

## Торможение заряженных частиц в двумерном электронном газе с примесными состояниями электронов

А. М. Ермолаев, Бабак Хакики

*Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4*

Статья поступила в редакцию 15 января 1999 г.

Вычислены дифференциальное сечение неупругого рассеяния и функция потерь быстрых заряженных частиц в двумерном электронном газе при низких температурах с учетом локализации электронов на примесных атомах. Рассмотрен вклад одночастичных и коллективных возбуждений электронного газа в сечение рассеяния и функцию потерь. Одночастичные возбуждения проявляются в существовании порога сечения рассеяния и функции потерь, обусловленного переходами локализованных электронов в зону проводимости. Локализация электронов приводит к понижению частоты двумерных плазмонов. В результате линия плазменных потерь в спектре энергии электронов, прошедших через двумерный электронный газ, смещается в область низких частот и уширяется. Численные оценки выполнены для инверсионного слоя на границе кремния и двуокиси кремния.

Розраховано диференціальний переріз непружного розсіяння і функцію втрат швидких заряджених частинок у двовимірному електронному газі при низьких температурах з врахуванням локалізації електронів на домішкових атомах. Розглянуто внесок одночастинкових і колективних збуджень електронного газу в переріз розсіяння і функцію втрат. Одночастинкові збудження проявляються в існуванні порога перерізу розсіяння і функції втрат, зумовленого переходами локалізованих електронів в зону провідності. Локалізація електронів приводить до зниження частоти двовимірних плазмонів. Як наслідок, лінія плазмових втрат у спектрі енергії електронів, які пройшли через двовимірний електронний газ, зміщується в область низьких частот і розширюється. Чисельні оцінки виконано для інверсійного шару на границі кремнію і двоокису кремнію.

PACS: 71.55.-i, 72.10.Bg, 73.50.Mx

### Введение

Среди механизмов торможения заряженных частиц в веществе характеристические потери энергии быстрых электронов занимают особое место. Метод характеристических потерь энергии успешно используется для изучения свойств плазмы [1], твердых тел [2,3] и квантовых жидкостей [4]. Этим методом была доказана коллективная природа узких линий в энергетическом спектре электронов, прошедших через тонкую пленку металла или отраженных от его поверхности [4,5]. Тем самым были открыты плазменные волны в металлах, предсказанные ранее [3,6].

Достоинство метода характеристических потерь состоит в том, что он позволяет получить сведения не только о коллективных, но и об одночастичных возбуждениях в проводниках. В

спектре потерь энергии электронов присутствуют, как правило, две линии — широкая линия, обусловленная возбуждением электрон-дырочных пар, и узкая, связанная с возбуждением плазмонов. Разрешение этих линий затруднено возбуждением поверхностных плазмонов [7], межзонными переходами [2] и другими причинами торможения электронов в веществе.

В связи с повышенным интересом к физике двумерных электронных систем [8] целесообразно использовать возможности метода характеристических потерь для изучения свойств двумерного электронного газа. Как и в трехмерном случае, при этом важно различать потери, обусловленные одночастичными возбуждениями, и плазменные потери. Теория плазменных потерь энергии частицы в двумерном электронном газе развита в работах [9,10]. В работе [9] рассмотрено трехмерное

рассеяние электронов классическим двумерным электронным газом. Показано, что в спектре энергии электронов, прошедших через электронный слой, присутствует узкая плазменная линия. Ее положение дает спектр двумерных плазмонов в невырожденном электронном газе, а ширина — затухание Ландау. Развитая в [9] теория применяется к электронам на поверхности жидкого гелия и к другим классическим системам.

В работе [10] рассмотрено торможение заряженной частицы, движущейся в электронном слое. Электрон-электронное взаимодействие в слое учтено в приближении хаотических фаз [3]. Результаты получены для любой степени вырождения электронов. Отмечено, что в двумерном случае, в отличие от трехмерного, вклад плазмонов в функцию потерь меньше вклада одночастичных возбуждений. Это связано с безактивационным спектром двумерных длинноволновых плазмонов.

В работах [9,10] влияние примесных атомов на торможение частиц не рассматривается. Между тем роль примесей в двумерных системах не тривиальна. Примесные атомы не только ограничивают свободный пробег электронов проводимости, но и изменяют их энергетический спектр. В двумерном случае как угодно слабый примесный потенциал притяжения способен образовать связанное состояние [11]. В результате существует дополнительный механизм торможения частиц, обусловленный ионизацией примесных атомов. Кроме того, связанное состояние вызывает деформацию спектра плазмонов, что должно сказываться на спектре характеристических потерь.

