

Верхние критические поля сверхрешеток типа сверхпроводник–нормальный металл в приближении Гинзбурга–Ландау

В. Н. Кушнир, А. Ю. Петров, С. Л. Прищепа

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
Беларусь, 220027, г. Минск, ул. П. Бровки, 6
E-mail: aleks@gw.bsuir.unibel.by

Статья поступила в редакцию 15 июня 1999 г.

Рассмотрено приложение теории Гинзбурга–Ландау для сверхрешеток типа сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник (СНС) в случае, когда толщины нормального и сверхпроводящего слоев сравнимы между собой. Рассчитаны температурные зависимости верхних критических перпендикулярного и параллельного магнитных полей. Теоретические зависимости сравниваются с опубликованными экспериментальными данными для СНС сверхрешеток [С. Cuccorese et al., *Phys. Rev.* **B57**, 7922 (1998)]. Показано, что теоретическая модель с минимальным количеством подгоночных параметров хорошо описывает эксперимент. Обсуждаются особенности поведения параметра порядка при размерном кроссовере в параллельном магнитном поле в зависимости от симметрии образца, даны практические рекомендации по экспериментальной проверке роли симметрии СНС структур.

Розглянуто застосування теорії Гінзбурга–Ландау для надграток типу надпровідник–нормальний метал–надпровідник (ННН) у випадку, коли товщини нормального і надпровідного шарів порівняні між собою. Розраховано температурні залежності верхніх критичних перпендикулярного і паралельного магнітних полів. Теоретичні залежності порівнюються з опублікованими експериментальними даними для ННН надграток [С. Cuccorese et al., *Phys. Rev.* **B57**, 7922 (1998)]. Показано, що теоретична модель з мінімальною кількістю підгоночних параметрів добре описує експеримент. Обговорюються особливості поведінки параметра порядку при розмірному кросовері в паралельному магнітному полі в залежності від симетрії зразка, дано практичні рекомендації по експериментальній перевірці ролі симетрії ННН структур.

Pacs: 74.20.De, 74.60.Ec

Введение

Свойства многослойных структур типа сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник (СНС) в окрестности критических температур T_c были описаны в рамках микроскопической теории еще в начале 70-х годов [1,2]. Исчерпывающее объяснение температурных зависимостей верхних критических полей было дано также в рамках микроскопической теории [3]. В то же время ее применение для описания свойств СНС вдали от области критических температур является, как известно, технически очень сложным. Поэтому для изучения транспортных свойств, динамики вихревой решетки, сил пиннинга и т.д. естественно использовать теорию Гинзбурга–Ландау (ГЛ).

Условия применения теории ГЛ (см., например, [4]) дают возможность рассматривать с ее помощью такие СНС, в которых действие нормальных слоев является возмущением сверхпроводящего состояния. С учетом данного требования и проводились исследования свойств сверхпроводящих сверхрешеток в известных работах [5–8]. Но наиболее интересные явления (например, так называемый «пик-эффект» [9,10]) наблюдаются в СНС, в которых влияние нормальных слоев никак нельзя считать возмущением (толщина нормального слоя порядка толщины сверхпроводящего слоя и порядка корреляционной длины $\xi_{\perp}(0)$ в направлении, перпендикулярном поверхности слоев). В этом случае некорректность применения теории ГЛ очевидна. Возникает вопрос,

может ли теория ГЛ описывать подобные явления качественно? Ответ на этот вопрос частично дан в работе [11], где с позиций теории ГЛ нами получена температурная зависимость поля пик-эффекта в СНС, совпадающая при разумном значении подгоночных параметров с экспериментальной, следовательно, имеет смысл строить модель ГЛ, применяемую не только в окрестности T_c . Вариант такой модели, восстанавливающий температурные зависимости верхних критических полей, полученные в микроскопической теории и соглашающиеся с экспериментальными данными, предложен в работе [12]. В данной работе предлагается другой вариант модели ГЛ, при этом результаты сравниваются с экспериментально полученными температурными зависимостями верхних критических полей для сверхрешеток Nb/Pd [13].

