

Спектры связанных магнитоупругих волн двухосного сильно анизотропного ферромагнетика с учетом биквадратичного взаимодействия

Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, О. В. Кожемяко, О. А. Космачев

Симферопольский государственный университет, Украина, 333036, г. Симферополь, ул. Ялтинская, 4
E-mail: man@expl.cris.crimea.ua

Статья поступила в редакцию 13 октября 1998 г., после переработки 23 февраля 1999 г.

Изучены спектры связанных магнитоупругих волн в двухосном ферромагнетике с биквадратичным взаимодействием. Построены фазовые диаграммы исследуемой системы в зависимости от величины биквадратичного обмена. Показано, что при большом гейзенберговском обмене (превосходящем биквадратичное взаимодействие) фазовые переходы в системе реализуются только путем уменьшения модуля вектора намагниченности. При большом биквадратичном обмене (превосходящем гейзенберговское взаимодействие) возможны ориентационные фазовые переходы, сводящиеся к переориентации главной оси тензора квадрупольных моментов.

Вивчено спектри зв'язаних магнітопружних хвиль в двоосному ферромагнетикі з біквадратичною взаємодією. Побудовано фазові діаграми дослідженої системи в залежності від величини біквадратичного обміну. Показано, що при великому гейзенбергівському обміні (перевищуючому біквадратичну взаємодію) фазові переходи в системі реалізуються тільки шляхом зменшення модуля вектора намагніченості. При великому біквадратичному обміні (перевищуючому гейзенбергівському взаємодію) можливі орієнтаційні фазові переходи, зведені до переорієнтації головної осі тензора квадрупольних моментів.

PACS: 75.10.-b, 75.30.Kz

1. В последнее время большой интерес вызывают спектральные и термодинамические свойства магнетиков с более сложным, нежели гейзенберговский обмен, взаимодействием между магнитными ионами [1–6]. Этот интерес прежде всего обусловлен синтезом и экспериментальными исследованиями магнетиков, в которых температуры магнитного упорядочения достаточно низки. В таких системах при величине спина магнитного иона $S \geq 1$ гейзенберговское взаимодействие может оказаться сравнимым или даже меньшим взаимодействием, описываемого инвариантами высшего порядка. К магнетикам с такими свойствами относятся, например, редкоземельные интерметаллы TmGd [7,8], TmZn [9] и ряд других.

Чаще всего в негейзенберговских магнетиках носителями магнетизма являются редкоземельные ионы (Tm^{3+} и Ge^{2+}) [1]. Наличие незамороженного орбитального момента и спин-орбитальной связи в таких системах обуславливает большие величины константы одноионной анизотропии

(ОА), способные конкурировать с константой обменного взаимодействия. Эта особая роль ОА приводит к проявлению специфических, чисто квантовых свойств магнетиков, в частности, к реализации фаз с тензорным параметром порядка [1], так называемых квадрупольных (КУ) фаз. Эти эффекты хорошо изучены в гейзенберговских магнетиках с ОА различной симметрии (см., например, обзор [6]). В таких системах фазовые переходы происходят с одновременным изменением модуля вектора намагниченности и его поворотом. Учет магнитоупругого (МУ) взаимодействия, как известно, приводит к кардинальным изменениям спектральных свойств вблизи ориентационных фазовых переходов, а именно, мягкой модой становится фононная ветвь возбуждений, а в спектре магнонов появляется МУ щель [10].

Аналогичная ситуация наблюдается и для более сложных моделей, например для двухосных ферромагнетиков с биквадратичным обменным взаимодействием [11]. Однако в таких моде-

лях возможна реализация КУ-фаз и в отсутствие магнитного поля [5], т.е. в них возможны фазовые переходы по материальным константам (константы ОА, гейзенберговского и биквадратичного обмена). Но хотя природа ОА и МУ взаимодействий одна и та же, вопрос о влиянии МУ связи на спектральные свойства негейзенберговских магнетиков изучен недостаточно.

В настоящей работе рассмотрена возможность реализации связанных МУ волн в двухосном

ферромагнетике с биквадратичным обменом. Спектры системы изучаются в отсутствие внешнего магнитного поля, т.е. спектральные свойства магнетика исследуются в окрестности фазовых переходов (ФП) по материальным константам.

2. В качестве исследуемой системы рассмотрим ферромагнитный кристалл с двухосной ОА и биквадратичным обменом. Гамильтониан такого кристалла запишем в виде

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n,n'} \left\{ I(n-n') \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'} + K(n-n') (\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 \right\} - B_2^0 \sum_n \left\{ 3(S_n^z)^2 - S(S+1) \right\} - B_2^2 \sum_n \frac{1}{2} \left\{ (S_n^+)^2 + (S_n^-)^2 \right\} + v \sum_n S_n^i S_n^j u_{ij}(n) + \int dr \left\{ \frac{\lambda + \eta}{2} (u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + \eta (u_{xy}^2 + u_{xz}^2 + u_{yz}^2) + \lambda (u_{xx} u_{xy} + u_{yy} u_{zz} + u_{xx} u_{zz}) \right\}, \quad (1)$$

где S_n^α – спиновые операторы в узле n ($\alpha = +, -, z$); $I(n-n') > 0$ – константа гейзенберговского обмена; $K(n-n') > 0$ – константа биквадратичного обмена; B_2^0, B_2^2 – константы ОА; v – константа МУ связи; $u_{ij}(n)$ – компоненты тензора деформаций; λ, η – упругие модули.

