



УДК 519.872

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
МНОГОСКОРОСТНЫХ СИСТЕМ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТИПА
ГИМПЕЛЬСОНА**

А.З. МЕЛИКОВ, М.И. ФАТТАХОВА, Т.С. КАЗИЕВ

Предложены новые методы анализа характеристик многоскоростных систем типа Гимпельсона, в которых обслуживаются заявки двух типов – узкополосные (n -заявки) и широкополосные (w -заявки). Обслуживание n -заявки осуществляется одним каналом, а для w -заявки требуется одновременно m каналов, $m > 1$. Заявки обслуживаются в режиме без ожидания. Разработаны достаточно простые алгоритмы для расчета и оптимизации вероятностей потери разнотипных заявок при различных стратегиях доступа в каналы. Приводятся результаты численных экспериментов.

ВВЕДЕНИЕ

В широкополосных цифровых сетях интегрального обслуживания (Broadband Integrated Service Digital Networks, B-ISDN) обрабатываются сообщения с различными требованиями к качеству обслуживания (Quality of Service, QoS). Так, например, речевой трафик имеет скорость передачи порядка нескольких Кбит и не может буферизоваться (т.е. пакеты речевой информации не могут ждать в буфере), в то время как высокоскоростные данные передаются со скоростью в десятки Мбит, и пакеты этих данных буферизуются.

Для удовлетворения существенно различных требований к показателям QoS в реальных B-ISDN используются разные механизмы обслуживания. Один из них — изменение числа каналов (полос) из общей группы (суперканала) для разнотипных сообщений.

Исследования моделей систем, в которых разнотипные заявки требуют случайного числа каналов одновременно, актуальны благодаря широкому использованию сетей с указанным механизмом обслуживания. Они называются мультиресурсными (Multi-Resource Queue) или многоскоростными (Multi-Rate Queue, MRQ). Такие модели интенсивно исследуются в последние три десятилетия. Обзор работ в этом направлении по состоянию на 1995 г. можно найти в [1,2]. Анализ литературы после указанного срока полностью подтвердил высказанное в работе [2] предположение о том, что исследования моделей MRQ окажутся центральными в прикладной теории

систем обслуживания. Для краткости изложения укажем лишь монографии [3–5], почти полностью посвященные исследованию моделей данного типа и опубликованные после отмеченных обзорных работ.

В настоящей работе исследуются модели MRQ с чистыми потерями, в которых заявки обслуживаются в режиме без ожидания: если в момент поступления заявки любого типа отсутствует необходимое количество свободных каналов, то она теряется. Очень вероятно, что первой опубликованной серьезной работой в этом направлении, была статья Гимпельсона [6]. Потому MRQ данного типа будем называть моделями Гимпельсона.

В работе [6] изучается модель MRQ, в которой на N каналах обслуживаются заявки двух типов – узкополосные (narrow-band, n -заявки) и широкополосные (wide-band, w -заявки). При этом n -заявка обслуживается лишь одним каналом, а для обслуживания одной w -заявки требуется одновременно m каналов, $1 < m \leq N$. В этой работе для расчета стационарного распределения модели используется итерационная процедура Гаусса-Зейделя, после чего показатели QoS (т.е. вероятности потери разнотипных заявок) вычисляются известным способом. Такой метод расчета показателей QoS системы достаточно трудоемкий при больших значениях N , что характерно для современных В-ISDN.

В настоящей работе исследуются модели Гимпельсона с чистыми потерями при двух широко распространенных стратегиях доступа к каналам, отличных от полностью доступной стратегии (Complete Sharing, CS) [7]. При использовании CS-стратегии доступа поступившая заявка любого типа принимается системой, если в данный момент для ее обслуживания имеется достаточное количество свободных каналов, и поэтому следует ожидать, что w -заявки будут теряться чаще, чем n -заявки. С целью защиты w -заявок рекомендуется использовать стратегию, ограничивающую доступ n -заявок в каналы (Restricted Access, RA) [8]. Другая превентивная мера защиты w -заявок от частых потерь — использование стратегии резервирования каналов (Trunk Reservation, TR) [9].

Эффективный алгоритм расчета вероятностей потерь при CS-стратегии доступа дан в работе [7]. Этот алгоритм улучшен (в смысле степени сложности) в [10]. В [8] разработан алгоритм расчета для RA-стратегии доступа, основанный на быстрых преобразованиях Фурье. В [9] аналогичный алгоритм (но приближенный) разработан для TR-стратегии доступа. Он также с использованием подхода, предложенного в [10], улучшен и применен для оптимизации исследуемых моделей в работе [11].

В настоящей работе предложен единый подход к исследованию многоскоростных моделей Гимпельсона с чистыми потерями при RA- и TR- стратегиях доступа в каналы.

Важно отметить, что предлагаемый подход отличается от известных [8, 9] и основан на принципах теории фазового укрупнения стохастических систем [12]. Как будет видно ниже, он оказывается эффективным в силу своей простоты, так как его применение не требует сложных математических преобразований.