Модель

Зададим систему координат следующим образом: пусть ось $0Z$ направлена перпендикулярно поверхности слоев, координатная плоскость $X0Y$ совпадает с серединой сверхпроводящего слоя и является одной из плоскостей симметрии бесконечной сверхрешетки (см. рис. 1). В соответствии с [2] уравнения ГЛ для волновой функции в окрестности критических полей могут быть записаны в виде

$$\left(\nabla - i \frac{2\pi}{\Phi_0} A(r) \right)^2 \Psi(r) + \eta(z) \Psi(z) = 0 . \quad (1)$$

Здесь ступенчатая функция имеет вид

$$\eta(z) = \begin{cases} \frac{1}{\xi_S^2(T)}, & -\frac{d_S}{2} + md < z \leq \frac{d_S}{2} + md, \\ -\frac{1}{\xi_N^2(T)}, & \frac{d_S}{2} + md < z \leq \frac{d_S}{2} + d_N + md, \end{cases} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

где d_S — толщина сверхпроводящего слоя; d_N — толщина нормального слоя; $d = d_S + d_N$ — период сверхрешетки;

$$\xi_S(T) = \xi_{S0} \left(1 - \frac{T}{T_{cS}} \right)^{-1/2}, \quad \xi_N(T) = \xi_{Nc} \left(\frac{T}{T_c} \right)^{-1/2} \quad (3)$$

— корреляционные длины внутри сверхпроводящего и нормального слоев; ξ_{S0} — длина когерентности в сверхпроводящем слое при нулевой температуре; ξ_{Nc} — длина когерентности в нормальном металле при критической температуре многослойной структуры; T_c — критическая температура многослойной структуры; T_{cS} — критическая температура сверхпроводящего материала; $\Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15}$ Вб — квант магнитного потока.

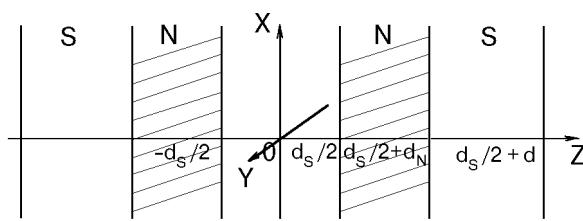


Рис. 1. Геометрия бесконечной многослойной структуры SNS с центром симметрии в S.

Функцию $\eta(z)$ в нормальных слоях (вторая строка соотношения (2)) мы задали, основываясь на том простом соображении, что обычно в эксперименте нормальный слой выбирается из металлов с $T_{cN} \rightarrow 0$. Заметим, однако, что в модели ГЛ, описывающей сверхрешетки, используются «перенормированные» корреляционные длины $\xi_S(T)$, $\xi_N(T)$ и параметр-функция $\eta(z)$. Следовательно, знак функции $\eta(z)$, внутри нормального слоя определяется экспериментом. Например, в работе [12] рассчитаны температурные зависимости верхних критических полей с помощью модели (1), (2) с функцией $\eta(z)$, положительной в N -слое. Наш выбор знака $\eta(z)$ в N -слое предполагает, очевидно, слабый эффект близости.

Уравнение ГЛ (1) необходимо дополнить условиями на границах сверхпроводник–нормальный металл:

$$\frac{1}{\Psi} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} - i \frac{2\pi}{\Phi_0} A_z \right) \Big|_b = P \frac{1}{\Psi} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial z} - i \frac{2\pi}{\Phi_0} A_z \right) , \quad (4)$$

где $P \in (0, 1)$ — параметр, определяемый в микроскопической теории [1–3] и являющийся здесь феноменологическим.

Перпендикулярное верхнее критическое поле $H_{c2\perp}(T)$

Рассмотрим поведение системы в окрестности верхнего критического поля $H_{c2\perp}(T)$ (перпендикулярного поверхности слоев). В этом случае с учетом выражения для вектор-потенциала $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$ уравнение (1) записывается в виде

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{x^2}{\zeta_H^4} + \eta(z) \right\} \Psi(x, z) = 0, \quad (5)$$

где $\zeta_H^2(T) \equiv \Phi_0 / 2\pi H$.

Разделяя переменные в (5), $\Psi(x, z) = \phi(x)\psi(z)$, находим для $\phi(x)$ решение, соответствующее минимальному собственному значению (максимальному значению поля H) в виде гауссовой функции; для $\psi(z)$ тогда получаем уравнение

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{\zeta_H^2} + \eta(z) \right\} \psi(z) = 0. \quad (6)$$

Границные условия (4) для волновой функции $\Psi(x, z)$ перейдут в граничные условия Де Жена [1] для $\psi(z)$

$$\left. \frac{1}{\psi(z)} \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \right|_b = P \left. \frac{1}{\psi(z)} \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \right|_b. \quad (7)$$

