

Нестационарные эффекты при протекании сильного постоянного тока через компенсированный металл

Г. Б. Ткачев

*Институт радиофизики и электроники НАН Украины, Украина, 310085, г. Харьков, ул. Акад. Проскуры, 12
E-mail: tkachev@ire.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 1 марта 1999 г.

Теоретически установлена возможность существования нестационарного электромагнитного процесса в пластине компенсированного металла, по которой протекает сильный постоянный ток. Нестационарные эффекты возникают за счет нелинейности, вызванной воздействием знакопеременного по толщине пластины магнитного поля тока на динамику носителей заряда. Такое воздействие подавляет проводимость во всем образце за исключением узкой области вблизи плоскости перемены знака магнитного поля. Обнаружено, что сформировавшийся в этой области токовый шнур может совершать квазистатическое движение в направлении перпендикулярном току. В результате на фоне приложенного постоянного электрического поля появляется переменная составляющая и, как следствие, переменное напряжение на образце. Генерация переменного напряжения в режиме заданного тока наблюдается экспериментально.

Теоретично з'ясовано можливість існування нестационарного електромагнітного процесу в пластині компенсованого металу, через яку тече сильний постійний струм. Нестационарні ефекти виникають внаслідок нелінійності, що зумовлена впливом знакозмінного за товщиною пластини магнітного поля струму на динаміку носіїв заряду. Цей вплив придушує провідність в усьому об'ємі зразка за виключенням вузької області поблизу площини, на якій магнітне поле струму змінює знак. Встановлено, що сформований в цій області струмовий шнур може здійснювати квазистатичний рух перпендикулярно струму. Внаслідок на фоні постійного електричного поля з'являється змінна складова і таким чином змінна напруга на зразку. Генерація змінної напруги в режимі заданого струму спостерігається експериментально.

PACS: 72.15.-v, 72.15.Gd

Введение

Эксперименты с чистыми металлами при низких температурах выявили ряд электродинамических эффектов, которые не вписывались в привычные представления о металлах как об исключительно «линейных» элементах. В числе первых были сообщения о наблюдении отклонения вольт-амперных характеристик (ВАХ) тонких образцов от закона Ома в сторону уменьшения сопротивления [1,2], зависимости поверхностного импеданса от амплитуды падающей волны [3], гистерезисного выпрямления радиочастотного тока в металле [4,5]. Нелинейный режим возникал при столь незначительных величинах тока или амплитуды волны, что его причиной не мог быть перегрев носителей заряда или другие известные источни-

ки нелинейности, связанные с электрическим полем. Оказалось, что специфическая для чистых образцов нелинейность обусловлена их главным свойством — большой длиной свободного пробега электронов. В чистых проводниках при низких температурах длины пробега носителей могут достигать нескольких миллиметров. Поэтому магнитное поле тока эффективно искривляет траектории частиц, оказывая тем самым влияние на проводимость металла. Такой механизм нелинейности получил название магнитодинамического. В статическом случае наиболее благоприятные условия для его наблюдения возникают в тонких образцах при

$$d \ll l, \quad (1)$$

где d — толщина образца; l — длина свободного пробега носителей. В такой ситуации проводимость определяется небольшой группой электронов, движущихся практически параллельно границам металла. Из-за ее малочисленности даже сравнительно слабое магнитное поле тока может заметно влиять на электропроводность образца и его ВАХ.

Теоретический анализ эффектов магнитодинамической нелинейности в статическом случае впервые был проведен в работе [6] при изучении проводимости и ВАХ тонкой плоско-параллельной пластины с диффузными границами. Показано, что особенности нелинейного отклика образца возникают вследствие того, что магнитное поле тока знакопеременно по толщине проводника. В середине пластины оно равно нулю, а на противоположных гранях принимает одинаковые по величине, но противоположные по знаку значения \mathcal{H} и $-\mathcal{H}$,

$$\mathcal{H} = 2\pi I / c, \quad (2)$$

I — величина тока в расчете на единицу ширины пластины; c — скорость света в вакууме. Знакопеременное магнитное поле тока захватывает часть электронов в потенциальную яму. Траектории таких частиц вьются вокруг плоскости, на которой магнитное поле меняет знак. Поэтому захваченные носители взаимодействуют с электрическим полем на всей длине свободного пробега l . С ростом I их число пополняется за счет тех частиц, которые при меньших значениях I сталкивались с поверхностью металла и, как следствие, не участвовали эффективно в формировании проводимости пластины. Таким образом, захват электронов приводит к повышению электропроводности образца. Это происходит при довольно небольших значениях I , когда характерный радиус кривизны электронных траекторий в магнитном поле тока $R(I)$ велик по сравнению с толщиной пластины,

$$R(I) = c p_F / e \mathcal{H}(I) \propto I^{-1}, \quad d < R(I), \quad (3)$$

где $-e$ и p_F — заряд и фермиевский импульс электрона.

