

Динамика доменных границ и солитонов в легкоплоскостных магнетиках со слабым обменным взаимодействием

М. В. Гвоздикова

Харьковский государственный университет, Украина, 310007, г. Харьков, пл. Свободы, 4

А. С. Ковалев

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины,
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: kovalev@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 12 мая 1999 г.

Рассмотрена внутренняя спиновая динамика коллинеарных доменных границ и коллинеарных солитоноподобных локализованных состояний в легкоплоскостном магнетике. В рамках существенно дискретной модели Такено – Хомма найдена зависимость частот внутренних мод этих возбуждений от величины обменного взаимодействия при малых значениях последнего.

Розглянуто спінову динаміку колінеарних доменних границ та солітоноподібних локалізованих станів у легкоплоскостному магнетіку. В межах суттєво дискретної моделі Такено – Хомма знайдено залежність частот внутрішніх мод таких збуджень від величини обмінної взаємодії при малих значеннях останньої.

PACS: 46.10.+z, 75.60.Ch

Введение

При теоретическом исследовании нелинейных возбуждений в магнетиках, как правило, ограничиваются наиболее простым случаем магнетиков с изотропным обменным взаимодействием, намного превосходящим величину одноионной магнитной анизотропии [1,2]. В одномерном варианте это приводит в ряде случаев к полностью интегрируемым моделям, все солитонные и многосолитонные решения которых хорошо известны. Однако в синтезированных в последнее время слоистых соединениях [3–6] обменное взаимодействие в направлении, перпендикулярном слоям, может быть аномально слабым (порядка или даже намного меньше энергии магнитной анизотропии), что связано с большим расстоянием между магнитными слоями, интеркалированными органикой. Более того, это обменное взаимодействие в таких, например, соединениях как $(\text{CH}_2)_n(\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$ и $(\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{NH}_3)_2\text{MnCl}_4$ [3,4] и $(\text{NH}_3)_2(\text{CH}_2)_n\text{CuCl}_4$ [5,6] можно целенаправленно изменять, меняя

число органических групп n в интеркалянтах. При этом остальные характеристики соединений (большое внутрислойное обменное взаимодействие и одноионная анизотропия) остаются неизменными. Это дает возможность исследовать изменения структуры и динамики магнетиков как функции не параметров тех или иных возбуждений, а параметров вещества. Уже первые экспериментальные результаты исследования квазидвумерных магнетиков показали, что в области аномально слабого обменного взаимодействия существенно изменяются резонансные свойства таких соединений и, в частности, появляются дополнительные пики поглощения в щели спектра линейных волн [4,7]. Для объяснения этого явления в работе [8] были теоретически исследованы внутренние моды в коллинеарных доменных границах (ДГ) и специфических локализованных коллинеарных спиновых конфигурациях. Впервые вопрос о коллинеарной структуре ДГ в ферромагнетике с большой одноионной анизотропией рассматривался в работе [9] в классическом и

в [10,11] в квантовом подходе. Авторы работ [10,11] впервые обратили внимание на важность учета одноионной анизотропии для динамики локализованных возбуждений в магнетиках (см. также [12]). Позже эта проблема, а также вопрос о трансформации коллинеарных фаз ДГ и локализованных спиновых конфигураций в скошенные формы с точки зрения «солитонной науки» подробно обсуждались в работах [13,14]. Теоретическое изучение динамики ДГ и солитонов в соединениях со слабым обменным взаимодействием в [8–10] проводилось на примере магнетиков с легкоосной одноионной анизотропией. Полученные результаты могут быть применены к легкоосным слоистым антиферромагнетикам [3,4].

С другой стороны, исследованные экспериментально в [5,6] слоистые соединения на основе меди обладают одноионной анизотропией легкоплоскостного типа со слабой дополнительной анизотропией в легкой плоскости, и теоретические результаты из [8,13,14] не могут быть непосредственно использованы для этих соединений. В отличие от случая легкоосной одноионной анизотропии, при которой ферро- и антиферромагнетики описываются существенно различными динамическими уравнениями, в легкоплоскостном случае ферро- и антиферромагнетики описываются в основном приближении идентичными уравнениями второго порядка по времени для одной угловой переменной [1,2].

В работах [5,6] исследовались резонансные свойства металлорганических соединений $(\text{NH}_3)_2(\text{CH}_2)_n\text{CuCl}_4$ с индексом $n = 2, 3, 4$, представляющих легкоплоскостные антиферромагнетики с легкоплоскостной одноионной анизотропией $\beta^z \sim 2$ кЭ и слабой анизотропией в легкой плоскости $\beta^x \sim 0,14$ кЭ. Эти параметры не зависят от номера n . Однако от него сильно зависит энергия обменного взаимодействия между плоскостями: $J \sim 500$ кЭ, 40 кЭ и 4 кЭ для $n = 2, 3$ и 4 соответственно. (Энергия обменного взаимодействия в магнитных плоскостях имеет величину ~ 1000 кЭ и не зависит от расстояния между ними — номера n .) При увеличении номера n на единицу межслойное обменное взаимодействие уменьшается в десять раз и система становится все более дискретной в направлении, перпендикулярном плоскостям. Эту дискретность удобно характеризовать параметром $\lambda_0 = J/\beta^z \sim 250, 20, 2$ при $n = 2, 3, 4$ соответственно. Ниже нами будет использоваться упрощенная модель Такено—Хомма, справедливая при $J \ll \beta^z$. Эта модель становится существенно дискретной лишь при $J \sim \beta^x$. Поэтому более важным является другой

параметр дискретности, связанный со слабой анизотропией в легкой плоскости $\lambda = J/\beta^x$. Для экспериментально исследованных соединений он равен 3600, 280, 30 соответственно для $n = 2, 3, 4$. Для выполнения неравенства $\lambda \lesssim 1$ необходимо проведение экспериментов на соединениях с индексом $n = 5$ ($\lambda \sim 3$) и $n = 6$ ($\lambda \sim 0,3$). Таким образом, полученные ниже результаты носят предсказательный характер. В работе изучаются внутренние моды ДГ и солитонообразных конфигураций (360° -е ДГ) в магнетике с легкоплоскостной одноионной анизотропией и слабым обменным взаимодействием в рамках модели Такено—Хомма.