В настоящей статье рассмотрено влияние примесных состояний в двумерном электронном газе на торможение заряженных частиц, обусловленное одночастичными и коллективными возбуждениями. В первом разделе приведены общие соотношения для сечения рассеяния и функции потерь заряженной частицы в двумерном электронном газе. Во втором разделе рассмотрены потери энергии частицы, вызванные одночастичными возбуждениями локализованных на примесях электронов, а в третьем — характеристические потери. В заключении коротко резюмированы результаты вычислений.

### 1. Сечение рассеяния и тормозная способность двумерного электронного газа

Рассмотрим двумерный электронный газ в плоскости  $z = 0$ , разграничивающей полупространства с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . Предположим, что частица с массой  $M$  и

зарядом  $Ze$  движется в плоскости электронного слоя [10]. Гамильтониан кулоновского взаимодействия частицы с двумерным электронным газом равен [1,9]

$$V = Ze^2 \int d^2r \int d^2r' \frac{N(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  — двумерные радиус-векторы;  $N(\mathbf{r})$  и  $n(\mathbf{r})$  — операторы плотности частицы и электронного газа;

$$\bar{e} = e \left( \frac{2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \right)^{1/2}.$$

Переходя в (1) к компонентам Фурье, получаем

$$V = Z\bar{e}^2 \int \frac{d^2q}{2\pi} \frac{n(\mathbf{q})}{q} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \quad (2)$$

где  $n(\mathbf{q})$  и  $2\pi/q$  — фурье-компоненты функций  $n(\mathbf{r})$  и  $r^{-1}$  соответственно. Обозначим символом  $|\alpha\rangle$  стационарное состояние двумерного электронного газа с энергией  $E_\alpha$ , а  $\mathbf{p}$  и  $\sigma$  — импульс и спиновое квантовое число частицы, падающей на электронный газ. Матричный элемент оператора (2) между состояниями  $|\alpha\rangle$  и  $|\alpha'\rangle$  равен

$$\langle \alpha' \mathbf{p}' \sigma' | V | \alpha \mathbf{p} \sigma \rangle = 2\pi Z\bar{e}^2 |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|^{-1} \langle \alpha' | n(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) | \alpha \rangle \delta_{\sigma'\sigma}. \quad (3)$$

Площадь, занятая электронным газом, и квантовая постоянная приняты равными единице.

Вероятность перехода  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}'$  за единицу времени в борновском приближении по  $V$  может быть представлена в виде [3,9]

$$W(\mathbf{q}, \omega) = (2\pi)^3 Z^2 \bar{e}^4 n_e q^{-2} S(\mathbf{q}, \omega), \quad (4)$$

где  $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$  и  $\omega = E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}$  — потеря импульса и энергии падающей частицы в результате рассеяния;  $n_e$  — поверхностная плотность электронов;

$$S(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{n_e} \sum_{\alpha\alpha'} \omega_\alpha \langle \alpha' | n(-\mathbf{q}) | \alpha \rangle^2 \delta(\omega - E_{\alpha'} + E_\alpha) \quad (5)$$

— динамический структурный фактор двумерного электронного газа [3,4,9];  $\omega_\alpha$  — функция распределения Гиббса.

Дважды дифференциальное сечение двумерного рассеяния частиц в интервале углов  $d\phi$  с потерей энергии в интервале  $d\omega$  равно

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega d\phi} = \frac{2\pi n_e}{p} \left( MZ \frac{\bar{e}^2}{q} \right)^2 S(\mathbf{q}, \omega), \quad (6)$$

где

$$q^2 = 4M \left\{ E - \frac{\omega}{2} - [E(E - \omega)]^{1/2} \cos \varphi \right\}, \quad (7)$$

$E = E_p$  — энергия частицы;  $\varphi$  — угол рассеяния. Входящий в (6) динамический структурный фактор связан с запаздывающим поляризационным оператором  $\Pi$  соотношением [9, 12]

$$S(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{1}{\pi n_e} (n_\omega + 1) \text{Im} \Pi(\mathbf{q}, \omega), \quad (8)$$

где  $n_\omega = (e^{\beta\omega} - 1)^{-1}$  — функция распределения Планка;  $\beta$  — обратная температура. Вероятность перехода (4) связана с мнимой частью поляризационного оператора

$$W(\mathbf{q}, \omega) = 8\pi^2 Z^2 e^4 q^{-2} (n_\omega + 1) [-\text{Im} \Pi(\mathbf{q}, \omega)]. \quad (9)$$

В приближении хаотических фаз поляризационный оператор изображается суммой «петлевых» диаграмм [12] и равен

$$\Pi(\mathbf{q}, \omega) = \frac{P(\mathbf{q}, \omega)}{1 - v_q P(\mathbf{q}, \omega)}, \quad (10)$$