Отметим, что модели, в которых каналы, обслуживающие w -заявки, могут работать лишь в определенных сочетаниях (т.е. эти каналы должны быть соседними), были исследованы в [13,14]. Модели последнего типа с помощью имитационного моделирования были изучены еще в работе [6].

1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА МОДЕЛИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СТРАТЕГИЯХ ДОСТУПА

В данной работе исследуются марковские модели MRQ, т.е. входящие трафики считаются пуассоновскими и времена обслуживания заявок являются показательно распределенными случайными величинами.

Введем следующие обозначения: λ_n (λ_w) — интенсивность потока n -заявок (w — заявок); μ_n (μ_w) — интенсивность обслуживания n -заявок (w -заявок).

1.1. Расчет модели при RA-стратегии доступа в каналы

При данной стратегии w -заявки принимаются всегда, если в момент их поступления число свободных каналов не меньше, чем m , а n -заявки принимаются лишь тогда, когда имеется хотя бы один свободный канал, и при этом число заявок данного типа не превосходит некоторое пороговое значение L , $0 < L \leq N$, где N — общее число каналов.

Величина L называется параметром RA-стратегии доступа.

Замечание 1. Из данной стратегии при $L = N$ получается CS-стратегия доступа.

В силу сделанных допущений функционирование данной MRQ описывается цепью Маркова (ЦМ) с состояниями вида $\mathbf{k} = (k_n, k_w)$, где k_n (k_w) означает число n -заявок (w — заявок) в системе. Тогда фазовое пространство состояний (ФПС) системы

$$S_{RA} := \left\{ \mathbf{k} : k_n = \overline{0, L}, k_w = 0, \left[\frac{N}{m} \right], k_n + mk_w \leq N \right\}, \quad (1)$$

где $[x]$ — целая часть x .

Элементы производящей матрицы (ПМ) данной цепи Маркова с ФПС (1)

$$q_{RA}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_n, & \text{если } k_n < L, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_n, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_n \mu_n, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ k_w \mu_w, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

При использовании данной стратегии доступа, как и при CS-стратегии, стационарное распределение модели $p(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} \in S_{RA}$ имеет мультипликативный вид. Однако аналогичные вычислительные трудности при нахождении стационарного распределения существуют и при данной стратегии. Поэтому ниже предлагается другой путь решения проблемы, в котором используются принципы теории фазового укрупнения состояний стохастических систем.

Вероятности потери n -заявок ($PB_n^{RA}(N, L)$) и w -заявок ($PB_w^{RA}(N, L)$) при данной стратегии доступа

$$PB_n^{RA}(N, L) := \sum_{\mathbf{k} \in S_{RA}} p(\mathbf{k}) (I(f(\mathbf{k}) = 0) + I(f_n = L)), \quad (3)$$

$$PB_w^{RA}(N, L) := \sum_{\mathbf{k} \in S_{RA}} p(\mathbf{k}) I(f(\mathbf{k}) < m), \quad (4)$$

где $I(A)$ — индикаторная функция события A ; $f(\mathbf{k})$ — число свободных каналов в состоянии $\mathbf{k} \in S_{RA}$, т.е. $f(\mathbf{k}) := N - k_n - m k_w$.

Рассмотрим следующее расщепление ФПС (1):

$$S_{RA} = \bigcup_{i=0}^L S_{RA}^i, \quad S_{RA}^i \cap S_{RA}^j = \emptyset, \quad i \neq j, \quad (5)$$

где $S_{RA}^i := \{\mathbf{k} \in S_{RA} : k_n = i\}$.

Класс состояний S_{RA}^i описывается одним укрупненным состоянием $\langle i \rangle$, и строится функция укрупнения

$$U_{RA}(\mathbf{k}) = \langle i \rangle, \quad \text{если } \mathbf{k} \in S_{RA}^i. \quad (6)$$

Тогда согласно алгоритмам фазового укрупнения (АФУ) стационарное распределение исходной модели $p(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} \in S_{RA}$ приближенно определяется так:

$$p(\mathbf{k}) \cong \rho^{k_n}(\mathbf{k}) \pi(\langle k_n \rangle), \quad \mathbf{k} \in S_{RA}, \quad k_n = \overline{0, L}, \quad (7)$$

где $\rho^i(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} \in S_{RA}^i$ и $\pi(\langle i \rangle)$, $i = \overline{0, L}$ — стационарные распределения соответственно внутри класса S_{RA}^i и укрупненной модели.