В самом общем случае гамильтониан (1), как показано в [12,13], необходимо записывать во вращательно-инвариантной форме. Учет вращательной инвариантности, в частности, приводит к новому механизму МУ связи, непосредственно обусловленному ОА. Этот учет для массивных образцов проявляется лишь в перенормировке коэффициентов в спектре частот МУ волн и некоторых материальных констант [14]. Даже наличие большой ОА приводит к тем же эффектам [15]. Учет вращательной инвариантности становится существенным в случае тонких магнитных пленок или проволок, или при учете механических граничных условий [16,17]. Поэтому исследование массивного образца в данной работе проводится без учета вращательной инвариантности.

Для простоты вычислений будем рассматривать систему со спином $S = 1$. Однако предлагаемая схема вычислений справедлива и для $S > 1$.

Не ограничивая общности, можно считать, что $B_2^2 > 0$, поскольку при $B_2^2 < 0$ после поворота системы координат вокруг оси OZ на угол $\pi/2$ мы получили бы гамильтониан (1) с заменой $B_2^2 \rightarrow |B_2^2|$.

Точный учет ОА и МУ взаимодействий удается провести, используя технику операторов Хаббарда. Эти операторы строятся на базе одноионных состояний, определяемых одноионным гамильтонианом, включающим в себя эффекты самосогласованного поля. В общем случае, кроме

молекулярного поля, связанного с упорядочением магнитного момента, в рассматриваемом магнетике возникают дополнительные молекулярные поля, определяемые квадрупольными моментами [2–6].

Выделяя в обменной части (1) самосогласованное поле $\langle S^x \rangle$, обусловленное упорядочением магнитного момента, и дополнительные поля q_2^p ($p = 0, 2$), определяемые квадрупольными моментами, для одноузельного гамильтониана $\mathcal{H}_0(n)$ получим выражение:

$$\mathcal{H}_0(n) = -H_x S_n^x - \tilde{B}_2^0 O_{2n}^0 - \tilde{B}_2^2 O_{2n}^2 + v S_n^i S_n^j u_{ij}(n), \quad (2)$$

где

$$H_x = \sum_{n'} \left\{ I(n-n') - \frac{1}{2} K(n-n') \right\} \langle S^x \rangle;$$

$$\tilde{B}_2^0 = B_2^0 + \frac{1}{6} \sum_{n'} K(n-n') q_{2n}^0;$$

$$\tilde{B}_2^2 = B_2^2 + \frac{1}{2} \sum_{n'} K(n-n') q_{2n}^2; \quad q_{2n}^0 = \langle O_{2n}^0 \rangle; \quad q_{2n}^2 = \langle O_{2n}^2 \rangle;$$

$$O_{2n}^0 = 3(S_n^z)^2 - 2; \quad O_{2n}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (S_n^+)^2 + (S_n^-)^2 \right\}.$$

Как показано в [5] и видно из дальнейшего анализа, отличных от нуля средних значений от других операторов O_{2n}^t ($t = xy, xz, yz$) не возникает.

Гамильтониан (2), выраженный через операторы Хаббарда, построенные на собственных функциях оператора $L = -H_x S_n^x - \tilde{B}_2^0 O_{2n}^0 - \tilde{B}_2^2 O_{2n}^2$, принимает вид

$$\mathcal{H}_0^{(n)} = \sum_n \left\{ \sum_M P_M H_n^M + \sum_\alpha P_\alpha X_n^\alpha \right\}, \quad (3)$$

где $X_n^{M'M} \equiv |\psi_n(M')\rangle\langle\psi_n(M)|$ — оператор Хаббарда [6,13]; $H_n^M \equiv X_n^{MM}$ — диагональный оператор Хаббарда; индекс M принимает значения «-», «0», «+»; α — корневой вектор; $\psi_n(M)$ — собственные функции оператора L :

$$\begin{aligned} \psi_n(+) &= \cos \theta |+\rangle + \sin \theta |0\rangle; \\ \psi_n(0) &= -\sin \theta |+\rangle + \cos \theta |0\rangle; \quad \psi_n(-) = |-\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle \pm |-1\rangle)$, $|0\rangle, |1\rangle, |-1\rangle$ — собственные функции оператора S^z .

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \left(\frac{\chi_0 - 3\tilde{B}_2^0 - \tilde{B}_2^2}{2\chi_0} \right)^{1/2}; \\ \cos \theta &= \frac{2H_x}{[2\chi_0(\chi_0 - 3\tilde{B}_2^0 - \tilde{B}_2^2)]^{1/2}}; \\ \chi_0^2 &= H_x^2 + (3\tilde{B}_2^0 + \tilde{B}_2^2)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Для магнетика с $S = 1$ общий вид волновых функций (4) был установлен в [18, 19].

Поскольку $P_{M(\alpha)}$ в (3) имеют громоздкий вид, эти выражения не приведены (см. [11]).

