

УДК 536.12:621.891:539.3

ЧИСЛОВИЙ ТА АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗКИ ТЕПЛОВОЇ ЗАДАЧІ ТЕРТЯ ПІД ЧАС ГАЛЬМУВАННЯ

О. ЄВТУШЕНКО, М. КУЦІЙ, П. ГЖЕСЬ

Білостоцька політехніка, Польща

Порівняно значення температури у трибосистемі диск–накладка–супорт, отримані за допомогою двох підходів: числового, на основі методу скінченних елементів, та аналітичного, як розв'язку крайової задачі теплопровідності для півпростору (диск), що рівносповільнено ковзає по поверхні плоско-паралельного шару (накладка), нанесеного на поверхню напівбезмежної основи (супорт). Максимальні температури на поверхні контакту накладки з диском зіставлено з відомими експериментальними даними.

Ключові слова: *фрикційне нагрівання, температура, гальмування, метод скінченних елементів.*

Нагрівання до високих температур внаслідок тертя між робочими поверхнями накладки та диска – одна з головних причин скорочення часу безаварійної експлуатації дискових гальм [1, 2]. Тому аналітичні, числові та експериментальні методи теплового розрахунку є важливим етапом під час проектування таких систем [3]. Середню температуру в трибосистемах типу накладка–диск найчастіше визначають із розв'язків одновимірних теплових задач тертя для трьох розрахункових схем: два півпростори [4–7], плоско-паралельний шар–півпростір [8–11] та два плоско-паралельні шари [12–14].

Застосовуючи сучасні числові пакети, на основі методу скінченних елементів (МСЕ) вдалося додатково, порівняно з аналітичними методами, врахувати такі параметри, як скінченність розмірів і термочутливість фрикційних елементів, залежності від температури коефіцієнтів тертя і зношування. Ці питання висвітлено у праці [15]. Результати експериментальних досліджень температурного поля в гальмівних системах знаходимо у працях [16–18].

Нижче, з метою порівняння, подано результати числового аналізу температур, отриманих на підставі числового, на основі МСЕ, розв'язку теплової задачі тертя для трибосистеми диск–накладка–супорт; аналітичного розв'язку одновимірної крайової задачі теплопровідності для півпростору, що рівносповільнено ковзає по поверхні плоско-паралельного шару, нанесеного на поверхню напівбезмежної основи; експериментальних даних, отриманих методом термопар [16].

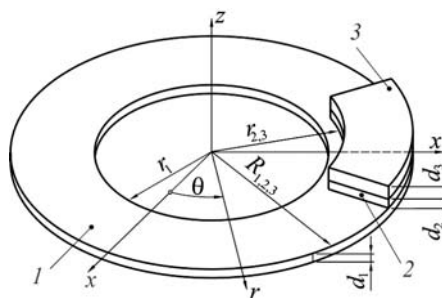


Рис. 1. Схема дискового гальма:
1 – диск; 2 – накладка; 3 – супорт.

Fig. 1. A scheme of the disc brake:
1 – disc; 2 – pad; 3 – caliper.

Скінченно-елементна модель. Розглянемо трибосистему, що складається із трьох основних елементів: рухомого диска і нерухомої накладки, з'єднаної зі супортом (рис. 1). Під час гальмування накладка притискається до робочої поверхні диска, внаслідок тертя на ній генерується тепло і трибосистема нагрівається. Вважаємо, що: 1) тиск p на поверхні контакту накладки з диском сталий; 2) швидкість відносного ковзання накладки по робочій поверхні диска V зменшується лінійно з часом від максимального значення в початковий момент часу $t = 0$ до нуля під час зупинки $t = t_s$; 3) сума інтенсивностей теплових потоків, спрямованих із поверхні контакту по нормалі всередину накладки і диска, рівна питомій потужності тертя $q = fVp$, де f – коефіцієнт тертя; 4) термоопір поверхні контакту незначний, а тому температури накладки і диска на ній однакові; 5) тепловий контакт накладки і супорта ідеальний; 6) зовнішні поверхні диска і супорта теплоізолювані, а на решті вільних поверхонь накладки, диска і супорта існує теплообмін із довкіллям за законом Ньютона.

