнены рабочие поверхности коленного сустава, тем точнее будет их взаимное перемещение и как следствие повысится стабильность работы сустава и его долговечность. Моделирование работы коленного сустава позволяет оценить всю сложность совершаемых в нем перемещений. Как видно из рис. 1, взаимное перемещение рабочих поверхностей коленного сустава может иметь пять степеней свободы:

вращение и перемещение вдоль вертикальной оси Z ;

вращение вдоль горизонтальной оси X ;

вращение и перемещение вдоль горизонтальной оси Y .



Рис. 1. Моделирование работы эндопротеза коленного сустава человека

Для нормальной работы эндопротеза коленного сустава достаточным условием является обеспечение согласованности охватывающей и охватываемой рабочих поверхностей, выполненных с высокой точностью формы и размеров.

Современный уровень разработки технологического процесса изготовления изделия состоит из нескольких основных этапов:

разработка математической модели изделия (обрабатываемых поверхностей, изготовление чертежей);

преобразование результатов моделирования в CAD/CAM системы;

разработка программы обработки изделия на станках с ЧПУ (программа предусматривает учет материалов изделия и инструмента, режимов и видов обработки и т.д.);

обработка изделия.

При таком построении технологического процесса исследование и анализ перемещений инструмента является необходимым этапом.

Траектория движения инструмента и как следствие длина пути резания в значительной мере влияют на условия обработки, износ инструмента и точность обработки поверхности изделия. Поэтому изучение и анализ перемещений инструмента в процессе обработки изделия являются неотъемлемыми составляющими разработки технологического процесса обработки изделия.

Для обобщенного случая расчета и построения лекальной кривой изначально зададим ее функциональными зависимостями:

$$F(X) = \begin{cases} y_1 = f_1(x), 0 \leq x \leq n; \\ y_2 = f_2(x), n \leq x \leq m; \\ y_n = f_n(x), m \leq x \leq L; \end{cases} \quad (1)$$

где: $F(X)$ – функция лекальной кривой. y_1 – значение функции $f_1(x)$ на интервале от 0 до точки касания смежных функций n ; y_2 – значение функции $f_2(x)$ на интервале от n до точки касания смежных функций m ; y_n – значение функции $f_n(x)$ на интервале от m до точки L ; Точки 0 и L являются точками пересечения лекальной кривой с осью OX .

Для примера формообразования рабочей охватываемой поверхности коленного сустава лекальная кривая описывается системой уравнений (1), представляющих собой кривые второго порядка произвольной формы (параболы, эллипсы и т.д.) $y = aX^2 + bX + c$, где a , b , c – коэффициенты уравнения.

Для простоты расчетов зададимся полиномами, имеющими вид:

$$F(X) = \begin{cases} y_1 = a_1 X^2 + b_1 X + c_1, \\ y_2 = a_2 X^2 + b_2 X + c_2, \\ y_n = a_n X^2 + b_n X + c_n. \end{cases} \quad (2)$$

При составлении системы уравнений для расчета лекальной кривой применительно к охватываемой поверхности коленного сустава количество уравнений сведено в систему:

$$F(X) = \begin{cases} y_1 = a_1 X^2 + b_1 X + c_1, 0 \leq x \leq n, \\ y_2 = a_2 X^2 + b_2 X + c_2, n \leq x \leq m, \\ y_3 = a_3 X^2 + b_3 X + c_3, m \leq x \leq L. \end{cases} \quad (3)$$

Графическое изображение системы уравнений (3) приведено на рис. 2, лекальной кривой с наложенными граничными условиями ее существования лекальной на рис. 3.

