

# Транспортный критический ток гранулярных высокотемпературных сверхпроводников

Н. А. Боголюбов

Институт неорганической химии СО РАН, Россия, 630090, г. Новосибирск-90, пр. ак. Лаврентьева, 3  
E-mail: mart@casper.che.nsk.su

Статья поступила в редакцию 9 апреля 1999 г.

Бесконтактным методом в нулевом внешнем поле исследована зависимость критического тока от температуры и размеров сечения четырех керамических ВТСП образцов на основе висмута. Три образца имели поперечное сечение в виде круга, а один — в виде прямоугольного треугольника. Показано, что критический ток керамических ВТСП может быть представлен как произведение температурно- и размернозависящих множителей. Зависящий от температуры фактор описывает индивидуальные свойства джозефсоновской сети каждого образца, в то время как размерный множитель является однородной функцией, показатель которой не зависит от формы поперечного сечения. С помощью анализа экспериментальных данных найдено радиальное распределение плотности критического тока в круглых образцах и определена его зависимость от магнитной индукции в гранулярных ВТСП.

Безконтактным методом в нульевому зонному поле досліджено залежність критичного струму від температури та розмірів перерізу чотирьох керамічних ВТНП зразків на основі вісмуту. Три зразка мали поперечний переріз у вигляді кола, а один — у вигляді прямокутного трикутника. Показано, що критичний струм керамічних ВТНП може бути подано як добуток температурно- та розмірнозалежних множників. Фактор, що залежить від температури, описує індивідуальні властивості джозефсонівської сітки кожного зразка, в той час як розмірний множник є однорідною функцією, показник якої не залежить від форми поперечного перерізу. За допомогою аналізу експериментальних даних знайдено радіальний розподіл густини критичного струму в круглих зразках та визначено її залежність від магнітної індукції у гранульованих ВТНП.

PACS: 74.72.-h, 74.80.Bj

## Введение

Величина критического тока в керамических высокотемпературных сверхпроводниках определяется свойствами хаотической трехмерной джозефсоновской сети, образованной множеством слабых связей между сверхпроводящими зернами материала [1,2]. Если при измерении транспортного тока исследуется область значений магнитного поля, меньших первого критического поля зерен, то возникают значительные трудности, поскольку роль поля, создаваемого самим транспортным током, становится весьма существенной. В этих условиях единственным способом управления таким полем оказывается изменение размеров поперечного сечения образца. При этом наблюдается так называемый размерный эффект — зависимость величины критического тока  $I_c$  и его средней плотности  $\langle j_c \rangle$  от размеров поперечного

сечения образца [2–12]. В проведенных нами ранее исследованиях образцов с прямоугольным поперечным сечением было установлено [11,12], что в отсутствие внешнего магнитного поля критический ток как функция температуры  $T$  и размеров поперечного сечения (ширины  $X$  и высоты  $Y$ ) имеет вид

$$I_c(X, Y, T) = G(X, Y)f(T). \quad (1)$$

Здесь функция  $f(T)$  зависит только от свойств материала конкретного образца. Установлено [12,13], что критический ток (а именно, функция  $G(X, Y)$ ) является однородной функцией размеров поперечного сечения, т.е. он является функцией вида [14,15]

$$I_c(kX, kY) = k^p I_c(X, Y), \quad (2)$$

Для образцов с прямоугольным поперечным сечением  $p = 1,39 \pm 0,02$  [12]. Разумно считать, что при других формах поперечного сечения образца зависимость (1) сохранится, но ответ на вопрос о величине показателя  $p$  в этих случаях не очевиден. Это связано с тем, что отдельные межзеренные контакты джозефсоновской сети образца находятся в поле магнитной индукции разной величины, так как эти поля являются суммарным полем токов, протекающих по другим участкам образца. При этом сам ток распределен по сечению образца так, как требует зависимость локальной плотности критического тока  $j_c$  от величины магнитного поля  $H$ . В этих условиях форма поперечного сечения может играть определенную роль.

Зависимость  $j_c$  от поля  $H$  (или от индукции  $B = \mu_0 \mu H$ ,  $\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\mu$  — магнитная проницаемость вещества) является одним из центральных вопросов теории критического состояния. В пионерских работах Бина [16, 17] было высказано предположение, что в слабых полях  $j_c = \text{const}$ . Чтобы учесть влияние магнитной индукции, предложено много моделей. Ряд из них обобщает трехпараметрическую модель Ксу, Ши и Фокса [18]:

$$j_c(B) = A / (B_0 + B)^\beta. \quad (3)$$

При  $\beta = 1$  получаем модель Кима — Андерсона [19]. Предлагались и другие выражения для  $j_c$  [3, 7, 20]:

$$j_c(B) = A / (B_0^2 + B^2). \quad (4)$$

В (3) и (4)  $A$ ,  $B_0$  и  $\beta$  — параметры моделей, обычно  $\beta = 1/2$  или 1. Эти и ряд других соотношений широко используются для анализа свойств ВТСП систем [2, 3, 7, 21–24]. Существует небольшое число работ, в которых зависимость  $j_c(B)$  определена экспериментально. В [25] магнитооптическим методом установлено, что профиль распределения тока в тонких лентах и пленках соответствует модели Бина. Отметим, что в таких системах джозефсоновская сеть является, скорее, двумерной, и полученные результаты едва ли могут быть применимы для описания свойств объемных керамических ВТСП. В [20] показано (измерения магнитной восприимчивости), что модель (4) применима в предельном случае «тонкого образца».