Решая одноионную задачу с гамильтонианом (3), получаем энергетические уровни магнитного иона с учетом МУ взаимодействия (в первом не исчезающем по v приближении):

$$\begin{aligned} E_+ &= \frac{\tilde{B}_2^0 - \tilde{B}_2^2}{2} + v \left(u_{xx}^{(0)} + \frac{u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}}{2} \right) - \frac{\chi}{2}; \\ E_0 &= \frac{\tilde{B}_2^0 - \tilde{B}_2^2}{2} + v \left(u_{xx}^{(0)} + \frac{u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)}}{2} \right) + \frac{\chi}{2}; \end{aligned}$$

где
$$\cos \delta = \frac{v(u_{yy}^{(0)} - u_{zz}^{(0)}) \sin 2\theta}{\left\{ [\chi - \chi_0 - v(u_{yy}^{(0)} - u_{zz}^{(0)}) \cos 2\theta]^2 + v^2(u_{yy}^{(0)} - u_{zz}^{(0)})^2 \sin^2 2\theta \right\}^{1/2}}.$$

Связь спиновых операторов с «новыми» операторами Хаббарда имеет вид

$$\begin{aligned} S_n^+ &= (Y_n^{++} - Y_n^{00}) \sin 2\tilde{\theta} + (Y_n^{+0} + Y_n^{0+}) \cos 2\tilde{\theta} + (Y_n^{-+} - Y_n^{+-}) \sin \tilde{\theta} + (Y_n^{0-} - Y_n^{-0}) \cos \tilde{\theta}; \\ S_n^- &= (S_n^+)^+; \quad S_n^z = (Y_n^{+-} + Y_n^{-+}) \cos \tilde{\theta} - (Y_n^{0-} + Y_n^{-0}) \sin \tilde{\theta}; \quad \tilde{\theta} = \theta + \delta. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} E_- &= \tilde{B}_2^2 - \tilde{B}_2^0 + v \left(u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)} \right); \\ \chi^2 &= \left\{ \chi_0 - v(u_{zz}^{(0)} - u_{yy}^{(0)}) \cos 2\theta \right\}^2 + \\ &+ v^2(u_{yy}^{(0)} + u_{zz}^{(0)})^2 \sin^2 2\theta + 4v^2 u_{xy}^{(0)2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Спонтанные деформации $u_{ij}^{(0)}$ определяются из условия минимума плотности свободной энергии $F = F_0 - T \ln Z$, где

$$F_0 = \frac{\lambda + \eta}{2} \sum u_{ij}^2 + \eta \sum_{i \neq j} u_{ij}^2(n) + \lambda \sum_{\substack{i \neq j \\ l \neq m}} u_{ij} u_{lm}$$

— плотность упругой энергии системы, а

$$Z = \sum_{M=\pm, 0, -} \exp \left(-\frac{E_M}{T} \right)$$

— статистическая сумма.

В пределе низких температур ($T \ll T_C$, T_C — температура Кюри) $u_{ij}^{(0)}$ имеют наиболее простой вид и определяются выражениями

$$\begin{aligned} u_{xx}^{(0)} &= -\frac{v(\lambda + \eta)}{\eta(\eta + 3\lambda)}; \quad u_{yy}^{(0)} = -\frac{v(\eta - \lambda)}{\eta(\eta + 3\lambda)} \sin^2 \theta; \\ u_{zz}^{(0)} &= -\frac{v(\eta - \lambda)}{\eta(\eta + 3\lambda)} \cos^2 \theta; \quad u_{ij}^{(0)} = 0, \quad i \neq j. \end{aligned} \quad (6a)$$

Легко видеть, что гамильтониан (3) недиагонален в базисе собственных функций оператора L . Для диагонализации этого гамильтониана введем новые операторы Хаббарда $Y_n^{M'M} \equiv |\tilde{\psi}_n(M')\rangle\langle\tilde{\psi}_n(M)|$, построенные на собственных функциях $\tilde{\psi}_n(M)$ гамильтониана (3):

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_n(+) &= \cos \delta \psi_n(+) + \sin \delta \psi_n(0); \\ \tilde{\psi}_n(0) &= -\sin \delta \psi_n(+) + \cos \delta \psi_n(0); \quad \tilde{\psi}_n(-) = \psi_n(-), \end{aligned} \quad (7)$$

Представим компоненты тензора деформаций в виде $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$, где $u_{ij}^{(0)}$ — спонтанные деформации, определяемые формулами (6а), а $u_{ij}^{(1)}$ — динамическая часть тензора деформаций, описывающая колебания узлов кристаллической решетки. Проквантовав динамическую часть $u_{ij}^{(1)}$ стандартным образом [20], из гамильтониана (3) получим гамильтониан, описывающий процессы трансформации магнонов в фононы и обратно:

$$\mathcal{H}_{\text{tr}} = \sum_n \left\{ \sum_M \tilde{P}_M Y_n^M + \sum_\alpha \tilde{P}_\alpha Y_n^\alpha \right\}. \quad (9)$$

Здесь

$$\tilde{P}_{M(\alpha)} = \frac{1}{N^{1/2}} \sum_{k,\lambda} (b_{k,\lambda} + b_{-k,\lambda}^+) T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda);$$

$b_{-k,\lambda}^+(b_{k,\lambda})$ — операторы рождения (уничтожения) фононов с поляризацией λ ; $T_n^{M(\alpha)}(k, \lambda)$ — амплитуды трансформаций; N — число узлов в кристаллической решетке.

