

# О фазовых переходах в ферми-жидкости.

## II. Переход, связанный с нарушением трансляционной инвариантности

А. С. Пелетминский

*Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины,  
Украина, 310002, г. Харьков, ул. Чернышевского 28, а/я 8812*

С. В. Пелетминский, Ю. В. Слюсаренко

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,  
Украина, 310108, г. Харьков, ул. Академическая, 1  
E-mail: slusarenko@kipt.kharkov.ua  
spelet@kipt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 24 декабря 1998 г.

Рассмотрен фазовый переход в ферми-жидкости, связанный с нарушением трансляционной инвариантности и образованием периодических структур. Особое внимание уделено образованию одномерных длиннопериодических структур в трехмерной ферми-жидкости. Проанализирована связь образования таких структур с кинетической и термодинамической устойчивостью нормального состояния ферми-жидкости.

Розглянуто фазовий перехід у фермі-рідині, пов'язаний з порушенням трансляційної інваріантності та утворенням періодичних структур. Особливу увагу приділено утворенню одновимірних довгоперіодичних структур у тривимірній фермі-рідині. Проаналізовано зв'язок утворення таких структур з кінетичною та термодинамічною стійкістю нормального стану фермі-рідини.

PACS: 05.20.-y, 05.30.Fk

### 1. Введение

Под нормальной ферми-жидкостью традиционно понимается вырожденная ферми-жидкость (заряженная или нейтральная), имеющая при квази-частичном описании основные свойства системы невзаимодействующих фермионов. Такое определение нормальной ферми-жидкости подразумевает, что состояние равновесия ферми-жидкости является наиболее симметричным, т.е. функция распределения, описывающая это состояние, инвариантна по отношению к пространственным трансляциям и поворотам в спиновом и импульсном пространствах.

Несмотря на естественные отличия в поведении заряженных и нейтральных ферми-жидкостей, основополагающие принципы теории нормальной

ферми-жидкости Ландау — Силина [1,2], изучающей низколежащие возбуждения на фоне равновесного состояния, позволяют при описании ряда явлений в заряженных и нейтральных системах взаимодействующих фермионов отвлекаться от наличия у квазичастиц электрического заряда. Помимо главного условия применимости теории нормальной ферми-жидкости — малости температуры  $T$  по сравнению с энергией Ферми  $\epsilon_F$  ( $T \ll \epsilon_F$ ), — важнейшим постулатом теории, общим как для нейтральных, так и для заряженных систем, является положение о функциональной зависимости энергии системы от функции распределения фермионов  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r})^*$ . Эту энергию можно разложить в функциональный ряд Тэйлора по функции распределения:

\* Мы пользуемся системой единиц, в которой постоянная Больцмана  $k$  и постоянная Планка  $\hbar$  равны единице.

$$E(f(\mathbf{p}, \mathbf{r})) = \sum_{n=1}^{\infty} E_n(f(\mathbf{p}, \mathbf{r})),$$

где величина

$$E_n(f(\mathbf{p}, \mathbf{r})) = \frac{(2S+1)^{n-1}}{n! V^n} \times \\ \times \sum_{\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n} \int d^3r_1 \dots d^3r_n F(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n; \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_n) \times \\ \times f(\mathbf{p}_1, \mathbf{r}_1) \dots f(\mathbf{p}_n, \mathbf{r}_n)$$

может трактоваться как  $n$ -квазичастичное взаимодействие. При этом энергия квазичастицы, являющаяся функционалом функции распределения, определяется формулой

$$\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = V \frac{\delta E(f)}{\delta f(\mathbf{p}, \mathbf{r})}.$$

Пренебрегая трех- и выше квазичастичными взаимодействиями, имеем

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \varepsilon_p + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} \int d\mathbf{r}' F(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{p}, \mathbf{p}') f(\mathbf{r}', \mathbf{p}'), \quad (1.1) \\ S = 1/2,$$

где  $F(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{p}, \mathbf{p}')$  — амплитуда Ландау, характеризующая двухчастичные взаимодействия, и  $\varepsilon_p \equiv F(\mathbf{p})$  — энергия фермиона без учета взаимодействия между квазичастицами. В отсутствие магнитного упорядочения наличие у фермионов спина  $S = 1/2$  будет сказываться только при подсчете плотности состояний фермионов, что и отражено множителем  $2S + 1 = 2$  во втором слагаемом формулы (1.1). Равновесное состояние нормальной ферми-жидкости описывается функцией распределения Ферми — Дирака:

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \equiv f_0(p) = [\exp \beta(\varepsilon(p) - \mu) + 1]^{-1} \quad (1.2)$$

( $\beta^{-1} = T$  — обратная температура;  $\mu$  — химический потенциал). Это уравнение вместе с уравнением (1.1) определяет закон дисперсии квазичастиц  $\varepsilon(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \equiv \varepsilon(p)$  в равновесном состоянии.

