

Длиннопериодические несоизмерные структуры в кристаллах с треугольным расположением магнитных ионов

Ю. Д. Заворотнев, Л. И. Медведева

*Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины,
Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
E-mail: zavorot@host.dipt.donetsk.ua*

Статья поступила в редакцию 18 сентября 1998 г., после переработки 21 января 1999 г.

Рассмотрена возможность возникновения длиннопериодической структуры в кристаллах с треугольным расположением магнитных атомов. Показано, что существуют две циклоидальные и одна спиральная структуры. Изучено влияние на них магнитного поля и магнитной кристаллографической анизотропии второго порядка. Сверхструктуры могут переходить друг в друга путем поворота плоскости вращения неприводимых векторов, для которых имеет место «антицентробежный» эффект. При этом возникает промежуточная структура, получившая название «вращающаяся скошенная спираль» ($R\tilde{S}\tilde{S}$). Показано также, что могут появляться «домены», на длине которых неприводимые векторы поворачиваются на угол $\pi/2$. Из этих «доменов» можно составлять структуры со скачком фазы неприводимых векторов на границе.

Розглянуто можливість виникнення довгоперіодичної структури в кристалах з трикутним розташуванням магнітних атомів. Показано, що існують дві циклоїдальні та одна спіральна структури. Вивчено вплив на них магнітного поля і магнітної кристаллографічної анізотропії другого порядку. Надструктури можуть переходити одна в одну шляхом повороту площини обертання незвідних векторів, для яких має місце «антивідцентровий» ефект. При цьому виникає проміжна структура, яка отримала назву «обертана скошена спіраль» ($R\tilde{S}\tilde{S}$). Показано також, що можуть з'являтися «домени», по довжині яких незвідні вектори обертаються на кут $\pi/2$. Из цих «доменів» можна скласти структури із стрибком фази незвідних векторів на межі.

PACS: 75.30.Kz

Введение

Возникновение длиннопериодических структур в кристаллах объясняется наличием в неравновесном потенциале инвариантов, содержащих первые пространственные производные от параметров порядка в первой [1] и второй [2] степенях. Такие слагаемые появляются в гамильтониане благодаря неоднородностям обменного [3] и обменно-релятивистского [4,5] взаимодействий. В обзорах [6,7] систематизирован обширный материал, опираясь на который можно анализировать длиннопериодические структуры в конкретных кристаллах.

Известно [8], что при определенных условиях в соединении $(\text{Fe}_{1-x}\text{Mn}_x)_2\text{P}$ имеется несоизмеримая спиральная структура с вектором распространения вдоль направления [110]. В настоящей ра-

боте ставится задача определения причин, обуславливающих появление подобной структуры, а также выявления всех возможных сверхструктур, допустимых в кристалле данного типа. Обычно в одноосном кристалле рассматриваются сверхструктуры, распространяющиеся вдоль главной оси кристалла. В этом случае решение задачи облегчается тем, что полярная ось направляется вдоль главной оси кристалла и рассматривается изменение только одного из двух сферических углов. В нашем случае вектор распространения направлен перпендикулярно этой оси, а выбор полярной оси в сферической системе координат остается прежним. Это затрудняет решение задачи, однако дает возможность изучить различные виды сверхструктур и их суперпозицию. Учет изменения обоих сферических углов позволяет рассмотреть спиральную и циклоидальную струк-

туры как два предельных случая «вращающейся скошенной спирали» ($R\tilde{S}\tilde{S}$). Корреляция между структурами определяется изменением поворота плоскости вращения неприводимых векторов.

Циклоидальные и спиральные структуры

Как показано в [9], для соединений типа Fe_2P , обладающих симметрией D_{3h} , имеются три неприводимых вектора: $\mathbf{F} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3$, $\mathbf{L}_1 = (\sqrt{6})^{-1}(2\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3)$, $\mathbf{L}_2 = (\sqrt{2})^{-1}(\mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3)$. Первый из них (вектор ФМ) преобразуется по полносимметричному неприводимому представлению, а \mathbf{L}_1 и \mathbf{L}_2 — по тому же представлению, что и x , y , при этом ось OZ направлена вдоль оси третьего порядка. Отсюда следует, что можно составить инвариант вида Дзялошинского и плотность потенциала принимает вид [10]

$$\Phi = \delta_1 \mathbf{F}^2 + \delta_2 \mathbf{L}_1^2 + \Delta \left(\mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{L}_1}{\partial x} - \mathbf{L}_1 \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{L}_2}{\partial y} - \mathbf{L}_2 \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} \right) + \alpha_1 \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right)^2 + \alpha_2 \left(\frac{\partial \mathbf{L}_1}{\partial x} \right)^2 + \beta_1 F_z^2 + \beta_2 L_{1z}^2 + \alpha_3 \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} \right)^2 + \alpha_4 \left(\frac{\partial \mathbf{L}_2}{\partial y} \right)^2 + \beta_3 L_{2z}^2 - \mathbf{F}\mathbf{H}, \quad (1)$$