Стационарное распределение внутри класса S_{RA}^i определяется как хорошо известное распределение состояний классической системы обслуживания $M/M/\left[\frac{N-i}{m}\right]/0$ с нагрузкой ν_w эрл, $\nu_w := \lambda_w / \mu_w$, т.е. с помощью известных формул Эрланга

$$\rho^i(i, j) = \frac{\nu_w^j}{j!} \rho^i(i, 0), \quad i = \overline{0, L}, \quad j = 1, \left[\frac{N-i}{m}\right], \quad (8)$$

где

$$\rho^i(i, 0) = \left(\sum_{j=0}^{\left[\frac{N-i}{m}\right]} \frac{\nu_w^j}{j!} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Укрупненная модель представляет собой процесс размножения и гибели. С использованием (2), (8) и (9) элементы ПМ этой модели $q_{RA}(\langle x \rangle, \langle x' \rangle)$, $x, x' = \overline{0, L}$,

$$q_{RA}(\langle x \rangle, \langle x' \rangle) = \begin{cases} \lambda_n \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{N-x}{m} \rfloor} \rho^x(x, i), & \text{если } x' = x + 1, (N - x) \bmod m \neq 0, \\ \lambda_n \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{N-x}{m} \rfloor - 1} \rho^x(x, i), & \text{если } x' = x + 1, (N - x) \bmod m = 0, \\ x\mu_n, & \text{если } x' = x - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (10)$$

где $X \bmod Y$ — остаток от деления X на Y .

Следовательно, стационарное распределение укрупненной модели при данной стратегии доступа

$$\pi(\langle j \rangle) = \frac{v_n^j}{j!} \prod_{k=0}^{j-1} F(k) \pi(\langle 0 \rangle), \quad j = \overline{1, L}, \quad (11)$$

где $v_n := \lambda_n / \mu_n$;

$$\pi(\langle 0 \rangle) = \left(1 + \sum_{k=1}^L \frac{v_n^k}{k!} \prod_{i=0}^{k-1} F(i) \right)^{-1}; \quad (12)$$

$$F(j) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{N-j}{m} \rfloor} \rho^j(j, i), & \text{если } (N - j) \bmod m \neq 0, \\ \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{N-j}{m} \rfloor - 1} \rho^j(j, i), & \text{если } (N - j) \bmod m = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Таким образом, на основе (8) – (13) можно предложить следующий алгоритм для расчета величин (3) и (4).

Шаг 1. Для $i = \overline{0, L}$ и $j = 1, \overline{\left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor}$ вычисляются величины $\rho^i(i, j)$ из (8), (9).

Шаг 2. Для $j = \overline{0, L}$ вычисляются величины $\pi(\langle j \rangle)$ из (11)–(13).

Шаг 3. Величины (3) и (4) вычисляются так:

$$PB_n^{RA}(N, L) = \pi(\langle L \rangle) + \sum_{i=0}^L E_B \left(v_2, \frac{N-i}{m} \right) \pi(\langle i \rangle) I((N-i) \bmod m = 0),$$

$$PB_w^{RA}(N, L) = \sum_{i=0}^L E_B \left(v_2, \left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor \right) \pi(\langle i \rangle),$$

где $E_B(v, s)$ — B -формула Эрланга, т.е.

$$E_B(v, s) = \frac{v^s / s!}{\sum_{i=0}^s \frac{v^i}{i!}}.$$

Замечание 2. Данный алгоритм при $L = N$ может быть использован для приближенного расчета показателей QoS стратегии CS.

Замечание 3. Здесь и в дальнейшем часто используется B -формула Эрланга. Для облегчения вычислений по этой формуле могут быть использованы эффективные рекуррентные алгоритмы [15].

1.2. Расчет модели при TR-стратегии доступа в каналы

Согласно данной стратегии w -заявки принимаются, если в момент их поступления число свободных каналов не меньше m , а n -заявки принимаются лишь тогда, когда число свободных каналов больше Rm , где $0 \leq R < \bar{R}$,

$$\bar{R} = \begin{cases} \left\lceil \frac{N}{m} \right\rceil - 1, & \text{если } N \bmod m = 0, \\ \left\lceil \frac{N}{m} \right\rceil & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Величина R называется параметром TR-стратегии доступа.

Замечание 4. Из данной стратегии при $R=0$ получается CS-стратегия доступа.

Состояние системы в произвольный момент времени при данной стратегии, как и при использовании RA-стратегий доступа, описывается двумерным вектором $\mathbf{k} = (k_n, k_w)$. Однако ФПС модели при TR-стратегии отличается от (1) и задается следующим образом:

$$S_{TR} := \left\{ \mathbf{k} : k_n = \overline{0, N - Rm}, k_w = 0, \left\lceil \frac{N}{m} \right\rceil, k_n + mk_w \leq N \right\}. \quad (14)$$

Элементы производящей матрицы соответствующей ЦМ с ФПС (14) можно записать так:

$$q_{TR}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_n, & \text{если } f(\mathbf{k}) > Rm, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_w, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_n \mu_n, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ k_w \mu_w, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (15)$$