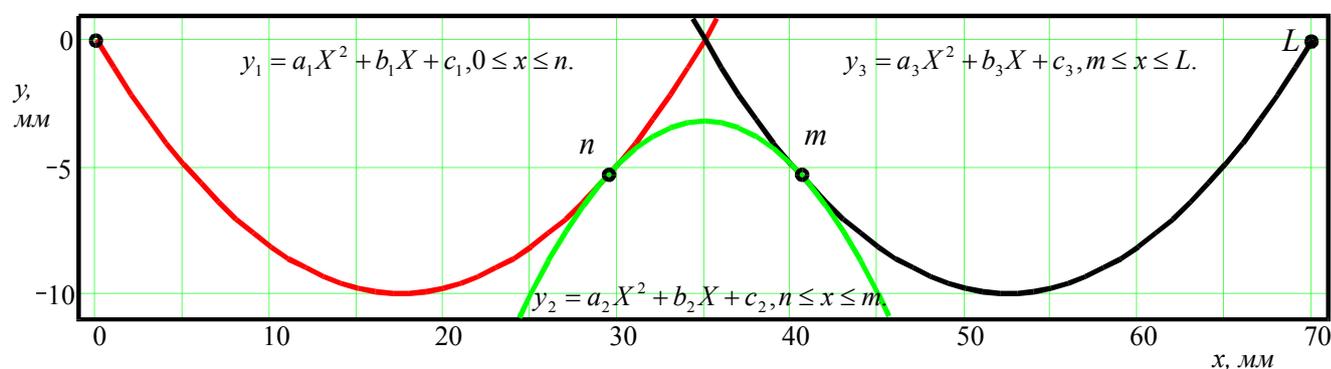


Рис. 2. Построение графика системы уравнений (3)

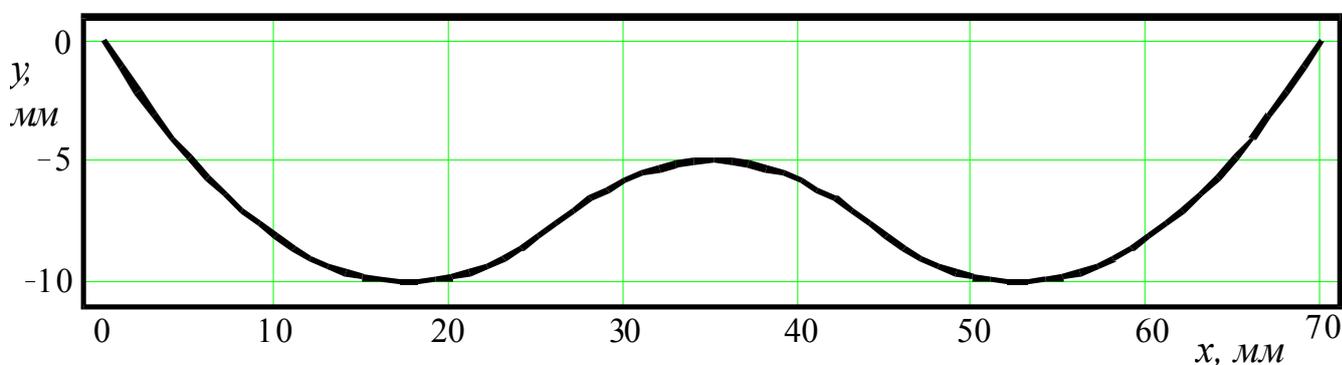


Рис. 3. Построение графика лекальной кривой $F(X)$

Коэффициенты уравнений находятся из систем уравнений, основанных на свойствах кривых второго порядка (корней уравнений, координат минимумов и максимумов значений функций, заведомо известных значений функций при известном аргументе и т.д.).

При построении траектории перемещения инструмента вдоль лекальной кривой использовали два подхода (рис. 4):

расчет кривой траектории движения инструмента подобно расчету лекальной кривой охватываемой поверхности коленного сустава;

смещение лекальной кривой на радиус рабочей части инструмента $F(X) + R$.