Теория [6] объяснила результаты в [1,2] и стимулировала новые экспериментальные исследования [7]. В них было обнаружено, что при дальнейшем увеличении тока I сопротивление тонких пластин достигает минимума (когда радиус $R(I)$ становится порядка d), а затем начинает возрастать. В области достаточно сильных токов

$$d \gg R(I) \quad (4)$$

сопротивление проводника имеет тенденцию к линейному росту. Такая закономерность наблюдается в металлах с одинаковыми концентрациями электронов и дырок (компенсированные металлы), например в вольфраме и кадмии (см. [7]).

В работе [8] теоретически установлено, что рост сопротивления тонких образцов компенсированного металла обусловлен своеобразным пинч-эффектом. Согласно [8], в пределе сильных токов (4) захвату подвергаются все электроны, пересекающие плоскость, на которой магнитное поле тока меняет знак, независимо от угла подлета к ней. Как следствие, их проводимость стремится к насыщению и становится по порядку величины равной проводимости массивной пластины $\sigma = Ne^2 l / p_F$ (N — концентрация носителей заряда). При этом в отличие от случая слабых токов (3) группа захваченных частиц занимает не весь образец, а сосредоточена в узкой центральной области шириной порядка $R(I)$. Вне этой области носители заряда движутся в знакопостоянном магнитном поле по траекториям, напоминающим ларморовские орбиты. Их проводимость оказывается существенно меньше проводимости захваченных частиц [9]. Поэтому в пластине возникает типичное для пинч-эффекта резко неоднородное пространственное распределение плотности тока. Ширина токового шнура, формируемого захваченными электронами, уменьшается с ростом величины I . Это, в свою очередь, приводит к увеличению сопротивления образца.

Резкая неоднородность распределения постоянного тока по сечению проводника может, вообще говоря, приводить и к другому типу явлениям, например (см. [10]) к неустойчивости статической токовой структуры и переходу в нестационарное состояние. Для ситуации пинч-эффекта (4) такая возможность не рассматривалась, хотя имеющиеся экспериментальные данные указывают на развитие нестационарных процессов в режиме заданного постоянного тока [11].

Цель настоящей работы — теоретически продемонстрировать возможность существования нестационарного процесса в компенсированном металле, по которому протекает сильный постоянный ток. В разд. 2 проанализирована динамика носителей заряда и их проводимость в сильно неоднородном магнитном поле тока. Установлено (см. разд. 3), что статическое распределение тока в случае (4) не является единственно возможным. Благодаря существенно нелинейному и нелокальному характеру проводимости возможно альтернативное состояние, в котором токовый шнур со-

вершает движение в направлении перпендикулярном току. При этом вместо однородного по толщине пластины распределения электрического поля формируется доменная структура: движущийся токовый шнур разделяет две области с различающимися значениями электрического поля E . Разность этих значений пропорциональна скорости распространения. Направление движения доменной стенки и шнура таково, что область более сильного электрического поля вытесняет область с меньшим значением E . Обнаруженный нестационарный процесс не сопровождается джоулевыми потерями.

1. Постановка задачи: основные уравнения, граничные условия

Предположим, что искомое нестационарное состояние является квазистатическим: характерное время Δt изменения электромагнитного поля значительно больше времени свободного пробега носителей заряда,

$$\Delta t \gg v^{-1}, \quad (5)$$

где v — частота объемной релаксации частиц. Отражение электронов от границ пластины будем считать диффузным.

Введем декартову систему координат, ось x которой перпендикулярна граням пластины, а плоскость $x = 0$ находится в середине образца. Ось y направим вдоль тока, ось z — параллельно вектору $\mathbf{H}(x, t)$ магнитного поля тока,

$$\mathbf{H}(x, t) = \{0, 0, H(x, t)\}. \quad (6)$$

Пластина предполагается неограниченной как по длине (размер вдоль оси y), так и по ширине (размер вдоль оси z).