При использовании TR-стратегии доступа в отличие от CS- и RA-стратегий не существует мультипликативного решения для стационарного распределения $p(\mathbf{k})$, $\mathbf{k} \in S_{TR}$, что значительно осложняет задачу расчета вероятностей потери разнотипных заявок при TR-стратегии доступа в каналы. При использовании TR-стратегии доступа в каналы вероятности потери n -заявок ($PB_n^{TR}(N, R)$) и w -заявок ($PB_w^{TR}(N, R)$) определяются как

$$PB_n^{TR}(N, R) := \sum_{\mathbf{k} \in S_{TR}} p(\mathbf{k}) I(f(\mathbf{k}) \leq Rm), \quad (16)$$

$$PB_w^{TR}(N, R) := \sum_{\mathbf{k} \in S_{TR}} p(\mathbf{k}) I(f(\mathbf{k}) < m). \quad (17)$$

В ФПС (14) рассмотрим следующее разбиение:

$$S_{TR} = \bigcup_{i=0}^{N-Rm} S_{TR}^i, \quad S_{TR}^i \cap S_{TR}^j = \emptyset, \quad i \neq j, \quad (18)$$

где $S_{TR}^i := \{\mathbf{k} \in S_{TR} : k_n = i\}$, т.е. S_{TR}^i содержит те состояния $\mathbf{k} \in S_{TR}$, в которых число n -заявок равно i , $i = 0, N - Rm$.

Класс состояний S_{TR}^i описывается одним укрупненным состоянием $\langle i \rangle$, $i = 0, N - Rm$. На основе разбиения (18) функция укрупнения

$$U_{TR}(\mathbf{k}) = \langle i \rangle, \quad \text{если } \mathbf{k} \in S_{TR}^i. \quad (19)$$

Стационарное распределение внутри классов S_{TR}^i определяется точно так же, как и в (8), (9), но при этом следует учитывать, что $i = 0, N - Rm$.

Замечание 5. Здесь и в дальнейшем для простоты изложения стационарные распределения внутри классов и укрупненных состояний при различных стратегиях доступа обозначаются одинаково. Однако очевидно, что они оценивают вероятности различных состояний в различных моделях.

С использованием (8), (9) и (15) заключаем, что элементы ПМ укрупненной модели $q_{TR}(\langle x \rangle, \langle x' \rangle)$, $x, x' = 0, N - Rm$,

$$q_{TR}(\langle x \rangle, \langle x' \rangle) = \begin{cases} \lambda_n \sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{N-x}{m} - R \right\rfloor} \rho^x(x, i), & \text{если } x' = x+1, (N-x) \bmod m = 0, \\ \lambda_n \sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{N-x}{m} - R \right\rfloor - 1} \rho^x(x, i), & \text{если } x' = x+1, (N-x) \bmod m \neq 0, \\ x\mu_n, & \text{если } x' = x-1, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (20)$$

Тогда с помощью (8), (9) и (20) находится стационарное распределение укрупненной модели

$$\pi(\langle j \rangle) = \frac{v_n^j}{j!} \prod_{i=0}^{j-1} G(i) \pi(\langle 0 \rangle), \quad j = 1, N - Rm, \quad (21)$$

где

$$\pi(\langle 0 \rangle) = \left(1 + \sum_{j=1}^{N-Rm} \frac{v_n^j}{j!} \prod_{i=0}^{j-1} G(i) \right)^{-1}, \quad (22)$$

$$G(i) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{\left\lfloor \frac{N-i-R}{m} \right\rfloor} \rho^i(i, j), & \text{если } (N-i) \bmod m \neq 0, \\ \sum_{j=0}^{\left\lfloor \frac{N-i-R}{m} \right\rfloor - 1} \rho^i(i, j), & \text{если } (N-i) \bmod m = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Следовательно, с помощью (20) – (23) можно предложить следующий алгоритм для расчета величин (16) и (17).

Шаг 1. Для $i = \overline{0, N-Rm}$ и $j = 1, \left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor$ вычисляются величины $\rho^i(i, j)$ из (8), (9).

Шаг 2. Для $j = \overline{0, N-Rm}$ вычисляются величины $\pi(< j >)$ из (21)–(23).

Шаг 3. Для $k_n = \overline{0, N-Rm}$ и $k_w = \left\lfloor \frac{N-k_n-R}{m} \right\rfloor + 1, \left\lfloor \frac{N-k_n}{m} \right\rfloor$ вычисляются величины $p(k_n, k_w)$ из (7).

Шаг 4. Величины (16) и (17) вычисляются так:

$$PB_n^{TR}(N, R) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{N-Rm} \sum_{j=\left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor}^{\left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor} p(i, j), & \text{если } (N-i) \bmod m = 0, \\ \sum_{i=0}^{N-Rm} \sum_{j=\left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor + 1}^{\left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor} p(i, j), & \text{если } (N-i) \bmod m \neq 0, \end{cases}$$

$$PB_w^{TR}(N, R) = \sum_{i=0}^{N-Rm} E_B \left(v_m, \left\lfloor \frac{N-i}{m} \right\rfloor \right) \pi(< i >).$$

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ МОДЕЛИ

Здесь приводятся результаты численных экспериментов, выполненных с помощью разработанных в п. 1 алгоритмов расчета модели при различных стратегиях доступа в каналы. Все вычислительные программы разработаны на языке Object Pascal в интегрированной среде Delphi 6. Цель выполнения этих экспериментов — определение поведения вероятностей потерь n - и w -заявок при изменении нагрузочных параметров трафика, а также изучение их поведения при различных значениях параметров рассматриваемых стратегий доступа в каналы.