Для выяснения вопроса о справедливости выражений (1) и (2) в случае образцов с поперечными сечениями, отличными от прямоугольного, и о величинах показателя  $p$ , соответствующих таким

сечениям, в настоящей работе при отсутствии внешнего поля предпринято исследование критического тока как функции температуры и размеров поперечных сечений четырех керамических ВТСП образцов. Три образца были с круглым поперечным сечением и один — с сечением в виде прямоугольного треугольника. В образцах, имеющих поперечное сечение в виде круга, плотность тока и магнитная индукция зависят лишь от радиуса, и это позволяет получить из экспериментальных данных связь  $j_c = j_c(B)$ .

## Объекты и методы исследования

Исследованные образцы отличались как технологией изготовления, так и соотношением исходных компонентов. Методы синтеза образцов и их тестирования изложены в [26, 27]. Образец 1 содержал две сверхпроводящие фазы (Bi-2212 и Bi-2223), имел температуру перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c = 105,75$  К и плотность  $3,79$  г/см $^3$ . Висмутсодержащие образцы 2, 3 и 4 были однофазны (фаза Bi-2223), обладали температурами перехода  $104,8$ ,  $107,8$  и  $106,2$  К и плотностями  $4,91$ ,  $4,92$  и  $5,18$  г/см $^3$  соответственно.

Критический ток в образцах, имевших кольцеобразную форму и поперечное сечение в виде круга или прямоугольного треугольника, измеряли с помощью бесконтактного трансформаторного метода [5, 11, 12, 28]. Образец вместе с первичной и измерительной обмотками помещали в ферритовый сердечник броневого типа. Если через первичную обмотку протекает переменный ток, то в кольцеобразном образце возникает ток противоположного направления. Его величина должна быть такой, чтобы магнитный поток, собираемый центральным керном сердечника и проходящий через отверстие кольца и обмотки, оставался неизменным и равным нулю. В результате магнитная индукция в центральном керне, боковой и торцевых стенках сердечника равна нулю, т.е. образец оказывался помещенным в «рубашку», в стенках которой поле равно нулю. В тот момент, когда амплитуда тока в кольце достигала и превышала величину критического тока, в измерительной катушке индуцировался сигнал, имевший форму острого пика. Амплитуду первичного тока  $I_1$  регистрировали в момент появления сигнала, а критический ток определяли по формуле  $I_c = n_1 I_1$ , где  $n_1$  — число витков первичной обмотки. Величина электрического поля, возникающего в образце в момент регистрации, не превышала 10 нВ/см. Измерения велись на частоте 14,3 Гц. Критический ток в исходном образце измеряли при ряде фиксированных температур. После

этого образец обтачивали и при полученном поперечном сечении проводили измерения критического тока при тех же температурах. Затем описанную процедуру повторяли. В результате для образцов 1–3 были найдены двумерные массивы значений  $I_c$  при различных величинах диаметра поперечного сечения и температуры. Измерения  $I_c$  при каждой температуре проводили 10–20 раз. Полученные значения усредняли. Разброс значений, получаемых в отдельных измерениях, относительно средней величины составлял несколько десятых процента и в редких случаях превышал 1%. Диаметр поперечного сечения  $D$  измеряли с помощью индикатора часового типа как сразу после изготовления, так и после завершения измерений  $I_c$  и отогрева образца. Температуру  $T_c$  определяли при охлаждении образца после каждой механической обработки. Величину критического тока в образце при температуре жидкого азота при каждом значении диаметра поперечного сечения определяли сразу же после охлаждения, во время измерения зависимости  $I_c(T)$  и после завершения измерений перед отогревом. При некоторых значениях диаметра проводили контрольные измерения: после отогрева образец с неизменными размерами вновь охлаждали и опять проводили все описанные выше измерительные процедуры. Неизменность получаемых характеристик рассматривалась как доказательство того, что на сверхпроводящие свойства образца не влияют механическая обработка и циклы охлаждение–нагрев. Критический ток в образце 1 был измерен при 10 значениях диаметра поперечного сечения (от 2,2 до 0,5 мм) и при 14 значениях температуры (от 101 до 62,5 К). Образец 2 исследован в 11 температурных точках в том же интервале и при 8 значениях диаметра от 2,7 до 0,865 мм. При изучении образца 3 диаметр изменялся от 1,23 до 0,7 мм (4 значения), а температура — от 90 до 66,25 К (6 значений). Образец 4, критический ток в котором исследовался при 77,33 К, имел поперечное сечение в виде прямоугольного треугольника. Размеры обоих катетов треугольника в процессе эксперимента изменялись пропорционально от 1,43 и 1,08 до 0,54 и 0,44 мм, поэтому все 9 исследованных сечений были подобны.