где α_i ($i = 1, 2, 3, 4$), Δ — постоянные неоднородного обменного взаимодействия в базисной плоскости; $\delta_1 = 0,5(T - T_C)$ и $\delta_2 = 0,5(T - T_N)$ — зависящие от температур Кюри T_C и Нееля T_N коэффициенты; β_1 , β_2 и β_3 — константы магнитной кристаллографической анизотропии; \mathbf{H} — напряженность магнитного поля. Введем сферическую систему координат, рассматривая модуляции вдоль направления OX и предполагая, что модули неприводимых векторов не зависят от переменной x , получаем следующее выражение для плотности неравновесного потенциала:

$$\Phi = \delta_1 \mathbf{F}^2 + \delta_2 \mathbf{L}_1^2 + \Delta FL_1 \times \{ \theta'_{1x} [-\cos \theta_3 \sin \theta_1 + \sin \theta_3 \cos \theta_1 \cos (\varphi_1 - \varphi_3)] + \theta'_{3x} [\cos \theta_1 \sin \theta_3 - \sin \theta_1 \cos \theta_3 \cos (\varphi_1 - \varphi_3)] + (\varphi'_{1x} - \varphi'_{3x}) \sin \theta_1 \sin \theta_3 \sin (\varphi_3 - \varphi_1) \} + \mathbf{F}^2 \alpha_1 \{ (\theta'_{3x})^2 + (\varphi'_{3x})^2 \sin^2 \theta_3 \} + \mathbf{L}_1^2 \alpha_2 \{ (\theta'_{1x})^2 + (\varphi'_{1x})^2 \sin^2 \theta_1 \} + \beta_1 \mathbf{F}^2 \cos^2 \theta_3 + \beta_2 \mathbf{L}_1^2 \cos^2 \theta_1 - \mathbf{F}\mathbf{H}, \quad (2)$$

где θ и φ — полярный и азимутальный углы; индекс «1» соответствует вектору \mathbf{L}_1 , а «3» —

вектору \mathbf{F} ; $\theta'_x \equiv \partial \theta / \partial x$; $\varphi'_x \equiv \partial \varphi / \partial x$. Здесь предполагается, что $\mathbf{H} \parallel OZ$. Вариация такого функционала имеет решения в двух предельных случаях.

В первом случае при $\Delta \varphi = \varphi_3 - \varphi_1 = \pm \pi/2$, $\theta_1 = \theta_3 = \theta$, $\varphi'_{1x} = \varphi'_{2x} = \varphi'_x$ уравнения Эйлера имеют вид

$$2(\mathbf{F}^2 \alpha_1 + \mathbf{L}_1^2 \alpha_2) \theta_x'' + \sin \theta \{ [2\beta_1 \mathbf{F}^2 + 2\beta_2 \mathbf{L}_1^2 - 4 \Delta FL_1 \varphi_x' - 2(\mathbf{F}^2 \alpha_1 + \mathbf{L}_1^2 \alpha_2) (\varphi_x')^2] \cos \theta - \mathbf{F}\mathbf{H} = 0; \quad (3)$$

$$(\mathbf{F}^2 \alpha_1 + \mathbf{L}_1^2 \alpha_2) \varphi_x'' \sin \theta + 2 \theta' \cos \theta [\varphi_x' (\mathbf{F}^2 \alpha_1 + \mathbf{L}_1^2 \alpha_2) + \Delta FL_1] = 0.$$

Структура этих уравнений аналогична системе, приведенной в [11]. Этой системе удовлетворяют функции вида $\varphi(x) = k_1 x$, $\theta = \text{const}$, описывающие при $H = 0$ двойную циклоидальную структуру с направленным по оси OX вектором распространения k_1 . При этом получаем для его модуля

$$k_1 = \frac{\Delta FL_1}{F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2}; \quad (4)$$

$$\cos \theta = \frac{FH (F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2)}{2[(\beta_1 F^2 + \beta_2 L_1^2)(F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2) + \Delta^2 F^2 L_1^2]}.$$

Если $H = 0$, то $\theta = \pi/2$, и вращение векторов \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 происходит в плоскости XOY (структура типа SS , согласно [6]). При $H \neq 0$ возникает структура типа FS . Однако в нашем случае $k_1 \parallel OX$ и находится в плоскости, перпендикулярной оси конуса. При значении поля H_c , определяемом из условия $\cos \theta = 1$ (4), циклоида «схлопывается», т.е. имеет место «непрерывный» фазовый переход в ФМ состояние.

Аналогично рассматривается сверхструктура, возникающая вдоль оси OY . Получающиеся при этом формулы идентичны (1)–(4) с заменой $\mathbf{L}_1 \rightarrow \mathbf{L}_2$ и $k_1 \rightarrow k_2$. Для решения вопроса о сложении циклоидальных структур необходимо записать уравнение для плотности потенциала с производными по осям OX и OY . Подставляя в него $\varphi_x = k_1 x$, $\varphi_y = k_2 y$ и минимизируя по k_1 и k_2 , получаем

$$k_1 = - \frac{\Delta FL_1}{F^2 \alpha_1 + \alpha_2 (L_1^2 + L_2^2)}; \quad (5)$$

$$k_2 = - \frac{\Delta FL_2}{F^2 \alpha_1 + \alpha_2 (L_1^2 + L_2^2)}.$$

Из (5) следует, что $k_1 = k_2$ только при $L_1 = L_2$. В этом случае суммарный вектор распространения \mathbf{k} располагается под одинаковыми углами к осям OX и OY . Если $\mathbf{L}_1 \neq \mathbf{L}_2$, то $\mathbf{k}_1 \neq \mathbf{k}_2$ и k определяется из уравнения

$$[\delta_2 + \alpha_2 k^2] [(\delta_1 + \alpha_1 k^2)(\delta_2 + \alpha_2 k^2) - \Delta^2 k^2] = 0, \quad (6)$$