где  $P$  соответствует простой петле, в которой электронные функции Грина вычислены с учетом примесного рассеяния;  $v_q = 2\pi e^2/q$  — компонента Фурье энергии кулоновского взаимодействия двумерных электронов. В линейном приближении по концентрации примесных атомов  $P = P_0 + \delta P$ , где  $P_0$  — поляризационный оператор свободного электронного газа, а вклад  $\delta P$  обусловлен локализацией электронов в поле примесных атомов [13]. Функция  $P_0$  для вырожденного двумерного электронного газа вычислена в работе [14], а для невырожденного — в [15]. В [10] она вычислена при любой степени вырождения электронов. Вклад  $\delta P$  равен [13]

$$\delta P(\mathbf{q}, \omega) = 2 \int \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \delta\rho(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \varepsilon) [f(\varepsilon) - f(\varepsilon_k)] \times \left( \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k + \omega + i0} + \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_k - \omega - i0} \right), \quad (11)$$

где  $\varepsilon_k$  — энергия электрона с импульсом  $k$ ;  $f$  — функция распределения Ферми;

$$\delta\rho(\mathbf{k}, \varepsilon) = |v_0| n_i (\varepsilon - \varepsilon_k)^{-2} \delta[1 - v_0 F(\varepsilon)] \quad (12)$$

— вклад локализованных электронов в спектральную плотность функции Грина, усредненной по конфигурациям примесных атомов. Здесь  $v_0$  — константа, характеризующая интенсивность короткодействующего примесного потенциала;  $n_i$  — плотность примесных атомов;  $F(\varepsilon)$  — функция, входящая в уравнение И. М. Лифшица для локальных уровней

$$1 - v_0 F(\varepsilon) = 0. \quad (13)$$

Она связана с плотностью состояний  $g$  электронов преобразованием Гильберта:

$$F(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon' \frac{g(\varepsilon')}{\varepsilon - \varepsilon'}.$$

Если в энергетическом спектре двумерных электронов присутствует лишь один локальный уровень  $\varepsilon_l = -|\varepsilon_l|$ , то вещественная и мнимая части поляризационного оператора (11) равны

$$\text{Re} \delta P(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{m r n_i}{\pi} \int_0^{\infty} d\varepsilon [f(\varepsilon_l) - f(\varepsilon)] \times \frac{\varepsilon - \varepsilon_l + \varepsilon_q}{[(\varepsilon - \varepsilon_l + \varepsilon_q)^2 - 4\varepsilon\varepsilon_q]^{3/2} (\varepsilon - \varepsilon_l - \omega)} + (\omega \rightarrow -\omega), \quad (14)$$

$$\text{Im} \delta P(\mathbf{q}, \omega) = -m r n_i [f(\varepsilon_l) - f(\varepsilon_l + \omega)] \times \theta(\omega - \omega_g) \omega_+ [\omega_+^2 - 4\varepsilon_q(\omega + \varepsilon_l)]^{-3/2} - (\omega \rightarrow -\omega), \quad (15)$$

где  $m$  — масса электрона;

$$r = \left[ \left[ \frac{dF}{d\varepsilon} \right]_{\varepsilon=\varepsilon_l} \right]^{-1}$$

— вычет амплитуды рассеяния электронов примесным атомом в полюсе  $\varepsilon_l$ ;  $\omega_g = |\varepsilon_l|$  — пороговая частота активации локализованного электрона;  $\omega_\pm = \omega \pm \varepsilon_q$ ;  $\theta$  — функция Хевисайда;  $(\omega \rightarrow -\omega)$  обозначает слагаемое, которое отличается от предыдущего знаком частоты. Из формул (14) и (15) видно, что параметром, определяющим роль пространственной дисперсии поляризационного оператора  $\delta P$ , является  $\varepsilon_q/|\varepsilon_l|$ . Если этот параметр мал, можно ограничиться длинноволновым приближением. Тогда из формулы (14) для вырожденных электронов получаем

$$\operatorname{Re} \delta P = \frac{m r n_i}{\pi \omega^2} \ln \left| 1 - \left( \frac{\omega}{\epsilon_F - \epsilon_l} \right)^2 \right|, \quad (16)$$

где  $\epsilon_F$  — энергия Ферми двумерного электронного газа.

Энергия, теряемая заряженной частицей за единицу времени, равна [1]

$$\frac{dE}{dt} = \int \frac{d^2 p'}{(2\pi)^2} \omega W(\mathbf{q}, \omega). \quad (17)$$

Она связана с мнимой частью поляризационного оператора соотношением

$$\frac{dE}{dt} = 2Z^2 e^4 \int d^2 p' \frac{\omega}{q^2} (n_\omega + 1) [-\operatorname{Im} \Pi(\mathbf{q}, \omega)]. \quad (18)$$

При вычислении этой величины необходимо учесть вклад (11), связанный с локализацией двумерных электронов на примесных атомах.