## Результаты и обсуждение

Результаты измерений критического тока в образцах 1 и 2 приведены на рис. 1, а и 1, б соответственно. Чтобы экспериментальные точки были различимы, для образца 1 даны температурные зависимости для 9 сечений из 10 изученных, а для образца 2 — для семи сечений из восьми. Кривые

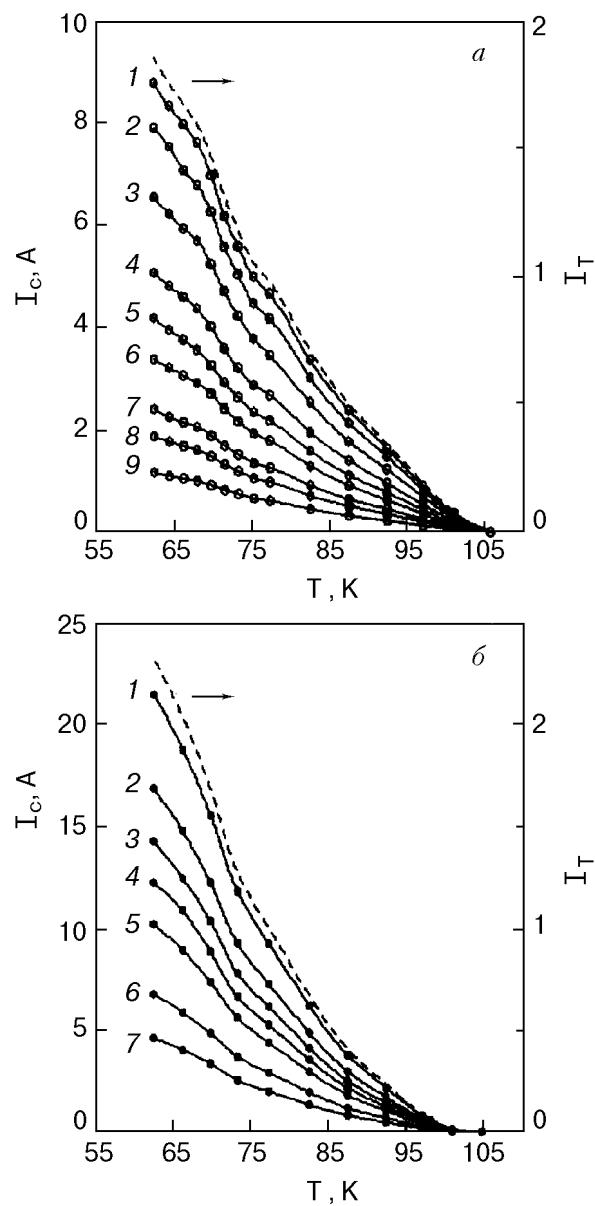


Рис. 1. Температурные зависимости критического тока первого (а) и второго (б) образцов. Диаметры сечений, мм: а — 2,2 (1); 2,02 (2); 1,8 (3); 1,44 (4); 1,26 (5); 1,1 (6); 0,85 (7); 0,7 (8); 0,5 (9); б — 2,7 (1); 2,3 (2); 2 (3); 1,78 (4); 1,54 (5); 1,14 (6); 0,865 (7). Штриховая линия —  $I_T = I_c(D, T)/I_c(D, 77,33 \text{ К})$ .

$I_c(T)$  для образца 1 в области температур 70–80 К имеют характерный изгиб, связанный с переходом при понижении температуры в сверхпроводящее состояние фазы Bi-2212 и возникновением новой джозефсоновской сети, образованной уже двумя фазами: Bi-2223 и Bi-2212. Критический ток в третьем образце имел наибольшие значения по сравнению с образцами 1 и 2, но характер его температурной зависимости такой же, как в образце 2. При 66,25 К его критический ток достигал 14,3 и 6,75 А при наибольшем и наименьшем диаметрах образца соответственно. Однако и в