где $k^2 = k_1^2 + k_2^2$. Это уравнение имеет три решения:

$$k_{(1)}^2 = -\frac{\delta_2}{2\alpha_2}; \quad (7a)$$

$$k_{(2,3)}^2 = -\frac{\alpha_1 \delta_2 + \alpha_2 \delta_1 - \Delta^2}{2\alpha_1 \alpha_2} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2\alpha_1 \alpha_2} \sqrt{(\alpha_1 \delta_2 + \alpha_2 \delta_1 - \Delta^2)^2 - 4 \delta_1 \delta_2 \alpha_1 \alpha_2}. \quad (7b)$$

Видно, что знак Δ несуществен для образования несоизмеримой структуры. Решение $k_{(1)}^2$ имеет место при условии $\alpha_2 > 0$; $\delta_2 < 0$, т.е. требуется $T < T_N$. В этом случае $F = 0$, $L_1 = \lambda L_2$, где $\lambda = -k_1/k_2$ ($k_1 \neq 0$, $k_2 \neq 0$), т.е. k_1 и k_2 имеют разные знаки. Но такое соотношение невозможно, и k_1 , k_2 должны быть одного знака, т.е. решение (7a) нефизично. Соотношение (7b) дает два решения. Рассмотрим условия существования каждого из них в различных температурных интервалах.

Пусть $T_C > T_N$. Тогда при $T = T_C$ ($\delta_1 = 0$, $\delta_2 = a_2(T_C - T_N)$) из (7b) видно, что на линии ФП одно из решений ($k_{(2)}^2$), у которого второе слагаемое берется со знаком «+», больше нуля при $\Delta^2 \geq \alpha_1 a_2 (T_C - T_N)$. Это условие является достаточным для образования сверхструктуры путем фазового перехода первого рода по температуре из парафазы [7]. При $\Delta^2 < \alpha_1 a_2 (T_C - T_N)$ такой переход невозможен, и на линии ФП $k_{(2)}^2 = 0$. Если $T < T_C$, т.е. $\delta_1 < 0$ и $\delta_2 > 0$, то $k_{(2)}^2 > 0$, и даже при невыполнении условия достаточности имеет место непрерывный ФП из парафазы в несоизмеримую структуру. Решение $k_{(3)}^2$ всюду отрицательно и нефизично.

Другая ситуация возникает при $T = T_N$. В этом случае имеем

$$k_{(2)}^2 = 0; \quad k_{(3)}^2 = \frac{\Delta^2 + \alpha_2 a_1 (T_C - T_N)}{\alpha_1 \alpha_2}. \quad (8)$$

Решение $k_{(2)}^2$ описывает непрерывный ФП из несоизмеримой в ФМ структуру, а $k_{(3)}^2$ — ФП 1-го рода из ФМ в сверхструктуру со скачком k неза-

висимо от соотношения между Δ и $T_C - T_N$, и достаточное условие можно не учитывать.

При $\delta_1 = 0$ получаем

$$\left| \frac{F}{L_{1,2}} \right| = \left| \frac{\Delta k_{1,2}}{2\alpha_1 k^2} \right| \gg 1, \quad (9)$$

т.е. $F \gg L_1$ и имеет место ФМ циклоидальная структура со «скрытым» поперечным АФМ. Если $\mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2 = 0$, то $\mathbf{S}_1 \parallel \mathbf{S}_2 \parallel \mathbf{S}_3$. При малых \mathbf{L}_1 и \mathbf{L}_2 , которые перпендикулярны \mathbf{F} , необходимо отклонение от коллинеарности. Аналогично из условия $\delta_2 = 0$ следует, что $F \ll L_1$. Это дает АФМ циклоиду со «скрытым» поперечным ФМ. При $\mathbf{F} = 0$ возникает треугольное 120° -е АФМ упорядочение. Для появления слабого перпендикулярного ФМ необходимо отклонение спинов из базисной плоскости.

Во втором случае $\Delta\varphi = \varphi_3 - \varphi_1 = 0; \pm\pi$; $\varphi'_{1x} = \varphi'_{3x} = 0$; $\varphi_1 = 0$; $\pm\pi/2$. Вариация функционала дает систему уравнений Эйлера

$$L_1^2 \alpha_2 \theta''_{1x} \pm \Delta F L_1 \theta'_{3x} \cos(\theta_3 \mp \theta_1) = -\frac{1}{2} \beta_2 L_1^2 \sin 2\theta_1,$$

$$F^2 \alpha_1 \theta''_{3x} \mp \Delta F L_1 \theta'_{1x} \cos(\theta_3 \mp \theta_1) =$$

$$= -\frac{1}{2} \beta_1 F^2 \sin^2 2\theta_3 + \frac{1}{2} F H \sin \theta_3. \quad (10)$$