Модель

Исходим из простого одномерного гейзенберговского гамильтониана с изотропным (в магнитном отношении) обменным взаимодействием и двухосной одноионной анизотропией (n ниже нумерует магнитные слои, и все статические и динамические состояния предполагаются однородными в плоскостях этих слоев):

$$H = - \sum_n J \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n+1} + \frac{1}{2} \sum_n \left[\beta^z (S_n^z)^2 - \beta^x (S_n^x)^2 \right], \quad (1)$$

где \mathbf{S}_n — узельный спин и $\beta^z, \beta^x > 0$, что соответствует легкоплоскостной анизотропии вдоль оси z и дополнительной легкоосной анизотропии вдоль оси x в плоскости xy . В магнетике с «легкой плоскостью» в основном состоянии спины ориентированы в плоскости xy . (Хотя такая связь знака β и характера основного состояния может измениться при учете анизотропии обменного взаимодействия.)

Для описания динамики намагниченности в классической модели для двухосного магнетика с сильной легкоплоскостной анизотропией и слабой анизотропией в легкой плоскости воспользуемся уравнениями Ландау—Лифшица для бездиссипативной среды [1,2], которые для гамильтониана (1) имеют вид

$$\hbar \frac{d}{dt} \mathbf{S}_n = [\mathbf{S}_n \times \hat{J}(\mathbf{S}_{n+1} + \mathbf{S}_{n-1})] - \beta^z [\mathbf{S}_n \times \mathbf{e}_z](\mathbf{S}_n \cdot \mathbf{e}_z) + \beta^x [\mathbf{S}_n \times \mathbf{e}_x](\mathbf{S}_n \cdot \mathbf{e}_x), \quad (2)$$

где \hat{J} — диагональная матрица вида $J = \text{diag}(J, J, J)$; $\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_x$ — единичные орты вдоль соответствующих осей. Это уравнение должно быть дополнено условием сохранения величины классического спина (длины вектора намагниченности). Поэтому векторное уравнение (2) сводит-

ся к двум скалярным уравнениям первого порядка или одному уравнению для комплексного поля. Введя комплексную величину $\Psi_n = S_n^x + iS_n^y$ (Ψ_n и Ψ_n^* представляют собой классические аналоги операторов рождения и уничтожения магнонов), уравнения Ландау–Лифшица (2) запишем в виде

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_n = J\Psi_n (S_{n+1}^z + S_{n-1}^z) - JS_n^z (\Psi_{n+1} + \Psi_{n-1}) - \beta^z \Psi_n S_n^z - \frac{\beta^x}{2} S_n^z (\Psi_n + \Psi_n^*), \quad (3)$$

где третья компонента спина равна $S_n^z = \sqrt{S_0^2 - |\Psi_n|^2}$.

Более наглядно динамика магнетика выглядит в терминах угловых переменных θ_n, φ_n в полярной системе координат, связанной с выделенной осью z , в которой

$$\mathbf{S} = S_0 (\sin \theta_n \cos \varphi_n, \sin \theta_n \sin \varphi_n, \cos \theta_n);$$

$$\begin{aligned} \hbar \frac{d}{dt} \theta_n = & -S_0 J [\sin \theta_{n+1} \sin (\varphi_{n+1} - \varphi_n) + \\ & + \sin \theta_{n-1} \sin (\varphi_{n-1} - \varphi_n)] + \beta^x S_0 \sin \theta_n \sin \varphi_n \cos \varphi_n, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \hbar \sin \theta_n \frac{d}{dt} \varphi_n = & S_0 J \cos \theta_n [\sin \theta_{n+1} \cos (\varphi_{n+1} - \varphi_n) + \\ & + \sin \theta_{n-1} \cos (\varphi_{n-1} - \varphi_n)] - S_0 J^z \sin \theta_n (\cos \theta_{n+1} + \\ & + \cos \theta_{n-1}) + S_0 \beta^z \cos \theta_n \sin \theta_n + \\ & + S_0 \beta^x \cos \theta_n \sin \theta_n \cos^2 \theta_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Для магнетиков с аномально слабым обменным взаимодействием ($J \ll \beta^z$) и сильной одноионной легкоплоскостной анизотропией ($\beta^z \gg \beta^x$) все спины практически лежат в легкой плоскости: $\chi_n = \pi/2 - \theta_n \ll 1$, и из (5) следует, что $\chi \approx \hbar (S_0 \beta^z) d\varphi_n/dt$. При этом уравнение (4) сводится к скалярному уравнению, описывающему модель Такено–Хомма [15,16]:

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{S_0^2 \beta^z} \frac{d^2}{dt^2} \varphi_n + J [\sin (\varphi_n - \varphi_{n-1}) + \sin (\varphi_n - \varphi_{n+1})] + \\ + \beta^x \sin \varphi_n \cos \varphi_n = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Очевидно, что в случае антиферромагнетика при одновременной замене $J \rightarrow -J$ и $\varphi_n = (\pi/2)[1 - (-1)^n] + \psi_n$ уравнение для величин ψ_n будет совпадать с уравнением (6), и все результаты модели Такено–Хомма для ферромаг-

нетика без изменения переносятся на случай антиферромагнетика.