3. Определяя стандартным образом функцию Грина

$$G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = - \langle \hat{T} \tilde{Y}_n^\alpha(\tau) \tilde{Y}_{n'}^{\alpha'}(\tau') \rangle, \quad (10)$$

получаем для нее уравнение типа Ларкина [11]:

$$G^{\alpha\alpha'}(k, \omega_n) = \Sigma^{\alpha\alpha'}(k, \omega_n) - \frac{1}{2} \Sigma^{\alpha\alpha_1}(k, \omega_n) \left\{ \mathbf{c}(-\alpha_1), \hat{A}(k) \mathbf{c}(\alpha_2) \right\} G^{\alpha_2\alpha'}(k, \omega_n) + \Sigma^{\alpha\alpha_1}(k, \omega_n) T^{-\alpha_1}(k, \lambda) D_\lambda(k, \omega_n) T^{\alpha_2}(-k, \omega_n) G^{\alpha_2\alpha'}(k, \omega_n),$$

где

$$D_\lambda(k, \omega_n) = \frac{2\omega_\lambda(k)}{\omega_n^2 - \omega_\lambda^2(k)}$$

— функция Грина свободного λ -поляризованного фонона с законом дисперсии $\omega_\lambda(k) = c_\lambda k$ (c_λ — скорость λ -поляризованного звука). Восьмерный вектор $\mathbf{c}(\alpha)$ имеет следующие компоненты:

$\mathbf{c}(\alpha) = \left\{ \gamma_1^\parallel(\alpha), \gamma_1^\perp(\alpha), \gamma_1^{\perp*}(-\alpha), \gamma_2^\parallel(\alpha), \gamma_2^\perp(\alpha), \gamma_2^{\perp*}(-\alpha), \gamma_3^\perp(\alpha), \gamma_3^{\perp*}(-\alpha) \right\}$, а матрица $\hat{A}_{mn'}$ размерности 8×8 распадается на прямую сумму двух матриц

$$\hat{A}_{mn'} = \hat{A}_{mn'}^{(3)} \oplus \hat{A}_{mn'}^{(5)};$$

$$\hat{A}_{mn'}^{(3)} = \left\{ I(n - n') - \frac{1}{2} K(n - n') \right\} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\hat{A}_{mn'}^{(5)} = \frac{K(n - n')}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Функции $\gamma_i^{\parallel(\perp)}(\alpha)$ определяются из связи спиновых операторов с операторами Хаббарда.

Включение биквадратичного взаимодействия формально сказывается на увеличении размерности векторов $\mathbf{c}(\alpha)$ и матрицы $A_{mn'}$ по сравнению с гейзенберговским обменом. Восьмерность векторов $\mathbf{c}(\alpha)$ связана с тем, что для биквадратичного обмена число линейно независимых операторов равно пяти, а при наличии биквадратичного и гейзенберговского взаимодействий (структура последнего определяется тремя независимыми спиновыми операторами S_n^i) необходимо использовать восьмерный базис.

Это уравнение удается решить благодаря расщепленной зависимости от α . Учитывая, что в приближении среднего поля неприводимая по Ларкину часть имеет вид

$$\Sigma^{\alpha\alpha'} = \delta_{\alpha\alpha'} b(\alpha) G_0^\alpha(\omega_n); \quad b(\alpha) = \langle \alpha \mathbf{Y} \rangle_0,$$

где $G_0^\alpha(\omega_n) = [i\omega_n + (\alpha \mathbf{E})]^{-1}$ — нулевая функция Грина, получаем дисперсионное уравнение связанных МУ волн:

$$\det \|\delta_{ij} + x_{ij}\| = 0; \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 8, \quad (12)$$

где

$$x_{ij} = G_0^\alpha b(\alpha) c_{ij}(\alpha) + B^0(k, \lambda, \lambda') T^{-\alpha}(k, \lambda) G_0^\alpha(\omega_n) b(\alpha) T^\beta(-k, \lambda) G_0^\beta(\omega_n) b(\beta) c_{ij}(\alpha, \beta);$$

$$B^0(k, \lambda, \lambda') = \frac{D_\lambda(k, \omega_n)}{1 - Q_{\lambda\lambda'} D_\lambda(k, \omega_n)}; \quad Q_{\lambda\lambda'} = T^\alpha(-k, \lambda) G_0^\alpha(\omega_n) b(\alpha) T^{-\alpha}(k, \lambda');$$

$$c_{ij}(\alpha, \beta) = a_{ik}(\alpha, \beta)A_{kj}; \quad a_{ik}(\alpha, \beta) = c_i(\alpha)c_k(-\beta).$$

Необходимо отметить, что уравнение (12) справедливо при произвольных температурах (вплоть до температуры Кюри), произвольных значениях констант ОА и произвольных соотношениях между I_0 и K_0 . Мы ограничимся рассмотрением случая низких температур ($T \ll T_C$).

4. Проанализируем уравнение (12) для случая, когда гейзенберговский обмен превосходит константу биквадратичного обмена ($I_0 > K_0$), а волновой вектор $\mathbf{k} \parallel OY$. В такой геометрии отличными от нуля компонентами единичного вектора поляризации фононов являются e_l^y, e_τ^x, e_i^z .

Как было показано в [5], для исследуемой системы (без учета МУ взаимодействия) возможно существование четырех магнитных фаз, две из которых характеризуются векторным параметром порядка ($\langle S \rangle \parallel OZ - \Phi M_z, \langle S \rangle \parallel OX - \Phi M_x$), а две — тензорным параметром порядка (KY_1 и KY_2).

В случае низких температур нижайшим энергетическим уровнем является E_+ , поэтому в дальнейших вычислениях можем ограничиться учетом только этого уровня. Необходимо отметить, что в рассматриваемом случае, в отличие от ранее изученных ситуаций [21] с более простым видом оператора энергии ОА, не происходит инверсии энергетических уровней при переходе в KY -фазы.

