Физика низких температур, 1999, т. 25, № 8/9, с. 889–893

# Электромагнитные волны в органических проводниках в условиях сильного магнетизма электронов проводимости

В. Г. Песчанский [1,2], Д. И. Степаненко [2]

[1] *Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47*

[2] *Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4*
E-mail: vpeschansky@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 22 марта 1999 г.

Теоретически исследованы волновые процессы в слоистых органических проводниках в сильном магнитном поле при низких температурах в условиях существенного проявления эффекта де Гааза — ван Альфена. Найден спектр и амплитуда слабозатухающих волн вблизи электронного фазового перехода с образованием диамагнитных доменов.

Теоретично досліджено хвильові процеси у шаруватих органічних провідниках у сильному магнітному полі при низьких температурах за умови суттєвого проявлення ефекту де Гааза — ван Альфена. Знайдено спектр та амплітуду слабкозгасаючих хвиль поблизу електронного фазового переходу, коли виникають діамагнітні домени.

PACS: 72.15 Gd, 72.15 Nj

В последние годы значительно расширился класс проводников, обладающих металлическим типом проводимости, за счет синтеза слоистых структур органического происхождения. Их электропроводность резко анизотропна — электропроводность вдоль слоев значительно превосходит электропроводность поперек слоев.

Энергия носителей заряда в слоистых проводниках

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n(p_x, p_y) \cos\left(\frac{anp_z}{\hbar}\right) \qquad (1)$$

слабо зависит от проекции импульса $p_z = \mathbf{pn}$ на нормаль к слоям $\mathbf{n}$, а функции $\varepsilon_n(p_x, p_y)$ существенно убывают с ростом $n$. Формула (1) соответствует приближению сильной связи, когда мало перекрытие волновых функций электронов, принадлежащих различным слоям и расстояние между ними $a$ значительно превышает межатомное расстояние внутри слоя.

Низкоразмерный электронный энергетический спектр таких проводников, часто называемых синтетическими металлами, способствует наиболее яркому проявлению в них в магнитном поле $\mathbf{H}$ квантовых осцилляционных эффектов Шубникова — де Гааза [1] и де Гааза — ван Альфена [2].

Обнаруженные в Лейдене осцилляционные зависимости от $1/H$ магнитосопротивления [1] и намагниченности висмута [2] сравнительно долго воспринимались как аномалия висмута среди других его необычных свойств, пока усилиями Веркина с сотр. в Харькове [3] и Шенберга с сотр. в Кембридже [4] не было установлено, что осцилляционная зависимость физических характеристик металлов при низких температурах от обратной величины магнитного поля является общим свойством металлов. Для наблюдения этих осцилляций необходимы достаточно сильные магнитные поля, при которых расстояние между уровнями Ландау $\Delta\varepsilon = \hbar\Omega$ превосходит их ширину $\hbar/\tau$ и температурное размытие фермиевской функции распределения носителей заряда $f_0(\varepsilon)$ [5–8]. Если в металлах за эти квантовые осцилляции ответственна лишь небольшая доля носителей заряда порядка $(\hbar\Omega/\varepsilon_F)^{1/2}$, у которых площадь сечения $S$ поверхности Ферми $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_F$ плоскостью $p_H = \mathbf{pH}/H$ близка к экстремальной $S_{ext}$, то в слоистых квазидвумерных проводниках в формирование осцилляционных эффектов вовлечены почти все электроны проводимости с энергией Ферми $\varepsilon_F$. В результате амплитуда осцилляций намагниченности $\mathbf{M}$ оказывается довольно большой, а компоненты магнитной восприимчивости $\chi_{ij} = \partial M_i/\partial B_j$ могут стать сравнимыми с единицей. В этом случае уже нельзя игнорировать различие между магнитной индукцией $\mathbf{B} = = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ и магнитным полем $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}(\mathbf{B})$. Если одна из диагональных компонент магнитной восприимчивости $\chi$ превысит $1/4\pi$, то однородное состояние становится неустойчивым [9–11], и взамен его возникает неоднородное состояние с чередующимися доменами с различными значениями магнитной индукции [9,10]. Если диссипативные эффекты малы, т.е. $\Omega\tau$ достаточно велико, то установление стационарной доменной структуры может сопровождаться слабозатухающими колебаниями электромагнитного поля [12,13]. Мы используем стандартные обозначения: $\mathbf{B}_0$ — однородная часть магнитной индукции; $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ — магнитное поле волны; $\Omega = eB_0/m^*c$ — частота обращения электрона в магнитном поле; $e$, $m^*$ и $\tau$ — его заряд, циклотронная эффективная масса и время свободного пробега; $c$ — скорость света в вакууме; $\hbar$ — постоянная Планка.