Чтобы наиболее ярко подчеркнуть роль магнитодинамической нелинейности в рассматриваемых ниже явлениях, примем простейшую модель компенсированного металла: электронную и дырочную поверхности Ферми будем считать одинаковыми сферами. Массы и длины свободного пробега электронов и дырок также предполагаем одинаковыми. В таком случае электроны и дырки дают равные по величине вклады в тензор электропроводности. В недиагональных компонентах тензора эти вклады взаимно компенсируются, а в диагональных — складываются. Таким образом, в металле отсутствует эффект Холла. Это означает, что вектор электрического поля $\mathbf{E}(x, t)$ направлен вдоль тока:

$$\mathbf{E}(x, t) = \{0, E(x, t), 0\}. \quad (7)$$

Электрическое $E(x, t)$ и магнитное $H(x, t)$ поля находятся из уравнений Максвелла, которые в выбранной геометрии имеют вид

$$-\frac{\partial H(x, t)}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} j(x, t), \quad \frac{\partial E(x, t)}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial H(x, t)}{\partial t}, \quad (8)$$

где $j(x, t)$ — плотность тока.

Поскольку при выполнении условий (1) и (4) характерный размер $R(I)$ электронной орбиты много меньше как толщины пластины, так и длины свободного пробега, анализ распределения плотности тока и полей будем проводить в основном приближении по параметрам $R(I)/d \ll 1$ и $R(I)/l \ll 1$. Предел $(R(I)/d) \rightarrow 0$ соответствует приближению неограниченного металла. В этом случае граничные условия для уравнений Максвелла (8) записываются в виде

$$H(-\infty, t) = -H(+\infty, t) = \mathcal{H}(I). \quad (9)$$

Поскольку полный ток

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} dx j(x, t) \quad (10)$$

предполагается постоянным, магнитное поле $H(x, t)$ при $x \rightarrow \pm \infty$ не зависит от времени (см. (9)) и согласно (2) определяется только величиной I .

2. Динамика электронов проводимости и плотность тока

Особенности нелинейной проводимости металла обусловлены характером электронных траекторий, формируемых собственным магнитным полем тока. Проанализируем динамику носителей заряда в неоднородном квазистатическом поле $H(x, t)$. Поскольку в принятой модели металла движение электронов и дырок отличается лишь знаком радиуса кривизны траекторий, мы будем обсуждать только динамику электронов.

Интегралами движения в магнитном поле $H(x, t)$ являются полная энергия (которую для определенности будем считать фермиевской),

$$\varepsilon_F = p_F^2/2m, \quad (11)$$

а также y - и z -проекции обобщенного импульса,

$$p_y = mv_y - eA(x, t)/c, \quad p_z = mv_z. \quad (12)$$

Здесь m — масса электрона; v_y и v_z — компоненты его скорости. Калибровка векторного потенциала $\mathbf{A}(x, t)$ выбрана в виде

$$A(x, t) = \left[0, A(x, t), 0\right], A(x, t) = \int_{x_0}^x dx' H(x', t). \quad (13)$$

Символом x_0 обозначена точка, в которой магнитное поле тока обращается в нуль; $H(x_0, t) = 0$. В статической ситуации эта точка соответствует середине образца, т.е. $x_0 = 0$. В общем же случае x_0 зависит от времени и поэтому не совпадает с $x = 0$. Величина $A(x, t)$ отрицательна, а при $x = x_0(t)$ достигает максимума, равного нулю.

Проекция скорости v_x есть

$$v_x = \pm (1/m)[p_{\perp}^2 - (p_y + eA(x, t)/c)^2]^{1/2},$$

$$p_{\perp} = (p_F^2 - p_z^2)^{1/2}. \quad (14)$$

Из условия неотрицательности подкоренного выражения для v_x находим область допустимых значений обобщенного импульса p_y :

$$p_y^{\min}(x, t) \equiv -p_{\perp} - \frac{eA(x, t)}{c} \leq p_y \leq p_{\perp} - \frac{eA(x, t)}{c} \equiv$$

$$\equiv p_y^{\max}(x, t). \quad (15)$$

Эта область схематически представлена на рис. 1 в координатах p_y и x , видно, что по характеру движения электроны проводимости можно разделить на две группы:

а) Захваченные частицы. Они существуют благодаря знакопеременности пространственного распределения магнитного поля тока. Их траектории изображены на рис. 2 в виде вьющихся вокруг плоскости $x = x_0(t)$ кривых 1. Полу период движения захваченного электрона вдоль оси x равен