В длинноволновом пределе при одновременном выполнении неравенств $\beta^x \ll J \ll \beta^z$ (а также, естественно, и в случае $\beta^x \ll \beta^z \ll J$) модель Такено–Хомма сводится к хорошо известному синусоидальному уравнению Гордона (SGE) [17]:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - l^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \sin \varphi \cos \varphi = 0, \quad (7)$$

где частота однородного резонанса равна $\omega_0 = S_0 \sqrt{\beta^z/\beta^x}/\hbar$ и так называемая «магнитная длина» есть $l = \sqrt{J/\beta^x}$. Ниже время будем измерять в единицах $1/\omega_0$, а вместо магнитной длины l использовать параметр дискретности $\lambda = l^2$. Решения SGE для доменных границ φ_0 и солитонов φ_s хорошо известны [17]:

$$\varphi_0 = 2 \operatorname{arctg} (\exp (x/l)), \quad (8)$$

$$\varphi_s = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{1 - \omega^2} \sin \omega t}{\omega \operatorname{ch} \left(\sqrt{1 - \omega^2} x/l \right)} \right]. \quad (9)$$

В этом приближении ДГ (8) не обладает внутренней динамикой — внутренние моды в ней отсутствуют. Солитон (9) является динамическим объектом, и его локализация сопровождается внутренними осцилляциями с частотой ω , которая может изменяться в интервале $0 < \omega < 1$ при фиксированном значении параметра дискретности (магнитной длины l). Разным значениям частоты отвечают различные энергии солитона $E = 4S_0 \times \sqrt{J/\beta^x} \sqrt{1 - \omega^2}$ и различное число элементарных возбуждений, связанных в нем, $N = 4S_0 \times \sqrt{J/\beta^z} \arccos \omega$ (см. [13]).

Коллинеарная структура доменной границы и ее внутренняя мода

Возвращаясь к дискретному описанию легкоплоскостного ферромагнетика со слабой внутриплоскостной анизотропией в рамках модели Такено–Хомма, перепишем уравнения (6) в безразмерном виде, измеряя время в единицах $1/\omega_0$ и используя параметр $\lambda = J/\beta^x$ для характеристики степени дискретности системы:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \varphi_n}{dt^2} + \lambda [\sin (\varphi_n - \varphi_{n+1}) + \\ + \sin (\varphi_n - \varphi_{n-1})] + \sin \varphi_n \cos \varphi_n = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Это уравнение детально изучалось как аналитически, так и численно в работах [15,16,18]. Од-

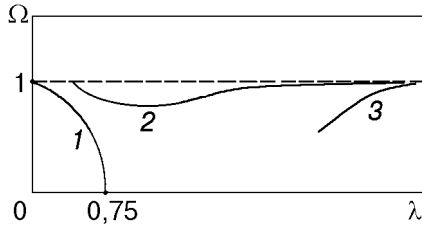


Рис. 1. Схематическая зависимость частоты внутренней моды коллинейрной доменной границы (кинка) легкоплоскостного ферромагнетика в модели Такено – Хомма от параметра дискретности λ (1); зависимость 2 получена в работе [18] в модели Такено – Хомма для неколлинейрного кинка при больших значениях λ ; кривая 3 получена в работе [19] для дискретной SG-модели.

нако авторы указанных работ при численном счете выбирали, как правило, большие значения параметра λ и не смогли увидеть качественные изменения структуры и динамики нелинейных локализованных возбуждений, происходящие при $\lambda \approx 1$ и переходе локализованных возбуждений в коллинейрную структуру.

Прежде всего рассмотрим неподвижную ДГ и возможность существования внутренней моды у такой границы. В работе [13] указывалось, что в легкоосном ферромагнетике в длинноволновом пределе такая мода отсутствует, но возникает при учете дискретности обменного взаимодействия.

В рамках длинноволнового SGE внутренняя мода ДГ вида (8) также отсутствует, однако возникает при учете дискретности межчастичного взаимодействия даже при выборе этого взаимодействия в линейном приближении [19], т. е. при линеаризации обменных слагаемых в уравнении (10). Но при этом отщепление внутренней моды от частоты однородного ферромагнитного резонанса $\Omega = \omega/\omega_0 = 1$ весьма мало и достигает максимального значения всего лишь $\sim 0,05$ при $\lambda \sim 1$, уменьшаясь затем опять до нуля при $\lambda \rightarrow 0$ (рис. 1, кривая 2). Однако учет нелинейности обменного взаимодействия в дискретном случае приводит к существенному изменению результатов. Как показано численно в [18], уже для $\lambda = 4$ частота внутренней моды ДГ существенно понижается и достигает величины $\Omega \approx 0,8$ (рис. 1, кривая 3). К сожалению, автор [18] не довел численные расчеты до критического значения $\lambda = 0,75$, при котором происходит переход ДГ в коллинейрную форму.