Здесь и в дальнейшем верхний знак соответствует $\Delta\varphi = 0$, а нижний — $\Delta\varphi = \pm\pi$. В отсутствие анизотропии и при $H = 0$ решением системы (10) является функция вида $\theta_3 = \pm kx$, которая описывает циклоидальную структуру при $\varphi_1 = 0$ с вращением векторов \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 в плоскости ZOX и спиральную при $\varphi_1 = \pm\pi/2$ с вращением \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 в плоскости ZOY . Величина $\theta_3 \mp \theta_1 = \psi$ оказалась постоянной. При этом

- 1) если $\Delta > 0$, то $\psi = -\pi/2$ при $\theta'_{3x} \pm \theta'_{1x} > 0$ и $\psi = \pi/2$ при $\theta'_{3x} \pm \theta'_{1x} < 0$;
- 2) если $\Delta < 0$, то $\psi = \pi/2$ при $\theta'_{3x} \pm \theta'_{1x} > 0$ и $\psi = -\pi/2$ при $\theta'_{3x} \pm \theta'_{1x} < 0$.

Отсюда следует, что при любом направлении вращения и $\Delta > 0$ вектор \mathbf{L}_1 всегда опережает вектор \mathbf{F} . Если $\Delta < 0$, то вектор \mathbf{F} опережает вектор \mathbf{L}_1 . Поскольку углы Эйлера θ_1 и θ_3 изменяются в промежутке от 0 до π , полный период описываемой несоизмеримой структуры приходится «склеивать» из четвертей. В случае $\Delta < 0$ при нахождении \mathbf{F} в I–IV квадрантах имеем $\theta_1 + \theta_3 = \pi/2$, $\theta_3 - \theta_1 = -\pi/2$, $\theta_1 + \theta_3 = 3\pi/2$, $\theta_3 - \theta_1 = \pi/2$ соответственно. Если $\Delta > 0$, то имеют место следующие соотношения: $\theta_3 - \theta_1 = -\pi/2$, $\theta_3 + \theta_1 = \pi/2$, $\theta_3 - \theta_1 = \pi/2$, $\theta_1 + \theta_3 = 3\pi/2$ соответ-

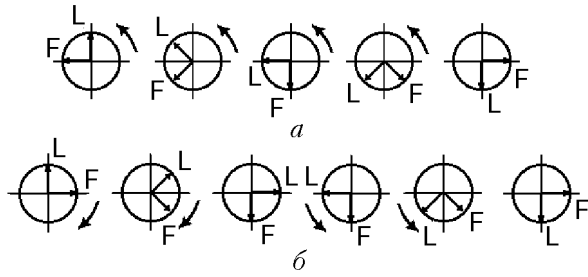


Рис. 1. Структуры, составленные из обрывков сверхструктур, обеспечивающих поворот длиннопериодической структуры на угол π (а) или поворот неприводимых векторов на угол $\pi/2$ в разные стороны (б). Стрелками показано направление вращения.

ственно. Углы θ_1 и θ_3 отсчитываются от оси OZ , и первым квадрантом является левая верхняя четверть, а остальные отсчитываются против часовой стрелки. Решения системы (10) являются своеобразными «доменными» структурами, составленными из $1/4$ полного периода сверхструктуры. Под «доменом» здесь подразумевается область кристалла, в которой происходит поворот неприводимых векторов на угол $\pi/2$. Ясно, что возможно «склеивание» таких решений, у которых на границе между «доменами» фазы векторов \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 не совпадают, т.е. происходит скачкообразное изменение углов θ_1 и θ_3 . При этом необходимо следить за выполнением условий опережения.

Комбинируя «домены» в различных сочетаниях, можно получить ряд магнитных структур:

а) «склеиваются» два «домена», обеспечивающие поворот длиннопериодической структуры на угол π , после этого векторы \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 скачком возвращаются в свое первоначальное положение (рис. 1,а);

б) «склеиваются» два «домена», каждый из которых обеспечивает поворот неприводимых векторов на $\pi/2$ в разные стороны, при этом на границе этих «доменов» происходит скачок одного из векторов \mathbf{F} или \mathbf{L}_1 на угол π (рис. 1,б).

При включении поля (по-прежнему $\beta_1 = \beta_2 = 0$) для нахождения решения используются соотношения $\theta_3 = kx + \psi_3$, $\theta_3 \pm \theta_1 = \frac{\pi}{2} + m\pi \pm \psi_1$, где $\psi_1 \sim H$ и $\psi_3 \sim H$. При этом величины θ_1 и θ_3 имеют вид (вращение против часовой стрелки)

$$\theta_3 = f_1(kx) - R_1 \sin(kx), \quad \theta_1 = f_2(kx) - R_1 \sin(kx), \quad (11)$$

где

$$R_1 = \frac{H(k\alpha_2 L_1 - \Delta F)}{2k^2[\alpha_1 \alpha_2 L_1 F k - \Delta(F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2)]};$$

$$R_2 = \frac{\Delta H F}{2k^2[\alpha_1 \alpha_2 F L_1 k - \Delta(\alpha_2 L_1^2 + \alpha_1 F^2)]}.$$