Исследуем уравнение (12) для KY_1 -фазы (вблизи линий ФП $KY_1-\Phi M_x$ и $KY_1-\Phi M_z$) и KY_2 -фазы (вблизи линии $KY_2-\Phi M_x$).

В KY_1 -фазе дисперсионное уравнение (12) распадается на два:

$$\begin{aligned} & \{(1 + x_{11})(1 + 2x_{55}) - 2x_{15}x_{51}\} \times \\ & \times \{(1 + 2x_{22})(1 + 2x_{77}) - 4x_{27}x_{72}\} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Рассмотрим первое из уравнений:

$$\{(1 + x_{11})(1 + 2x_{55}) - 2x_{15}x_{51}\} = 0. \quad (14)$$

Решения этого уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \omega_1^2(k) &= (E_{+-} + K(k))(E_{+-} + 2I(k) - K(k)) + \\ &+ a_0 \frac{\omega_\tau^2(k)(E_{+-} + 2I(k) - K(k))}{\omega_\tau^2(k) - (E_{+-} + K(k))(E_{+-} + 2I(k) - K(k))}; \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\omega_2^2(k) = \omega_\tau^2(k) -$$

$$- a_0 \frac{\omega_\tau^2(k)(E_{+-} + 2I(k) - K(k))}{\omega_\tau^2(k) - (E_{+-} + K(k))(E_{+-} + 2I(k) - K(k))}. \quad (15b)$$

Заметим, что в рассматриваемом случае только амплитуды трансформаций $T^{\alpha_4}(k, \tau) = -T^{\alpha_3}(k, \tau)$ отличны от нуля, т.е. с магнитной подсистемой взаимодействуют только τ -поляризованные фононы.

В (15a) и (15b) введены следующие обозначения: $E_{+-} = E_+ - E_- = -2B_2^2 - K_0 - a_0$; $a_0 = v^2/\eta$; $\omega_\tau(k) = c_\tau k$ — спектр невзаимодействующего τ -поляризованного фонона, $c_\tau^2 = \eta/2m$ — квадрат скорости звука.

Как легко видеть из (15a), спектр квазимагнонов имеет вид

$$\omega_1(k) = \sqrt{(2B_2^2 + a_0 + \gamma k^2)(B_2^2 - I_0 + K_0 + a_0)}, \quad (16a)$$

а спектр τ -поляризованных квазифононов определяется формулой (15b) и имеет вид

$$\omega_2^2(k) = \omega_\tau^2 \left(1 - \frac{a_0}{I_0 - K_0} \right), \quad (16b)$$

где $\gamma = R_0^2 K_0$, R_0 — радиус биквадратичного взаимодействия.

Выражение (16a) определяет линию ФП $KY_1-\Phi M_z$ -фаза (рис. 1)

$$B_2^2 = I_0 - K_0 - a_0, \quad (17)$$

которая смещена на величину a_0 по сравнению со случаем отсутствия МУ взаимодействия [5]. Магнонная ветвь при этом оказывается мягкой модой, и по этой ветви возбуждений идет ФП. Как следует из (16b), квазифононная ветвь слабо взаимодействует с магнитной подсистемой, что выражается лишь в небольшой перенормировке скорости звука

$$\tilde{c}_\tau^2 = c_\tau^2 \left(1 - \frac{a_0}{I_0 - K_0} \right).$$

Кроме того, в окрестности ФП $KY_1-\Phi M_z$ -фаза второе уравнение

$$\{(1 + 2x_{22})(1 + 2x_{77}) - 4x_{27}x_{72}\} = 0 \quad (18)$$

описывает высокочастотную магнитную ветвь, которая с упругой подсистемой не взаимодействует. Однако это уравнение становится определяющим в поведении системы в окрестности линии ФП $KY_1-\Phi M_x$ -фаза.

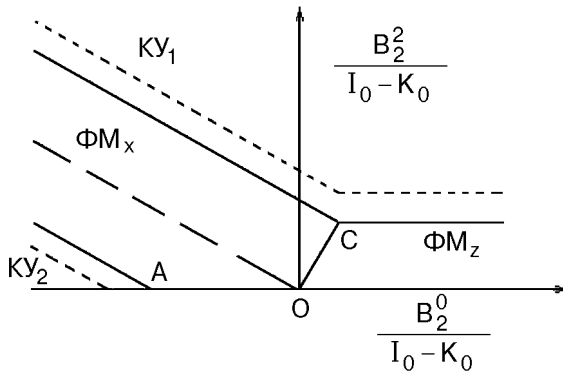


Рис. 1. Фазовая диаграмма двухосного ФМ при $I_0 > K_0$. Пунктир — линии фазовых переходов без учета МУ взаимодействия. Сплошные линии — фазовые переходы с учетом МУ взаимодействия. В точке С сходятся линии фазовых переходов KY_1 - FM_x -фаза и KY_1 - FM_z -фаза. Через точку А проходит линия фазового перехода KY_2 - FM_x -фаза. На штрих-пунктирной линии, проходящей через FM_x -фазу и точку О, среднее значение магнитного момента равно единице.

В этом случае отличными от нуля являются только амплитуды трансформаций $T^{\alpha_2}(k, t) = -T^{\alpha_1}(k, t)$.