Из формул (10) и (18) видно, что тормозная способность двумерного электронного газа обусловлена как одночастичными, так и коллектив-

ными возбуждениями. Вклад одночастичных возбуждений определяет особенности числителя в (10), а вклад коллективных возбуждений — нули знаменателя. Рассмотрим эти вклады отдельно.

## 2. Вклад одночастичных возбуждений в тормозную способность двумерного электронного газа

### 2.1. Двумерное рассеяние

При вычислении вклада одночастичных возбуждений в потери энергии пробной частицы можно пренебречь кулоновским взаимодействием двумерных электронов. Тогда вероятность перехода (9) в линейном приближении по концентрации примесных атомов равна

$$W = W_0 + \delta W, \quad (19)$$

где  $W_0$  — вероятность перехода в свободном электронном газе [9], а  $\delta W$  — вклад локализованных электронов. Из формул (9) и (15) следует, что этот вклад равен

$$\delta W(q, \omega) = 8\pi^2 m Z^2 e^4 r n_i q^{-2} (n_\omega + 1) \times \left\{ [f(\epsilon_l) - f(\epsilon_l + \omega)] \theta(\omega - \omega_g) \omega_+ [\omega_+^2 - 4\epsilon_q(\omega + \epsilon_l)]^{-3/2} - (\omega \rightarrow -\omega) \right\}. \quad (20)$$

Первое слагаемое в правой части (20) обусловлено переходами локализованных на примесных атомах электронов в двумерную зону проводимости. Такие переходы сопровождаются уменьшением энергии частицы. Второе слагаемое описывает индуцированные переходы зонных электронов на локальный уровень. Поскольку  $n_{-\omega} + 1 = -n_\omega$ , этот вклад исчезает при нулевой температуре. Из формулы (20) видно, что  $\delta W$  как функция потери энергии  $\omega$  частицы имеет порог при энергии активации локализованного электрона  $\omega_g$ . Когда температура стремится к нулю, за счет разности функций Ферми в (20) порог смещается в точку  $\omega_g + \epsilon_F$  в соответствии с принципом Паули. Если  $\epsilon_q \ll \omega_g$ , то из формулы (20) для вероятности переходов локализованных электронов в зону проводимости получаем

$$\delta W(q, \omega) = \frac{8\pi^2 m Z^2 e^4 r n_i}{q^2 \omega^2} \theta(\omega - \omega_g) (n_\omega + 1) \times [f(\epsilon_l) - f(\epsilon_l + \omega)]. \quad (21)$$

Сечение неупругого двумерного рассеяния частиц в этом случае равно

$$\frac{d^2 \sigma}{d\omega d\phi} = \frac{2m(MZ e^2)^2 r n_i}{p q^2 \omega^2} \times \theta(\omega - \omega_g) (n_\omega + 1) [f(\epsilon_l) - f(\epsilon_l + \omega)]. \quad (22)$$

Входящая в формулы (21) и (22) потеря импульса  $q$  частицы связана с потерей энергии  $\omega$  соотношением (7). Если  $\omega$  фиксирована, сечение (22) как функция угла рассеяния достигает максимального значения при  $\phi = 0$  и убывает при  $\phi \rightarrow \pm \pi$ . При изменении угла рассеяния от 0 до  $\pi$  сечение (22) убывает в

$$\left[ \frac{1 + (1 - \omega/E)^{1/2}}{1 - (1 - \omega/E)^{1/2}} \right]^2$$

раз. Если  $\phi = 0$ , сечение (22) как функция  $\omega$  имеет порог при  $\omega = \omega_g$ . По мере роста  $\omega$  сечение проходит через максимум, а затем убывает.

Когда скорость падающей частицы превышает фермиевскую скорость электронов, потеря импульса частицы невелика. В этом случае можно воспользоваться длинноволновым приближением для поляризационного оператора. В результате из формул (17) и (21) для потери энергии частицы в единицу времени за счет ионизации примесных атомов получаем выражение

$$\frac{d}{dt} \delta E = 2mZ^2 e^4 r n_i \int d^2 p' \frac{n_{\omega} + 1}{\omega q^2} \times \left\{ \theta(\omega - \omega_g) [f(\epsilon_l) - f(\epsilon_l + \omega)] - (\omega \rightarrow -\omega) \right\}. \quad (23)$$

Интегрирование по углу рассеяния  $\varphi$  в (23) выполняется элементарно:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{c - \cos \varphi} = \frac{2\pi \operatorname{sgn} c}{(c^2 - 1)^{1/2}}, \quad |c| > 1.$$

В результате

$$\begin{aligned} \frac{d}{dT} \delta E = 2\pi m Z^2 e^4 r n_i \int_0^E \frac{d\omega}{\omega^2} (n_{\omega} + 1) [f(\epsilon_l) - f(\epsilon_l + \omega)] + \\ + 2\pi m Z^2 e^4 r n_i \int_{-E}^0 \frac{d\omega}{\omega^2} n_{\omega} [f(\epsilon_l) - f(\epsilon_l + \omega)]. \quad (24) \end{aligned}$$