Надалі усі величини, що відносяться до диска, накладки та супорта, позначатимемо нижніми індексами 1, 2 та 3 відповідно.

У такому формулюванні в циліндричній системі координат (r, z, θ) нестационарне температурне поле в диску тривимірне, а в накладці та супорті незалежне від кутової координати θ і двовимірне (рис. 1). Просторову модель на основі МСЕ для знаходження температури в диску під час гальмування запропоновано раніше [19]. Перехід від цієї моделі до осесиметричної дає змогу знаходити середню температуру на поверхні диска [20]. Щоб застосувати МСЕ до визначення температурного поля $T(r, z, t)$ у цій системі, виконаємо такі кроки:

1) осесиметричне рівняння теплопровідності параболічного типу за допомогою методу Гальоркіна зведемо до системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, яка у матричній формі має вигляд [21]

$$[\mathbf{C}] \frac{d\{\mathbf{T}\}}{dt} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{T}\} = \{\mathbf{R}\}, \quad (1)$$

де $\{\mathbf{T}\}$, $\{\mathbf{R}\}$ – вектори температури та теплового навантаження; $[\mathbf{C}]$, $[\mathbf{K}]$ – матриці питомої теплоємності і теплопровідності, відповідно;

2) скориставшись апроксимаційною формулою Кренка–Нікольсона [22]

$$\frac{1}{\Delta t} [\{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t} - \{\mathbf{T}\}_t] \approx (1-\beta) \left\{ \frac{d\mathbf{T}}{dt} \right\}_t + \beta \left\{ \frac{d\mathbf{T}}{dt} \right\}_{t+\Delta t},$$

($\{\mathbf{T}\}_t$ – значення вектора $\{\mathbf{T}\}$ у момент часу t ; Δt – крок за часом; $0,5 \leq \beta \leq 1$ – ваговий параметр, який вибираємо так, щоб забезпечити досягнення заданої точності та стабільності обчислень), матричне диференціальне рівняння (1) зведемо до системи лінійних алгебричних рівнянь

$$([\mathbf{C}] + \beta \Delta t [\mathbf{K}]) \{\mathbf{T}\}_{t+\Delta t} = ([\mathbf{C}] - (1-\beta) [\mathbf{K}] \Delta t) \{\mathbf{T}\}_t + (1-\beta) \Delta t \{\mathbf{R}\}_t + \beta \Delta t \{\mathbf{R}\}_{t+\Delta t}$$

відносно значень температури у вузлах сітки в момент часу $t+\Delta t$.

Обчислювали згідно з цією схемою за допомогою пакета MD Patran/MD Nastran [23]. Чотиривузлова квадратна сітка МСЕ та крайові умови осесиметричної моделі фрикційного нагрівання гальмівної системи диск–накладка–супорт наведено на рис. 2. Поверхню диска поділено на 7000 елементів і 7236 вузлів, накладки – на 3200 елементи і 3381 вузол, а супорта – на 6080 елементів і 6118 вузлів. Для забезпечення виконання умов ідеального теплового контакту між кожною парою вузлів на робочих поверхнях накладки і диска введено 161 в'язь типу MPC – multi-point constraints.

Стабільність обчислень контролювали, перевіряючи зв'язок між просторовими Δr_i , Δz_i і часовим Δt_i кроками розбиття $\Delta t_i = 0,1 \{\Delta r_i, \Delta z_i\}^2 / k_i$, де k_i , $i = 1, 2, 3$ – коефіцієнти теплопровідності елементів трибосистеми.

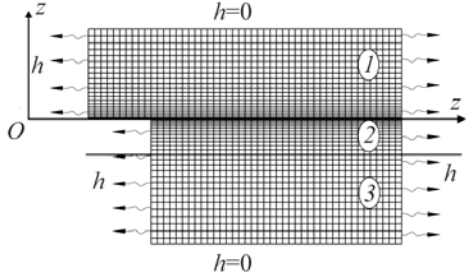


Рис. 2. Fig. 2.