В данной задаче критическое поле $H_{c2\perp}(T)$ определяется как граница области значений внешнего магнитного поля H , соответствующих устойчивым решениям уравнения с периодическими коэффициентами (т.е. $H_{c2\perp}$ находится из условия обращения в единицу мультиликаторов уравнения (6) с граничным условием (7)) [14]. Соответствующее решение является четным, d -периодическим. Это приводит к следующему уравнению, определяющему перпендикулярное верхнее критическое поле в зависимости от температуры:

$$k_S \operatorname{tg} \left(\frac{d_S k_S}{2} \right) = P \kappa_N \operatorname{th} \left(\frac{d_N \kappa_N}{2} \right). \quad (8)$$

Здесь

$$k_S = \frac{1}{d_S} \left(\frac{H_S(T) - H}{H_{ds}} \right)^{1/2}; \quad (9)$$

$$\kappa_N = \frac{1}{d_N} \left(\frac{H + H_N(T)}{H_{dn}} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

где для удобства введены обозначения

$$H_{ds} = \frac{\Phi_0}{2\pi d_S^2}; \quad H_S(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi \zeta_S^2(T)}; \quad (11)$$

$$H_{dn} = \frac{\Phi_0}{2\pi d_N^2}; \quad H_N(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi \zeta_N^2(T)}.$$

Заметим, что уравнения (6)–(11) совпадают по сути с уравнениями Takahashi, Tachiki [3] для нахождения перпендикулярного верхнего критического поля, кроме одного принципиального момента: в микроскопической теории [3] параметры $H_S(0)$, $H_N(0)$ выражены через материальные константы, температурная зависимость $H_{c2\perp}$ извлекается из секулярного уравнения, определяющего ядро интегрального уравнения для параметра порядка (см. [3], формулы (20), (30), (35), (38), (46)). В излагаемой модели, построенной на основе теории Гинзбурга–Ландау, температурная зависимость $H_{c2\perp}$ определяется величинами $\xi_S(T)$, $\xi_N(T)$ (или $H_S(T)$, $H_N(T)$), являющимися феноменологическими параметрами-функциями (хотя их функциональный вид (3) достаточно очевиден).

Параллельное верхнее критическое поле $H_{c2\parallel}(T)$

Для нахождения параллельного верхнего критического поля используется следующая стандартная процедура [2,4]. Пусть внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено параллельно плоскостям слоев — вдоль оси OY . Запишем вектор-势ential в виде $\mathbf{A} = (Hz, 0, 0)$ и разделим переменные в (1):

$$\Psi(\mathbf{r}) = \exp(ikx) \psi(z). \quad (12)$$

Тогда вместо (1) получим

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \eta(z) - H_0^2(z - z_0)^2 \right\} \psi(z) = 0, \quad (13)$$

где $z_0 \equiv k/H_0$ и для удобства записи введено поле $H_0 \equiv 2\pi H/\Phi_0$.

Уравнение (13) дополнено условиями (7) на границе сверхпроводник/нормальный металл и условиями на бесконечности

$$\psi(z \rightarrow \pm \infty) \rightarrow 0. \quad (14)$$

Максимальное значение параметра внешнего магнитного поля, для которого выполняются условия (14), равно верхнему критическому полю.

Повторим, что формально процедура нахождения верхнего критического поля совпадает с процедурой, основанной на микроскопической тео-

рии [3], кроме принципиального момента, отмеченного в предыдущем разделе.

Результаты и обсуждение

Нами были проведены вычисления $H_{c2\perp}(T)$ и $H_{c2\parallel}(T)$ для сверхрешеток Nb/Pd, исследованных в [13].

Оказалось, что экспериментальная зависимость $H_{c2\perp}(T)$ описывается с помощью формул (3), (8)–(11) подгонкой параметров ξ_{S0} , ξ_{Nc} для любого фиксированного значения параметра P (см. рис. 2). Пример зависимости корреляционных длин ξ_{S0} , ξ_{Nc} от параметра P , вычисленных для образца Nb/Pd с $d_S = 187 \text{ \AA}$, $d_N = 170 \text{ \AA}$, приведен на рис. 3.