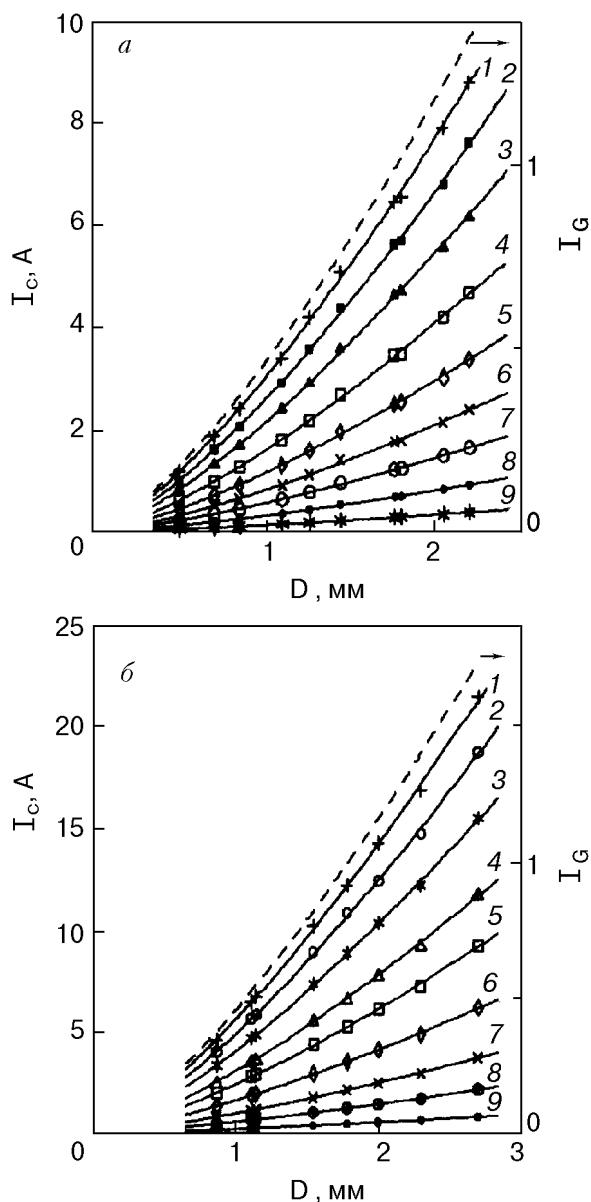


Рис. 2. Критические токи образцов 1 (а) и 2 (б) как функции диаметров поперечных сечений при различных температурах, К: а – 62 (1); 68,05 (2); 71,55 (3); 77,33 (4); 82,55 (5); 87,55 (6); 92,45 (7); 97,11 (8); 101 (9); б – 62,5 (1); 66,25 (2); 69,85 (3); 73,3 (4); 77,33 (5); 82,55 (6); 87,55 (7); 92,45 (8); 97,1 (9). Штриховая линия –  $I_G = I_c(D, T)/I_c(D_0, T)$ .

в этом случае величина магнитного поля, создаваемого транспортным током, даже на поверхности образца ( $H = I_c/\pi D$ ) не превышала значений первого критического поля зерен фазы Bi-2223 [29,30]. На рис. 2 изображены зависимости критических токов для образцов 1 и 2 от диаметров поперечных сечений. Несмотря на то что эти кривые относятся к различным образцам (рис. 2, а и 2, б), а в случае образца 1 и к различным джозефсоновским сетям, все они однотипны.

Если выражение для критического тока в исследованных образцах имеет тот же вид, что и в случае образцов с прямоугольным поперечным сечением (т.е. (1)), то зависимость от диаметра образца может быть исключена. Разделив значения критического тока  $I_c(D, T)$  для одной из экспериментальных кривых (рис. 1) на  $I_c(D, T_0)$  для той же кривой ( $T_0$  – одно из экспериментально исследованных значений  $T$ ), мы должны получить относительный критический ток  $I_T$ , являющийся функцией только температуры:

$$I_T(T) = f(T)/f(T_0). \quad (5)$$

И все остальные экспериментальные кривые, преобразованные таким же способом, должны описываться этой единой зависимостью. Действительно, значения  $I_T$ , вычисленные для сечений с различными диаметрами, близки и отличаются от средних не более чем на 1%. Поэтому на рис. 1 для  $T_0 = 77,33$  К штриховыми линиями показаны лишь сглаженные кривые, проведенные через средние значения. Заметим, что эти штриховые линии имеют тот же вид, что и температурные зависимости критических токов для отдельных образцов, т.е. каждая из них отражает индивидуальный характер поведения  $I_c(T)$  отдельного образца. Чтобы исключить зависимость от температуры, введем относительный ток  $I_G$ , разделив величины критических токов для каждой из изотерм на значения тока, определенные при той же температуре и некотором промежуточном значении диаметра поперечного сечения  $D_0$ :

$$I_G(D) = I_c(D, T)/I_c(D_0, T). \quad (6)$$

Эти отношения, вычисленные для различных изотерм, весьма близки. Их отклонения от средних значений при каждом  $D$  носят случайный характер. Масштаб рисунка не позволяет отразить это, и на рис. 2 показана только штриховая линия, проведенная через средние значения. Таким образом,  $I_G$  не зависит от температуры и типа джозефсоновской сети и определяется только величиной диаметра (или радиуса  $R$ ) поперечного сечения образца. Такой же характер зависимости от  $T$  и  $D$  имеет и критический ток в образце 3. Поскольку критический ток в круглых образцах может быть представлен в форме (5) или (6), то он имеет вид

$$I_c(R, T) = G(R)f(T), \quad (7)$$

т.е., как и в случае образцов с прямоугольным поперечным сечением, выражение для критического тока является произведением двух функций, одна из которых зависит только от размера по-

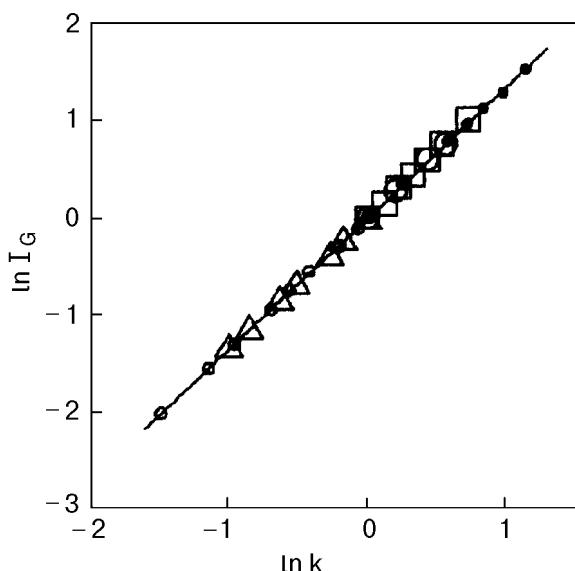


Рис. 3. Закон подобия критического тока в керамических образцах, имеющих различные формы поперечного сечения. Круглые образцы:  $\circ$ ,  $\bullet$ ,  $\bigcirc$  – образцы 1 (77,33 K), 2 (62,5 K) и 3 (90 K) соответственно;  $\Delta$  – образец 4 с треугольным сечением (77,33 K);  $\square$  – образец 1 из [12] (прямоугольное сечение, 77,33 K).