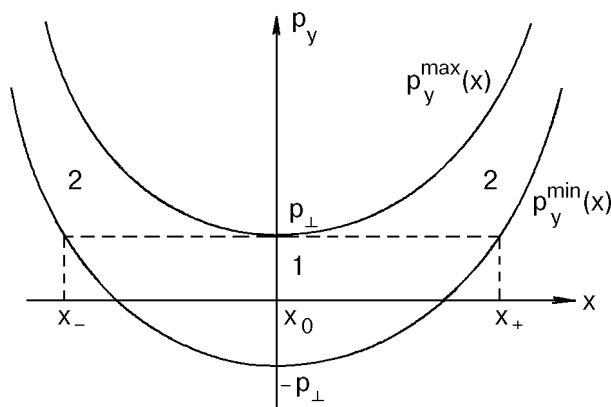


Рис. 1. Фазовое пространство (p_y, x) . Области существования захваченных (1) и ларморовских (2) частиц.

$$T(p_{\perp}, p_y) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx'}{|v_x(x', t)|}. \quad (16)$$

Точки поворота $x_1 < x_2$, согласно рис. 1, являются корнями уравнения

$$p_y^{\min}(x, t) = p_y. \quad (17)$$

В импульсном пространстве (p_{\perp}, p_y) этой электронной группе соответствует область

$$-eA(x, t)/2c \leq p_{\perp} \leq p_F,$$

$$p_y^{\min}(x, t) \leq p_y \leq p_y^{\max}(0) = p_{\perp}. \quad (18)$$

Важно отметить, что захваченные частицы присутствуют только вблизи плоскости $x = x_0(t)$, занимая пространственную область шириной $x_+ - x_-$. Координаты x_{\pm} границ области существования захваченных носителей представляют собой корни уравнения

$$e|A(x_{\pm}, t)|/2cp_F = 1. \quad (19)$$

б) Ларморовские электроны. Эти частицы движутся в знакопостоянном магнитном поле тока по траекториям 2 (см. рис. 2), напоминающим круговые орбиты. Однако в отличие от ларморовских окружностей их траектории являются разомкнутыми из-за неоднородности поля $H(x, t)$. Полу период движения ларморовских электронов дается формулой (16), а точки остановки $x_1 < x_2$, как видно на рис. 1, находятся из уравнений

$$p_y^{\max}(x, t) = p_y, \quad p_y^{\min}(x, t) = p_y. \quad (20)$$

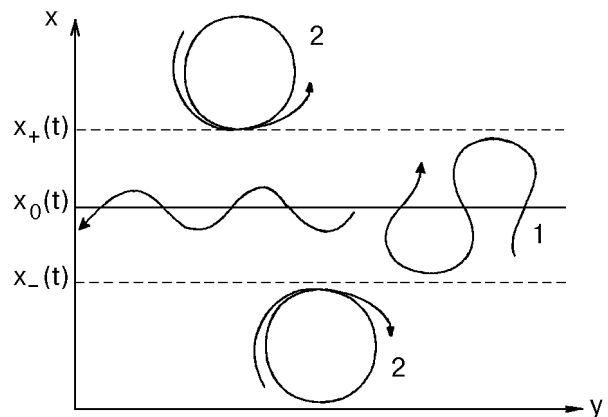


Рис. 2. Геометрия задачи. Схематическое изображение траекторий захваченных (1) и ларморовских (2) электронов в собственном магнитном поле тока.

Область импульсного пространства (p_{\perp}, p_y) , занимаемая этой электронной группой, определяется неравенствами

$$0 \leq p_{\perp} \leq p_F, \max\{p_{\perp}, p_y^{\min}(x, t)\} \leq p_y \leq p_y^{\max}(x, t),$$

$$\max\{p_{\perp}, p_y^{\min}(x, t)\} = \quad (21)$$

$$= \frac{p_{\perp} + p_y^{\min}(x, t)}{2} + \frac{|p_{\perp} - p_y^{\min}(x, t)|}{2}.$$

Плотность тока для соответствующих групп частиц находится из решения кинетического уравнения Больцмана. По электрическому полю $E(x, t)$ его необходимо линеаризовать. При этом нели-