Решения уравнения (18) принимают вид

$$\omega_1^2(k) = (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k)) + a_0 \frac{\omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}; \quad (19a)$$

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) - a_0 \frac{\omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}, \quad (19b)$$

где $E_{+0} = E_+ - E_0 = -3B_2^0 - B_2^2 - K_0 - a_0$; $\omega_t(k) = c_t k$ — спектр t -поляризованного фонона.

Выражение (19a) определяет спектр магнонов

$$\omega_1(k) = \sqrt{(3B_2^0 + B_2^2 + a_0 + \gamma k^2)(3B_2^0 + B_2^2 - 2(I_0 - K_0) + a_0)},$$

а (19b) — спектр t -поляризованных фононов

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2 \left(1 - \frac{a_0}{I_0 - K_0} \right).$$

Из последних выражений следует, что упругая и магнитная подсистемы слабо взаимодействуют. Это взаимодействие приводит к небольшому уменьшению скорости звука t -поляризованного звука и сдвигу линии ФП KY_1 - FM_x -фаза на величину a_0 (по сравнению со случаем отсутствия МУ связи [5]): $B_2^2 = -3B_2^0 + 2(I_0 - K_0) - a_0$.

Уравнение (14) в окрестности линии ФП KY_1 - FM_x -фаза описывает высокочастотную ветвь, не взаимодействующую с упругой подсистемой.

Как легко видеть, при ФП KY_1 - FM_x и KY_1 - FM_z -фаза $\sin \tilde{\theta} = 0$, $\cos \tilde{\theta} = 1$, и, следовательно, основным состоянием, реализуемым на линиях этих ФП, является, как следует из (1), состояние $\psi(+)= (1/\sqrt{2})(|1\rangle + |-1\rangle)$. Реализация такого основного состояния свидетельствует о том, что KY_1 -фаза формируется в результате чисто квантового эффекта «сокращения спина» [6,22]. При этом $\langle S \rangle$ уменьшается по модулю в каждом узле.

Кроме того, анализ формул (15a) и (15b) на линии $B_2^2 = I_0 - K_0$, т.е. линии рассматриваемого ФП без учета МУ взаимодействия [5], показывает, что спектр квазифононов принимает вид

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\gamma k^2 + 2B_2^2}{\gamma k^2 + 2B_2^2 + a_0},$$

и при $2B_2^2 < \gamma k^2 < 2B_2^2 + a_0$ получаем $\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \gamma k^2 / (2B_2^2 + a_0)$.

На линии же $B_2^2 = -3B_2^0 + 2(I_0 - K_0)$ спектр квазифононов можно представить в виде

$$\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{\gamma k^2 + 3B_2^0 + B_2^2}{\gamma k^2 + 3B_2^0 + B_2^2 + a_0},$$

и при $3B_2^0 + B_2^2 < \gamma k^2 < 3B_2^0 + B_2^2 + a_0$ имеем $\omega^2(k) = \omega_t^2(k) \gamma k^2 / (3B_2^0 + B_2^2 + a_0)$.

В спектре квазимагнонов на определенных выше линиях ФП образуются щели, равные соответственно

$$\omega(0) = \sqrt{a_0(I_0 - K_0 + a_0)};$$

$$\omega(0) = \sqrt{a_0(2(I_0 - K_0) + a_0)}.$$

Аналогичный анализ дисперсионного уравнения (12) в KY_2 -фаза приводит к следующим результатам.

Отличными от нуля амплитудами трансформаций являются $T^{\alpha_2}(k, t) = -T^{\alpha_1}(k, t)$, т.е. с магнитной подсистемой взаимодействуют только t -поляризованные фононы.

Спектр связанных МУ волн в KY_2 -фаза имеет вид

$$\omega_1^2(k) = (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k)) +$$

$$+ a_0 \frac{\omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))};$$

$$(20a)$$

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) -$$

$$- a_0 \frac{\omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))},$$

$$(20b)$$

где теперь $E_{+0} = E_+ - E_0 = 3B_2^0 + B_2^2 - K_0 - a_0$.

Анализ выражений (20a) и (20b), аналогичный проведенному выше, показывает, что магнитная и упругая подсистемы взаимодействуют слабо. Это взаимодействие приводит к небольшой перенормировке скорости t -поляризованного звука

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2 \left(1 - \frac{a_0}{2(I_0 - K_0)} \right)$$

и сдвиге линии ФП KY_2 -ФМ_x-фаза на величину a_0 : $B_2^2 = -3B_2^0 - 2(I_0 - K_0) + a_0$ по сравнению со случаем отсутствия МУ связи [5].

В этой фазе $\sin \tilde{\theta} = 1$, $\cos \tilde{\theta} = 0$, и, следовательно, основным состоянием системы является $\psi(+)=|0\rangle$. Таким образом, KY_2 -фаза, в отличие от KY_1 -фазы, реализуется стандартным образом [6,18]. Кроме того, в KY_2 -фазе на линии $B_2^2 = -3B_2^0 - 2(I_0 - K_0)$ не наблюдаются особенности поведения спектров квазифононов, которые имеют место в KY_1 -фазе.

Следовательно, ФП ФМ_x- KY_2 -фаза не может реализовываться как переориентационный ФП, а происходит путем уменьшения модуля $\langle S^x \rangle$ по мере приближения к линии ФП $B_2^2 = -3B_2^0 - 2(I_0 - K_0) + a_0$.