При нахождении \mathbf{F} в I–IV квадрантах имеем

I.	II.	III.	IV.	
$f_1(kx) = kx;$	$f_1(kx) = kx;$	$f_1(kx) = 2\pi - kx;$	$f_1(kx) = 2\pi - kx;$	
$f_2(kx) = \pi/2 - kx;$	$f_2(kx) = -\pi/2 + kx;$	$f_2(kx) = -\pi/2 + kx;$	$f_2(kx) = 5\pi/2 - kx;$	
	$R_2 \rightarrow -R_2,$	$R_1 \rightarrow -R_1, R_2 \rightarrow -R_2;$	$R_1 \rightarrow -R_1.$	(12)

Величина kx в (11) и (12) изменяется в пределах от 0 до 2π . Отметим, что при наложении H векторы \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 ортогональны только при значениях x , соответствующих $\sin(kx) = 0$. Из (12) видно, что степень малости H определяется из соотношений $|R_1| \ll 1, |R_2| \ll 1$. При этом еще справедливо приближение $F = \text{const}, L = \text{const}$, и годографы \mathbf{F}, \mathbf{L}_1 являются окружностями. Благодаря наличию в (11) пропорциональных H слагаемых, обуславливающих появление гармоник, векторы \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 уже не вращаются равномерно при $0 \leq kx \leq 2\pi$. Из (11) следует, что компоненты векторов F_z, F_y, L_{1z}, L_{1y} при $H \neq 0$ имеют своеобразную пространственную модуляцию, в процессе которой возникают гармоники. В соот-

ветствующих разложениях учтены все гармоники, но только F_z и L_{1y} содержат не зависящие от kx слагаемые, обуславливающие постоянный сдвиг. Это приводит к искажению равномерного распределения вектора \mathbf{F} по окружности. Зависимости $F_z(kx)$ и $F_y(kx)$ при $R_1 > 0$, что выполняется при достаточно больших значениях $|\Delta|$, приведены на рис. 2,а. Видно, что минимум $F_z(kx)$ в окрестности точки $kx = \pi$ становится более островершинным, а максимум при $x = 0$ — более плосковершинным по сравнению с обычной синусоидой. В то же время экстремумы $F_y(kx)$ становятся более острыми и смещаются к точке $kx = \pi$. Все это свидетельствует о преимущественном направлении $kx = 2\pi n$, т.е. вдоль поля. Распределение

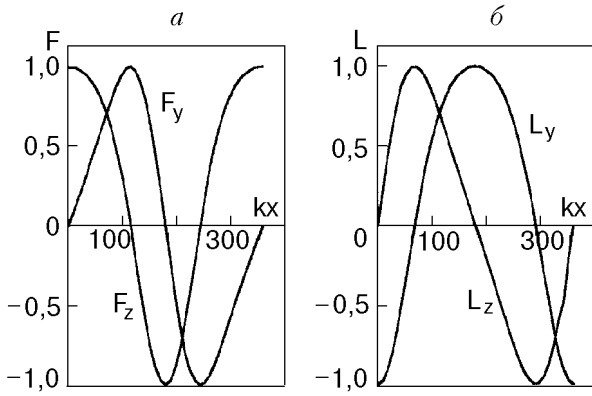


Рис. 2. Зависимости $F_z(kx)$ и $F_y(kx)$ (а) и $L_z(kx)$, $L_y(kx)$ (б) в слабом поле.

вектора \mathbf{L}_1 тоже искажается. При $R_2 < 0$ форма кривой $L_{1y}(kx)$ совпадает с F_z , а L_{1z} — с F_y . Следовательно, вектор \mathbf{L}_1 синхронно с \mathbf{F} «залипает» в базисной плоскости в направлении, определяемом условием опережения. Если $R_2 > 0$, то АФМ вектор по-прежнему будет иметь преимущественное направление в базисной плоскости, но уже при $kx = \pi$. Экстремумы L_{1z} смещены к точкам $kx = 2\pi n$. Поэтому в этом случае направления «залипания» между векторами \mathbf{F} и \mathbf{L} не синхронизированы.

Для вектора распространения получается следующая зависимость от магнитного поля:

$$k = k_1 \left\{ 1 - \frac{3}{4} \frac{F^2 \alpha_1 R_1^2 + L_1^2 \alpha_2 R_2^2}{F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2} - \frac{1}{16} (R_1 + R_2)^2 - \frac{3}{8} R_1 R_2 \right\}, \quad (13)$$

где k_1 определяется выражением (5). Поскольку R_1 и R_2 линейно зависят от поля, с ростом H модуль волнового вектора уменьшается. Однако известен пример возрастания вектора распространения с увеличением H [7]. Аналогичное (13) выражение с заменой L_1 на L_2 , k_1 на k_2 можно получить и для сверхструктуры с $k \parallel 0Y$.