Экспериментальное обнаружение квантовых осцилляций Шубникова—де Гааза магнитосопротивления органических металлов $(BEDT\text{–}TTF)_2X$ с различными элементами либо комплексами X при температурах жидкого гелия в магнитных полях порядка 10 тесла (см. [14,15] и цитированную литературу в обзорной статье [16]) позволяет считать условие $\Omega\tau >> 1$ заведомо выполненным в исследуемых образцах и образование доменной структуры в слоистых проводниках органического происхождения вполне реальным.

**1**. Рассмотрим волновые процессы в слоистых проводниках в случае, когда $\chi < 1/4\pi$, а однородная часть магнитной индукции $\mathbf{B}_0$ направлена вдоль нормали к слоям, т.е. $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$, и достаточно велика, так что $\Omega\tau >> 1$. Не нарушая общности решения проблемы, ограничимся в выражении (1) для $\varepsilon(\mathbf{p})$ лишь первыми двумя слагаемыми, полагая $\varepsilon_1(p_x, p_y)$ постоянной величиной, равной $\eta v_0\hbar/a$, где $v_0$ — характерная фермиевская скорость носителей заряда вдоль слоев, а параметр квазидвумерности электронного энергетического спектра $\eta << 1$.

Вблизи электронного фазового перехода с образованием диамагнитных доменов при $\kappa^2 = |1 - 4\pi\chi| << 1$ в уравнениях Максвелла

$$c \operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi\mathbf{j} + \partial\mathbf{E}/\partial t; \quad c \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial\mathbf{B}/\partial t; \qquad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$$

линейный член $(1 - 4\pi\chi)B_z(\mathbf{r}, t)$ разложения функции $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ по магнитному полю волны $B_z(\mathbf{r}, t)$ оказывается такого же порядка, что и нелинейные слагаемые, и волновой процесс становится существенно нелинейным даже при малых амплитудах $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ и электрического поля волны $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ [12,13].

Если магнитная восприимчивость $\chi = \chi_{zz}$ не слишком близка к $1/4\pi$, т.е. $\kappa^2 B_z(\mathbf{r}, t)$ значительно превышает нелинейные слагаемые в разложении $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ при достаточно малых амплитудах волны, то можно ограничиться линейным приближением при решении уравнений Максвелла.

Связь плотности тока $\mathbf{j}$ с электрическим полем волны в случае сильной пространственной дисперсии является интегральной:

$$j_i(\mathbf{r}, t) = \int dt' d^3\mathbf{r}' \sigma_{ij}(t' - t, \mathbf{r}' - \mathbf{r}) E_j(t', \mathbf{r}') = \hat{\sigma}_{ij} E_j . \qquad (3)$$

Воспользовавшись представлением Фурье для электрического и магнитного поля волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int d^3k \mathbf{E}(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)], \qquad (4)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \int d^3k \mathbf{B}(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{kr} - \omega t)], \qquad (5)$$

получим следующее дисперсионное уравнение для определения спектра $\omega(\mathbf{k})$ собственных колебательных мод:

$$\operatorname{Det} \begin{vmatrix} \sigma_{xx} - \xi(k_y^2\kappa^2 + k_z^2) & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \xi k_z^2 & \sigma_{yz} + \xi k_y k_z \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} - \xi k_y k_z & \sigma_{zz} - \xi k_y^2 \end{vmatrix} = 0, \qquad (6)$$

где компоненты Фурье тензора электропроводности в квазиклассическом приближении ($\hbar\Omega << \varepsilon_F\eta$) имеют вид

$$\sigma_{ij}(\mathbf{k}) = \int \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} d\varepsilon\delta(\varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon_F) \int 2\pi m^* \Omega^{-1} dp_z \times$$

$$\times \int_0^{2\pi} d\varphi v_i(\varphi) \int_{-\infty}^{0} d\varphi' v_j(\varphi') \exp\{\gamma\varphi' + \mathbf{k}[\mathbf{r}(\varphi' + \varphi) - \mathbf{r}(\varphi)]\}. \quad (7)$$

Здесь $\gamma = 1/\Omega\tau - i\omega/\Omega$; $\mathbf{r}(\varphi) = \Omega^{-1} \int_0^{\varphi} \mathbf{v}(\varphi') d\varphi'$; $\xi = c^2/(4\pi i\omega)$; ось $x$ направлена ортогонально волновому вектору $\mathbf{k}$ и вектору $\mathbf{B}_0$, так что $\mathbf{k} = (0, k \sin\theta, k\cos\theta)$, а зависимость скорости электронов от безразмерной переменной $\varphi$ следует найти с помощью уравнения движения заряда