Проведенный анализ дисперсионного уравнения (12) (для случая $I_0 > K_0$) позволяет построить фазовую диаграмму двухосного ферромагнетика с биквадратичным обменом (рис. 1). Сплошным линиям на диаграмме соответствует случай учета МУ связи, пунктирным — отсутствие МУ взаимодействия [5]. На штрих-пунктирной линии, проходящей в ФМ_x-фазе, $\langle S^x \rangle = 1$. По мере удаления от этой линии к линиям ФП ФМ_x- KY_1 и ФМ_x- KY_2 -фазы $\langle S^x \rangle \rightarrow 0$, и на этих линиях $\langle S^x \rangle = 0$. Однако, как было показано выше, механизм стремления к нулю $\langle S^x \rangle$ различен при переходе в KY_1 - и KY_2 -фазы и различны основные состояния системы при исследуемых ФП.

5. Исследуем теперь спектры связанных МУ волн в случае, когда биквадратичное взаимодейст-

вие превосходит гейзенберговский обмен ($I_0 < K_0$). Как и ранее, будем рассматривать случай низких температур и считать, что волновой вектор $\mathbf{k} \parallel OY$.

Как следует из (8), $\langle S \rangle = 0$ при $K_0 > I_0$, следовательно, в системе могут реализовываться только фазы с тензорными параметрами порядка (КУ-фазы). В [5] было показано (без учета МУ взаимодействия), что в рассматриваемом случае могут реализовываться KY_1 - и KY_2 -фазы, параметры порядка которых и способы реализации имеют такой же вид, как и в рассмотренном выше случае ($I_0 > K_0$, см. разд. 4). Изучим спектры связанных МУ волн в этих фазах.

В KY_1 -фазе уравнение (12) распадается на два, одно из которых описывает спектр высокочастотной магнетонной ветви, не взаимодействующей с упругой подсистемой. Второе уравнение

$$(1 + 2x_{22})(1 + 2x_{77}) - 4x_{27}x_{72} = 0 \quad (21)$$

дает спектры связанных МУ волн.

Используя введенные ранее обозначения, решения уравнения (21) можно записать в виде

$$\omega_1^2 = (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k)) +$$

$$+ \frac{a_0 \omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))},$$

$$(22)$$

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) -$$

$$- \frac{a_0 \omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))},$$

$$(23)$$

где $E_{+0} = E_+ - E_0 = -3B_2^0 - B_2^2 - K_0 - a_0$.

Формула (22) определяет спектр квазимагнонов

$$\omega_1(k) =$$

$$= \sqrt{(\gamma k^2 + 3B_2^0 + B_2^2 + a_0)(3B_2^0 + B_2^2 + a_0 + 2(K_0 - I_0))},$$

$$(24)$$

а (23) — спектр t -поляризованных квазифононов

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) \times$$

$$\times \frac{(\gamma k^2 + 3B_2^0 + B_2^2)(3B_2^0 + B_2^2 + 2(K_0 - I_0))}{(\gamma k^2 + 3B_2^0 + B_2^2 + a_0)(3B_2^0 + B_2^2 + 2(K_0 - I_0) + a_0)}.$$

$$(25)$$

Из выражения (25) следует, что в окрестности линии $B_2^2/(K_0 - I_0) = -3B_2^0/(K_0 - I_0)$ спектр квазифонов в длинноволновом пределе ($\gamma k^2 \ll a_0$) «размягчается» и приобретает вид

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{2\gamma k^2}{a_0[2(K_0 - I_0) + a_0]},$$

а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель

$$\omega_1(0) = \sqrt{a_0[2(K_0 - I_0) + a_0]}.$$

Таким образом, при «перемещении» в КУ₁-фазе к линии $B_2^2/(K_0 - I_0) = -3B_2^0/(K_0 - I_0)$ в системе усиливается роль МУ связи, и на этой линии (в длинноволновом пределе) происходит «размягчение» квазифонной ветви, а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель. Такое поведение спектров свидетельствует о реализации ориентационного ФП по материальным параметрам системы.

Аналогичный анализ уравнения (12) в КУ₂-фазе позволяет определить спектры МУ волн в этом состоянии:

$$\omega_1^2(k) = (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k)) + \frac{a_0 \omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}, \quad (26)$$

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) -$$

$$\frac{a_0 \omega_t^2(k)(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}{\omega_t^2(k) - (E_{+0} + K(k))(E_{+0} + 2I(k) - K(k))}, \quad (27)$$

где $E_{+0} = E_+ - E_0 = 3B_2^0 + B_2^2 - a_0 - K_0$.

Из выражения для спектров квазифонов (27) следует, что при $B_2^2/(K_0 - I_0) = -3B_2^0/(K_0 - I_0)$ в длинноволновом пределе ($\gamma k^2 \ll a_0$) фоновая ветвь в КУ₂-фазе «размягчается»:

$$\omega_2^2(k) = \omega_t^2(k) \frac{2\gamma k^2}{a_0[2(K_0 - I_0) + a_0]},$$

а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель

$$\omega_1(0) = \sqrt{a_0[2(K_0 - I_0) + a_0]}.$$

Полученные результаты свидетельствуют о том, что система претерпевает ориентационный ФП КУ₁-КУ₂-фаза на линии $B_2^2/(K_0 - I_0) = -3B_2^0/(K_0 - I_0)$. Причем в отличие от случая, рассмотренного в [5] (без учета МУ взаимодействия), мягкой модой является не магنونная, а