Рис. 2. Скінченно-елементна сітка та крайові умови.

Fig. 2. A finite-element mesh and boundary conditions.

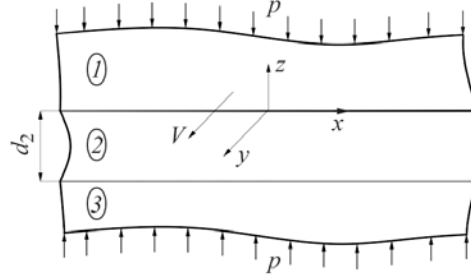


Рис. 3. Fig. 3.

Рис. 3. Схема фрикційного нагрівання в триелементній трибосистемі.

Fig. 3. A scheme of frictional heating in a three-element tribosystem.

Аналітична модель. Заміна елементів скінченної товщини d_i , $i = 2,3,4$ на напівобмежені дає вірогідні результати під час знаходження середньої температури, якщо $d_i > 1,73\sqrt{k_i t_s}$ [16]. За виконання цієї умови середню температуру у трибосистемі диск–накладка–супорт можна знайти із розв'язку одновимірної теплової задачі тертя для системи півпростір (диск)–плоско-паралельний шар (накладка)–півпростір (супорт) (рис. 3).

У формулюванні цієї задачі передбачаємо виконання записаних вище умов (1)–(5). За допомогою інтегрального перетворення Лапласа встановлено такі формули для знаходження температури трибосистеми [24, 25]:

$$T(z, t) = T_0 + \frac{2\Lambda}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{G_i(\zeta, x)}{\Delta(x)} P(\tau, x) dx, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_s, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$G_1(\zeta, x) = [(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) \cos^2 x + \varepsilon_3(1 + \varepsilon_1 \varepsilon_3) \sin^2 x] \cos(\zeta x / \sqrt{k_1^*}) - (1 - \varepsilon_3^2) \sin x \cos x \sin(\zeta x / \sqrt{k_1^*}), \quad 0 \leq \zeta < \infty, \quad (3)$$

$$G_2(\zeta, x) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) \cos x \cos[(1 + \zeta)x] + \varepsilon_3(1 + \varepsilon_1 \varepsilon_3) \sin x \sin[(1 + \zeta)x], \quad -1 \leq \zeta \leq 0, \quad (4)$$

$$G_3(\zeta, x) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) \cos x \cos[(1 + \zeta)x / \sqrt{k_3^*}] + (1 + \varepsilon_1 \varepsilon_3) \sin x \sin[(1 + \zeta)x / \sqrt{k_3^*}], \quad -\infty < \zeta \leq -1, \quad (5)$$

$$\Delta(x) = (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)^2 \cos^2 x + (1 + \varepsilon_1 \varepsilon_3)^2 \sin^2 x, \quad (6)$$

$$P(\tau, x) = (1 - e^{-x^2 \tau}) / x^2 - [\tau - (1 - e^{-x^2 \tau}) / x^2] / (x^2 \tau_s), \quad (7)$$

$$\Lambda = \frac{q d_2}{K_2}, \quad \zeta = \frac{z}{d_2}, \quad \tau = \frac{k_2 t}{d_2^2}, \quad \tau_s = \frac{k_2 t_s}{d_2^2}, \quad \varepsilon_{1,3} = \frac{K_{1,3}^*}{\sqrt{k_{1,3}^*}}, \quad K_{1,3}^* = \frac{K_{1,3}}{K_2}, \quad k_{1,3}^* = \frac{k_{1,3}}{k_2}. \quad (8)$$

де T_0 – початкова температура. Інтегрування у формулах (2)–(8) здійснювали чисельно за допомогою пакета QUADPACK [26].