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \varphi} = (m^* \mathbf{v} \times \mathbf{e}_3); \quad \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1). \quad (8)$$

При $\theta = 0$ показатель экспоненты в формуле (7) линейно зависит от $\varphi'$. Выполнив интегрирование по $\varphi$ и $\varphi'$, получим выражение для $\sigma_{ij}(\mathbf{k})$:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{k}) = \int \frac{2e^2}{(2\pi\hbar)^3} d\varepsilon\delta(\varepsilon(\mathbf{p}) - \varepsilon_F) \times$$

$$\times \sum_n \frac{\hbar}{a} \int_0^{2\pi} 2\pi m^* d\alpha \frac{v_i^{-n}(\alpha) v_j^n(\alpha)}{\gamma_n \Omega + ikv_0\eta \sin\alpha}, \quad (9)$$

где $\gamma_n = \gamma + in$, $\alpha = ap_z/\hbar$, а

$$v_j^n(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_o^{2\pi} d\varphi\, v_j(\varphi, \alpha) \exp\{-in\varphi\}. \quad (10)$$

Несложные вычисления позволяют получить следующее выражение для $\sigma_{ij}$ ($\mathbf{k}$):

$$\sigma_{ij}(\mathbf{k}) = \omega_p^2 \sum_n C_{ij}^{(n)} [(kv_0\eta)^2 + (\gamma_n\Omega)^2]^{-1/2}, \quad (11)$$

где $\omega_p$ — частота плазменных колебаний системы электронов проводимости; $C_{ij}^{(n)}$ — численные множители порядка единицы. При $i = j$ все они вещественны и положительны, а в холловских недиссипативных компонентах, как правило, они мнимые и меняют знак при инверсии $i$ и $j$, так что в достаточно сильном магнитном поле при $\Omega >> kv_0\eta$ возникает геликоидальная волна, затухающая на расстояниях $l_{\text{hel}} = \delta_0(\Omega\tau)^{3/2}$, где $\delta_0 = c/[\omega_p(\omega\tau)^{1/2}]$.

При отклонении волнового вектора от нормали к слоям на угол $\theta \geq \operatorname{arctg}\eta$ спектр слабозатухающих волн существенно трансформируется. Геликоидальная волна возможна лишь при $\operatorname{tg}^2\theta \leq \leq \eta^2/\gamma_0 = \eta^2\Omega\tau$, когда диссипативная часть сопротивления $\rho_{zz}\sin^2\theta$ в плоскости, ортогональной вектору $\mathbf{k}$, значительно меньше холловских компонент.

При $\gamma_0 \geq \eta^2\kappa^2$ и $\eta^2 << \operatorname{tg}^2\theta << \eta^2/\gamma_0$ длина затухания волны в $\eta^2/\gamma_0 \operatorname{tg}^2\theta$ раз больше длины волны и равна

$$l_{\text{hel}} = \delta_0(\Omega\tau)^{3/2} \eta^2 \cos\theta \operatorname{ctg}^{1/2}\theta. \quad (12)$$

В предельно сильном магнитном поле, когда $\gamma_0 << \eta^2\kappa^2$, длина затухания геликоидальной волны имеет вид

$$l_{\text{hel}} = \delta_0(\Omega\tau)^{3/2}\eta^2(\kappa^2 + \operatorname{tg}^2\theta)^{3/4} \cos\theta \operatorname{ctg}^2\theta. \quad (13)$$

При $\operatorname{tg}^2\theta \geq \eta^2/\gamma_0$ мнимая часть $k$ больше либо сравнима с вещественной частью и волновой процесс отсутствует. Численные множители порядка единицы, зависящие от конкретного вида функции $\varepsilon_0(p_x, p_y)$, в формулах (12) и (13) опущены.