С использованием найденных значений параметров ξ_{S0} , ξ_{Nc} были численно исследованы решения задачи (7), (13), (14) для любого фиксированного значения параметра z_0 . (Напомним, что решения уравнения (13) получаются последовательным сшиванием посредством граничных условий (7) линейных комбинаций функций параболического цилиндра.) Как и следовало ожидать, наибольшему (среди максимальных) значению внешнего магнитного поля $H(z_0)$ соответствуют значения параметра $z_0 = ld$ ($l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) и волновые функции, симметричные относительно середины l -го S -слоя. При этом температурная зависимость $H_{c2\parallel}(T; z_0 = ld)$ имеет «2D-характер» [2] (см. рис. 4) и, следовательно, не согласуется с экспериментальной кривой (см. рис. 2). Заметим, что значения параметра z_0 находятся из вариационного принципа для функционала ГЛ и, как легко показать, определяются уравнением

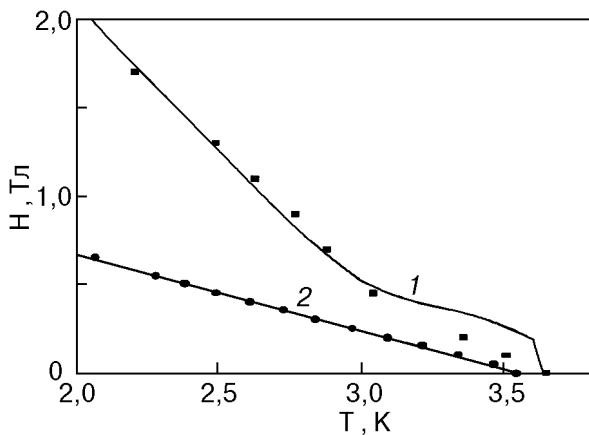


Рис. 2. Экспериментальные температурные зависимости верхнего критического поля многослойной структуры Nb/Pd ($d_{Nb} = 170 \text{ \AA}$, $d_{Pd} = 187 \text{ \AA}$) при параллельном (1) и перпендикулярном (2) расположении внешнего магнитного поля относительно поверхности слоев [13] и рассчитанные зависимости $H_{c2\parallel}(T)$ и $H_{c2\perp}(T)$ (сплошные линии).

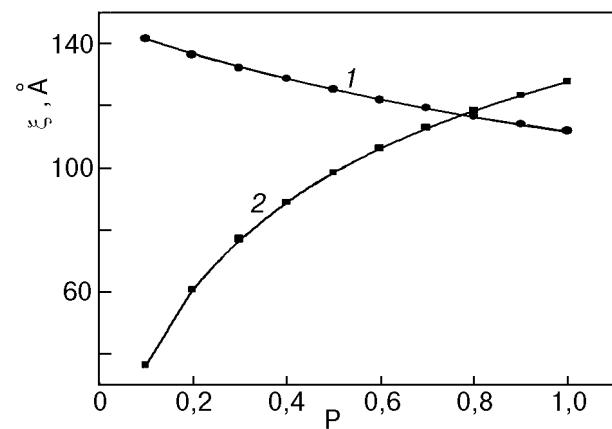


Рис. 3. Значения длин когерентности в сверхпроводящем ξ_{S0} (1) и нормальном ξ_{Nc} (2) слоях в зависимости от параметра скачка волновой функции P на границе металл–сверхпроводник.

$$z_0 = \frac{\int z \psi^2(z; z_0) dz}{\int \psi^2(z; z_0) dz} \quad (15)$$

Из (15) следует, что значения параметра z_0 , соответствующие «2D-поведению» температурной зависимости $H_{c2\parallel}$, являются решениями уравнения (15) (с подстановкой в (15) волновых функций, симметричных относительно середины l -го S -слоя) лишь для бесконечной сверхрешетки. «2D-характер» температурной зависимости $H_{c2\parallel}$ реализуется и для конечной сверхрешетки с нечетным числом S -слоев и четным числом N -слоев, поскольку в силу наличия плоскости симметрии в середине центрального S -слоя уравнение (15) имеет решением точный нуль, соответствующий четной волновой функции $\psi(z)$.

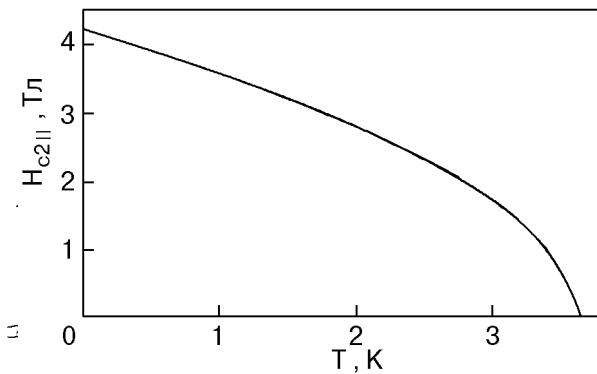


Рис. 4. Зависимость $H_{c2\parallel}(T)$, рассчитанная для многослойной структуры СНС ($d_S = 170 \text{ \AA}$, $d_N = 187 \text{ \AA}$) со значениями длин когерентности $\xi_{S0} = 135 \text{ \AA}$ и $\xi_{Nc} = 37 \text{ \AA}$ и значением параметра $z_0 = 0$, соответствующим решению, симметричному относительно середины сверхпроводящего слоя.