Часть результатов численных экспериментов показана на рис. 1–4. Анализ результатов численных экспериментов при различных стратегиях доступа позволяет сделать следующие выводы:

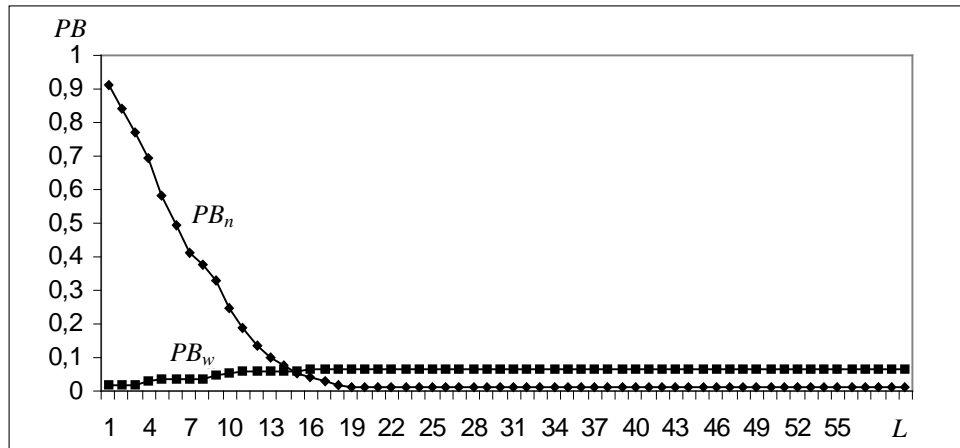


Рис. 1. Зависимость вероятности потерь разнотипных заявок от L при RA-стратегии доступа ($N = 60$; $m = 60$; $v_n = 10$; $v_w = 5$)

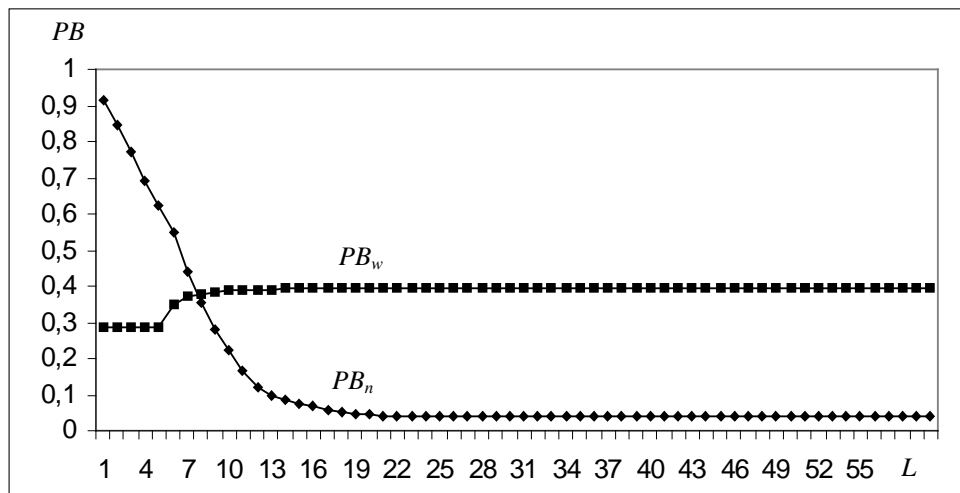


Рис. 2. Зависимость вероятности потерь разнотипных заявок от L при RA-стратегии доступа ($N = 60$; $m = 12$; $v_n = 10$; $v_w = 5$)

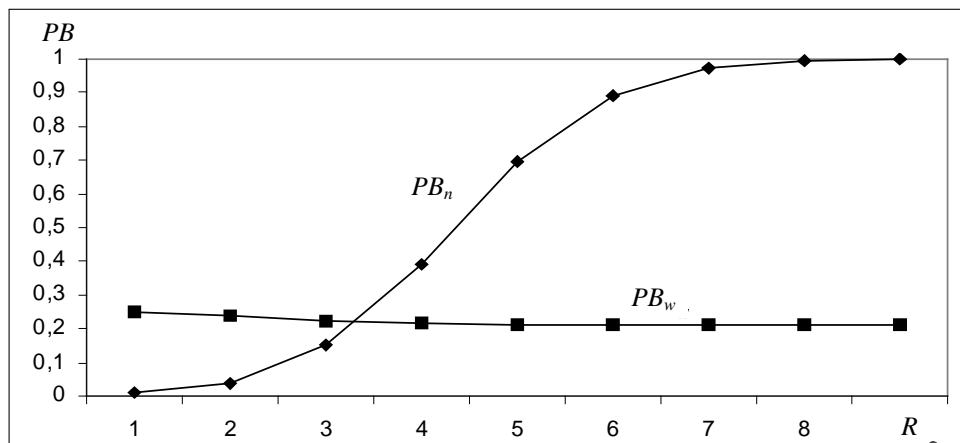


Рис. 3. Зависимость вероятности потерь разнотипных заявок от R при TR-стратегии доступа ($N = 60$; $m = 6$; $v_n = 5$; $v_w = 10$)