нейность целиком обусловлена магнитным полем $H(x, t)$ в силе Лоренца. Если в качестве независимых переменных функции распределения выбрать обобщенный импульс p_y (12), величину p_{\perp} (14) и энергию электрона, то кинетическое уравнение превращается в обыкновенное дифференциальное. Его легко проинтегрировать для положительных и отрицательных значений скорости v_x (14) по отдельности. Постоянные интегрирования определяются из условий сшивки полученных решений в точках $x_{1,2}$ остановки электрона. Оставляя в стороне несложные вычисления, приведем окончательный результат [8]:

$$j_{3,\perp}(x, t) = \frac{3}{2\pi} \frac{\sigma}{p_F^2 l} \int_{O_{3,\perp}} \frac{dp_{\perp} dp_y p_{\perp} v_y(x, t)}{(p_F^2 - p_{\perp}^2)^{1/2} |v_x(x, t)|} \times$$

$$\times \left\{ \int_{x_1}^x \frac{dx' v_y(x', t) E(x', t)}{|v_x(x', t)|} \operatorname{sh}(\nu\tau(x; x')) + \frac{\operatorname{ch}(\nu\tau(x_1; x))}{\operatorname{ch}(\nu T)} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' v_y(x', t) E(x', t)}{|v_x(x', t)|} \operatorname{ch}(\nu\tau(x_2; x')) \right\}. \quad (22)$$

Здесь символами O_3 и O_{\perp} обозначены области (18) и (21) импульсного пространства (p_{\perp}, p_y) захваченных и ларморовских электронов. Величина

$$\tau(x; x') = \int_x^{x'} \frac{dx''}{|v_x(x'', t)|} \quad (23)$$

представляет собой время движения частицы между точками x и x' .

Параметр $\nu\tau$, фигурирующий в (22), по порядку величины равен отношению характерного радиуса кривизны электронных траекторий R к длине свободного пробега носителей l ,

$$\nu\tau \sim R/l \ll 1. \quad (24)$$

В главном приближении по этому параметру плотность тока захваченных и ларморовских носителей не зависит от величины $\nu\tau$:

$$j_{3,\perp}(x, t) = \frac{3}{2\pi} \frac{\sigma}{p_F^3} \int_{O_{3,\perp}} \frac{dp_{\perp} dp_y p_{\perp} v_y(x, t)}{|v_x(x, t)| T} \times$$

$$\times \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' v_y(x', t) E(x', t)}{|v_x(x', t)|}. \quad (25)$$

Преобразуем интеграл по координате x' . Согласно выражениям (12) и (14), отношение скоростей $v_y/|v_x|$ пропорционально производной по координате от $|v_x|$:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' v_y(x', t) E(x', t)}{|v_x(x', t)|} =$$

$$= -\frac{mc}{e} \int_{x_1}^{x_2} dx' \frac{\partial |v_x(x', t)|}{\partial x'} \frac{E(x', t)}{H(x', t)}. \quad (26)$$

Выполним интегрирование по частям в правой стороне этого равенства. Поскольку в точках остановки x_1 и x_2 компонента скорости v_x обращается в нуль, внеинтегральное слагаемое исчезает, и соотношение (26) принимает вид

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' v_y(x', t) E(x', t)}{|v_x(x', t)|} = \frac{mc}{e} \int_{x_1}^{x_2} dx' |v_x(x', t)| \frac{\partial}{\partial x'} \frac{E(x', t)}{H(x', t)}. \quad (27)$$

Отсюда следует, что асимптотика (25) плотности тока отлична от нуля только из-за неоднородности магнитного $H(x, t)$ и электрического $E(x, t)$ полей. Отметим, что следующий член разложения по малому параметру (24) пропорционален $(R/l)^2 \ll 1$. Это слагаемое описывает эффект магнитосопротивления в собственном магнитном поле тока.

3. Автомоделное решение уравнений Максвелла. Бестоковая бегущая волна

Предположим, что нестационарный процесс имеет характер распространяющейся вдоль оси x волны вида

$$E(x, t) = E(x - Vt), \quad H(x, t) = H(x - Vt), \quad (28)$$

V — фазовая скорость. Для решения типа (28) второе уравнение Максвелла (8) превращается в обыкновенное дифференциальное. Интегрируя его, находим связь между электрическим и магнитным полями:

$$E(x - Vt) = E_0 + (V/c)H(x - Vt). \quad (29)$$

В соотношении (29) первое слагаемое E_0 — постоянная интегрирования, представляющая собой электрическое поле в статическом случае, когда $V = 0$. Второе слагаемое $(V/c)H(x - Vt)$ — переменное неоднородное электрическое поле волны. Оказывается, что оно является бестоковым. Действительно, электрическое поле $(V/c)H(x - Vt)$ обращает в нуль интеграл (27):