Мы учитываем существенно нелинейный и периодический по углу между ближайшими спинами характер гейзенберговского обменного взаимодействия в дискретном случае.

При малых значениях обменного взаимодействия ($\lambda < 0,75$) ДГ находится в коллинейрном состоянии и основному состоянию конфигурации спинов с доменной границей $\dots \uparrow \uparrow \uparrow \downarrow \downarrow \downarrow \dots$ отвечают следующие значения углов:

$$\varphi_n = 0, \quad n \leq 0, \quad (11)$$

$$\varphi_n = \pi, \quad n > 0.$$

Линеаризуем систему уравнений (10) вблизи основного состояния (11), введя малые добавки $\psi_n \ll 1$

$$\varphi_n = \psi_n, \quad n \leq 0, \quad (12)$$

$$\varphi_n = \pi + \psi_n, \quad n > 0.$$

Система линейных уравнений для величин ψ_n принимает вид

$$\frac{d^2 \psi_n}{dt^2} + \lambda [2\psi_n - \psi_{n+1} - \psi_{n-1}] + \psi_n = 0, \quad n \leq -1,$$

$$\frac{d^2 \psi_0}{dt^2} + \lambda [\psi_1 - \psi_{-1}] + \psi_0 = 0, \quad (13)$$

$$\frac{d^2 \psi_1}{dt^2} + \lambda [\psi_0 - \psi_2] + \psi_1 = 0,$$

$$\frac{d^2 \psi_n}{dt^2} + \lambda [2\psi_n - \psi_{n+1} - \psi_{n-1}] + \psi_n = 0, \quad n \geq 2.$$

Ищем решение для малых добавок в виде $\psi_n = v_n \exp(i\Omega t)$, для амплитуд v_n получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$(2\lambda + 1 - \Omega^2)v_n - \lambda(v_{n+1} + v_{n-1}) = 0, \quad n \leq -1,$$

$$(1 - \Omega^2)v_0 + \lambda(v_1 - v_{-1}) = 0, \quad (14)$$

$$(1 - \Omega^2)v_1 - \lambda(v_0 - v_2) = 0,$$

$$(2\lambda + 1 - \Omega^2)v_n - \lambda(v_{n+1} + v_{n-1}) = 0, \quad n \geq 2.$$

Убывающие на бесконечности решения этой системы, описывающие возможные внутренние моды, можно искать в виде

$$v_n = A \exp(-kn), \quad n > 0, \quad (15)$$

$$v_n = B \exp(kn), \quad n \leq 0.$$

Из уравнений (15) для $n \leq -1$ и $n \geq 2$ найдем связь параметров κ , Ω и λ :

$$[1 - \Omega^2] + \lambda [2 - 2 \operatorname{ch}(\kappa)] = 0. \quad (16)$$

Из уравнений (14) для $n = 0, 1$ получаем дополнительное соотношение между κ , Ω и λ :

$$1 - \Omega^2 - \lambda[\exp(-\kappa) \pm 1] = 0 \quad (17)$$

и связь амплитуд A и B :

$$A = B [1 - (1 - \Omega^2)(1/\lambda) \exp(\kappa)]. \quad (18)$$

Знаку «-» в выражении (17) отвечает симметричное решение с $\Omega = 1$, $\kappa = 0$, $A = B$, т. е. однородное не локализованное колебание с частотой края спектра линейных спиновых волн в спиновой цепочке без ДГ. Таким образом, однородное колебание спиновой системы в модели Такено—Хомма «не чувствует» наличия в ней ДГ. Обычно симметричное решение соответствует колебанию центра ДГ в рельефе Пайерлса, но в коллинеарной ДГ такие возбуждения отсутствуют.

Знаку «+» в выражении (17) соответствует антисимметричное решение для внутренней моды ДГ со следующей зависимостью частоты этой моды от параметра дискретности и характером убывания поля внутренней моды:

$$\Omega^2 = 1 - 4\lambda/3, \quad \kappa = \ln 3. \quad (19)$$

Распределение амплитуд колебания спинов вблизи центра ДГ во внутренней моде имеет следующий вид:

$$\dots, \frac{v_0}{27}, \frac{v_0}{9}, \frac{v_0}{3}, v_0, -v_0, -\frac{v_0}{3}, -\frac{v_0}{9}, -\frac{v_0}{27}, \dots \quad (20)$$

Таким образом, видно, что доменная граница обладает антисимметричной внутренней модой, которой соответствует периодическое во времени изменение ширины ДГ. Зависимость $\Omega(\lambda)$ приведена на рис. 1 (кривая 1). Внутренняя мода возникает бифуркационным образом при критическом значении обменного взаимодействия $\lambda_0 = 0,75$ и существует при $\lambda < \lambda_0$. Причем это критическое значение параметра дискретности совпадает с полученным в [8] значением критического параметра для легкоосного ферромагнетика. Однако в легкоплоскостном ферромагнетике внутренняя мода пространственно антисимметрична, в то время как в легкоосном случае такая симметрия отсутствовала из-за разной временной зависимости соответствующих динамических уравнений.

При $\lambda > \lambda_0$ доменная граница переходит из коллинеарной в скошенную структуру с $\phi \neq 0$, π и со своей зависимостью внутренней моды от кон-

станты обменного взаимодействия (параметра дискретности), переходящей в длинноволновом пределе в зависимость, полученную в работе [18] (рис. 1, кривая 3). Этот вопрос требует дополнительного исследования. В работах [13,14] нами показано, что качественно динамика локализованных возбуждений в существенно дискретных нелинейных системах близка к таковой в соответствующих конечномерных динамических моделях, описывающих спиновые цепочки конечной длины в конфигурации ДГ или солитона.