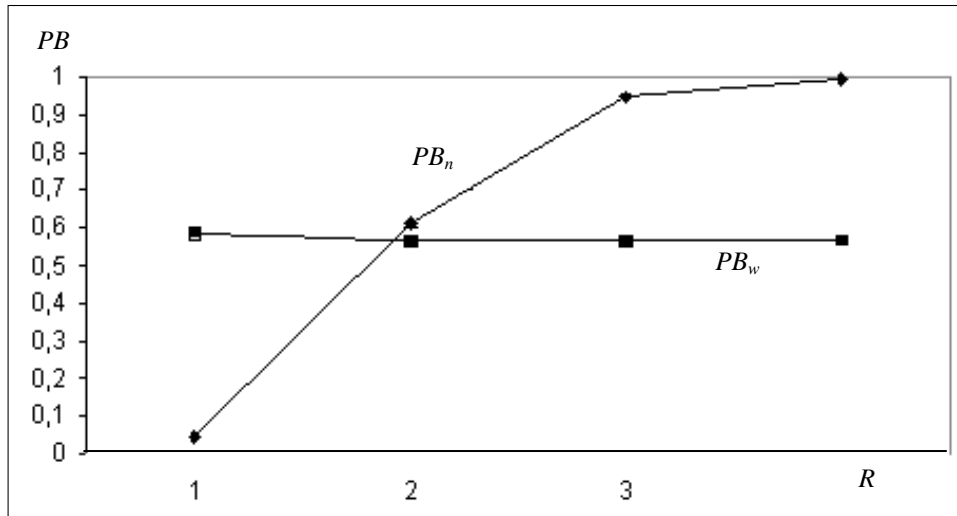


Рис. 4. Зависимость вероятности потерь разнотипных заявок от R при TR-стратегии доступа ($N = 60$; $m = 12$; $\nu_n = 5$; $\nu_w = 10$)

1) при фиксированных N, m, ν_n, ν_w функция $PB_n^{RA}(N, L)$ — монотонно убывающая, функция $PB_w^{RA}(N, L)$ — наоборот, монотонно возрастающая относительно аргумента L (рис. 1,2);

2) при фиксированных N, m, ν_n, ν_w функция $PB_n^{TR}(N, R)$ — монотонно возрастающая, а функция $PB_w^{TR}(N, R)$ — наоборот, монотонно убывающая относительно аргумента R (рис. 3, 4).

3. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ МОДЕЛИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СТРАТЕГИЯХ ДОСТУПА

Проведенный выше анализ показывает, что при использовании каждой из рассматриваемых стратегий доступа в каналы имеются определенные управляемые параметры и путем выбора их соответствующих значений можно улучшить те или иные желаемые показатели QoS-системы. Зачастую в реальных системах оказывается достаточно трудным управление входящим трафиком (т.е. в зависимости от текущей ситуации динамически управлять интенсивностями входящих трафиков, хотя в некоторых работах исследуются и такие системы). Поэтому реальными являются проблемы улучшения показателей QoS-системы путем выбора соответствующих значений скоростей обслуживания заявок (особенно изменением значения параметра m), числа каналов обслуживания, а также параметров используемых стратегий доступа в общие каналы.

Здесь рассматриваются некоторые задачи подобного типа при RA- и TR-стратегиях доступа. Для краткости изложения в рамках каждой стратегии доступа рассматривается только одна задача оптимизации.

3.1. Оптимизация модели при RA-стратегии доступа

Оптимизация модели при данной стратегии доступа осуществляется путем выбора ее параметра L при условии, что общее число каналов (т.е. N) является фиксированным.

Для примера рассмотрим следующую задачу.

Пусть заданы ограничения на вероятности потери разнотипных заявок

$$PB_n^{RA}(N, L) \leq \varepsilon_n, \quad (24)$$

$$PB_w^{RA}(N, L) \leq \varepsilon_w, \quad (25)$$

где ε_n и ε_w — заданные величины.

Задача оптимизации ставится следующим образом.

При фиксированном N требуется найти такой интервал максимальной длины $[L_1^*, L_2^*] \subset [1, N]$, чтобы для всех $L \in [L_1^*, L_2^*]$ удовлетворялись условия (24) и (25).