перечного сечения, а вторая – только от температуры и материальных свойств отдельного образца. Более того, аналогия значительно глубже. Рассмотрим зависимость  $I_G = I_c(kR)/I_c(R)$  от относительного размера  $k$  ( $k = R_j/R_i$ ,  $i$  и  $j$  – номера сечений образца). С помощью статистической обработки результатов измерений убеждаемся в том, что для любого образца, любой изотермы, при любом выборе  $R_i$

$$I_c(kR, T) = k^p I_c(R, T).$$

Следовательно, критический ток, а точнее зависящий от радиуса образца сомножитель  $G(R)$ , является однородной функцией  $R$  [14,15]. Зависимость  $\ln I_G = \ln [I_c(kR)/I_c(R)]$  от  $\ln k$  для образцов 1–3 показана на рис. 3 (кружки). Чтобы точки, относящиеся к разным образцам, как можно меньше накладывались друг на друга, для образца 1 нормирующими выбраны величины, относящиеся к наибольшему, а для 2 и 3 – к наименьшим сечениям. Видно, что для каждого образца исследуемая зависимость аппроксимируется прямой линией. Поскольку предыдущее равенство справедливо при любом  $k$ , то, полагая  $k = 1/R$ , находим, что  $G(R)$  есть степенная функция и

$$I_c(R, T) = CR^p f(T). \quad (8)$$

Усредненное значение показателя  $p$  для образца 1 равно  $1,36 \pm 0,05$ . Здесь и в дальнейшем при указании доверительных интервалов используются квантили распределения Стьюдента [31] при доверительной вероятности 0,95. Отклонения значений показателя  $p$ , найденных для различных изотерм этого образца, от среднего значения носят случайный характер, т.е. показатель не зависит ни от температуры, ни от типа хаотической джозефсоновской среды, существующей в образце при той или иной температуре. Последнее означает, что он не должен зависеть и от свойств конкретного образца. Действительно, зависимости  $\ln I_G$  от  $\ln k$  для образцов 1, 2, 3 на общем графике совпадают (рис. 3). Для второго образца  $p = 1,34 \pm 0,03$ , а для третьего –  $p = 1,37 \pm 0,08$ . Эти значения в пределах доверительных интервалов совпадают. Учитывая все приведенные факты, вводим среднее значение  $p = 1,36 \pm 0,02$ . Таким образом, в случае круглых керамических ВТСП образцов функция  $G(R) = CR^p$  является однородной функцией своего аргумента, характеризующейся единым показателем, т.е. наблюдается та же картина, как и в случае образцов с прямоугольным поперечным сечением.

Исследования образца 4, имевшего поперечное сечение в виде прямоугольного треугольника, показали, что критический ток является однородной функцией размеров (катетов  $X$  и  $Y$ ) поперечного сечения, т.е. описывается выражением (2). Поскольку при изменении размеров этого образца практически невозможно строго выполнить условие  $k = X_j/X_i = Y_j/Y_i$ , то величина  $k$  определялась так же, как в [12]:  $k = 0,5(X_j/X_i + Y_j/Y_i)$ . Для треугольного образца показатель  $p = 1,34 \pm 0,04$  (см. треугольные знаки на рис. 3). С другой стороны, в работе [12] исследовались четыре образца с прямоугольными поперечными сечениями и для показателя  $p$  были получены следующие значения:  $1,40 \pm 0,03$ ;  $1,36 \pm 0,05$ ;  $1,36 \pm 0,07$ ;  $1,42 \pm 0,04$ , которые в пределах доверительных интервалов совпадают с величинами  $p$ , определенными в настоящей работе. На рис. 4 приведены показатели и их доверительные интервалы, найденные в настоящей и предыдущей [12] работах. По оси абсцисс отложены номера образцов, причем образцам 1–4 из [12] присвоены номера 5–8 соответственно. Невозможно усмотреть какую-либо зависимость показателя  $p$  от формы поперечного сечения образца. Поэтому можно ввести общее среднее значение  $p$ . Это имеет физический смысл, если закон подобия зависимости критического тока в керамических ВТСП от относительного размера поперечного сечения [12] выполняется независимо от формы поперечного сечения, т.е. величина  $I_G$  должна быть единой

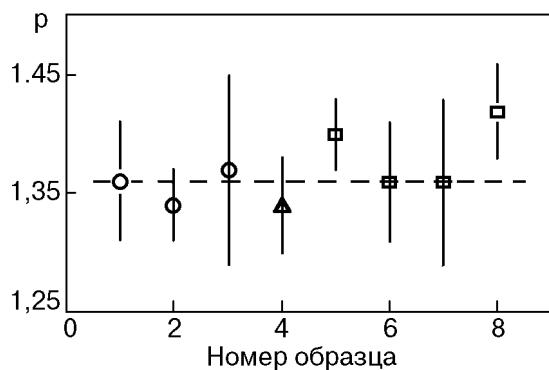


Рис. 4. Значения показателя однородной функции и их доверительные интервалы, полученные для образцов с разными формами поперечных сечений:  $\circ$ ,  $\Delta$ ,  $\square$  — образцы с круглым, треугольным и прямоугольным сечениями (пояснения в тексте). Штриховая линия — среднее значение.