**2**. Исследование нестационарных процессов в условиях существования доменной структуры, когда $\chi > 1/4\pi$, значительно усложняется. Мы ограничимся случаем слабой временной и пространственной дисперсии электромагнитных волн:

$$\omega\tau << 1,\ kr_0 << 1,\ \eta k_z v_0 \tau << 1, \quad (14)$$

где $r_0$ — радиус кривизны электронной орбиты в поле $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$. Это позволяет привести интегральное выражение (3) для тока проводимости и тока намагниченности $\mathbf{j}' = c \operatorname{rot} \mathbf{M}$, индуцированного внешним магнитным полем, к локальному виду, т.е. представить в виде разложения по степеням $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ и их производных. Исключив из уравнений Максвелла (2) электрическое поле $\mathbf{E}$, получим для нестационарного поля $\mathbf{B}(y, z, t)$ следующее уравнение:

$$4\pi \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c^2 \operatorname{rot} [\hat{\rho} \operatorname{rot} (\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M})], \quad (15)$$

где $[\hat{\rho} \operatorname{rot} (\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M})]_i = \rho_{ij} [\operatorname{rot} (\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M})]_j$, компоненты статического тензора сопротивления $\rho_{ij} = (\hat{\sigma}^{-1})_{ij}$ помимо квазиклассического выражения содержат также и квантовые поправки, малые по параметру $(\hbar\,\Omega/\eta\varepsilon_F)^{1/2}$. Учет этих поправок не приводит к качественному изменению спектра слабозатухающих волн, и достаточно ограничиться классическим выражением (9) для $\sigma_{ij}$ при $k = 0$.

Плотность индуцированного тока $\mathbf{j}'$ определяется в основном компонентой намагниченности $M_z$

$$j'_x = c\,\partial M_z/\partial y = c\,\chi(B_0)\,\partial B_z \partial y +$$

$$+ \alpha\, c\, r_0^2 \partial^3 B_z/\partial y^3 - c\zeta \partial B_z^3/\partial y, \qquad (16)$$

где $\zeta = (\beta/B_0^2)(\varepsilon_F/\hbar\Omega)^2$; $\alpha$ и $\beta$ — численные коэффициенты порядка единицы.

В случае изотропного закона дисперсии носителей заряда в плоскости слоев, когда $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \rho_{zz}\eta^2 = \rho_0 = 4\pi/\omega_p^2\tau$, после простых преобразований получим следующее уравнение для $B_z(y, z, t)$:

$$\left(\frac{\omega_p^2}{c^2\Omega}\right)^2 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}\right) =$$

$$= \frac{\omega_p^2}{c^2\Omega^2\tau}\,\Delta_1 \frac{\partial B_z}{\partial t} + \left(\frac{\omega_p^2}{c^2\Omega^2\tau}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{(\Omega\tau)^2}\,\Delta_1\right) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}\right), \qquad (17)$$

где оператор $\Delta_1$ имеет вид

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\eta^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\,. \qquad (18)$$

Стационарное решение уравнения (17)

$$B_1(y) = b_0 \mu (1 + \mu^2)^{-1/2}\, \mathrm{sn}\left(\frac{y}{\delta(1 + \mu^2)^{1/2}}, \mu\right) \qquad (19)$$

описывает периодическую доменную структуру с периодом $D = 4\delta(1 + \mu^2)^{1/2} K(\mu)$ и толщиной доменной стенки $\delta = (4\pi\alpha)^{1/2} r_0/\kappa$.

Здесь $b_0 = (\kappa^2/2\pi\zeta)^{1/2} \simeq \kappa B_0 (\hbar\Omega/\varepsilon_F)$; модуль $\mu$ эллиптической функции sn однозначно определяется постоянной интегрирования; $K(\mu) = \int_0^{\pi/2} d\varphi (1 - \mu^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2}$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода.

Будем искать зависящее от времени решение уравнения (17) в виде

$$B_z(y, z, t) = B_1(y) + b(y) \exp(-i\omega t + i k_z z). \qquad (20)$$

Линеаризуя уравнение (17) по $b(y)$ и пренебрегая малыми слагаемыми, пропорциональными $\gamma_0^2$, получим следующее линейное уравнение для $b(y)$:

$$\left[k_z^2 - i\gamma_0\omega\left(\frac{\omega_p^2}{c^2\Omega}\right)\right]\left[\kappa^2 \frac{\partial^2 b(y)}{\partial y^2} - 12\pi\zeta \frac{\partial^2}{\partial y^2}(b(y) B_1^2(y)) +\right.$$

$$\left. + 4\pi\,\alpha\, r_0^2 \frac{\partial^4 b(y)}{\partial y^4}\right] + i\,\frac{\gamma_0\omega}{\eta^2}\left(\frac{\omega_p^2}{c^2\Omega}\right)\frac{\partial^2 b(y)}{\partial y^2} = \lambda b(y), \qquad (21)$$

где $\lambda = \left[\left(\frac{\omega_p^2}{c^2\Omega}\right)^2 \omega^2 - k_z^4 + 2i\,\gamma_0 \omega k_z^2 \left(\frac{\omega_p^2}{c^2\Omega}\right)\right]$.