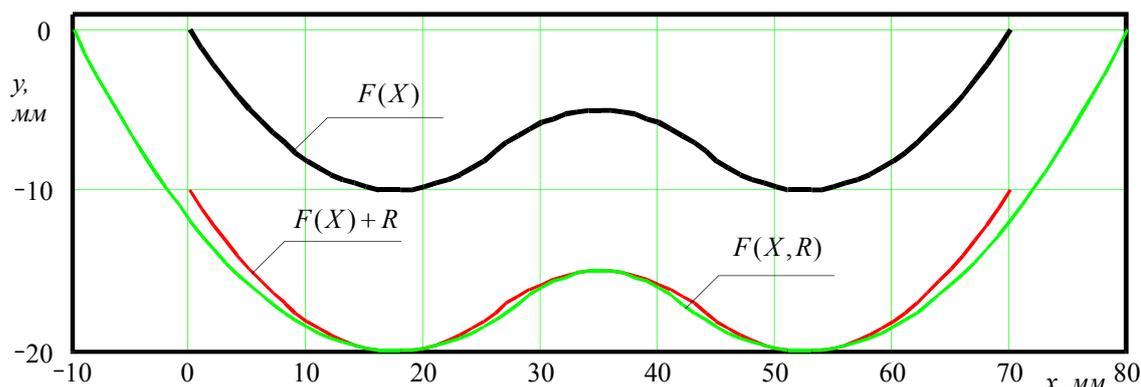


Рис. 4 Построение траектории перемещения инструмента вдоль лекальной кривой $F(X)$

Как видно из рис. 4 построение траектории перемещения инструмента вдоль лекальной кривой $F(X)$ этими двумя способами не приводит к единому решению в обоих случаях отсутствует эквидистантность кривых, что является необходимым условием при расчете траектории движения инструмента. Кроме того, второй способ – смещение графика функции лекальной кривой на величину радиус рабочей части инструмента $F(X) + R$ - не может быть использован в дальнейшем из-за невозможности его усовершенствования. Первый способ построения можно довести до требуемых условий, предъявляемых нами к траектории перемещения инструмента, путем добавления дополнительных опорных точек и повторного перерасчета систем уравнений (рис. 5).

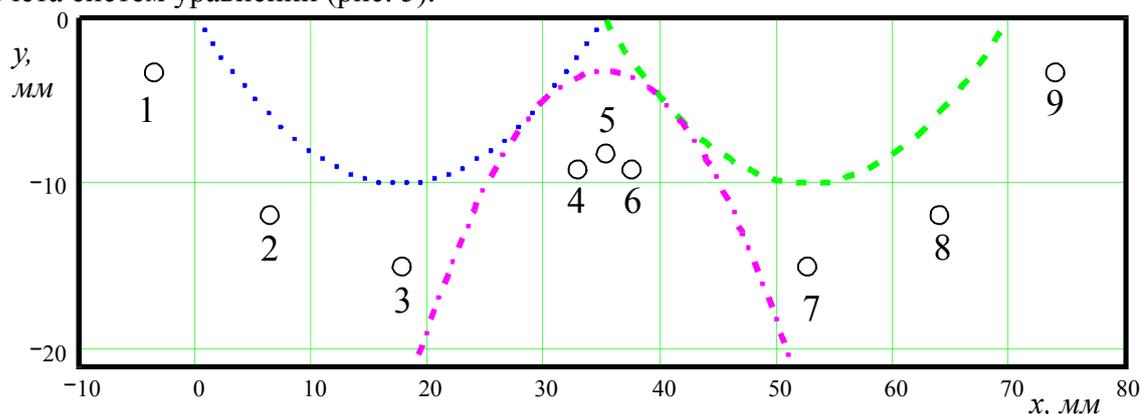


Рис. 5 Определение опорных характеристических точек для построения траектории перемещения инструмента

Как видно из рис. 5 координаты точек 3, 5, 7 определяются как $F(X) + R$. Для определения координат точек 1, 2, 4, 6, 8, 9 следует проанализировать не только лекальную кривую $F(X)$, но и другие функции, основанные на $F(X)$ (касательные и нормали к функции $F(X)$). Для определения координат точек 1, 2, 4, 6, 8, 9 проведем нормали к функции $F(X)$ в точках определяемых аргументами равными $0, \frac{L}{8}, n, m, \frac{7L}{8}, L$.