Рассмотрим цепочку из четырех спинов в конфигурации доменной границы $\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow$, для которой в коллинеарной фазе в статической конфигурации $\psi_1 = \psi_2 = \psi_0 = \psi_{-1} = 0$ и граничные спины свободны, т.е. уравнение для граничного спина имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \lambda \sin(\psi_2 - \psi_1) + \sin\psi_2 \cos\psi_2 = 0. \quad (21)$$

Коллинеарная структура рассматриваемого спинового комплекса существует лишь при значениях параметра дискретности $\lambda < \lambda_0 = 1/\sqrt{2}$. Заметим, что критическое значение параметра λ в четырехспиновом комплексе весьма близко к таковому в бесконечной спиновой цепочке ($\lambda_0 = 0,75$). Спектр собственных частот цепочки конечной длины состоит из четырех мод. В коллинеарной фазе линеаризованная по ψ_n система динамических уравнений имеет решения вида $\psi_n \sim \sin \Omega t$ со следующими зависимостями частот от параметра дискретности для указанных четырех (a, b, c, d) мод:

$$(a): \psi_{-1} = -\psi_0 = -\psi_1 = \psi_2, \quad \Omega^2 = 1 + 2\lambda,$$

$$(b): -(\sqrt{2} - 1) \psi_{-1} = \psi_0 = -\psi_1 = (\sqrt{2} - 1) \psi_2, \quad \Omega^2 = 1 + \sqrt{2}\lambda, \quad (22)$$

$$(c): \psi_{-1} = \psi_0 = \psi_1 = \psi_2, \quad \Omega^2 = 1,$$

$$(d): (\sqrt{2} + 1) \psi_{-1} = \psi_0 = -\psi_1 = -(\sqrt{2} + 1) \psi_2, \quad \Omega^2 = 1 - \sqrt{2}\lambda.$$

Полученные зависимости $\Omega(\lambda)$ представлены на рис. 2 (кривые a, b, c, d). Наиболее интересными являются симметричная мода c и антисимметричная мода d . Как и в бесконечной цепочке, мода c имеет частоту однородного резонанса в системе без доменной границы ($\Omega = 1$). Антисимметричная мода d является аналогом рассмотренной выше внутренней моды коллинеарного кинка — в ней спины, прилегающие к «доменной границе»,

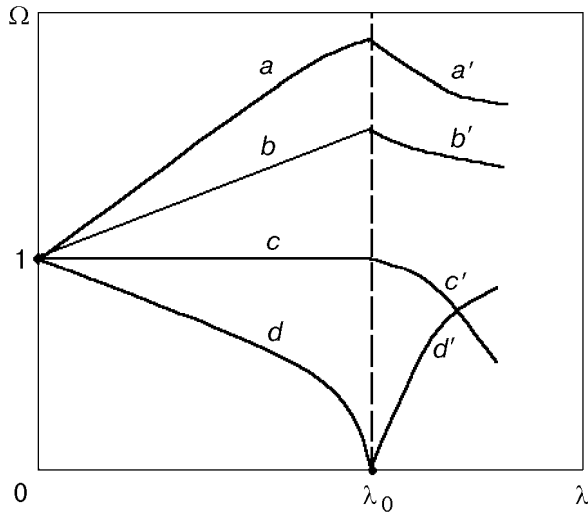


Рис. 2. Спектр собственных частот цепочки конечной длины в модели Такено–Хомма (4 спина): (a) и (c) – симметричные, (b) и (d) – антисимметричные моды коллинеарной структуры; (a') и (c') – симметричные, (b') и (d') – антисимметричные моды скошенной фазы доменной границы.

колеблются с существенно большей амплитудой, чем периферийные спины: $\psi_2/\psi_1 \approx 0,4$ (в бесконечной цепочке $\psi_2/\psi_1 \approx 0,33$).

Интересно сравнить спектр собственных мод (22) спинового комплекса с ДГ со спектром собственных мод такого комплекса в основном состоянии с параллельным упорядочением спинов $\uparrow\uparrow\uparrow$. Легко показать, что симметричные моды *a* и *c* имеют идентичный вид и описываются выражениями (22) для случаев (a) и (c). Антисимметричные моды *b* и *d* существенно изменяются в основном состоянии четырехспинового комплекса:

$$\begin{aligned} \tilde{(b)} : -(\sqrt{2} + 1) \psi_{-1} = \psi_0 = -\psi_1 = (\sqrt{2} + 1)\psi_2, \\ \Omega^2 = 1 + \lambda(2 + \sqrt{2}), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{(d)} : (\sqrt{2} - 1) \psi_{-1} = \psi_0 = -\psi_1 = -(\sqrt{2} - 1)\psi_2, \\ \Omega^2 = 1 + \lambda(2 - \sqrt{2}). \end{aligned}$$

Таким образом, первая антисимметричная мода спектра основного состояния спинового комплекса трансформируется в антисимметричную внутреннюю моду ДГ.