В случае, когда поле отсутствует, но имеется слабая анизотропия (β_1 и β_2 одного порядка малости), решения для углов θ_1 и θ_3 ищутся в таком же виде, что и при $H \neq 0$, но $\psi_1 \sim \beta_1$, $\psi_3 \sim \beta_1$. При этом получаем (вращение против часовой стрелки)

$$\theta_3 = f_1(kx) + R_1 \sin 2kx; \quad \theta_1 = f_2(kx) + R_2 \sin 2kx, \quad (14)$$

где

$$R_1 = \frac{1}{8k^2\alpha_1} \left[\beta_1 + \frac{\Delta L_1^2 (\alpha_2 \beta_1 + \alpha_1 \beta_2)}{4k\alpha_1 \alpha_2 F L_1 - \Delta (F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2)} \right];$$

$$R_2 = \frac{1}{8k^2\alpha_1} \left[\beta_1 + \frac{L_1 (\alpha_2 \beta_1 + \alpha_1 \beta_2) (\Delta L_1 - 4F\alpha_1 k)}{4k\alpha_1 \alpha_2 F L_1 \pm \Delta (F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2)} \right]$$

и $f_1(kx)$, $f_2(kx)$ и знаки R_1 , R_2 определяются соотношениями (12). Степень слабости анизотропии дается неравенствами $|R_1| \ll 1$, $|R_2| \ll 1$, при этом справедливо также приближение $F = \text{const}$, $L_1 = \text{const}$.

Разложение в ряд Фурье функций F_z , F_y , L_{1z} , L_{1y} с учетом (14) содержит кроме основной только нечетные гармоники, отсутствуют сдвиговые слагаемые. В зависимости от знаков констант анизотропии β_1 и β_2 имеем либо «легкую» ось ($R_1 < 0$), либо «легкую» плоскость ($R_1 > 0$). При наличии анизотропии типа «легкая» плоскость $F_y(kx)$ в окрестности точек $kx = \pi/2, 3\pi/2$ имеет плато, а зависимость $F_z(kx)$ характеризуется узкими островежными экстремумами (рис. 3). Это свидетельствует о «залипании» вектора \mathbf{F} в базисной плоскости с обеих сторон от оси OZ . Изменение знака R_1 при неизменных знаках β_1 и β_2 приводит к смене вида анизотропии. Тогда на зависимости $F_z(kx)$ появятся два плато при $kx = 0, \pi$, а $F_y(kx)$ будет иметь островежные экстремумы. Следовательно, при $R_1 < 0$ «залипание» происходит вдоль оси OZ . Если R_1 и R_2 одного знака, то поведение ФМ и АФМ векторов синхронно (рис. 3,б, сплошные линии), т.е. АФМ вектор имеет преимущественное распределение в перпендикулярном \mathbf{F} направлении. При разных знаках R_1 и R_2 синхронность исчезает (рис. 3,б, пунктирные линии) и оба вектора «залипают» в одинаковых направлениях.

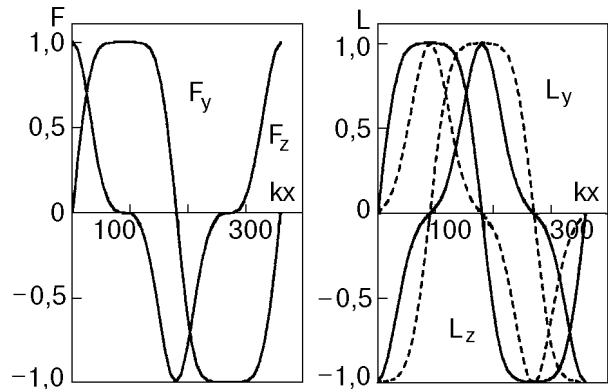


Рис. 3. Зависимости $F_z(kx)$, $F_y(kx)$ (а), $L_z(kx)$, $L_y(kx)$ (б) при слабой анизотропии.

Зависимость модуля вектора распространения k от величины анизотропии определяется формулой

$$k = k_1 \left\{ 1 - 2 \frac{F^2 \alpha_1 R_1^2 + L_1^2 \alpha_2 R_2^2}{F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2} - \frac{1}{16} (R_1 + R_2)^2 - \frac{15}{4} R_1 R_2 \right\}, \quad (15)$$

из которой видно, что рост анизотропии приводит к уменьшению k .

Поворот плоскости вращения неприводимых векторов

Рассмотрим возможность взаимных переходов спиральной и циклоидальных структур. Для простоты возьмем случай поворота плоскости вращения векторов \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 вокруг оси OZ . Тогда $\varphi_1 = \varphi_3 \pm \pi n$, $\varphi_1' = \varphi_3'$.

Вариация функционала дает в отсутствие анизотропии и поля систему следующих уравнений Эйлера:

$$\begin{aligned} & \varphi_x'' [F^2 \alpha_1 \sin 2\theta_3 + L_1^2 \alpha_1 \sin 2\theta_1] + \\ & + \varphi_x' [\theta_3' F^2 \alpha_1 \sin 2\theta_3 + \theta_1' L_1^2 \alpha_1 \sin 2\theta_1] = 0; \\ & F^2 \alpha_1 \theta_{3x}'' \pm \Delta F L_1 \theta_{1x}' \cos(\theta_3 \pm \theta_1) = \\ & = \frac{1}{2} F^2 \alpha_1 (\varphi_x')^2 \sin 2\theta_3; \\ & L_1^2 \alpha_1 \theta_{1x}'' \mp \Delta F L_1 \theta_{3x}' \cos(\theta_3 \pm \theta_1) = \\ & = \frac{1}{2} L_1^2 \alpha_2 (\varphi_x')^2 \sin 2\theta_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Считая величину φ_x' малой, решение системы (16) можно найти в виде (для четвертого квадранта)

$$\theta = kx + \psi_3; \quad (17)$$

$$\theta_1 = \theta_3 - \frac{\pi}{2} + \psi_1 = kx - \pi/2 + \psi_3 + \psi_1,$$

где $\psi_1 \sim (\varphi_x')^2$ и $\psi_3 \sim (\varphi_x')^2$. Тогда первый интеграл первого уравнения системы (16) при условии $F^2 \alpha_1 \neq L_1^2 \alpha_2$ имеет вид

$$\varphi_x' = C [(F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2) \sin^2 kx + L_1^2 \alpha_2]^{-1}, \quad (18)$$