Числовий аналіз. Обчислення виконано для диска, виготовленого із чавуну ЧМНХ ($K_1 = 37,2$ W/(mK), $c_1 = 500,31$ J/(kgK), $\rho_1 = 7100$ kg/m³), металокерамічної (ФМК-11) накладки ($K_2 = 34,3$ W/(mK), $c_2 = 505,21$ J/(kgK), $\rho_2 = 4750$ kg/m³) і сталевого (30ХГСА) супорта ($K_3 = 51$ W/(mK), $c_3 = 468,975$ J/(kgK), $\rho_3 = 7800$ kg/m³) [17]. Значення оперативних вхідних параметрів такі: контактний тиск $p = 1$ МПа, початкова швидкість $V = 30$ m/s, коефіцієнт тертя $f = 0,7$, коефіцієнт теплообміну $h = 60$ W/(m²K), час гальмування $t_s = 3,44$ s, початкова температура $T_0 = 20^\circ\text{C}$ [16]. Розміри фрикційних елементів трибосистеми наведено в таблиці.

Розміри елементів трибосистеми

Параметри	Диск, $i = 1$	Накладка, $i = 2$	Супорт, $i = 3$
Внутрішній радіус r_i , m	0,07	0,08	0,08
Зовнішній радіус R_i , m	0,12	0,12	0,12
Товщина d_i , m	0,01	0,005	0,02

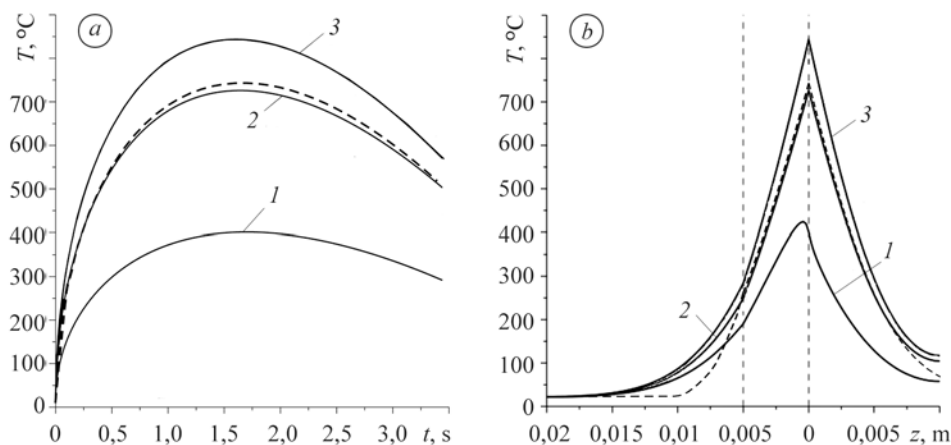


Рис. 4. Розподіл температури з часом на поверхні контакту $z = 0$ (а) та в поперечному перерізі фрикційних елементів для $t = 1,6$ s (b): 1 – $r = 0,08$ m; 2 – 0,1; 3 – 0,12 m. Суцільні криві – МСЕ модель; штрихова – аналітичний розв’язок.

Fig. 4. Distribution of temperature in time on the contact surface $z = 0$ (a) and in the cross-section of friction elements at $t = 1.6$ s (b): 1 – $r = 0.08$ m; 2 – 0.1; 3 – 0.12 m. Solid curves – the FEM model; dashed curve – the analytical solution.

З початком гальмування температура на поверхні контакту накладки з диском швидко підвищується, досягаючи максимального значення приблизно в половині гальмівного шляху, після чого аж до зупинки охолоджується (рис. 4a). У фіксований момент часу найнижча температура на внутрішній поверхні накладки, а найвища – на зовнішній. Зокрема, значення максимальної температури $T_{\max} = 401,2^\circ\text{C}$; $651,3^\circ\text{C}$; $726,1^\circ\text{C}$; $796,2^\circ\text{C}$; $843,7^\circ\text{C}$ знайдено для $r = 0,08$ m; 0,09; 0,1; 0,11; 0,12 m, відповідно. Крім цього, бачимо, що значення $T_{\max} = 742^\circ\text{C}$, знайдене за формулами (2)–(8), незначно відрізняється від отриманого ($726,1^\circ\text{C}$) для $r = 0,1$ МСЕ та експериментального 760°C [16].