Преимущество рассмотрения спиновой цепочки конечного размера заключается в том, что для четырех спинов в явном аналитическом виде удастся решить задачу и для скошенной формы ДГ при $\lambda > \lambda_0$. Из уравнений (13), (21) в статическом случае легко находится зависимость внутренней структуры скошенной ДГ от параметра дискретности:

$$\begin{aligned} -\psi_{-1} = \psi_2 = \\ = \frac{1}{2} \arcsin \left\{ 2\lambda \left[\frac{(1 - 2\lambda^2)(1 - 4\lambda + 2\lambda^2)}{(1 - 2\lambda)(1 - 2\lambda - 4\lambda^2)} \right]^{1/2} \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$-\psi_0 = \psi_1 = \psi_2 + \arcsin \left(\frac{1}{2\lambda} \sin 2\psi_2 \right). \quad (25)$$

Из выражения (24) видно, что для скошенной фазы решение существует лишь в интервале значений параметра $\lambda_0 < \lambda < \lambda_1 = 1 + \sqrt{2}$. Однако рассматриваемая модельная система адекватно описывает исходную бесконечную спиновую цепочку только при малых отклонениях параметра дискретности от его критического значения λ_0 .

Линеаризуя динамические уравнения (10), (21) по малым спиновым отклонениям от статической конфигурации (24), (25), легко найти трансформацию частотных зависимостей всех мод конечномерной системы в области скошенной ДГ:

$$\begin{aligned} \Omega_{a,c}^2 = \frac{1}{2} \left[2\lambda \cos(\psi_2 - \psi_1) + \cos 2\psi_1 + \cos 2\psi_2 \pm \sqrt{4\lambda^2 \cos^2(\psi_2 - \psi_1) + (\cos 2\psi_1 - \cos 2\psi_2)^2} \right], \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{b,d}^2 = \frac{1}{2} \left[(2\lambda \cos(\psi_2 - \psi_1) + \cos 2\psi_2 - (2\lambda - 1) \cos 2\psi_1 \pm \sqrt{4\lambda^2 \cos^2(\psi_2 - \psi_1) + [\cos 2\psi_2 + (2\lambda - 1) \cos 2\psi_1]^2} \right], \end{aligned} \quad (27)$$

где $\psi_1(\lambda)$ и $\psi_2(\lambda)$ определяются выражениями (24), (25). Графики соответствующих зависимостей приведены на рис. 2 (кривые *a'*, *b'*, *c'*, *d'*) для значений λ в окрестности λ_0 .

На рис. 2 видно, что антисимметричная мода *d'* существует и в скошенной фазе, где ее частота растет корневым образом $\Omega^2 \propto 2\sqrt{2}(\lambda - \lambda_0)$, подобно ситуации в легкоосном ферромагнетике [13]. Можно предположить, что аналогичная мода присутствует и в бесконечной спиновой цепочке. Ее частотная зависимость должна начинаться в точке $\Omega = 0$, $\lambda = \lambda_0(0,75)$ на рис. 1 и при больших значениях λ в длинноволновом пределе выходить на зависимость β , полученную в [18]. Кроме того, на рис. 2 видно, что в скошенной фазе ДГ возникает нетривиальная локализованная симметричная мода *c'*. В окрестности критической точки $\lambda = \lambda_0$ ее частота понижается от значения $\Omega = 1$ линейным образом: $\Omega \approx 1 - (4 - 3\sqrt{2})(\lambda - \lambda_0)$. В бесконечной спиновой цепочке в пределе $\lambda \gg \lambda_0$ частота этой моды, описывающей колебания цент-

ра ДГ, стремится к нулю, и зависимость $\Omega(\lambda)$ для этой колебательной моды должна совпадать с полученной в работе [20].

Солитоноподобные коллинеарные спиновые структуры

Перейдем к рассмотрению более сложной спиновой конфигурации типа $\dots \uparrow \uparrow \uparrow \downarrow \uparrow \uparrow \dots$ с одним перевернутым спином. При длинноволновом описании такое состояние могло существовать лишь в динамическом случае и соответствовать магнитному солитону. При учете дискретности обменного взаимодействия возможно и статическое состояние такого вида, отвечающее 360° -й коллинеарной ДГ (для краткости — «солитона»).

При малых значениях обменного взаимодействия основному состоянию системы будет соответствовать следующее распределение углов ориентации спинов в легкой плоскости:

$$\begin{aligned} \varphi_n &= 0, \quad n \leq -1, \\ \varphi_0 &= \pi, \\ \varphi_n &= 2\pi, \quad n \geq 1. \end{aligned} \quad (28)$$

Введем малые добавки к основному состоянию $\psi_n \ll 1$, для решений вида $\psi_n = v_n \exp(i\Omega t)$ из (10) получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} (2\lambda + 1 - \Omega^2)v_n - \lambda(v_{n+1} + v_{n-1}) &= 0, \quad |n| \geq 2, \\ (1 - \Omega^2)v_1 + \lambda(v_0 - v_2) &= 0, \\ (-2\lambda + 1 - \Omega^2)v_0 + \lambda(v_1 + v_{-1}) &= 0, \\ (1 - \Omega^2)v_{-1} + \lambda(v_0 - v_{-2}) &= 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Как и в предыдущем случае, локализованные решения для внутренних мод рассматриваемой спиновой конфигурации естественно искать в виде

$$\begin{aligned} v_n &= A \exp(-\kappa n), \quad n \geq 1, \\ v_0 &= C, \\ v_n &= B \exp(\kappa n), \quad n \leq -1. \end{aligned} \quad (30)$$

Из уравнений (29) для $n \leq -2$ и $n \geq 2$ получается связь параметров κ , Ω и λ (16), а из уравнений для v_{-1} , v_0 , v_1 находится соотношение между A ,