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' v_y(x' - Vt)}{|v_x(x' - Vt)|} \frac{V}{c} H(x' - Vt) = \frac{mc}{e} \int_{x_1}^{x_2} dx' |v_x(x' - Vt)| \frac{\partial}{\partial x'} \frac{V}{c} = 0. \quad (30)$$

Таким образом, ток в металле существует только из-за постоянного электрического поля E_0 . При этом плотность тока зависит от времени, так как она является функционалом переменного магнитного поля $H(x - Vt)$. Выражение для нее запишем в терминах безразмерных автомоделной переменной ξ , магнитного поля $h(\xi)$ и векторного потенциала $a(\xi)$, которые введем следующим образом:

$$\xi = (x - Vt)/R(I), \quad h(\xi) = H(x - Vt)/\mathcal{H}(I), \quad a(\xi) = eA(x - Vt)/cp_F. \quad (31)$$

С учетом (18), (21) и (31) для плотности тока (25), нормированной на величину σE_0 ,

$$i_{3,\perp}(\xi) = j_{3,\perp}(x - Vt)/\sigma E_0, \quad (32)$$

имеем

$$i_{3,\perp}(\xi) = \int_{-a(\xi)/2}^1 \frac{dk_{\perp} k_{\perp}}{(1 - k_{\perp}^2)^{1/2}} \int_{-k_{\perp} - a(\xi)}^{k_{\perp}} \frac{dk_y \beta_y(\xi)}{|\beta_x(\xi) \theta(k_{\perp}, k_y)|} \times \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d\xi' \beta_y(\xi')}{|\beta_x(\xi')|}, \quad \xi_- \leq \xi \leq \xi_+, \quad (33)$$

$$i_{\parallel}(\xi) = \int_0^1 \frac{dk_{\perp} k_{\perp}}{(1 - k_{\perp}^2)^{1/2}} \int_{-a(\xi)/2 + k_{\perp} + a(\xi)/2}^{k_{\perp} - a(\xi)} \frac{dk_y \beta_y(\xi)}{|\beta_x(\xi) \theta(k_{\perp}, k_y)|} \times \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d\xi' \beta_y(\xi')}{|\beta_x(\xi')|}, \quad -\infty < \xi < +\infty. \quad (34)$$

Здесь $k_{\perp,y}$, $\beta_{x,y}(\xi)$ и $\theta(k_{\perp}, k_y)$ — безразмерные импульсы, скорости и полупериод движения частицы соответственно:

$$k_{\perp,y} = \frac{p_{\perp,y}}{p_F}, \quad \beta_{x,y}(\xi) = \frac{v_{x,y}(x - Vt)}{v_F}, \quad \theta = \frac{2\pi e \mathcal{H}(I)}{3mc} T = \frac{2\pi}{3} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d\xi'}{|\beta_x(\xi')|}. \quad (35)$$

Символами $\xi_{\pm} = (x_{\pm} - Vt)/R(I)$ обозначены безразмерные координаты границ области существ-

вождения захваченных носителей в системе отсчета, связанной с волной, а $\xi_{1,2} = (x_{1,2} - Vt)/R(I)$ — точки остановки электрона в этой же системе отсчета.

Выражения (33) и (34) по своей структуре полностью совпадают с формулами для статической плотности тока. Однако роль пространственной координаты играет автомодельная переменная ξ . Таким образом, задача о нахождении профиля магнитного поля волны строго сводится к решению задачи магнитостатики:

$$-\frac{d h(\xi)}{d \xi} = \frac{2 \sigma R(I) E_0}{I} i(\xi), \quad (36)$$

$$i(\xi) = \begin{cases} i_3(\xi) + i_L(\xi), & \xi_- \leq \xi \leq \xi_+, \\ i_L(\xi), & \xi \leq \xi_-, \quad \xi \geq \xi_+, \end{cases} \quad (37)$$

$$h(-\infty) = -h(+\infty) = 1.$$

Проинтегрируем левую и правую части уравнения (36) от $-\infty$ до $+\infty$ с учетом граничных условий (37). Это дает выражение для ВАХ металла

$$E_0(I) = I / \left[\sigma R(I) \int_{-\infty}^{+\infty} d \xi i(\xi) \right]. \quad (38)$$

Принимая во внимание (38), уравнение магнитостатики (36) перепишем в виде

$$-\frac{d h(\xi)}{d \xi} = 2 i(\xi) / \int_{-\infty}^{+\infty} d \xi i(\xi). \quad (39)$$