Найвища температура досягає поверхні контакту, коли $z = 0$ (рис. 4b). Її зниження в накладці (для $z \in [0; 0,05$ mm]) з віддаленням від поверхні тертя май-

же лінійне. Ефективна глибина прогрівання диска та супорта (відстань від поверхні контакту, на якій температура рівна 5% від максимального значення) становить близько двох з половиною товщин накладки. Розподіли температури в накладці та диску, знайдені за допомогою аналітичного розв'язку (2)–(8) та МСЕ, практично збігаються. Незначну різницю температур, обчислених на підставі цих двох підходів, спостерігаємо в супорті.

ВИСНОВКИ

Встановлено, що одновимірні моделі теплоутворення у трибосистемі накладка–диск–супорт дають можливість досить адекватно до експериментальних даних визначати середню температуру як на поверхні контактну, так і всередині фрикційних елементів. Найкраще узгодження температури, знайденої за допомогою аналітичного розв'язку одновимірної теплової задачі тертя під час гальмування, з відповідними числовими результатами, отриманими за допомогою МСЕ, зафіксовано на середньому радіусі накладки $r = 0,5(r_2 + R_2)$.

РЕЗЮМЕ. Сравнены значения температуры в трибосистеме диск–накладка–суппорт, полученные с помощью двух подходов: численного, на основании метода конечных элементов, и аналитического, как решения краевой задачи теплопроводности для полупространства (диск), равнозамедленно скользящего по поверхности плоско-параллельного слоя (накладка), нанесенного на поверхность полубесконечного основания (суппорта). Максимальные температуры на поверхности контакта накладки с диском, полученные с помощью этих подходов, сопоставлены с соответствующими экспериментальными значениями.

SUMMARY. A comparison of temperatures in the disc-pad-caliper tribosystem was obtained by two approaches: numerical, based on the finite element method (FEM) and analytical, as the solution of the boundary-value problem of heat conduction for a semi-space (disc), sliding at constant retardation along the surface of a plane-parallel strip (pad), deposited on the surface of a semi-infinite foundation (caliper). The maximum temperature on the surface of the contact pads and the disc, obtained using these approaches, is compared with the corresponding experimental data.

Роботу виконано за проектом “Iuventus Plus” No. IP 2010 021270, фінансованим із державного бюджету Польщі.

1. Александров М. П. Тормозные устройства в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1965. – 676 с.
2. Newcomb T. P. and Spurr R. T. Braking of road vehicles. – London: Chapman and Hall, 1967. – 292 p.
3. Гинзбург А. Г., Чичинадзе А. В. Применение уравнений тепловой динамики трения для расчета рабочих характеристик тормозов // Тепловая динамика трения. – М.: Наука, 1970. – С. 7–17.
4. Левицький В. П., Бурнаев О. М. Оптимізація зношування з врахуванням теплоутворення від тертя // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1993. – 29, № 5. – С. 91–94.
(Levyts'kyi V. P. and Burnaev O. M., Wear Optimization with Regard to Frictional Heat // Materials Science. – 1993. – 29, № 5. – P. 530–534.)
5. Євтушенко О. О., Пир'єв Ю. О. Розрахунок контактної взаємодії та зносу фрикційних елементів гальм // Там же. – 1998. – 34, № 2. – С. 93–96.
(Evtushenko O. O. and Pyr'ev Yu. O. Calculation of the contact temperature and wear of frictional elements of brakes // Ibid. – 1998. – 34, № 2. – P. 249–254.)
6. Yevtushenko A. A., Ivanyk E. G., and Yevtushenko O. O. Exact formulae for determination of mean temperature and wear during braking // Heat Mass Trans. – 1999. – 35, № 2. – P. 163–169.
7. Носко А. Л., Носко А. П. Решение контактной тепловой задачи с учетом теплопередачи между элементами трибосопряжения // Трение и износ. – 2006. – 27, № 3. – С. 279–284.