В рассматриваемой же экспериментальной ситуации Nb/Pd (11 слоев Pd и 10 слоев Nb) [13] точной является симметрия относительно середины центрального N -слоя. В этом случае интегралы в выражении (15) берутся по несимметричным пределам и, следовательно, подстановка в (15) четной волновой функции дает ненулевое значение параметра z_0 , что, в свою очередь, противоречит условию четности $\psi(z)$. Однако при больших значениях внешнего магнитного поля (или $T \ll T_c$) волновая функция локализована в пределах одного S -слоя, т.е. образец практически эквивалентен бесконечной сверхрешетке, следовательно, при низких температурах снова получим «2D-поведение» зависимости $H_{c2\parallel}(T)$. По мере увеличения температуры увеличивается степень «размазывания» волновой функции по слоям, так что параметр z_0 становится существенно отличным от нуля, и, следовательно, в конкуренцию вступают нечетные моды волновой функции, в итоге кривая $H_{c2\parallel}(T)$ будет заметно отклоняться вниз от кривой $H_{c2\perp}(T)$ для бесконечной сверхрешетки. При достижении температурой некоторого значения T^* параметр z_0 становится равным $d/2$, что соответствует симметричной относительно середины N -слоя волновой функции. Сравнение значения $H_{c2\parallel}(T^*)$, полученного из (13), (14), с экспериментальным показывает, что температура T^* есть точка перехода от 2D- к 3D-поведению. При очень близких к критической температурах (или малых значениях внешнего магнитного поля) решение (13), (14) должно совпадать для не очень больших z с d -периодическим решением уравнений ГЛ при нулевом внешнем магнитном поле. Решение, соответствующее нулевому внешнему магнитному полю, не зависит от переменной x . Это налагает требование на волновое число k : $k(H \rightarrow 0) \rightarrow 0$. По соображениям размерности выберем $k \propto \sqrt{H_0}$ или $z_0 \propto 1/\sqrt{H_0}$. (Заметим, что данная функциональная форма $z_0(H)$ косвенно следует и из (15), поскольку решения уравнения (13) эффективно зависят от безразмерного аргумента $H_0 z^2$.) Тогда при $H \rightarrow 0$ для конечных z , а именно, для $z \ll z_0$, уравнение (13) приближенно можно записать в виде

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \eta(z) - H_0 Z_0^2 \right\} \psi(z) = 0 ,$$

где $Z_0 \equiv z_0 \sqrt{H_0}$. Условие существования d -периодического решения этого уравнения вместе с граничным условием (7) приведет к уравнениям для $H_{c2\parallel}(T \rightarrow T_c)$, аналогичным уравнениям (8)–(11) для $H_{c2\perp}(T)$ и дающим линейную зависимость $H_{c2\parallel}$ от $(T - T_c)$.

Из вышесказанного следует, что при оценке зависимости $H_{c2\parallel}(T)$ для сверхрешетки с четным числом S -слоев и нечетным числом N -слоев вполне разумно принять следующую аппроксимацию для параметра z_0 :

$$z_0(H) = (Z_0 / \sqrt{H_0}) - Z_1 , \quad (16)$$

где Z_0 и Z_1 определяются из условий $z_0(H(T=0)) \approx 0$, $z_0(H(T=T^*)) = d/2$. Данная аппроксимация позволяет избежать больших технических сложностей при решении самосогласованной задачи (13)–(15). Использовав (16) и численно решив уравнения (13), (14), мы рассчитали зависимость $H_{c2\parallel}(T)$ для сверхрешетки Nb/Pd, при этом параметр P был выбран из условия равенства рассчитанного $H_{c2\parallel}(0)$ экстраполированному к нулевой температуре значению экспериментального верхнего критического поля. Как видно на рис. 2, рассчитанная кривая $H_{c2\parallel}(T)$ вполне удовлетворительно описывает экспериментальные данные.

Заключение

Сформулируем основные результаты работы.