B и C и дополнительное соотношение между κ , Ω и λ :

$$\frac{C}{A} = \frac{C}{B} = \exp(-\kappa) \left[\exp(-\kappa) - \frac{1 - \Omega^2}{\lambda} \right]; \quad (31)$$

$$\begin{aligned} &\left[\exp(-\kappa) - \frac{1 - \Omega^2}{\lambda} \right] \times \\ &\times \left\{ \left[\exp(-\kappa) - \frac{1 - \Omega^2}{\lambda} \right] \left(2 - \frac{1 - \Omega^2}{\lambda} \right) - 2 \right\} = 0. \end{aligned} \quad (32)$$

В выражении (32) сразу отщепляется одно решение, для которого $1 - \Omega^2 = \lambda \exp(-\kappa)$. Этому решению отвечает антисимметричная мода с $A = B$, $C = 0$, амплитуда которой затухает при удалении от центра «солитона» с декрементом пространственного затухания $\kappa = \ln 2$. Зависимость частоты этой моды от величины обменного взаимодействия (от параметра дискретности λ) имеет вид

$$\Omega^2 = 1 - \lambda/2, \quad (33)$$

и мода возникает бифуркационным образом и существует при $\lambda \leq 2$ (рис. 3, кривая 1). Распределение амплитуд колебаний спинов в этой моде следующее: $\dots \uparrow 0 \downarrow \dots$, где точками обозначены спины, колеблющиеся с малыми амплитудами, а обозначение «0» соответствует неподвижному центральному перевернутому спину.

Воспользовавшись соотношением (16), исключив из (32) параметр κ и введя величину $Z = 1 - \Omega^2$, легко переписать выражение в фигурных скобках в (32) в виде

$$Z(2Z^2 - 7\lambda Z + 4\lambda^2) = 0. \quad (34)$$

Таким образом, существуют еще три дополнительные решения исследуемой системы. Первое решение $Z = 0$ соответствует краю спектра спиновых волн с $\Omega = 1$, $\kappa = 0$, $A = B = C$. И как и в

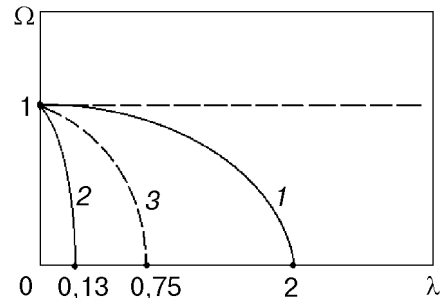


Рис. 3. Частотная зависимость внутренних мод локализованной коллинеарной структуры с перевернутым спином в одном слое легкплоскостного ферромагнетика: 1 — антисимметричная мода, 2 — симметричная мода. Для сравнения приведена зависимость $\Omega(\lambda)$ для внутренней моды коллинеарной ДГ (3).

случае 180° -й доменной границы, солитон (или 360° -я доменная граница) в данной модели не взаимодействует с однородными колебаниями края сплошного спектра. Второе решение с зависимостью $\Omega^2 = 1 - \lambda(7 - \sqrt{17})/4$ не удовлетворяет нашему предположению о локализации колебания. В нем $\kappa = \ln [(5 - \sqrt{17})/2] < 0$, и его амплитуда нарастает с удалением от центра солитона. Наконец, существует решение для локализованных симметричных колебаний со следующей зависимостью частоты этой внутренней моды от параметра дискретности:

$$\Omega^2 = 1 - \lambda(7 + \sqrt{17})/4, \quad (35)$$

и соотношением амплитуд колебаний спинов в локализованном состоянии:

$$A = B, C = -A \frac{\sqrt{17} - 3}{2}. \quad (36)$$

Амплитуды колебаний спинов в этом решении быстро пространственно затухают при удалении от центра солитона $\kappa = \ln (5 + \sqrt{17})/2$ и колеблются практически три центральных спина. Зависимость (35) приведена на рис. 3 (кривая 2), она заканчивается при значении $\lambda = (7 - \sqrt{17})/8 \approx 0,13$. Здесь же (кривая 3) приведена зависимость $\Omega(\lambda)$ для коллинеарной 180° -й доменной границы из рис. 1. При фиксированном значении обменного взаимодействия в области малых параметров λ частота симметричной внутренней моды лежит ниже частоты антисимметричной моды. Поскольку 360° -ю доменную границу можно трактовать как состояние двух расположенных рядом 180° -х доменных границ, симметричная и антисимметричная внутренние моды конфигурации с перевернутым спином возникают вследствие расщепления частоты внутренней моды 180° -й доменной границы в системе двух таких границ.

Трактовка нелинейных динамических состояний в случае легкоплоскостного ферромагнетика сложнее, чем в рассмотренном ранее случае легкоосного ферромагнетика [14], и пока нет ответа на вопрос, как «стыкуются» зависимости для солитонного решения при большом обменном взаимодействии и частотная зависимость для внутренних мод солитоноподобных состояний при малых значениях λ в области переходных значений обменного интеграла.

Тем не менее можно привести ряд соображений, показывающих, что в данном случае внутренние моды, возникающие при малых значениях обменного взаимодействия, имеют качественно иную природу, чем солитонные решения при

больших значениях обмена. Как известно из теории динамических солитонов [17], солитонные решения в конечномерных системах «отщепляются» от пространственно однородных возбуждений системы и имеют ту же симметрию, т.е. фазы колебаний частиц (или в нашем случае спинов) в солитоне одинаковы вдоль всей цепочки.