8. *Yevtushenko A. and Kuciej M.* Influence of convective cooling on the temperature in a frictionally heated strip and foundation // *Int. Commun. Heat Mass Trans.* – 2009. – **36**, № 2. – P. 129–136.
9. *Yevtushenko A. A. and Kuciej M.* Influence of the convective cooling and the thermal resistance on the temperature of the pad/disc tribosystem // *Ibid.* – 2010. – **37**, № 4. – P. 337–342.
10. *Yevtushenko A. A., Kuciej M., and Yevtushenko O. O.* Influence of the pressure fluctuations on the temperature in pad/disc tribosystem // *Ibid.* – 2010. – **37**, № 8. – P. 978–983.
11. *Kuciej M.* Investigation of the temperature field induced in the process of friction of a composite pad and a homogeneous disc // *Ibid.* – 2011. – **38**, № 1–2. – P. 16–24.
12. *Грилицький Д. В.* Термопружні контактні задачі в трибології. – К.: Ін-т змісту і методів навчання Міністерства освіти України, 1996. – 204 с.
13. *Носко А. Л., Беляков Н. С., Носко А. П.* Применение обобщенных граничных условий к решению тепловых задач трения // *Трение и износ.* – 2009. – **30**, № 6. – С. 279–284.
14. *Євтушенко О. О., Пир'єв Ю. О.* Температура та знос поверхні тертя металокерамічної накладки і металевго диска під час гальмування // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2000. – **36**, № 2. – С. 55–59.
(*Evtushenko O. O. and Pyr'ev Yu. O.* Temperature and wear of the friction surfaces of a cermet patch and metal disk in the process of braking // *Materials Science.* – 2000. – **36**, № 2. – P. 218–223.)
15. *Yevtushenko A. A. and Grzes P.* The FEM-modeling of the frictional heating phenomenon in the pad/disc tribosystem (a review) // *Numerical Heat Trans., Part A.* – 2010. – **58**, № 3. – P. 207–226.
16. *Расчет, испытание и подбор фрикционных пар / А. В. Чичинадзе, Э. Д. Браун, А. Г. Гинзбург, З. В. Игнатьева.* – М.: Наука, 1979. – 267 с.
17. *Балакин В., Сергиенко В.* Тепловые расчеты тормозов и узлов трения. – Гомель: Ин-т механики металлополимерных систем им. В. А. Белого НАНБ, 1999. – 220 с.
18. *Yun-Bo Yi, Barber J. R., and Hartsock D. L.* Thermoelastic instabilities in automotive disc brakes – Finite element analysis and experimental verification / Eds. J. A. C. Martins and Manuel D. P. Monteiro Marques // *Contact Mechanics.* – Dordrecht: Kluwer, 2002. – P. 187–202.
19. *Adamowicz A. and Grzes P.* Analysis of disc brake temperature distribution during single braking under non-axisymmetric load // *Appl. Thermal Engn.* – 2011. – **31**, № 6–7. – P. 1003–1012.
20. *Yevtushenko A. A. and Grzes P.* Finite element analysis of heat partition in a pad/disc brake system // *Numerical Heat Trans., Part A.* – 2011. – **59**, № 7. – P. 521–542.
21. *Lewis R. W., Nithiarasu P., and Seetharamu K. N.* Fundamentals of the finite element method for heat and fluid flow. – New York: John Wiley & Sohns, 2004. – 335 p.
22. *Crank J. and Nicolson P.* A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type // *Proc. Camb. Phil. Soc.* – 1947. – **43**, № 1. – P. 50–67.
23. *MSC.* Software, Reference Manual MD Nastran, Version r2.1. – 2008.
24. *Yevtushenko A., Kuciej M., and Yevtushenko O.* The contact heat transfer during frictional heating in a three-element tribosystem // *Int. J. Heat Mass Trans.* – 2010. – **53**, № 13–14. – P. 2740–2749.
25. *Yevtushenko A. A., Kuciej M., and Yevtushenko O.* Three-element model of frictional heating during braking with contact thermal resistance and time-dependent pressure // *Int. J. Therm. Sci.* – 2011. – **50**, № 6. – P. 1116–1124.
26. *QUADPACK: A Subroutine Package for Automatic Integration / R. Piessens, E. De Doncker–Kapenga, W. Uberhuber, D. K. Kahaner.* – Berlin: Springer-Verlag, 1983. – 301 p.

Одержано 15.09.2011