функцией  $k$  для образцов с сечениями любых форм (по крайней мере для изученных нами форм). На рис. 3 показаны зависимости  $\ln I_G$  от  $\ln k$  для круглых образцов (1–3), образцов с треугольным (4) и прямоугольным (образец 1 из [12]) поперечными сечениями, полученные при разных температурах. Легко видеть, что все точки аппроксимируются одной общей прямой, т.е. закон подобия действительно выполняется. Как дополнительный аргумент отметим, что статистическая обработка подтверждает справедливость нулевой гипотезы о равенстве генеральных средних (при доверительной вероятности 0,95) [31]. Итак, для средневзвешенного значения показателя однородной функции получаем  $p = 1,36 \pm 0,01$ . В работах [12,13] мы высказали предположение о том, что показатель  $p$  может зависеть от формы поперечного сечения образца, однако, как мы видели, проведенные эксперименты не подтвердили это предположение. Заметим, что поперечные сечения исследованных нами образцов являются выпуклыми, односвязными областями. Поэтому, обобщая полученные результаты, можно сказать, что если поперечные сечения образцов являются таковыми, то независимо от формы этих сечений критический ток в керамических образцах в отсутствие внешнего поля является однородной функцией размеров сечений с единственным показателем.

Вернемся к рассмотрению круглого образца при протекании через него тока критической величины. Очевидно, что в этом случае плотность критического тока имеет критическое значение всюду вдоль поперечного сечения. Поэтому

$$I_c(R, T) = CR^p f(T) = \int j_c r dr d\phi. \quad (9)$$

Здесь интегрирование ведется по всей площади поперечного сечения образца,  $r$  и  $\phi$  — полярные координаты. Поскольку интегрирование затрагивает лишь пространственные переменные, множитель  $f(T)$ , входящий в выражение для  $I_c(R, T)$ , содержится и в  $j_c$ . В случае круглого образца плотность тока не зависит от азимутального угла, поэтому

$$j_c(r, T) = cf(T)r^{p-2}, \quad (10)$$

где  $c$  — константа. С помощью (9) и (10) находим  $C = 2\pi c/p$ . Поскольку  $p = 1,36$ , то  $j_c \sim r^{-0,64}$ . Из выражения (10) следует, что в центральной части образца  $j_c$  неограниченно возрастает. В связи с этим следует сказать, что это выражение получено при интерпретации результатов макроскопических измерений, когда трехмерная джозефсоновская сеть образца проявляется себя как сплошная среда. Если радиус области в центральной части образца (как, впрочем, и любой другой части) становится меньше, чем  $r_0$ , равный десяткам или даже сотням размеров отдельных сверхпроводящих гранул, то мы переходим к дискретной джозефсоновской среде, и выражение (10) уже неприменимо. Сама же плотность критического тока остается всюду конечной. Средняя плотность критического тока

$$\langle j_c \rangle = I_c / \pi R^2 = Cf(T) / \pi R^{2-p} \quad (11)$$

является однородной функцией  $R$  с показателем  $p-2$  и возрастает при уменьшении поперечного сечения образца. В работе [32], где исследовалось возникновение вихрей в цилиндрическом образце, сделано такое же заключение. Когда величина  $R$  при уменьшении приближается к  $r_0$ , характер зависимости  $\langle j_c \rangle$  изменяется по указанным выше причинам. Если  $\langle j_c \rangle$  записать как функцию площади поперечного сечения  $S$ , то  $\langle j_c \rangle \sim S^{p/2-1} \sim S^{-0,32 \pm 0,01}$ . Авторы работ [7], [2,33] и [3] представили результаты своих исследований  $\langle j_c \rangle$  в виде степенной функции  $S$  и получили показатели  $-1$ ,  $-1/2$  и  $-1/3$  соответственно. Как видно, наш результат очень хорошо согласуется с результатом работы [3].

Магнитное поле в образце, создаваемое транспортным током, а вместе с ним и магнитная индукция имеют только азимутальные составляющие, зависящие от  $r$ . С помощью интегрального уравнения Максвелла о циркуляции магнитного поля получаем

$$B(r) = \mu_0 \mu H(r) = \frac{c}{p} \mu_0 \mu r^{p-1} f(T). \quad (12)$$

В центре образца  $B$  и  $H$  равны нулю и возрастают к периферии как  $r^{0,36}$ . Кроме того,  $B$  и  $H$  так же, как  $\langle j_c \rangle$  зависят от  $f(T)$ , т.е. от индивидуальных свойств образца. На поверхности образца

$$H(R) = CR^{p-1}f(T).$$

Таким образом,  $H(R)$  также является однородной функцией радиуса образца с показателем  $p-1$ . Исключая  $r$  из (10) и (12), получаем уравнение, связывающее плотность критического тока и индукцию:

$$j_c(B) = \left( \frac{pc^{1/(p-2)}}{\mu_0 \mu} \right)^{(p-2)/(p-1)} B^{(p-2)/(p-1)} f(T)^{1/(p-1)}. \quad (13)$$

Таким образом,  $j_c \sim B^{-1,78 \pm 0,08}$ . Поведение плотности критического тока вблизи центра образца, где магнитное поле и индукция стремятся к нулю, уже обсуждалось.