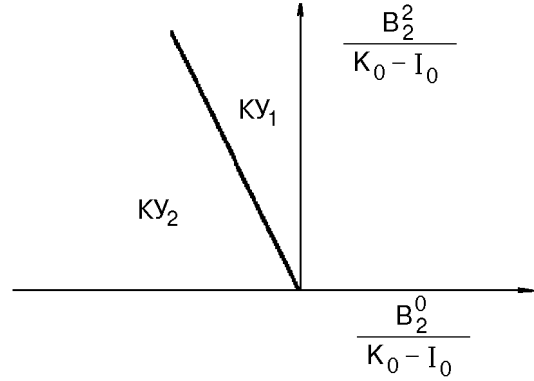


Рис. 2. Фазовая диаграмма двухсубрешеточного ФМ при $K_0 > I_0$.

квазифонная ветвь. Фазовая диаграмма, соответствующая рассматриваемому случаю, приведена на рис. 2.

6. Итак, при большом гейзенберговском обменном взаимодействии ($I_0 > K_0$) система может существовать как в магнитных фазах (ФМ_x и ФМ_z), так и в фазах с тензорными параметрами порядка. Фазовые переходы в этом случае происходят лишь путем уменьшения $\langle S \rangle$, а не вращением вектора намагниченности. Это проявляется и в спектральных закономерностях элементарных возбуждений: мягкой модой является магنونная ветвь, по которой идут ФП, а в спектре фононов происходит лишь слабая перенормировка скорости звука. Учет МУ связи смещает линии ФП на величину $\propto a_0/(I_0 - K_0)$.

Более интересной является ситуация, реализующаяся при $K_0 > I_0$. В этом случае в системе существуют только фазы с тензорными параметрами порядка (КУ₁ и КУ₂). При ФП мягкой модой является квазифонная ветвь, а в спектре квазимагнонов появляется МУ щель. Такое поведение спектров характерно лишь для ориентационных ФП. В рассматриваемом случае переориентация сводится к повороту главной оси тензора квадрупольных моментов. Таким образом, ориентационные ФП могут осуществляться не только в системах с векторным параметром порядка, но и в более сложных ситуациях. Следовательно, по поведению спектров МУ волн можно не только судить о наличии ФП, но и о том, является ли он ориентационным.

1. Э. Л. Нагаев, *Магнетики со сложными обменными взаимодействиями*, Наука, Москва (1988).
2. В. В. Вальков, Г. Н. Мацулев, С. Г. Овчинников, *Препринт ИФСО АН СССР*, № 418, Красноярск (1987), с. 31.
3. В. В. Вальков, Г. Н. Мацулев, С. Г. Овчинников, *Препринт ИФСО АН СССР*, № 596, Красноярск (1989), с. 63.

4. В. В. Вальков, Г. Н. Мацулев, С. Г. Овчинников, *Препринт ИФСО АН СССР*, № 645, Красноярск (1990), с. 54.
5. В. В. Вальков, Г. Н. Мацулев, С. Г. Овчинников, *ФТТ* **31**, 6, 60 (1989).
6. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФНТ* **20**, 983 (1994).
7. Н. Н. Chen, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1383 (1971).
8. R. Aleonaro and P. Morin, *Phys. Rev.* **B19**, 3869 (1979).
9. P. Morin, L. Rouchy, and D. Dchitt, *Phys. Rev.* **B17**, 3684 (1978).
10. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **140**, 429 (1983).
11. Ю. Н. Мицай, А. Н. Майорова, Ю. А. Фридман, *ФТТ* **34**, 66 (1992).
12. Н. Ф. Tiersten, *J. Math. Phys.* **5**, 1298 (1964).
13. W. F. Brown, *J. Appl. Phys.* **36**, 994 (1965).
14. В. Г. Барьяхтар, Е. А. Туров, в сб.: *Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов*, Наукова думка, Киев (1988), с. 39.
15. И. М. Витебский, Н. М. Лавриненко, А. Н. Майорова, Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *УФЖ* **39**, 597 (1994).
16. В. Г. Барьяхтар, В. М. Локтев, С. М. Рябченко, *ЖЭТФ* **88**, 1752 (1985).
17. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, О. В. Кожемяко, Б. Л. Эйнгорн, *ФНТ* **24**, 345 (1998).
18. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФТТ* **20**, 3086 (1978).
19. Р. О. Зайцев, *ЖЭТФ* **68**, 207 (1975).
20. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*. Ч. I. Наука, Москва (1976).
21. Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман, *ФТТ* **32**, 2316 (1990).
22. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, С. Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **88**, 550 (1985).

Spectra of bound magnetoelastic waves of a two-axis strongly anisotropic ferromagnetic with the account of biquadratic interaction

Yu. N. Mitsay, Yu. A. Fridman, O. V. Kozhemyako,
and O. A. Kosmachev

The spectra of bound magnetoelastic waves of a two-dimensional ferromagnetic biquadratic interaction are investigated. Phase diagrams of the system in question are constructed depending on the size of biquadratic exchange. It is shown that at large Heisenberg's exchange (more than the biquadratic interaction) the phase transitions in the system are realized only by reducing the magnetization vector module. At large biquadratic exchange (superior to the Heisenberg interaction) there may occur reorientation phase transitions which reduced to reorientation of the principal tensor axis of the quadrupole moments.