Строго говоря, при построении термодинамики нормальной ферми-жидкости амплитуда Ландау определяется как вторая вариационная производная от функционала энергии по функции распределения в состоянии равновесия при  $T = 0$ . Однако для рассмотрения структуры новой фазы недостаточно вторых вариационных производных, а необходимо введение высших вариацион-

ных производных, пренебрежение которыми при нашем рассмотрении эквивалентно пренебрежению взаимодействием квазичастиц выше второго порядка.

Важным моментом в теории является определение условий устойчивости равновесного состояния нормальной ферми-жидкости. Эта задача в пространственно-однородном случае впервые была решена Померанчуком [3], который сформулировал критерий устойчивости нормального состояния вплоть до температуры  $T = 0$ :

$$1 + \frac{v(\mu) F_l}{2l + 1} > 0, \quad (1.3)$$

где  $F_l$  — коэффициенты при  $l$ -й гармонике в разложении пространственно-однородной амплитуды Ландау  $F(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$

$$F(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \int d\mathbf{r}' F(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{p}, \mathbf{p}') \quad (1.4)$$

вблизи поверхности Ферми ( $p \approx p' \approx p_F$ ) в ряд по полиномам Лежандра. Величина  $v(\varepsilon)$ , входящая в формулу (1.3), представляет собой плотность энергетических состояний и определяется выражением

$$v(\varepsilon) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3p \delta(\varepsilon - \varepsilon(p)). \quad (1.5)$$

Следует отметить одно важное обстоятельство. Критерии Померанчука (1.3) получены при температуре равной нулю. По этой причине, вообще говоря, нельзя утверждать, что при нарушении условий (1.3), т.е. когда  $v(\mu)F_l \leq -(2l + 1)$ , равновесное состояние нормальной ферми-жидкости (1.2) заведомо неустойчиво при любой температуре. Наоборот, можно показать (что и будет сделано несколько ниже), что даже при нарушении критериев Померанчука состояние статистического равновесия нормальной ферми-жидкости остается устойчивым вплоть до некоторой определенной температуры  $T_0$  и становится неустойчивым при более низких температурах  $T < T_0$  (естественно, подразумевается соблюдение главного условия применимости теории нормальной ферми-жидкости  $T \ll \mu$ ). Такая неустойчивость основного состояния ниже определенной температуры указывает на возможность фазовых переходов в ферми-жидкости, связанных с нарушением критериев устойчивости Померанчука.

Настоящая работа посвящена изучению одного из таких фазовых переходов, а именно перехода, связанного с нарушением условия устойчивости

(1.3) для нулевой гармоники ( $l = 0$ ), т.е. когда справедливо соотношение

$$v(\mu)F_0 \leq -1. \quad (1.6)$$

Нами будет показано, что условие (1.6) характеризует фазовый переход в ферми-жидкости, связанный с нарушением трансляционной симметрии равновесного состояния. Из дальнейшего изложения будет видно, что для решения этой задачи потребуются некоторая модификация общих положений теории нормальной ферми-жидкости, приведенных в настоящем разделе.

Однако, прежде чем перейти к описанию пространственно-периодических структур, возникающих в результате фазового перехода в ферми-жидкости, связанного с нарушением условия (1.6), рассмотрим более детально некоторые аспекты поведения ферми-жидкости в случае, когда температура системы приближается к критической со стороны нормальной фазы, т.е.  $T \geq T_0$ .

## 2. К кинетической и термодинамической теории устойчивости нормального состояния

Прежде всего проиллюстрируем связь нарушения устойчивости равновесного состояния нормальной ферми-жидкости с затуханием нулевого звука. Как известно, нулевым звуком в нормальной ферми-жидкости называют высокочастотную коллективную продольную моду, связанную с флуктуациями плотности вещества [1,2]. Существование нулевого звука возможно в области частот  $\omega\tau_r \gg 1$  ( $\tau_r$  — время релаксации). По этой причине для исследования дисперсии нулевого звука достаточно воспользоваться кинетическим уравнением для неравновесной функции распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  в бесстолкновительном приближении:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}, f)}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}, f)}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{p}} = 0. \quad (2.1)$$

С целью упрощения выкладок будем считать, что амплитуда Ландау не зависит от импульсов

$$F(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{p}, \mathbf{p}') \equiv F(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (2.2)$$

в связи с чем закон дисперсии квазичастиц (1.1) приобретает вид

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}, f) = \varepsilon_p + \frac{2}{V} \int d\mathbf{r}' F(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sum_{\mathbf{p}'} f(\mathbf{r}', \mathbf{p}', t). \quad (2.3)$$

Учет в (2.2), (2.3) зависимости амплитуды Ландау от импульсов не привел бы к принципиальным затруднениям, сказавшись, однако, на объеме выкладок и в малой степени отразившись на их результатах.