Уравнение нормали к функции $F(X)$ имеет вид:

$$y_n(X) = - \left(\frac{1}{(F(X))'} \right) \cdot (X - X_n) + F(X_n) \quad (4)$$

где: $y_n(X)$ – функция нормали к $F(X)$; X_n – значение аргумента функции, через который проведена нормаль; $F(X_n)$ – значение функции при аргументе X_n , через который проведена нормаль; $(F(X))'$ – производная функции $F(X)$.

После проведения нормалей к функции $F(X)$ через заданные аргументы зададим длину отрезка от функции до координат искомых опорных точек (рис. 6). В рассматриваемом случае все расстояния от функции до координат искомых опорных точек всегда одинаковы и равны радиусу R инструмента.

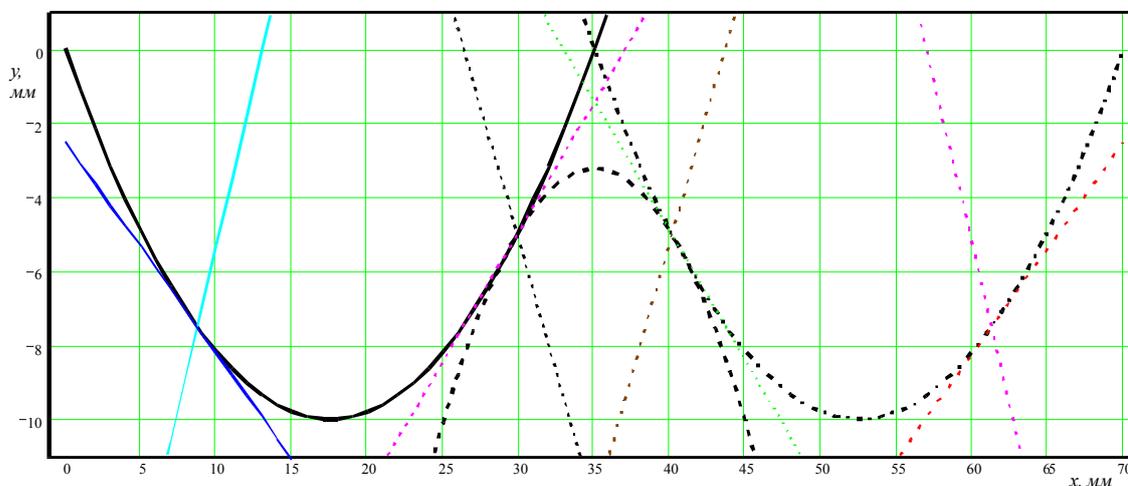


Рис. 6. Построение нормалей и касательных в лекальной кривой функции $F(X)$

Зная, что расстояние между лекальной кривой и опорной точкой лежащей на нормали, которая проходит через заданную точку кривой $F(X)$ постоянно и равно радиусу R инструмента, используем свойства прямоугольного треугольника и проецируем данный отрезок на оси OX и OY откуда и получаем координаты опорных точек.

С помощью метода построения лекальной кривой для расчета охватываемой поверхности [3, 4] коленного сустава составляем системы уравнения для нахождения коэффициентов функций описывающих траекторию перемещения инструмента.

Построение графиков функций описывающих траекторию перемещения инструмента, дано на рис. 7.