Первое слагаемое в этой формуле обусловлено переходами локализованных электронов в зону, а второе — переходами зонных электронов на локальный уровень. При нулевой температуре из (24) получаем

$$\frac{d}{dt} \delta E = \frac{2\pi m Z^2 e^4 r n_i}{E} \theta(E - \epsilon_F - \omega_g) \left( \frac{E}{\epsilon_F + \omega_g} - 1 \right). \quad (25)$$

Тормозная способность (25) двумерного газа имеет порог в точке  $E_0 = \epsilon_F + \omega_g$ . С ростом  $E$  величина  $(d/dt)\delta E$  возрастает и достигает насыщения при  $E \gg E_0$ . Отношение максимального значения (25) к тормозной способности свободного двумерного электронного газа [10] равно

$$A = \frac{mr}{\pi \epsilon_F} \frac{n_i}{n_e} \left( 1 + \frac{\omega_g}{\epsilon_F} \right)^{-1}.$$

Используя для вычета  $r$  значение

$$r = \frac{2\pi|\epsilon_l|}{m},$$

вычисленное для мелкого ( $m|v_0| \ll 1$ ) донора [16], получаем

$$A = 2 \frac{n_i}{n_e} \frac{\omega_g}{\epsilon_F} \left( 1 + \frac{\omega_g}{\epsilon_F} \right)^{-1}. \quad (26)$$

### 2.2. Трехмерное рассеяние

Рассеяние электронов, падающих под любым углом на двумерный электронный газ, рассмотрел Феттер [9]. Он показал, что дифференциальное сечение рассеяния пучка электронов, прошедших через электронный слой, в телесный угол  $dO$  с потерей энергии в интервале  $d\omega$  равно

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega dO} = n_e \frac{k'}{k} [a(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2]^{-2} S(\mathbf{q}, \omega), \quad (27)$$

где  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  — импульсы электрона до и после рассеяния;  $\mathbf{q}$  — проекция вектора  $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$  на плоскость, занятую электронным газом;  $\omega = \epsilon_k - \epsilon_{k'}$ ,  $a = (2m\bar{e}^2)^{-1}$  — эффективный борковский радиус. Входящий в формулу (27) динамический структурный фактор связан с мнимой частью поляризационного оператора двумерного электронного газа соотношением (8). Используя формулу (15), получаем вклад локального состояния электрона в сечение рассеяния (27):

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\omega dO} = \frac{mr n_i k'}{\pi k} [a(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2]^{-2} (n_{\omega} + 1) \times \\ \times \left\{ [f(\epsilon_l) - f(\epsilon_l + \omega)] \theta(\omega - \omega_g) \times \right. \\ \left. \times \omega_+ [\omega_+^2 - 4\epsilon_q(\omega + \epsilon_l)]^{-3/2} - (\omega \rightarrow -\omega) \right\}. \quad (28) \end{aligned}$$

Как и в случае двумерного рассеяния, сечение (28) при конечных температурах имеет порог в точке  $\omega = \omega_g$ . При нуле градусов порог находится в точке  $\epsilon_F + \omega_g$ .

### 3. Характеристические потери энергии электронов в двумерном электронном газе

Потери энергии электронов в двумерном электронном газе, обусловленные возбуждением плазменных волн, учтены нулями знаменателя в формуле (10). Положения нулей находим из дисперсионного уравнения для плазмонов:

$$1 - v_q P(\mathbf{q}, \omega) = 0. \quad (29)$$

Решение этого уравнения имеет вид  $\omega = \omega_q - i\gamma_q$ , где  $\omega_q$  — спектр плазмонов;  $\gamma_q$  — декремент затухания. Если  $\gamma_q \ll \omega_q$ , то мнимая часть поляризационного оператора вблизи корня дисперсионного уравнения (29) имеет вид

$$\text{Im } P(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{\pi}{v_q^2} \left[ \left[ \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re } P(\mathbf{q}, \omega) \right]_{\omega=\omega_q} \right]^{-1} \times \\ \times [\delta(\omega - \omega_q) + \delta(\omega + \omega_q)]. \quad (30)$$

Учет конечной величины  $\gamma_q$  приводит к замене  $\delta$ -функций в (30) лоренцевскими кривыми.