Линеаризуя с учетом (2.3) кинетическое уравнение (2.1) около равновесного состояния (1.2) и переходя в линеаризованном уравнении к фурье-образам по времени и координатам, в соответствии с формулами

$$\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) \delta f(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \omega), \quad (2.4)$$

$$F(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) F(\mathbf{k})$$

получаем

$$\delta f(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \omega) (-\omega + \mathbf{k}\mathbf{v}) - F_0 \mathbf{k} \frac{\partial f_0(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} \delta f(\mathbf{k}, \mathbf{p}', \omega) = 0, \quad (2.5)$$

где нами введены следующие обозначения:

$$\mathbf{v} \equiv \frac{\partial \varepsilon(p)}{\partial \mathbf{p}}, \quad F_0 \equiv F(\mathbf{k} = 0) = \int d\mathbf{r} F(\mathbf{r}), \quad (2.6)$$

причем в соответствии с (1.1) величина  $\varepsilon(p)$ , входящая в определение  $\mathbf{v}$  в формуле (2.6), удовлетворяет соотношению

$$\varepsilon(p) = \varepsilon_p + F_0 \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} f_0(p'), \quad (2.7)$$

представляющему собой уравнение самосогласования нормальной ферми-жидкости в пространственно-однородном случае. Наличие в формуле (2.5) величины  $F_0$ , а не  $F(\mathbf{k})$  (см. (2.3), (2.4)) отражает то обстоятельство, что нулевой звук представляет собой длинноволновые колебания с малыми волновыми векторами  $\mathbf{k}$ . Отметим также, что при учете зависимости амплитуды Ландау от импульсов (см. (1.4)) величина  $F_0$  соответствует нулевой гармонике в разложении амплитуды Ландау по полиномам Лежандра вблизи поверхности Ферми в пространственно-однородном случае, т.е. совпадает с величиной, входящей в соотношение (1.6).

Решение уравнения (2.5) может быть представлено в виде (см. в этой связи, например, [4])

$$\delta f(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \omega) = \delta A(\mathbf{p}, \mathbf{k}) \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) - F_0 \Xi^{-1}(\mathbf{k}, \omega) \times \\ \times \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\eta} \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} \delta A(\mathbf{p}', \mathbf{k}) \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}'), \quad (2.8)$$

где  $\delta A(\mathbf{p}, \mathbf{k})$  — произвольная функция, на которую накладываются лишь ограничения, связанные с тем, что величина  $\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , вычисленная в соответствии с (2.4), (2.8), должна быть малой по сравнению с равновесной функцией распределения (1.2). Величина  $\Xi(\mathbf{k}, \omega)$  в (2.8), определяемая выражением

$$\Xi(\mathbf{k}, \omega) = 1 + F_0 \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} \frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\eta}, \quad (2.9)$$

в случае заряженной ферми-жидкости представляет собой диэлектрическую проницаемость системы (см., например, [5]). Закон дисперсии нулевого звука, получающийся из уравнения  $\Xi(\mathbf{k}, \omega_0) = 0$ , имеет вид

$$\omega_0 = skv_F, \quad (2.10)$$

где  $k$  — модуль волнового вектора;  $v_F$  — значение скорости  $\mathbf{v}(\varepsilon) = \mathbf{v}(\varepsilon(p))$  (см. (2.6)) на поверхности Ферми (ферми-поверхность предполагается изотропной), а величина  $s$  находится из уравнения

$$1 - \frac{1}{2} F_0 \times \\ \times \int_0^\infty d\varepsilon v(\varepsilon) \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \int_0^\pi \frac{d(\cos \theta) [v(\varepsilon)/v_F] \cos \theta}{s - [v(\varepsilon)/v_F] \cos \theta + i\eta} = 0. \quad (2.11)$$

Параметр  $\eta$  в формулах (2.8), (2.9), (2.11), посредством которого учитывается затухание колебаний с законом дисперсии (2.10), после вычислений интегралов по импульсу должен устремляться к нулю со стороны положительных значений с учетом формулы

$$\frac{1}{z + i0} = P \frac{1}{z} - i\pi\delta(z)$$

( $P$  — символ главного значения интеграла).