Выражение (13) для зависимости  $j_c(B)$  отличается от (3) или (4) прежде всего значением показателя. Если считать, что  $B_0 = 0$ , то при  $\beta = (p-2)/(p-1)$  приходим к (3). Если округлить показатель при  $B$  до  $-2$ , то (13) перейдет (при  $B_0 = 0$ ) в формулу (4). Присутствие членов с  $B_0$  в (3) и (4) позволяет устраниТЬ расходимость  $j_c$  в центре образца. Используя наши данные и привлекая вполне естественные предположения, можно получить выражения для  $j_c(r)$  и  $j_c(B)$ , которые дают конечное значение  $j_c$  в центре образца, однако в этой работе мы ограничимся анализом следствий, получаемых непосредственно из эксперимента. Уравнение (13), связывающее плотность критического тока и индукцию, получено нами для круглого образца, но, очевидно, является характеристикой хаотической джозефсонской среды, реализующейся в гранулярных ВТСП материалах. Поэтому оно справедливо для любого образца и не зависит от того, является ли магнитное поле внешним или создано транспортным током, а свойства конкретной материальной среды учитываются в (13) благодаря присутствию функции  $f(T)$ .

Воспользуемся уравнением (13) для анализа состояния, возникающего в образце в виде трубы, по которой протекает транспортный критический ток  $I_{c1}$ . Радиусы внутренней и внешней поверхностей трубы —  $R_1$  и  $R$  соответственно. И в этом случае  $j_c$  и  $B$  зависят только от  $r$ . Уравнение Максвелла для рассматриваемого случая имеет вид

$$\frac{d(rB)}{dr} = \mu_0 \mu r j_c.$$

Учитывая, что на внутренней поверхности трубы индукция равна нулю, получаем

$$B(r) = (\mu_0 \mu c / p) r^{p-1} \gamma(r) f(T), \quad (14)$$

$$j_c(r) = c r^{p-2} [\gamma(r)]^{-1} f(T). \quad (15)$$

$$\gamma(r) = [1 - (R_1/r)^{p/(p-1)}]^{p-1}.$$

Когда  $r - R_1 \sim r_0$ , о применимости выражения (15) следует сделать то же замечание, что и при обсуждении формулы (10). Выражения для критического тока, его средней плотности и магнитного поля на поверхности такого образца имеют вид

$$I_{c1} = CR^p \gamma(R) f(T), \quad (16)$$

$$\langle j_c \rangle = I_{c1} / \pi R^2 (1 - R_1^2/R^2), \quad (17)$$

$$H(R) = \frac{C}{2\pi} R^{p-1} [\gamma(R)]^{p-1} f(T), \quad (18)$$

т.е., как и в случае сплошного круглого образца, все три величины являются однородными функциями степеней  $p$ ,  $p-2$  и  $p-1$  соответственно, но на этот раз двух аргументов:  $R_1$  и  $R$ . В рассмотренном примере образец имеет поперечное сечение в виде двусвязной области, но это сечение обладает центральной симметрией, поэтому сделанное нами ранее обобщение остается неизменным (см. конец абзаца с обсуждением рис. 3).

Пусть по круглому сплошному образцу протекает транспортный ток  $I_1$ , меньший критического. Следуя гипотезе критического состояния [16, 17], будем считать, что этот ток распределяется по сечению образца начиная с поверхности области так, чтобы всюду плотность его равнялась критической. Поэтому ток протекает по части образца, имеющей форму трубы с внутренним  $R_1$  и внешним  $R$  радиусами. В центральной части образца тока нет. На внутренней поверхности этой трубы  $H = 0$ , а на внешней  $H = I_1/2\pi R$ . В этом случае формулы (14) и (15) описывают радиальное распределение магнитной индукции и плотности критического тока. Ток  $I_1$  является критическим для рассматриваемой трубы. Сравнивая его с критическим током для всего образца (8), получаем

$$R_1 = R [1 - (I_1/I_c)^{1/(p-1)}]^{(p-1)/p}.$$

Таким образом, внутренняя граница области, по которой протекает ток, перемещается к центру при увеличении тока  $I_1$  по степенному закону.

## Заключение

Анализ проведенных экспериментов показывает, что в отсутствие внешнего магнитного поля выражение для критического тока в керамических ВТСП может быть представлено в виде произведения двух функций. Одна из них отражает индивидуальные свойства материала образца и зависит только от температуры. Вторая является однородной функцией размеров поперечного сечения образца с единым для всех образцов значением показателя  $p$ , независимо от формы этого сечения  $p = 1,36 \pm 0,01$ . Используя экспериментальные результаты, установлен вид полевой зависимости плотности критического тока:  $j_c \sim B^{(p-2)/(p-1)}$ .