Вне области бесстолкновительного затухания плазменных волн вещественная часть поляризационного оператора вырожденного двумерного электронного газа в отсутствие примесных атомов равна [8,14,17]

$$\text{Re } P_0(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{m}{\pi} + \frac{m^2}{\pi q^2} \times \\ \times \left\{ [(\omega + \Omega_+)(\omega - \Omega_-)]^{1/2} - [(\omega - \Omega_+)(\omega + \Omega_-)]^{1/2} \right\}, \quad (31)$$

где  $\Omega_{\pm} = qv_F \pm \epsilon_q$ ;  $v_F$  — фермиевская скорость;  $\omega \geq \Omega_+$ . Решение дисперсионного уравнения (29) с учетом (31) имеет вид [17]

$$\omega_q = \left( \frac{2\pi e^2 n_e q}{m} \right)^{1/2} (1 + aq) \left( 1 + \frac{aq}{2} \right)^{-1/2} \times \\ \times \left[ 1 + \frac{aq^3}{2k_F^2} \left( 1 + \frac{aq}{2} \right) \right]^{1/2}, \quad (32)$$

где  $k_F$  — фермиевский импульс. В длинноволновом пределе  $aq \ll 1$  и  $q \ll k_F$  из формулы (32) получаем

$$\omega_q = \left( \frac{2\pi e^2 n_e q}{m} \right)^{1/2}. \quad (33)$$

Это выражение является решением уравнения (29), если использовать длинноволновое приближение для поляризационного оператора:

$$P_0(\mathbf{q}, \omega) = \frac{q^2 n_e}{m(\omega + i\nu)^2}. \quad (34)$$

Здесь  $\nu$  — частота столкновений электронов с примесными атомами, обусловленная лишь потенциальным рассеянием. Декремент затухания длинноволновых плазмонов в вырожденном электронном газе равен частоте столкновений  $\nu$ .

Когда  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ , сечение трехмерного рассеяния электронов сильно вырожденным двумерным электронным газом вблизи корня (33) дисперсионного уравнения равно

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega dO} = \frac{n_e^{1/2} k'}{2\pi^{3/2} (aq)^{3/2} k q} (n_{\omega_q} + 1) \frac{\gamma_q}{(\omega - \omega_q)^2 + \gamma_q^2}. \quad (35)$$

Первое слагаемое в (35), пропорциональное  $n_{\omega_q}$ , описывает вынужденное излучение плазмонов электронами, а второе слагаемое — спонтанное излучение.

Учет локализации электронов в поле примесных атомов приводит к изменению спектра плазмонов и декремента затухания [13]. Учитывая (16) и (34) в дисперсионном уравнении (29), получаем спектр плазмонов с учетом локального уровня:

$$Q = \frac{1}{2} x^2 \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{b}{x^4} \ln |1 - x^2| \right]^{1/2} \right\}, \quad (36)$$

где

$$Q = q \frac{2\pi e^2 n_e}{m} (\epsilon_F + \omega_g)^{-2}, \quad (37)$$

$$x = \frac{\omega}{\epsilon_F + \omega_g}, \quad b = \frac{8}{\pi} \frac{1}{a^2 n_e} \frac{n_i}{n_e} \frac{\omega_g}{\epsilon_F} \left( 1 + \frac{\omega_g}{\epsilon_F} \right)^{-4}.$$

В отсутствие локализации электронов из формулы (36) получаем закон дисперсии (33)

$$Q_0 = x^2. \quad (38)$$

На рис. 1 приведен график зависимости (36) (кривая 1) для значений параметров инверсионного слоя на границе кремния и двуокиси кремния [8]:  $m = 10^{-28}$  г,  $n_e = 10^{12}$  см<sup>-2</sup>,  $n_i/n_e = 10^{-3}$ ,  $\omega_g/\epsilon_F = 1$ ,  $\epsilon_1 + \epsilon_2 = 15$ . Кривая 2 — закон дисперсии длинноволновых плазмонов (38). На рис. 1 видно, что локализация электронов приводит к понижению частоты длинноволновых плазмонов. Такое понижение при малых плотностях электронов наблюдалось экспериментально [18] и объяснялось увеличением эффективной массы электрона проводимости в (33). Из формулы (36) видно, что уменьшение частоты плазмонов может быть связано также с уменьшением пороговой частоты  $\omega' = \omega_g + \epsilon_F$  в образцах с низкой плотностью электронов. Когда  $\omega'$  убывает, расстояние между дисперсионными кривыми 1 и 2 на рис. 1 увеличивается в соответствии с экспериментом [18].

Учет конечной ширины локального уровня  $v_0$  приводит к размытию логарифмической особенности в (36). В точке  $\omega'$  аргумент логарифма оказывается равным

$$2 \frac{v_0}{\omega'} \left[ 1 + (v_0/2\omega')^2 \right]^{1/2}.$$

При  $v_0/\omega_g = 0,1$  и приведенных выше значениях параметров получаем  $v_0/\omega' = 0,05$ ,  $Q' = 1,003$  — значение безразмерного волнового числа плазмона (37) в точке  $\omega'$ . В этом случае  $q' = 2,05 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$ ,  $\omega' = 6,28 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ .

Декремент затухания плазмонов со спектром (36) равен

$$\gamma = v + \delta\gamma, \quad (39)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\delta\gamma}{v} = & \frac{\pi^{3/2}}{(aq_m)^{1/2}} \frac{n_i}{n_e} \frac{\omega_g}{v} \frac{n_e^{1/2}}{q_m} y^{-3/2} \theta(y-1) \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{1 + \exp[-\beta\epsilon_F(1 + \omega_g/\epsilon_F)]} - \frac{1}{1 + \exp[-\beta\epsilon_F(1 + \omega_g/\epsilon_F(1 - y^{1/2}))]} \right\}. \end{aligned} \quad (40)$$

Здесь

$$y = \frac{q}{q_m}, \quad aq_m = \frac{1}{2} \left( ak_F \frac{\omega_g}{\epsilon_F} \right)^2 = 0,08.$$

График зависимости декремента (40) от  $y$  приведен на рис. 2. Используются приведенные выше значения параметров и  $\omega_g/v = 10$ . Кривая 1 получена для  $\beta\epsilon_F = 100$ , а кривая 2 — для  $\beta\epsilon_F = 10$ .

Сечение рассеяния электронов на плазмонах со спектром (36) совпадает с выражением (35), в котором  $\omega_q$  — спектр (36), а  $\gamma_q$  — декремент затухания (39). Максимальное значение сечения (35) в точке  $q'$  с учетом локального уровня равно

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} \right)_m = \frac{1}{2\pi^3} \frac{k'}{k} \frac{(m\omega')^3}{n_e q'^4 \gamma_{q'}}. \quad (41)$$

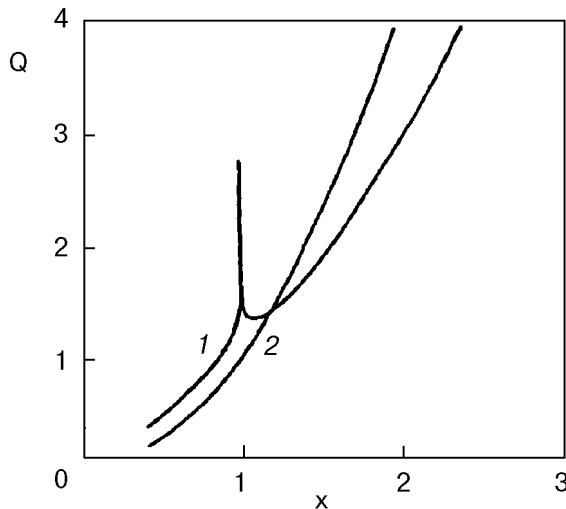


Рис. 1. Закон дисперсии плазмонов (36) с учетом локального уровня (1) и в отсутствие локализации (2).

Если подставить в (41) приведенные выше значения параметров и  $\omega'/\epsilon = 0,1$ , то для отношения максимальных значений сечений в точке  $q'$  с учетом локального уровня и без него получаем

$$\frac{1}{Q'^4} \left( 1 + \frac{\delta\gamma_{q'}}{v} \right)^{-1} = 4,58 \cdot 10^{-2}.$$

В этом случае  $\gamma_{q'} = 3,29 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ . Уменьшение сечения с учетом локализации электронов вызвано резким увеличением передачи импульса на пороговой частоте.

Потерю энергии заряженной частицы, обусловленную спонтанным и вынужденным излучением двумерных плазмонов, получаем из формул (18) и (30)

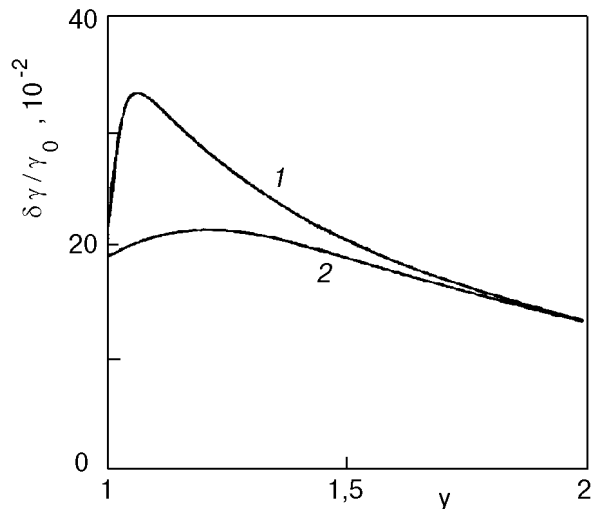


Рис. 2. Вклад локальных состояний электронов (40) в декремент затухания плазмонов. Кривая 1 получена для  $\beta\epsilon_F = 100$ , а кривая 2 — для  $\beta\epsilon_F = 10$ .