В интервале положительных значений амплитуды Ландау ( $F_0 > 0$ ) уравнение (2.11) для определения параметра  $s$  имеет хорошо известный вид

$$1 + v(\mu) F_0 = v(\mu) F_0 \frac{s}{2} \ln \frac{s+1}{s-1}, \quad (2.12)$$

а декремент бесстолкновительного затухания нулевого звука становится заметным (оставаясь, тем не менее, малым по сравнению с частотой  $\omega_0$ ) только при малых  $F_0 > 0$ ,  $F_0 v(\mu) \ll 1$  [4].

В области отрицательных значений амплитуды Ландау, удовлетворяющей соотношению

$$-1 < v(\mu) F_0 < 0,$$

нулевой звук, как известно, сильно затухает, и параметр  $s$  становится комплексным с действительной и мнимой частями одного порядка величины. В этой области значений  $F_0$  использовать уравнение (2.12) следует с определенной осторожностью (см. в этой связи, например, [6]). Однако можно утверждать, что при  $F_0 v(\mu) \approx -1$  коэффициент  $s$ , определяющий дисперсию нулевого звука, становится малым по абсолютной величине и обращается в нуль при  $F_0 v(\mu) = -1$ , т.е. в точке нарушения критерия Померанчука. Следует отметить, что по причине малости параметра  $s$  при  $v(\mu) F_0 \approx -1$ , вообще говоря, необходимо в уравнении (2.12) учитывать тепловые поправки, которые могут иметь тот же порядок, что и величина  $v(\mu) F_0 + 1$ . Но, как нетрудно убедиться, учет этих поправок при  $v(\mu) F_0 \geq -1$  не привносит ничего качественно нового, поскольку при данных условиях система устойчива вплоть до температуры равной нулю. Однако в случае нарушения критерия Померанчука, когда справедливо соотношение (1.6), учет в уравнении (2.12) тепловых добавок приводит к тому, что зануление параметра  $s$  происходит при отличной от нуля температуре. Подобное обращение в нуль некоторых термодинамических и кинетических характеристик при определенной (критической) температуре — типичное явление в теории фазовых переходов (см., например, [7]).

В связи с этим исследуем подробнее поведение закона дисперсии нулевого звука при условии нарушения критерия Померанчука, когда амплитуда Ландау  $F_0$  удовлетворяет соотношению (1.6). Последнее обстоятельство позволяет предположить малость параметра  $s$  в уравнении (2.11). Разлагая второй член в уравнении (2.11) по малым  $s$  с учетом тепловых добавок, определяемых температурной зависимостью равновесной функции распределения, в главном приближении приходим к следующему уравнению для определения параметра  $s$ :

$$1 + v(\mu) F_0 + \frac{\pi^2}{6} v''(\mu) F_0 T^2 = -i \frac{\pi}{2} sv(\mu) F_0. \quad (2.13)$$

Из этого уравнения видно, что параметр  $s$  обращается в нуль при температуре  $T_0$ , определяемой выражением

$$T_0^2 = -\frac{6}{\pi^2} \frac{1 + v(\mu) F_0}{F_0 v''(\mu)},$$

или, с учетом того, что  $v(\mu) F_0 \approx -1$ ,

$$T_0^2 = \frac{6}{\pi^2} \frac{v(\mu)}{v''(\mu)} [1 + v(\mu) F_0], \quad (2.14)$$

где величина  $v(\mu)$  по-прежнему определяется формулой (1.5). Положительность правой части выражения (2.14) определяется выполнением условия (1.6) и тем обстоятельством, что  $v''(\mu) < 0$ . Вблизи температуры  $T_0$  величина  $s$ , полученная из уравнения (2.13) с учетом формулы (2.14), имеет вид

$$s = i \frac{2\pi}{3} \frac{v''(\mu)}{v(\mu)} T_0 (T - T_0), \quad (2.15)$$

т.е. в рассматриваемом приближении параметр  $s$ , определяющий, согласно (2.10), закон дисперсии нулевого звука, чисто мнимый. Из формулы (2.15) с учетом (2.10), (2.4) легко видеть, что при  $T > T_0$  нулевой звук становится чисто затухающей модой ( $\text{Im } s < 0$ ). Иными словами, при  $T > T_0$ , но, естественно, при выполнении основного условия применимости теории нормальной ферми-жидкости  $T \ll \mu$  состояние системы остается устойчивым даже в случае нарушения критерия Померанчука.