При разработке алгоритма решения данной задачи используются свойства монотонности функций $PB_w^{RA}(N, L)$ и $PB_n^{RA}(N, L)$ относительно аргумента L при фиксированном N , а также соотношения

$$PB_n^{RA}(N, N) \leq PB_n^{RA}(N, L) \leq PB_n^{RA}(N, 1), \quad (26)$$

$$PB_w^{RA}(N, 1) \leq PB_w^{RA}(N, L) \leq PB_w^{RA}(N, N). \quad (27)$$

Тогда, с учетом (26) и (27) можно предложить такой алгоритм решения рассматриваемой задачи.

Если $PB_n^{RA}(N, N) > \varepsilon_n$ и/или $PB_w^{RA}(N, 1) > \varepsilon_w$, то задача не имеет решения. В противном случае параллельно решаются задачи

$$L_n^* := \arg \min_L \{PB_n^{RA}(N, L) \leq \varepsilon_n\}, \quad (28)$$

$$L_w^* := \arg \max_L \{PB_w^{RA}(N, L) \leq \varepsilon_w\}. \quad (29)$$

Задачи (28) и (29) могут быть решены с применением метода дихотомии. Если $L_n^* > L_w^*$, то исходная задача опять не имеет решения. В противном случае решением рассматриваемой задачи является $L_1^* := L_n^*$, $L_2^* := L_w^*$.

3.2. Оптимизация модели при TR-стратегии доступа

Рассмотрим выравнивание значений вероятностей потерь разнотипных заявок путем выбора соответствующих значений параметра TR-стратегии доступа R . В этом случае также используются свойства монотонности функций $PB_w^{TR}(N, R)$ и $PB_n^{TR}(N, R)$ относительно аргумента R при фиксированном N .

Из формул (16) и (17) видно, что при таком определении TR-стратегии доступа, когда число резервируемых каналов для w -заявок является кратным m , абсолютное справедливое обслуживание (в смысле равенства значений вероятностей потерь различных потоков) достигается лишь при $m = 1$ и $R = 0$, т.е. при многопоточковой модели Эрланга без резервирования. Абсолютного справедливого обслуживания при данной стратегии можно достичь лишь тогда, когда число резервируемых каналов для w -заявок не является кратным m , а равно $m - 1$.

В связи с изложенным выше ставится задача определения ε -справедливого обслуживания, т.е. при фиксированных N и m требуется найти такие значения параметра R данной стратегии, для которых абсолютное значение разницы вероятностей потерь разнотипных заявок не превосходит заданное число ε , $0 < \varepsilon < 1$, или более формально: требуется найти такой интервал максимальной длины $[R_1^*, R_2^*] \subset [1, \bar{R}]$, чтобы для всех $R \in [R_1^*, R_2^*]$ удовлетворялось условие

$$|PB_w^{TR}(N, R) - PB_n^{TR}(N, R)| \leq \varepsilon. \quad (30)$$

Решение данной задачи можно осуществлять в два этапа. На первом — решается задача

$$|PB_w^{TR}(N, R) - PB_n^{TR}(N, R)| \rightarrow \min_R. \quad (31)$$

Обозначим решение задачи (31) через R^* (решение существует в силу конечности области допустимых значений R). Для нахождения R^* можно использовать такую схему.

В исходном интервале $[1, \bar{R}]$ методом дихотомии находится такой интервал единичной длины $[\tilde{R}, \tilde{R} + 1]$, для которого $PB_w^{TR}(N, \tilde{R}) > PB_n^{TR}(N, \tilde{R})$ и $PB_w^{TR}(N, \tilde{R} + 1) < PB_n^{TR}(N, \tilde{R} + 1)$. Тогда решение задачи (31) имеет вид

$$R^* := \arg \min \{PB_w^{TR}(N, \tilde{R}) - PB_n^{TR}(N, \tilde{R}), PB_n^{TR}(N, \tilde{R} + 1) - PB_w^{TR}(N, \tilde{R} + 1)\}. \quad (32)$$

После определения R^* из (32) можно предложить следующий метод решения исходной задачи.

Если условие (30) не удовлетворяется при $R := R^*$, то исходная задача не имеет решения. В противном случае в интервалах $[1, R^*]$ и $[R^*, \bar{R}]$ находятся такие минимальное (R_1^*) и максимальное (R_2^*) значения параметра R , чтобы удовлетворить условие (30). При этом для нахождения R_1^* и R_2^* , также исходя из свойства монотонности функций $PB_w^{TR}(N, R)$ и $PB_n^{TR}(N, R)$, может быть использован метод дихотомии.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ МОДЕЛИ

С использованием предложенных в п. 3 алгоритмов разработаны соответствующие вычислительные программы на языке Object Pascal в интегрированной среде разработки Delphi 6 и показана их практическая реализуемость в любом диапазоне изменения структурных и нагрузочных параметров модели.

Часть результатов вычислительных экспериментов показаны в табл. 1 и 2, где символ \emptyset означает, что задача не имеет решения.

Анализ результатов вычислительных экспериментов позволяет сделать следующие выводы:

1) в задаче оптимизации модели при RA-стратегии доступа и фиксированных N, m, v_n, v_w с уменьшением ε_n и/или ε_w длина интервала $L_2^* - L_1^*$ также уменьшается;

2) в задаче оптимизации модели при TR-стратегии доступа и фиксированных N, m, v_n, v_w с уменьшением ε длина интервала $R_2^* - R_1^*$ также уменьшается.