Рассмотрим фазы колебаний спинов в изученных выше внутренних модах. Ситуацию с 360° -й ДГ прокомментируем на простой конечномерной системе, состоящей из трех спинов с номерами $n = -1, 0, 1$, для которых допускаются отклонения от основного состояния. Для основного состояния этой системы с параллельно ориентированными спинами спектр собственных линейных возбуждений вида $\phi_n = v_n \exp(i\Omega t)$ состоит из трех мод с $\Omega^2 = 1$ ($v_0 = v_1 = v_{-1}$), $\Omega^2 = 1 + \lambda$ ($v_0 = 0, v_1 = -v_{-1}$) и $\Omega^2 = 1 + 3\lambda$ ($v_0 = -2v_1 = -2v_{-1}$).

С другой стороны, в конфигурации типа рассмотренной выше 360° -й доменной границы, т.е. при основном состоянии $\phi_0 = \pi, \phi_1 = \phi_{-1} = 0$, спектр малых колебаний относительно этого состояния состоит из таких собственных мод: $\Omega^2 = 1$ ($v_0 = v_1 = v_{-1}$), $\Omega^2 = 1 - \lambda$ ($v_0 = 0, v_1 = -v_{-1}$) и $\Omega^2 = 1 - 3\lambda$ ($v_0 = -2v_1 = -2v_{-1}$). Две последние моды эквивалентны рассмотренным выше антисимметричной и симметричной модам бесконечной спиновой цепочки с перевернутым спином.

Эти две «внутренние» моды по своей симметрии совпадают с модами из спектра линейных возбуждений основного состояния. При наличии неоднородного основного состояния эти моды трансформируются из двух следующих за однородной модой нижележащих мод разной симметрии. Поскольку солитонная мода должна отщепляться от однородной моды и иметь другую симметрию, то это — новый тип локализованных возбуждений, возникающий при малых значениях обменного взаимодействия. Следует заметить, что в случае легкоплоскостного ферромагнетика солитонному возбуждению в длинноволновом пределе соответствует колебание центрального спина около положения $\phi_0 = 0$, в то время как в найденных внутренних модах колебания центрального спина происходят около значения $\phi_0 = \pi$.

Таким образом, для ферро- и антиферромагнетиков с сильной легкоплоскостной одноионной анизотропией и слабой дополнительной анизотропией в этой плоскости в рамках классической дискретной модели Такено—Хомма рассмотрена динамика локализованных нелинейных возбужде-

ний типа коллинеарных 180° -х и 360° -х доменных границ. Найдены внутренние моды этих состояний и их частотная зависимость от величины обменного взаимодействия (параметра дискретности).

Авторы благодарны М. М. Богдану за полезные обсуждения и ценные замечания по материалам работы.

Работа выполнена при поддержке Международного научного фонда (грант МНОП No QSU082087).

1. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
2. А. М. Kosevich, В. А. Ivanov, and A. S. Kovalev, *Phys. Rep.* **194**, 117 (1990).
3. А. А. Степанов, В. А. Пащенко, М. И. Кобец, *ФНТ* **14**, 550 (1988).
4. А. А. Степанов, В. А. Пащенко, М. И. Кобец, *ФНТ* **14**, 1212 (1988).
5. А. А. Степанов, М. И. Кобец, В. А. Пащенко, *ФНТ* **20**, 267 (1994).
6. А. А. Степанов, М. И. Кобец, В. А. Пащенко, *ФНТ* **21**, 1084 (1995).
7. А. А. Степанов, Д. А. Яблонский, *ФНТ* **15**, 215 (1989).
8. А. Н. Гончарук, А. А. Степанов, Д. А. Яблонский, *ФТТ* **31**, 132 (1989).
9. J. J. Van den Broek and H. Zijlstra, *IEEE Trans. Magn.* **7**, 226 (1971).
10. В. С. Островский, *Письма в ЖЭТФ* **42**, 143 (1985).
11. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФТТ* **27**, 3026 (1985).
12. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФНТ* **20**, 983 (1994).
13. М. В. Гвоздикова, А. С. Ковалев, Ю. С. Кившарь, *ФНТ* **24**, 635 (1998).
14. М. В. Гвоздикова, А. С. Ковалев, *ФНТ* **24**, 1077 (1998).
15. S. Takeno and S. Homma, *J. Phys. Soc. Jpn.* **56**, 457 (1987).
16. S. Homma, *Prog. Theor. Phys.* **77**, 1090 (1987).
17. А. М. Косевич, А. С. Ковалев, *Введение в нелинейную физическую механику*, Наукова думка, Киев (1990).
18. Fei Zhang, *Physica* **D110**, 51 (1997).
19. O. M. Braun, Yu. S. Kivshar, and M. Peyrard, *Phys. Rev. E* **56**, 6050 (1997).
20. М. М. Bogdan, А. М. Kosevich, and V. P. Voronov, in: *Solitons and Applications*, V. G. Makhankov, V. K. Fedyanin, and O. K. Pashaev (eds.) World Scientific: Singapore (1990), P. 231.

Dynamics of domain boundaries and solitons in easy-plane magnets with weak exchange interaction

M. V. Gvozdkova and A. S. Kovalev

The internal spin dynamics of the collinear domain walls and collinear soliton-like states is investigated for the easy-plane magnets. In the framework of the sufficiently discrete Takeno-Homma model the dependence of internal mode frequencies on the exchange interaction is determined for small values of the latter.