1. J. R. Clem, *Physica* **C153–155**, 50 (1988).
2. H. Dearch and G. Blatter, *Phys. Rev.* **B38**, 11391 (1988).
3. С. И. Захарченко, В. Б. Митюшин, Н. А. Подлевских, Л. М. Фишер, *СФХТ* **2**, 136 (1989).
4. А. А. Жуков, Д. Ф. Комарков, В. В. Моцалков, В. П. Шабатин, Р. И. Антонов, С. Н. Гордеев, А. А. Буш, *СФХТ* **3**, 1234 (1990).
5. G. P. Meissner and C. A. Taylor, *Physica* **C169**, 303 (1990).
6. C.-W. Cheng, A. C. Rose-Innes, N. McAlford, and T. W. Button, *Supercond. Sci. Technol.* **3**, 90 (1990).
7. A. A. Zhukov, V. V. Moshchalkov, D. A. Komarkov, V. P. Shabatin, A. A. Bush, S. N. Gordeev, and D. V. Shelomov, *Jpn. J. Appl. Phys.* **29**, L760 (1990).
8. B. H. Kliem, A. Wegers, and J. Lutzner, *J. Appl. Phys.* **69**, 1534 (1991).
9. C. A. D'ovidio, J. E. Fiscina, and D. A. Esparza, *J. Appl. Phys.* **69**, 8265 (1991).
10. E. Babic, M. Prester, D. Drobac, Z. Marohnic, P. Nozar, P. Stastny, F. C. Matacotta, and S. Bernik, *Phys. Rev.* **B45**, 913 (1992).
11. Н. А. Боголюбов, *СФХТ* **7**, 294 (1994).
12. Н. А. Боголюбов, *ФНТ* **23**, 808 (1997).
13. N. A. Bogoliubov, *Czech. J. Phys.* **46**, Suppl., 1261 (1996).
14. J. Aczel, *Lectures on Functional Equations and their Applications*, Academic Press, New-York and London (1966).
15. Р. Курант, *Курс дифференциального и интегрального исчисления*, т. 2, Наука, Москва (1970).
16. C. P. Bean, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 250 (1962).
17. C. P. Bean, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 31 (1964).
18. M. Xu, D. Shi, and R. F. Fox, *Phys. Rev.* **B42**, 10773 (1990).
19. P. W. Anderson and Y. B. Kim, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 39 (1964).
20. С. Л. Гинзбург, Г. Ю. Логинова, И. Д. Лузянин, В. И. Хавронин, Я. Германн, Б. Липпольд, Х. Борнер, Х. Шмидель, *ЖЭТФ* **100**, 532 (1991).
21. K. V. Bhagwat and P. Chaddah, *Phys. Rev.* **B44**, 6950 (1991).
22. E. H. Brandt, *Phys. Rev.* **B52**, 15442 (1995).
23. X. N. Xu, A. M. Sun, S. A. Aruna, X. Jin, X. X. Yao, and Y. Feng, *J. Supercond.* **10**, 151 (1997).
24. Anjali B. Riise, T. H. Johansen, and H. Bratsberg, *J. Supercond.* **11**, 353 (1998).
25. T. H. Johansen, M. Bazilievich, H. Bratsberg, and Y. Galperin, *Phys. Rev.* **B54**, 16264 (1996).
26. V. S. Kravchenko, M. A. Zhuravleva, Y. M. Uskov, O. G. Potapova, N. A. Bogoliubov, P. P. Bezverkhyy, and L. L. Makarshin, *Superlattices and Microstructures* **21**, Suppl. A, 87 (1997).
27. В. С. Кравченко, М. А. Журавлева, Е. М. Усков, П. П. Безверхий, Н. А. Боголюбов, О. Г. Потапова, Л. Л. Макаршин, *Неорганические материалы* **34**, 1274 (1998).
28. E. A. Harris, J. E. L. Bishop, R. L. Havill, and P. J. Ward, *J. Phys.* **C221**, L673 (1988).
29. Э. В. Матицен, П. П. Безверхий, В. Г. Мартынец, Н. В. Кускова, *СФХТ* **7**, 1398 (1994).
30. P. Mune, J. Lopez, and E. AltShuler, *Physica* **C292**, 48 (1997).
31. Е. И. Пустыльник, *Статистические методы анализа и обработки наблюдений*, Наука, Москва (1968).
32. A. V. Samokhvalov, *Physica* **C308**, 74 (1998).
33. В. Ф. Хирный, В. П. Семиноженко, А. А. Козловский, *ФТТ* **38**, 2951 (1996).

### Critical transport current in granular high temperature superconductors

N. A. Bogoliubov

The temperature and size dependences of the critical current in a zero magnetic field of three bismuth-based ceramic samples with round cross-section and one sample with rectangular triangle cross-section have been studied by a contactless technique. It is shown that the critical current can be presented as a product of the temperature- and size-dependent factors. The temperature-dependent multiplier reflects the individual peculiarities of the Josephson net of each sample, while the size factor is a homogeneous function of the cross-section sizes. The index of this function is independent of the cross-section form, the temperature and individual properties of HTSC samples. The radial distribution of critical current density in round samples and dependence of the critical current density on the magnetic induction in granular HTSC have been found from the analysis of experimental data.