При  $T < T_0$  мнимая часть  $s$  становится положительной, что соответствует «раскачке» нуля-

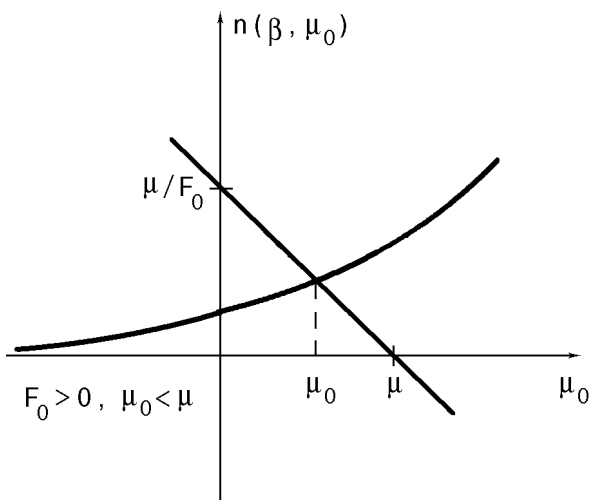


Рис. 1. К определению области существования нормальных решений уравнения (2.16) при  $F_0 > 0$ .

звука, т.е. состояние системы становится неустойчивым. Однако такого рода неустойчивость может, как уже отмечалось, свидетельствовать о переходе системы к новому устойчивому состоянию, т.е. о фазовом переходе с критической температурой  $T_0$ , определяемой выражением (2.14).

Рассмотрим теперь вопрос об области существования в плоскости параметров  $T, \mu$  решений уравнения самосогласования, отвечающих нормальному состоянию ферми-жидкости. Будем предполагать, что вращательная симметрия в импульсном пространстве не нарушена, т.е. энергия квазичастицы  $\epsilon(p)$  и функция распределения  $f_0(p)$  в уравнении (2.7) не зависят от направления импульса  $\mathbf{p}$ . Случай, связанный с нарушением вращательной симметрии в импульсном пространстве, подробно изучен в работе [8].

Учитывая вышесказанное и вводя величину  $\epsilon = \epsilon(p) - \epsilon_p$ , представим уравнение (2.7) в виде

$$\epsilon = \frac{2F_0}{V} \sum_{\mathbf{p}'} \{\exp \beta (\epsilon + \epsilon_{\mathbf{p}'} - \mu) + 1\}^{-1}$$

или

$$n(\beta, \mu_0) = \frac{\mu - \mu_0}{F_0}, \quad (2.16)$$

где

$$n(\beta, \mu_0) = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} \{\exp \beta (\epsilon_{\mathbf{p}'} - \mu_0) + 1\}^{-1}, \quad (2.17)$$

$$\mu_0 = \mu - \epsilon.$$

При исследовании уравнения самосогласования (2.16) на существование решений, отвечающих нормальному состоянию ферми-жидкости, рассмотрим два случая:  $F_0 > 0$  и  $F_0 < 0$ . Замечая, что в соответствии с (2.7)  $(\partial n(\beta, \mu_0))/\partial \mu_0 > 0$  и  $n(\beta, -\infty) = 0$ , найдем, что в случае положительных  $F_0$  уравнение самосогласования (2.16) всегда имеет решение в плоскости параметров  $T$  и  $\mu$ , отвечающее нормальному состоянию системы (см. рис. 1). В случае же отрицательных  $F_0$  область существования нормального состояния (нормальные решения уравнения (2.16)) будет определяться неравенством (см. рис. 2)

$$-\frac{1}{F_0} > \frac{\partial n(\beta, \mu_0)}{\partial \mu_0}. \quad (2.18)$$

Производя низкотемпературное разложение для функции  $n(\beta, \mu_0)$  при  $\beta^{-1} = T \ll \mu$

$$n(\beta, \mu_0) = n(0, \mu_0) + \frac{\pi^2}{6} T^2 v'_0(\mu_0) + \dots, \quad (2.19)$$

где  $v_0(\mu_0)$  — плотность состояний ферми-газа с законом дисперсии  $\epsilon_p$  и химическим потенциалом  $\mu_0$ , и замечая, что

$$\frac{\partial n(\infty, \mu_0)}{\partial \mu_0} = v_0(\mu_0), \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial n(\beta, \mu_0)}{\partial \mu_0} = v_0(\mu_0) + \frac{\pi^2}{6} T^2 v''_0(\mu_0),$$