где C — постоянная интегрирования, которая остается неопределенной, так как не задаются

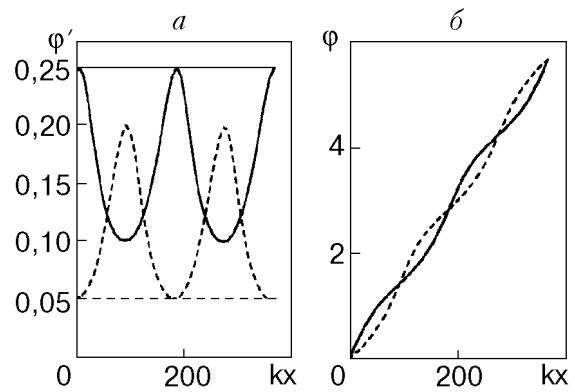


Рис. 4. Зависимости $\varphi'(kx)$ (а) и $\varphi(kx)$ (б). Сплошные кривые — $F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2 > 0$; пунктирные — $F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2 < 0$.

начальные условия. Степень малости φ_x' определяется из условия

$$|C| \ll |(F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2) \sin^2 kx + L_1^2 \alpha_2|. \quad (19)$$

Из (19) следует, что φ_x' никогда не обращается в нуль и ее знак зависит от знака C . При $F^2 \alpha_1 = L_1^2 \alpha_2$ величина φ_x' постоянна, т.е. плоскость вращения векторов \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 равномерно поворачивается вокруг оси OZ . В противном случае скорость вращения оказывается осциллирующей функцией x . Осцилляции $\varphi_x'(x)$ происходят либо выше, либо ниже прямой $C/L_1^2 \alpha_2$ (рис. 4,а). Дальнейшее интегрирование (18) в предположении $|F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2| < |L_1^2 \alpha_2|$ дает

$$\varphi(x) = \frac{C}{k \sqrt{F^2 L^2 \alpha_1 \alpha_2}} \arctg \left\{ \left(\frac{F^2 \alpha_1}{L_1^2 \alpha_2} \right)^{1/2} \operatorname{tg}(kx) \right\} + \varphi_0, \quad (20)$$

где $\varphi_0 = 0$, поскольку эта константа определяет точку начала отсчета. График зависимости $\varphi(x)$ при различных соотношениях между $F^2 \alpha_1$ и $L_1^2 \alpha_2$ приведен на рис. 4,б. При $F^2 \alpha_1 = L_1^2 \alpha_2$ зависимость $\varphi(x)$ линейна, т.е. $\varphi(x) = px$, где постоянная интегрирования p играет роль вектора распространения новой несоизмеримой структуры, образованной поворотом плоскости вращения векторов \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 .

Если предположить, что $|F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2| \ll |L_1^2 \alpha_2|$, то правые части второго и третьего уравнений (16) можно разложить в ряд по степеням разности $F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2$. Ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получаем дополнительные слагаемые, содержащиеся в качестве множителя $\sin(4kx)$. Это эквивалентно появлению анизотропии четвертого порядка. Решение системы (16) при этом примет вид

$$\theta_3 = f_1(kx) - R_1 \sin(2kx) - R_2 \sin(4kx), \quad \theta_1 = f_2(kx) - R_3 \sin(2kx) + R_4 \sin(4kx), \quad (21)$$

где

$$R_1 = \frac{C^2}{8L_1^6 \alpha_2^3 k^2} (F^2 \alpha_1 - 3L_1^2 \alpha_2) \left[-1 + \frac{2\Delta k L_1}{F \alpha_1 (q^2 + 4k^2)} \right]; \quad R_2 = \frac{C^2 (F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2)}{64L_1^6 \alpha_2^3 k^2} \left[1 + \frac{4\Delta k L_1}{F \alpha_1 (q^2 + 16k^2)} \right];$$

$$R_3 = \frac{C^2}{8L_1^6 \alpha_2^3 k^2} (F^2 \alpha_1 - 3L_1^2 \alpha_2) \left[-1 + \frac{2k(4kF\alpha_1 - \Delta L_1)}{F \alpha_1 (q^2 + 16k^2)} \right]; \quad R_4 = \frac{C^2 (F^2 \alpha_1 - L_1^2 \alpha_2)}{64L_1^6 \alpha_2^3 k^2} \left[1 + \frac{4k(\Delta L_1 - 16kF\alpha_1)}{F \alpha_1 (q^2 + 16k^2)} \right];$$

$$q^2 = -\frac{k\Delta}{F \alpha_1 L_1 \alpha_2} (F^2 \alpha_1 + L_1^2 \alpha_2).$$