Таблица 1. Результаты решения задачи оптимизации модели при RA-стратегии доступа в каналы, $N = 100$

Параметры	Значения параметров											
	v_n	15	15	15	10	5	10	15	25	25	25	5
v_w	10	10	25	20	10	5	15	15	15	15	10	15
m	6	6	6	6	12	12	12	12	24	24	24	24
ε_n	10^{-1}	10^{-1}	$4 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-1}$	10^{-1}	10^{-1}	10^{-2}	$5 \cdot 10^{-1}$	10^{-1}	10^{-1}	10^{-1}	$2 \cdot 10^{-1}$
ε_w	10^{-1}	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$	10^{-1}	10^{-1}	10^{-3}	$6 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-1}$	10^{-2}	$7 \cdot 10^{-1}$	$8 \cdot 10^{-1}$
$[L_1^*, L_2^*]$	[17, 100]	[17, 18]	[10, 100]	[7,7]	\emptyset	[12, 100]	\emptyset	[13, 23]	[27, 100]	\emptyset	[100, 100]	[11, 100]

Таблица 2. Результаты решения задачи оптимизации модели при TR-стратегии доступа в каналы, $N = 100$

Параметры	Значения параметров											
	v_n	15	15	5	5	10	10	1	0,1	5	5	20
v_w	5	5	15	15	5	5	1	1,0	5	5	0,4	0,4
m	6	6	6	6	12	12	12	12	16	16	16	16
ε	10^{-2}	10^{-4}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
$[R_1^*, R_2^*]$	[1,13]	[11,11]	[10,100]	\emptyset	[1,5]	\emptyset	[1,3]	[1,2]	[3,3]	\emptyset	[1,4]	[1,3]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен единый подход к решению проблемы расчета вероятностей потерь разнотипных заявок в многоскоростных системах Гимпельсона при использовании двух наиболее известных стратегий доступа в каналы. Он отличается простотой, позволяет сформулировать и решить различные задачи оптимизации исследуемой модели практически в любом диапазоне изменения параметров.

Важно отметить, что этот подход позволяет также успешно исследовать модели Гимпельсона при наличии приоритетов различных типов и/или очередей. Эти исследования представляют предмет дальнейших публикаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kelly F.P. Loss networks // Ann. Appl. Prob. — 1991. — **1**, №3. — P. 319–378.
2. Меликов А.З. Методы расчета и оптимизации моделей мультиресурсных систем обслуживания // Кибернетика и системный анализ. — 1996. — № 6. — С. 92–112.
3. Ross K.W. Multiservice loss models for broadband telecommunications networks. — N.Y.: Springer-Verlag, 1995. — 240 p.
4. Schwartz M. Broadband integrated networks. — N.Y.: Prentice-Hall, 1996. — 412 p.
5. Лагутин В.С., Степанов С.Н. Телетрафик мультисервисных сетей связи. — М.: Радио и связь, 2000. — 320 с.
6. Gimpelson L.A. Analysis of mixtures of wide- and narrow-band traffic // IEEE Trans. Commun. Technol. — 1965. — **13**, № 3. — P. 258–266.
7. Kaufman J.S. Blocking in shared resource environment // IEEE Trans. Commun. — 1981. — **10**, №10. — P. 1474–1481.
8. Ross K.W., Tsang D.H. Teletraffic engineering for product-form circuit-switched networks // Adv. Appl. Prob. — 1990. — **38**, № 8. — P. 1266–1271.
9. Pioro M., Lubacs J., Korner U. Traffic engineering problems in multi-service circuit-switched networks // Comput. Networks and ISDN Syst. — 1990. — **1–5**. — P. 127–136.
10. Меликов А.З. Об одном алгоритме расчета мультиресурсных систем обслуживания // Электрон. моделирование. — 1992. — **14**, № 25. — С. 52–56.
11. Melikov A.Z., Deniz D.Z. Non-exhaustive channel access strategy in multi-resource communication systems with non-homogeneous traffic // Proc. of 5th IEEE Symposium on Computers and Communications, July 3-6, 2000, France. — P. 432–437.
12. Korolyuk V.S., Korolyuk V.V. Stochastic models of systems. — Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999. — 185 p.
13. Ross K.W., Tsang D.H. Optimal circuit access policies in an ISDN environment: A Markov decision approach // IEEE Trans. Commun. — 1989. — **37**, № 9. — P. 934–939.
14. Меликов А.З., Молчанов А.А., Пономаренко Л.А. Мультиресурсные системы массового обслуживания с частично коммутируемыми каналами // Электрон. моделирование. — 1992. — **14**, № 8. — С. 89–91.
15. Freeman R.L. Reference manual for telecommunications engineering. — N.Y.: Wiley, 1994. — 235 p.

Поступила 11.06.2004