перепишем условие существования нормальных решений (2.18) уравнения самосогласования (2.16) в случае  $F_0 < 0$  в виде

$$\frac{1}{F_0} + v_0(\mu_0) < -\frac{\pi^2}{6} v''_0(\mu_0) T^2. \quad (2.21)$$

(Заметим, что плотность состояний  $v_0(\mu_0) = v_0(\mu - \epsilon) \equiv v(\mu)$  совпадает с плотностью состояний  $v(\mu)$ , соответствующей истинному закону дисперсии  $\epsilon(p) = \epsilon_p + \epsilon$ , см. формулу (1.5).) Если  $1/F_0 + v(\mu) = (1 + F_0 v(\mu))/F_0 < 0$ , что соответствует выполнению критерия устойчивости Померанчука нормального состояния  $1 + F_0 v(\mu) > 0$  при  $l = 0$ , то неравенство (2.21) всегда выполняется, поскольку  $v''(\mu) < 0$  и, следовательно, нормальные решения существуют во всей области параметров  $\mu$  и  $T$ . Если же  $1/F_0 + v(\mu) = (1 + F_0 v(\mu))/F_0 > 0$ , что соответствует нарушению критерия Померанчука  $1 + F_0 v(\mu) < 0$  при  $l = 0$ , то, как видно из (2.21), нормальные реше-

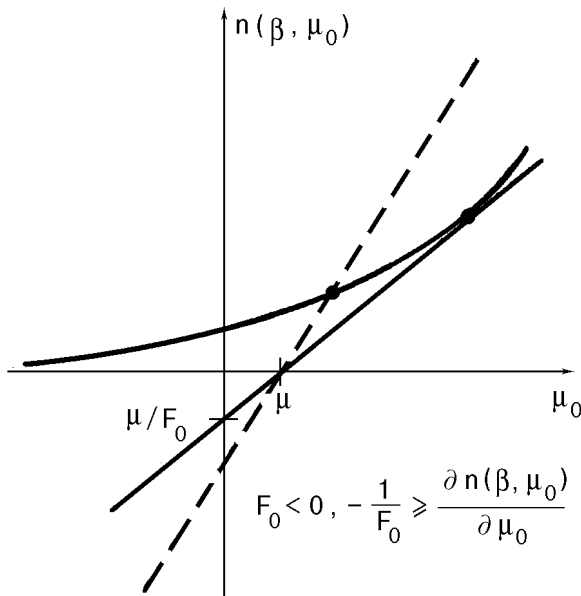


Рис. 2. К определению области существования нормальных решений уравнения (2.16) при  $F_0 < 0$ .

ния существуют в области температур, определяемых условием

$$T^2 > T_0^2 = -\frac{6}{\pi^2} \frac{1 + F_0 v(\mu)}{F_0 v''(\mu)} > 0. \quad (2.22)$$

Подчеркнем, что при температурах, не удовлетворяющих условию (2.22), уравнение (2.16) не имеет решений. Таким образом, термодинамический и кинетический критерии устойчивости нормального состояния совпадают.

Проиллюстрируем вышеизложенное на конкретном примере квадратичного закона дисперсии квазичастиц  $\epsilon_p = p^2/2m$ . В этом случае плотность энергетических состояний (1.5) дается выражением

$$v_0(\mu_0) = \frac{m \sqrt{2m \mu_0}}{\pi^2}, \quad (2.23)$$

а уравнение самосогласования (2.16) с учетом низкотемпературного разложения (2.19), а также (2.20) и (2.23) приобретает вид

$$\frac{2m \sqrt{2m}}{3\pi^2} \mu_0^{3/2} + \frac{\pi^2}{6} T^2 \frac{m \sqrt{2m}}{2\pi^2 \mu_0^{1/2}} = \frac{\mu - \mu_0}{F_0}. \quad (2.24)$$

Условие, начиная с которого появляются решения уравнения (2.16) («точка касания», см. рис. 2), можно представить в виде

$$\frac{1}{F_0} + \frac{m \sqrt{2m \mu_0}}{\pi^2} = \frac{\pi^2}{6} T^2 \frac{m \sqrt{2m}}{2\pi^2 2\mu_0^{3/2}}. \quad (2.25)$$

Вводя вместо величин  $\mu$ ,  $\mu_0$  и  $T$  безразмерные величины  $\tilde{\mu}$ ,  $\tilde{\mu}_0$  и  $\tilde{T}$

$$\mu = \frac{\pi^4}{m^3 F_0^2} \tilde{\mu}, \quad \mu_0 = \frac{\pi^4}{m^3 F_0^2} \tilde{\mu}_0, \quad T = \frac{\pi^4}{m^3 F_0^2} \tilde{T},$$