Для квадрантов имеем

- | | | | |
|------|------------------------|--------------------------|--|
| I. | $f_1(kx) = kx;$ | $f_2(kx) = \pi/2 - kx;$ | |
| II. | $f_1(kx) = kx;$ | $f_2(kx) = kx - \pi/2;$ | $R_3 \rightarrow -R_3; R_4 \rightarrow -R_4;$ |
| III. | $f_1(kx) = 2\pi - kx;$ | $f_2(kx) = kx - \pi/2;$ | $R_i \rightarrow -R_i \quad (i = 1, 2, 3, 4);$ |
| IV. | $f_1(kx) = 2\pi - kx;$ | $f_2(kx) = 5\pi/2 - kx;$ | $R_1 \rightarrow -R_1; R_2 \rightarrow -R_2.$ |

В разложениях F_z, F_y, L_{1z}, L_{1y} в ряд Фурье нет сдвиговых слагаемых и содержатся только нечетные гармоники. Соответствующие выражения ввиду громоздкости здесь не приводятся.

Таким образом, получается структура с неприводимыми векторами \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 , вращающимися в плоскости, которая, в свою очередь, вращается вокруг главной оси кристалла. Назовем эту структуру «вращающаяся скошенная спираль» ($R\tilde{S}\tilde{S}$) по аналогии с $\tilde{S}\tilde{S}$ структурой в [6].

В случае равномерного поворота плоскости вращения, т.е. $F^2 \alpha_1 = L_1^2 \alpha_2$ и $\varphi_x' = \text{const}$, правые части второго и третьего уравнений системы (16) описывают анизотропию второго порядка типа «легкая» ось. Соответствующие решения даются формулами (21), в которых необходимо положить $R_2 = R_4 = 0$. При этом $\theta_3 = f(x) - |R| \sin(2kx)$ и поворот плоскости вращения векторов \mathbf{F} и \mathbf{L}_1 должен приводить к «залипанию» вектора \mathbf{F} в направлениях $\theta_3 = \pi n$ ($n = 0, 1$), т.е. оси вращения OZ . Это явление мы назвали «антицентробежным» эффектом.

В общем случае, когда $F^2 \alpha_1 \neq L_1^2 \alpha_2$, как следует из (21), появляется анизотропия четвертого порядка. Независимо от знака R_2 благодаря этому слагаемому происходит относительно слабое «залипание» вектора \mathbf{F} при значениях $\theta_3 = 0; \pi/2; \pi$.

Заключение

Показано, что спиральная и циклоидальная структуры являются предельными случаями. Предсказанная нами структура $R\tilde{S}\tilde{S}$ (вращающаяся скошенная спираль), у которой происходит поворот плоскости вращения неприводимых векторов, что обеспечивает плавный переход от спиральной к циклоидальной структуре и наоборот, представляет собой промежуточный случай. Такая возможность приводит к появлению анизотропии типа «легкая» ось. Это явление получило название «антицентробежного» эффекта. Кроме того, оказалось возможным существование «доменов», на длине которых неприводимые векторы поворачиваются на угол $\pi/2$. Эти «домены» можно «склеивать» друг с другом, т.е. создавать структуры со скачком фазы неприводимых векторов на границе.

1. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* 47, 992 (1964).
2. А. Michelson, *Phys. Rev.* **B16**, 572 (1977).
3. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, Д. А. Яблонский, *Письма в ЖЭТФ* 42, 258 (1985).
4. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, *ФТТ* 11, 1946 (1969).
5. И. Е. Чупис, *ФНТ* 12, 330 (1986).
6. Ю. А. Изюмов, *УФН* 144, 439 (1984).

7. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, *ФНТ* **22**, 904 (1996).
8. H. Fujii, T. Nohabe, and K. Eguchi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **51**, 414 (1982).
9. Ю. М. Гуфан, Е. И. Кутыин, В. Л. Лорман, А. М. Прохоров, Е. Г. Рудашевский, *Письма в ЖЭТФ* **46**, 228 (1987).
10. D. A. Yablonski and L. I. Medvedeva, *Physica* **B167**, 125 (1990).
11. Е. П. Стефановский, А. Л. Сукстанский, *ЖЭТФ* **104**, 3434 (1993).
12. Г. М. Фихтенгольц, *Курс дифференциального и интегрального исчисления*, Наука, Москва (1966). т. 3.

Long-period incommensurate structures in crystals with triangular arrangement of magnetic ions

Yu. D. Zavorotnev and L. I. Medvedeva

A possibility of long-period structure realization in crystals with a triangular arrangement of magnetic atoms is considered. It is shown that two cycloid and one spiral structures may occur. The influence of magnetic field and second-order magnetic crystallographic anisotropy on these structures is studied. The superstructures may converse one into another by turning the irreducible vector plane of rotation for which the «ant centrifugal» effect takes place. In this case there appears an intermediate structure named as a «rotating skew spiral» (RŠŠ). It is also shown that there may occur «domains» along the length of which the irreducible vectors rotate through an angle of $\pi/2$. These «domains» may be used to compose structures with a jump of the irreducible vectors phase at the boundary.