Естественно искать нечетное по ξ решение уравнения (39), поскольку такое решение автоматически удовлетворит граничным условиям (37). Заметим, что для нечетного $h(\xi)$ точки остановки $\xi_{1,2}$ и ξ_{\pm} захваченных электронов расположены симметрично относительно $\xi = 0$:

$$\xi_1 = -\xi_2, \quad \xi_- = -\xi_+. \quad (40)$$

Уравнение (39) и выражения (33), (34) для плотности тока не содержат никаких параметров. Поэтому ВАХ (38) металла с точностью до численного множителя определяется формулой

$$E_0(I) \propto I / \sigma R(I) = 2 \pi e I^2 / \sigma c^2 p_F. \quad (41)$$

Отсюда следует, что электросопротивление образца в пределе сильных токов (4) линейно возрастает с увеличением I . Как уже говорилось во введении, такая тенденция была обнаружена в эксперименте [7].

По характеру нелинейной ВАХ (41) видно, что полный ток I протекает в основном в области размером $\sim R(I)$, имеющей высокую проводимость порядка σ . К сожалению, строго решить уравнение магнитостатики (39) и найти распределение плотности тока не представляется возможным из-за чрезвычайно сложной интегральной связи между $i(\xi)$ и $h(\xi)$. Однако качественный анализ асимптотик плотности тока (33), (34) показывает, что токовый шнур образован группой захваченных носителей [8]. Захваченные частицы, осциллируя относительно плоскости перемены знака магнитного поля тока, сохраняют большую (порядка l) эффективную длину свободного пробега. При этом вклад в плотность тока $i_3(0)$ дают все электроны независимо от угла подлета к плоскости $\xi = 0$. Из (33) следует, что значение $i_3(0)$ имеет порядок единицы. По мере удаления от плоскости $\xi = 0$ величина $i_3(\xi)$ уменьшается и в силу (19) обращается в нуль на границах $\pm \xi_+$ области существования захваченных носителей. Ширина $2 \xi_+$ этой области по порядку величины равна единице. На периферии ($|\xi| \geq \xi_+$) подвижность частиц подавляется сильным знакопостоянным магнитным полем тока. В результате безразмерная плотность тока $i_L(\xi)$ (34), согласно оценкам [9], оказывается меньше значения $i_3(0)$. В пределе $|\xi| \rightarrow \infty$ она убывает до нуля на характерном масштабе ~ 1 , так что полный ток через металл является конечной величиной. Грубо распределение плотности тока можно представить следующим образом [8]:

$$i(\xi) = \begin{cases} 1, & |\xi| \leq \xi_+, \\ 0, & |\xi| > \xi_+. \end{cases} \quad (42)$$

Здесь предполагается, что весь ток протекает в области, занимаемой захваченными носителями:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d \xi i(\xi) = 2 \xi_+. \quad (43)$$

Из уравнения (39) с плотностью тока (42) получаем выражение для профиля безразмерного магнитного поля $h(\xi)$:

$$h(\xi) = - \begin{cases} \xi / \xi_+, & |\xi| \leq \xi_+, \\ \text{sgn } \xi, & |\xi| > \xi_+. \end{cases} \quad (44)$$

Величину ξ_+ определим из уравнения (19), предварительно переписав его в безразмерных переменных (31). Решая это уравнение для заданного распределения $h(\xi)$ (44), находим, что безразмерная полуширина ξ_+ токового шнура равна четы-

рем. Соответственно численный множитель в выражении для ВАХ (38) равен $1/8$.

Таким образом, обнаруженный нестационарный процесс представляет собой квазистатическое движение области высокой проводимости в направлении перпендикулярном току. Следствием этого движения является генерация бестоковой переменной составляющей электрического поля (см. (29)). Благодаря ее присутствию распределение суммарного электрического поля приобретает характер бегущей доменной стенки размером $R(I)$:

$$E(x - Vt) = \frac{\pi e I^2}{4\sigma c^2 p_F} + \frac{V}{c} \mathcal{H}(I) h \left(\frac{x - Vt}{R(I)} \right). \quad (45)$$