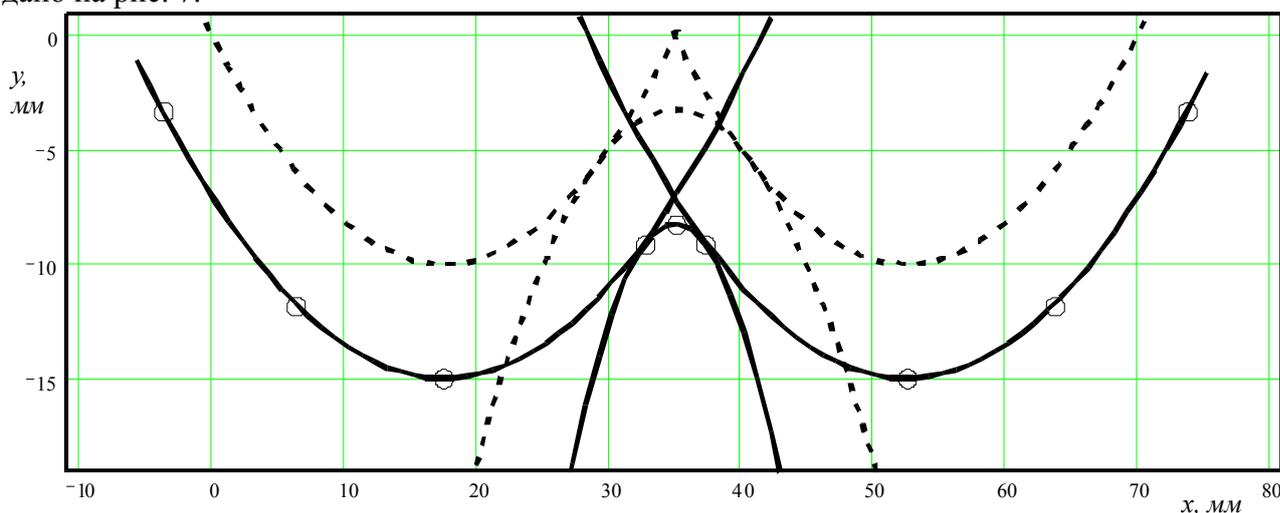


Рис. 7. Графики функций описывающих траекторию перемещения инструмента

При введении граничных условий подобно введенным для лекальной кривой охватываемой поверхности коленного сустава получим систему уравнений, описывающих эквидистантное перемещение инструмента вдоль лекальной кривой:

$$L(X) = \begin{cases} y_{11} = a_{11}X^2 + b_{11}X + c_{11}, 0 \leq x \leq n_1. \\ y_{22} = a_{22}X^2 + b_{22}X + c_{22}, n_1 \leq x \leq m_2. \\ y_{33} = a_{33}X^2 + b_{33}X + c_{33}, m_3 \leq x \leq L. \end{cases} \quad (5).$$

где $a_{11}, b_{11}, c_{11}, a_{22}, b_{22}, c_{22}, a_{33}, b_{33}, c_{33}$ – коэффициенты уравнений траектории эквидистантного перемещения инструмента. Графическое построение системы уравнений (5) приведено на рис. 8.

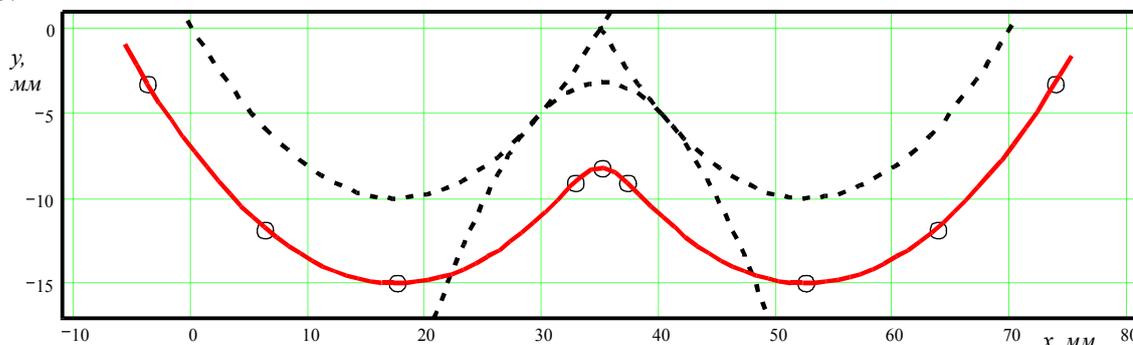


Рис 8. Построение графика функции $L(X)$ траектории эквидистантного перемещения инструмента