$$\frac{dE}{dt} = \frac{Z^2}{2\pi} \int d^2p' \omega (n_{\omega} + 1) \times \left[ \left. \frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} P(\mathbf{q}, \omega) \right]_{\omega=\omega_q}^{-1} \delta(\omega - \omega_q). \quad (42)$$

Переходя к интегрированию по  $\omega$  и  $\phi$ , находим

$$\frac{dE}{dt} = \frac{MZ^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \omega_q (n_{\omega_q} + 1) \left[ \frac{\partial}{\partial \omega_q} \operatorname{Re} P(\mathbf{q}, \omega_q) \right]^{-1}, \quad (43)$$

где  $\mathbf{q}$  равно выражению (7), в котором следует положить  $\omega = \omega_q$ . Если локализация электронов отсутствует, а скорость падающей частицы превышает фермиевскую, то можно воспользоваться длинноволновым приближением (34) для поляризационного оператора. Тогда из формулы (43) для вырожденных электронов получаем выражение

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2\pi^2 MZ^2 e^4 n_e}{m}, \quad (44)$$

приведенное в работе [10]. С учетом локализации электронов в формуле (43) необходимо учесть (16) и (36). Получающийся при этом интеграл (43) можно вычислить лишь численно.

### Заключение

В работе рассмотрено влияние локальных состояний электронов в поле изолированных примесных атомов на тормозную способность вырожденного двумерного электронного газа. Актуальность этой задачи определяется тем, что примесные атомы существенно изменяют энергетический спектр двумерных систем. Как угодно слабая примесь притяжения отщепляет от нижнего края зоны проводимости локальные уровни, которые необходимо учитывать при расчете потерь энергии заряженных частиц в двумерных проводниках. Локализация электронов проявляется в спектре потерь энергии заряженных частиц, обусловленных как одночастичными, так и коллективными возбуждениями. При малой концентрации примесных атомов функция потерь содержит слагаемое, описывающее переходы локализованных на примесях электронов в зону проводимости. Тормозная способность системы как функция потери энергии частицы имеет порог при энергии акти-

вации локализованного электрона. Наблюдение этой особенности позволяет получить энергию связи примесных электронов в двумерном случае.

Локализация электронов приводит к понижению частоты двумерных плазмонов, которое наблюдалось экспериментально. Этот эффект проявляется в смещении линии характеристических потерь энергии электронов в низкочастотную область и в дополнительном ее уширении. Измерение положения и ширины этой линии позволяет получить спектр и декремент затухания плазмонов в неидеальных двумерных проводниках.

1. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, *Электродинамика плазмы*, Наука, Москва (1974).
2. *Характеристические потери энергии электронов в твердых телах*, сб. статей, А. Р. Шульман (ред.), ИИЛ, Москва (1959).
3. Д. Пайнс, *Элементарные возбуждения в твердых телах*, Мир, Москва (1965).
4. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
5. H. Watanabe, *J. Phys. Soc. Jpn.* **11**, 112 (1956).
6. D. Pines and D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 338 (1952).
7. R. H. Ritchie, *Phys. Rev.* **106**, 874 (1957).
8. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем*, Мир, Москва (1985).
9. A. L. Fetter, *Phys. Rev.* **B10**, 3739 (1974).
10. A. Bret and C. Deutsch, *Phys. Rev.* **E48**, 2994 (1993).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
12. A. L. Fetter and J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many-Particle Systems*, Mc Gr. -Hill, New York (1971).
13. А. М. Ермолаев, Бабак Хакики, *Вісник ХДУ. Серія «Фізика»* № 418, 13 (1998).
14. F. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 546 (1967).
15. P. M. Platzman and N. Tzoar, *Phys. Rev.* **B13**, 3197 (1976).
16. Н. В. Глейзер, А. М. Ермолаев, *ФНТ* **23**, 73 (1997).
17. Е. А. Андрюшин, А. П. Силин, *ФТТ* **35**, 324 (1993).
18. S. J. Allen, D. C. Tsui, and R. A. Logan, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 980 (1977).

### Stopping-power of charged particles in two-dimensional electron gas with impurity electron states

A. M. Ermolaev and Babak Haghghi

The differential cross-section of inelastic scattering and the loss function of fast charged particles in a two-dimensional electron gas are calculated at low temperatures taking into account the localization of electrons at impurity atoms. The contribution of one-particle and collective excitations of the electron gas to the cross-section of scattering and the loss function is considered. The one-particle excitations result in the existence of a threshold of the cross-section



tion of scattering and the loss function stimulated by the transition of localized electrons to the conduction band. The localization of electrons results in a decrease of the frequency of two-dimensional plasmons. As a result, the lines of plasma losses in the

energy spectrum of the electrons passed through the two-dimensional electron gas are shifted towards low frequencies and became wider. The numerical evaluations are fulfilled for an inversion layer at the silicon-silicon dioxide boundary.