Допустимые значения параметра $\lambda$, при которых функция $b(y)$ не содержит секулярных слагаемых, определяют возможный спектр волн. Случай $\lambda = 0$ соответствует волне, распространяющейся вдоль нормали к слоям, ее частота с точностью до членов, пропорциональных $\gamma_0^2$, равна

$$\omega = \frac{k^2 c^2 \Omega}{\omega_p^2}(1 - i\gamma_0). \qquad (22)$$

Уравнение (21) при $\lambda = 0$ преобразуется в уравнение Ламэ, которое интегрируется в известных трансцендентных функциях. В предельном случае $\gamma << \kappa^2\eta^2$ амплитуда $b(y)$ выражается в эллиптических функциях Якоби

$$b(y_1) = A\, \mathrm{cn}(y_1, \mu)\, \mathrm{dn}\,(y_1, \mu), \qquad (23)$$

где A — постоянная величина, а $y_1 = y/[\delta(1 + \mu^2)^{1/2}]$.

Зная $B_z(y, z, t)$, легко найти остальные компоненты электромагнитного поля. В нулевом приближении по $\gamma_0$, т.е. без учета диссипации, получим

$$B_x(y, z, t) = -k_z \delta (1 + \mu^2)^{1/2} \times$$

$$\times A\, \mathrm{sn}(y_1, \mu) \exp(-i\omega t + i k_z z);$$

$$B_y(y, z, t) = -i k_z \delta (1 + \mu^2)^{1/2} \times$$

$$\times A\, \mathrm{sn}(y_1, \mu) \exp(-i\omega t + i k_z z);$$

$$\mathbf{E} = -\frac{c\,\Omega}{\omega_p^2}[\mathbf{e}_3 \times \mathrm{rot}\, \mathbf{H}(\mathbf{B})]. \qquad (24)$$

В случае, когда размеры доменов велики по сравнению с $\delta$, функция $b(y)$ существенно отлична от нуля лишь вблизи переходного слоя, т.е. в окрестности точек $y_1 = 2nK(\mu)$, где $n$ — целое.

Таким образом, в условиях существования периодической доменной структуры амплитуда геликоидальной волны зависит от размеров доменов и величины переходного слоя $\delta$.


1. L. V. Schubnikov and W. J. de Haas, *Leiden Commun.* **19**, 207f (1930).
2. W. J. de Haas and P. M. Alphen, *Leiden Commun.* **19**, 208d (1930).
3. Б. И. Веркин, *Магнитные свойства металлов при низких температурах и проблема энергетического спектра в металлах* — Дисс. д–ра физ.-мат. наук, Харьковский госуниверситет, (1956).
4. D. Shoenberg, *Magnetic Oscillations in Metals*, Chambridge Univ. Press (1984).
5. Л. Д. Ландау, *Proc. Roy. Soc.* **170**, 341 (1939).
6. А. И. Ахиезер, *ЖЭТФ* **9**, 197 (1939).
7. L. Onsager, *Philos. Mag.* **43**, 1006 (1952).
8. И. М. Лифшиц, А. М. Косевич, *ЖЭТФ* **29**,730 (1955).
9. J. H. Condon, *Phys. Rev.* **145**, 526 (1966).
10. И. А. Привороцкий, *ЖЭТФ* **52**, 1755 (1967).
11. И. А. Привороцкий, М. Я. Азбель, *ЖЭТФ* **56**, 388 (1969).
12. В. Г. Песчанский, Д. И. Степаненко, *ЖЭТФ* **112**, 1841 (1997).
13. В. Г. Песчанский, Д. И. Степаненко, *ФНТ* **25**, 277 (1999).
14. М. В. Карцовник, В. Н. Лаухин, В. Н. Нижанковский, А. А. Игнатьев, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 302 (1988).
15. М. В. Карцовник, П. А. Кононович, В. Н. Лаухин, И. Ф. Щеголев, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 498 (1988).
16. O. V. Kirichenko, Ju. A. Kolesnichenko, and V. G. Peschansky, *Electron Phenomena in Layered Conductors*, Physics Reviews (Harwood Acad. Publ., UK), **18**, (1998), p. 1.


## Electromagnetic waves in organic conductors under strong magnetism of conduction electrons


### V. G. Peschansky and D. I. Stepanenko



Wave processes in layered organic conductors are investigated theoretically in high magnetic fields at low temperatures under conditions where the de Haas—Van Alphen effect is pronounced. We determined a spectrum and an amplitude of weakly damping waves near the electron phase transition followed by the formation of diamagnetic domains.