На основе теории Гинзбурга–Ландау рассчитаны температурные зависимости верхних критических магнитных полей $H_{c2\perp}$ и $H_{c2\parallel}$ многослойной структуры типа сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник. Показано, что теоретические кривые $H_{c2\perp}(T)$ и $H_{c2\parallel}(T)$ с удовлетворительным согласием восстанавливают экспериментальные зависимости верхних критических полей для разумных значений параметров модели Гинзбурга–Ландау.

Выдвинуто предположение, что переход от 2D-к 3D-поведению в многослойной сверхпроводящей структуре со сравнимой толщиной сверхпроводящего и нормального слоев можно объяснить изменением симметрии параметра порядка Гинзбурга–Ландау от симметрии бесконечной сверхрешетки при больших значениях внешнего параллельного магнитного поля к симметрии реальной структуры при малых значениях внешнего параллельного магнитного поля.

Отметим, что существование указанного «эффекта симметрии» можно легко проверить экспериментально на образцах с нечетным числом сверхпроводящих слоев (Nb) и четным числом нормальных слоев (Pd). Строго теоретически задача о виде волновой функции, соответствующей верхнему параллельному критическому полю, может быть решена, например, на основе математического анализа, использованного в [15] при

исследовании свойств симметрии решений одномерных уравнений Гинзбурга–Ландау для сверхпроводящей пленки. Однако объем и стиль данной работы не предполагают подобного рассмотрения. Более последовательным было бы исследование функции $\eta(z)$ внутри нормального слоя более общего вида: $\eta(z) \propto (T_{cN} - T)$; однако введение «лишнего» подгоночного параметра T_{cN} методически нам кажется неоправданным.

1. P. G. de Gennes, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 225 (1964).
2. B. Y. Jin and J. B. Ketterson, *Adv. Phys.* **38**, 189 (1989).
3. S. Takahashi and M. Tachiki, *Phys. Rev.* **B33**, 4620 (1986).
4. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
5. S. K. Ami and K. Maki, *Progr. Theor. Phys.* **53**, 1 (1975).
6. M. Kulic' and F. S. Rys, *J. Low Temp. Phys.* **76**, 167 (1989).
7. V. Prokic', D. Davidovic', and L. Dobrosavljevic'-Grujic', *Phys. Rev.* **B51**, 6013 (1995).
8. K. I. Kugel, T. Matsushita, E. Z. Melikhov, and A. L. Rakhmanov, *Physica* **C373** (1994).
9. H. Raffy, J. C. Renard, and E. Guyon, *Solid State Commun.* **11**, 1679 (1972).
10. H. Raffy, J. C. Renard, and E. Guyon, *Solid State Commun.* **14**, 427 (1974).
11. S. L. Prischepa, V. N. Kushnir, A. Y. Petrov, C. Attanasio, and L. Maritato, in: *Proc. SPIE: Superconducting Superlattices II Nature and Artificial*, I. Bozovich and D. Pavuna (eds.), p. 140 (1998).
12. V. I. Dediу, V. V. Kabanov, and A. A. Sidorenko, *Phys. Rev.* **B49**, 4027 (1994).

13. C. Coccero, C. Attanasio, L. V. Mercaldo, M. Salvato, L. Maritato, J. M. Slaughter, C. M. Falco, S. L. Prischepa, and B. I. Ivlev, *Phys. Rev.* **B57**, 7922 (1998).
14. В. Я. Якубович, В. М. Старжинский, *Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения*, Наука, Москва (1972).
15. S. P. Hastings and W. C. Troy, *Condens. Matter* **18** (1999).

Upper critical fields for superconductor–normal metal type superlattices in Ginzburg–Landau approximation

V. N. Kushnir, A. Yu. Petrov, and S. L. Prishchepa

The application of the Ginzburg-Landau theory to the superconductor-normal metal-superconductor superlattices (SNS) in the case when the thicknesses of normal and superconducting layers are equal is considered. The temperature dependences of the upper critical perpendicular and parallel magnetic fields are calculated. The theoretical curves are compared to the published experimental results on SNS superlattices [C. Coccero et al. *Phys. Rev.* **B57**, 7922 (1998)]. It is shown that the theoretical model describes well the experiment with the smallest number of fitting parameters. The behavior features of the order parameter at the dimensional crossover in the parallel magnetic field is discussed as a function of the symmetry of the sample. The practical recommendations related to the experimental check of the role of the symmetry of SNS structures have been formulated.