В процессе расчетов траектории эквидистантного перемещения инструмента относительно лекальной кривой охватываемой поверхности коленного сустава аналитически установлен максимальный радиус R рабочей части инструмента при котором возможна обработка. Графическое изображение этого граничного условия дано на рис. 9.

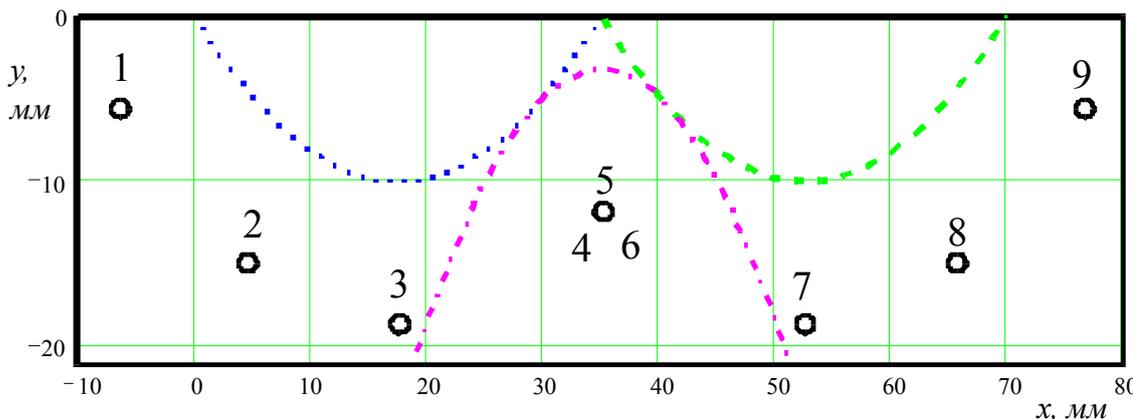


Рис. 9. Граничный радиус R рабочей части инструмента при котором возможна обработка

Как видно из рис. 9 если опорные точки 4 - 6 совпадают (имеют одинаковые координаты), радиус инструмента – $R = R_{\max}$. Если радиус рабочей части инструмента увеличить обработка будет происходить с искажением формы и приводить к неисправимому браку.

Таким образом, в результате расчетов установлен минимальный радиус инструмента, способного обеспечить нормальный процесс формообразования охватываемой и охватывающей поверхностей коленного сустава.

На основании исследований П.Ф Лесгафта [3] в процессе аналитических исследований разработана методика расчетов эквидистантного перемещения инструмента относительно фасонной поверхности, не являющейся телом вращения. В тоже время рассчитана траектория перемещения инструмента вдоль лекальной кривой, охватываемой и охватывающей для поверхностей коленного сустава.

Литература:

1. Тотальное эндопротезирование коленного сустава [Cited 2007, 17 December]. - Available from: <<http://www.ortopedica.org/page4.htm>>.
2. Лесгафт П. Ф. Основы теоретической анатомии. Ч. I. - СПб., 1892. - С. 158.
3. Стародетко Е.А. Математическое моделирование лекальных поверхностей / Под ред. П. М. Чеголина. - Минск Наука и техника, - 1984. - 126 с.
4. Возный В.В. Построение лекальных кривых для моделирования рабочих поверхностей эндопротеза коленного сустава человека. Зб. науч тр НТУ «ХПИ». – Харьков, 2007. – Вып 2 (15) - С. 64-71.

Поступила 29.05.08