Направление распространения волны соответствует «переключению» образца из состояния с меньшим значением электрического поля в состояние с большим значением E . Ее скорость V ограничена требованием (5). Учитывая, что характерный временной масштаб Δt изменения электромагнитного поля есть $R(I)/V$, условие (5) представим в виде

$$V \ll R(I)v. \quad (46)$$

Вычислим величину джоулевых потерь в нестационарном режиме, не прибегая к модельным выражениям (42) и (44). Используя связь (29) между электрическим и магнитным полями, первое уравнение Максвелла (8) и учитывая антисимметричность граничных условий (9), приходим к следующей цепочке равенств:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx j(x - Vt) E(x - Vt) = -\frac{cE_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\partial H(x - Vt)}{\partial x} - \frac{V}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx H(x - Vt) \frac{\partial H(x - Vt)}{\partial x} = E_0 I. \quad (47)$$

Отсюда следует, что джоулевы потери связаны только с постоянным электрическим полем E_0 , т.е. их величина оказывается такой же, как и в статическом случае. Это означает, что движение электромагнитной доменной стенки (45) является недиссипативным.

Заключение

Согласно проведенному анализу в условиях пинч-эффекта (4), напряжение на образце в режиме заданного тока должно иметь как постоянную,

так и переменную составляющие (см. (45)). Этот вывод подтверждается результатами эксперимента [11], в котором выполнено детальное исследование ВАХ компенсированных металлов в области сильных токов. Однако в [11] наблюдались автоколебания напряжения, в то время как зависимость (45) представляет собой сигнал переключения, т.е. является аperiodической. На наш взгляд, автоколебания возникают в результате того, что в реальных условиях на динамику токового шнура влияют границы образца. Это влияние становится существенным, когда область высокой проводимости приближается к поверхности металла на расстояние порядка характерного радиуса кривизны электронных траекторий $R(I)$. Вблизи границы токовый шнур должен остановиться, поскольку плоскость $x = x_0(t)$ перемены знака магнитного поля тока не может в силу условий $H(-d/2, t) = -H(d/2, t) = \mathcal{H}(I)$ выйти на поверхность проводника. Образующееся асимметричное распределение тока, по-видимому, является неустойчивым, и начинается движение в сторону противоположной грани пластины. В результате могут возникнуть пространственные осцилляции токового шнура, сопровождающиеся низкочастотными колебаниями напряжения на образце. Необходимость учета конечной толщины пластины требует дальнейшего теоретического исследования нестационарных эффектов в металлах. Отдельного рассмотрения заслуживает вопрос о причине неустойчивости статического распределения тока, приводящей к генерации автоколебаний напряжения.

Автор признателен В. А. Ямпольскому за полезные замечания, высказанные при обсуждении результатов работы.

1. Б. Н. Александров, *ЖЭТФ* **43**, 1231 (1962).
2. M. Yaqub and J. F. Cochran, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 390 (1963).
3. В. Ф. Гантмахер, Письма в *ЖЭТФ* **2**, 557 (1965).
4. В. Т. Долгополов, Л. Я. Марголин, *Письма в ЖЭТФ* **17**, 233 (1973).
5. G. I. Babkin and V. T. Dolgoplov, *Solid State Commun.* **18**, 713 (1976).
6. Э. А. Канер, Н. М. Макаров, И. Б. Снапиро, В. А. Ямпольский, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 384 (1984).
7. И. Ф. Волошин, С. В. Кравченко, Н. А. Подлевских, Л. М. Фишер, *ЖЭТФ* **89**, 233 (1985).
8. Э. А. Канер, Ю. Г. Леонов, Н. М. Макаров, В. А. Ямпольский, *ЖЭТФ* **93**, 2020 (1987).
9. N. M. Makarov, G. V. Tkachev, V. A. Yampol'skii, L. M. Fisher, and I. F. Voloshin, *J. Phys.: Condens. Matter* **7**, 625 (1995).
10. М. Я. Азбель, *Письма в ЖЭТФ* **10**, 550 (1969).
11. С. И. Захарченко, С. В. Кравченко, Л. М. Фишер, *ЖЭТФ* **91**, 660 (1986).

Nonstationary effects in a compensated metal in the regime of a strong designated current

G. B. Tkachev

The existence of the nonstationary electromagnetic process in a plate of compensated metal through which a strong direct current is flowing is established theoretically. The nonstationary effects are due to the nonlinearity caused by the influence

of the spatially sign-alternating magnetic field of the current on the charge carriers dynamics. Such influence reduces the volume conductivity while the high-current region near the zero magnetic field plane is formed. It is shown that this pinch layer propagates quasistatically in the direction transversal to the current flowing. As a result, the ac electric field (and ac voltage) appears against the dc electric field component. The ac voltage generation is observed experimentally.