перепишем уравнения (2.24) и (2.25) в следующем простом виде:

$$\tilde{\mu} = \tilde{\mu}_0 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \tilde{\mu}_0^{3/2} - \frac{\pi^2}{6\sqrt{2}} \frac{\tilde{T}^2}{\tilde{\mu}_0^{1/2}}, \quad (2.26)$$

$$1 - \sqrt{2\tilde{\mu}_0} = -\frac{\pi^2}{12\sqrt{2}} \frac{\tilde{T}^2}{\tilde{\mu}_0^{3/2}}. \quad (2.27)$$

Рассмотрим случай  $T = 0$ . Уравнение самосогласования (2.26)  $\tilde{\mu} = \tilde{\mu}_0 - (2\sqrt{2}/3)\tilde{\mu}_0^{3/2}$  имеет решение только при  $\tilde{\mu} \leq 1/6$ . Точка касания (см. рис. 2) определяется уравнением (2.27), из которого следует  $\tilde{\mu}_0 = 1/2$ . Поэтому в этой точке  $\tilde{\mu} = 1/6$ . Таким образом, при  $T = 0$  область суще-

ствования решений уравнения самосогласования (2.26) определяется неравенством  $\tilde{\mu} \leq 1/6$ .

В случае  $T \neq 0$  ( $\tilde{T} \ll 1$ ) решение уравнений (2.26), (2.27) имеет вид

$$\tilde{\mu}_0 = \frac{1}{2} + \frac{\pi^2}{6} \tilde{T}^2, \quad \tilde{\mu} = \frac{1}{6} - \frac{\pi^2}{6} \tilde{T}^2.$$

Последнее уравнение определяет кривую в плоскости параметров  $\tilde{\mu}$ ,  $\tilde{T}$ , отделяющую область, в которой уравнение самосогласования (2.16) имеет решение, от области, в которой решения не существуют. Поскольку при  $T = 0$  решение существует при  $\tilde{\mu} \leq 1/6$ , то  $\tilde{\mu} < 1/6 - \pi^2 \tilde{T}^2 / 6$  представляет собой область существования нормальных решений при  $\tilde{T} \ll 1$ . Как мы увидим далее, область  $\tilde{\mu} > 1/6 - \pi^2 \tilde{T}^2 / 6$  соответствует пространственно-периодическим решениям при  $\tilde{T} \ll 1$ .

### 3. Фазовый переход, связанный с нарушением трансляционной инвариантности

Настоящий раздел посвящен рассмотрению нарушения критерия устойчивости Померанчука (см. (1.6)) для гармоники  $l = 0$ . Нарушение этого критерия будет связано с фазовым переходом ферми-жидкости в состояние со спонтанно нарушенной трансляционной симметрией, а именно в состояние с пространственно-периодической структурой.

Уравнение самосогласования для определения пространственно-периодических решений получается из уравнения (1.1) при подстановке в него ферми-дираковской функции распределения с пространственно-неоднородным законом дисперсии

$$\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \epsilon_{\mathbf{p}} + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} \int d^3 r' F(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{p}, \mathbf{p}') f_0(\mathbf{p}', \mathbf{r}'), \quad (3.1)$$

$$f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \{\exp \beta(\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu) + 1\}^{-1}.$$

Решение уравнений (3.1) будем искать в виде периодических функций по  $\mathbf{r}$

$$\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \sum_{\mathbf{q}} \epsilon_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} = \epsilon_0(\mathbf{p}) + \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{p}),$$

где

$$\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \sum_{\mathbf{q} \neq 0} \epsilon_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \quad \epsilon_0(\mathbf{p}) = \langle \epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \rangle$$

и скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по периодам. Учитывая это, уравнения (3.1) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \epsilon_0(\mathbf{p}) &= \epsilon_{\mathbf{p}} + \\ &+ \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} F_0(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \left( \frac{1}{\exp \{\beta(\epsilon_0(\mathbf{p}') + \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}', \mathbf{p}') - \mu)\} + 1} \right)_0, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}) &= \\ &= \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} F_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \left( \frac{1}{\exp \{\beta(\epsilon_0(\mathbf{p}') + \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}', \mathbf{p}') - \mu)\} + 1} \right)_{\mathbf{q}}, \\ &\mathbf{q} \neq 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $F_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \int d^3 r F(\mathbf{p}, \mathbf{p}'; \mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}$  — фурье-компонента амплитуды Ландау. Предположим, что зависимость амплитуды  $F_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  от направления векторов  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$  определяется только их скалярным произведением  $\mathbf{p}\mathbf{p}'$ . В этом случае решение уравнения (3.3) можно искать в виде, в котором величина  $\epsilon_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}) \equiv \epsilon_{\mathbf{q}}(\mathbf{p})$  не зависит от направления вектора  $\mathbf{p}$ . Кроме того, будем предполагать, что функции  $F_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  медленно изменяются по  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$ , вследствие чего величина  $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}}(\mathbf{p})$  также медленно изменяется по переменной  $p$ . Поскольку функция  $(\exp \{\beta(\epsilon_0(p') + \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}', \mathbf{p}') - \mu)\} + 1)_{\mathbf{q}}^{-1}$  при  $q \neq 0$  имеет резкий максимум при  $p' = p_F$ , то в уравнении (3.3) в величине  $F_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  можно положить  $p' = p_F$ , в результате чего получим

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}}(p) = \frac{F_{\mathbf{q}}(p, p_F)}{F_{\mathbf{q}}(p_F, p_F)} \tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}}(p_F), \quad (3.4)$$

$$F_{\mathbf{q}}(p, p') \equiv \frac{1}{4\pi} \int d\Omega F_{\mathbf{q}}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'),$$

где  $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}}(p_F) \equiv \tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}}$  удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}} &= F_{\mathbf{q}} \{n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}, p))\}_{\mathbf{q}}, \\ F_{\mathbf{q}} &= F_{\mathbf{q}}(p_F, p_F), \quad \mathbf{q} \neq 0, \end{aligned} \quad (3.4a)$$

а функция  $n(\beta, \mu)$  определяется выражением

$$n(\beta, \mu) = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} [\exp \beta(\epsilon_0(p) - \mu) + 1]^{-1}. \quad (3.5)$$

Для простоты ограничимся в дальнейшем случаем одномерных периодических структур в трехмерной ферми-жидкости. Предположим, что возникающая при этом периодическая структура имеет период вдоль оси  $x$  равный  $a$ , так что

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{q}}(p) = \delta_{q_y, 0} \delta_{q_x, 0} \tilde{\epsilon}_q(p), \quad q_x = q = \frac{2\pi n}{a}$$

( $n$  — целые числа). В этом случае уравнение (3.4а) приобретает вид

$$\tilde{\epsilon}_q = F_q \{n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(x, p))\}_q, \quad q \neq 0, \quad (3.6)$$

где

$$F_q = \int d^3r e^{iqx} F_0(p_F, p_F; \mathbf{r}).$$

Уравнение (3.6), полученное в приближении медленности изменения амплитуды  $F(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  по  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$ , полностью соответствует модели (2.2), которая использовалась нами ранее при анализе свойств нормального состояния.

Перейдем теперь к решению уравнения (3.6) вблизи точки фазового перехода, когда величина  $\tilde{\epsilon}_q$ , представляющая собой параметр порядка, является малой. Раскладывая уравнение (3.6) по степеням  $\tilde{\epsilon}(x)$ , а также по степеням  $(\beta - \beta_c)$  с учетом (3.5) ( $\beta_c^{-1} \equiv T_c$  — температура перехода), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_q = F_q \left( -\frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \tilde{\epsilon}_q - \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \beta_c \partial \mu} (\beta - \beta_c) \tilde{\epsilon}_q + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}^2(x))_q - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^3} (\tilde{\epsilon}^3(x))_q + \dots \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде  $\tilde{\epsilon}_q = \tilde{\epsilon}_q^{(0)} + \tilde{\epsilon}_q^{(1)} + \dots$ , причем

$$\tilde{\epsilon}_q^{(0)} = \tilde{\epsilon}_q^{(0)} \{ \Delta(q - q_0) + \Delta(q + q_0) \} \quad (3.8)$$

( $\Delta(q)$  — символ Кронекера), тогда в главном приближении имеем

$$1 + F_{q_0} \frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} = 0. \quad (3.9)$$

Последнее уравнение определяет температуру перехода  $\beta_c = \beta_c(q_0)$ . Производя в нем низкотемпературное разложение (2.19), получаем

$$T_c^2 = -\frac{6}{\pi^2} \frac{1 + F_{q_0} v(\mu)}{F_{q_0} v''(\mu)}. \quad (3.10)$$

Поскольку  $v''(\mu) < 0$ , то, как легко видеть, неравенство  $T_c^2 > 0$  удовлетворяется только в случае справедливости соотношения

$$1 + v(\mu) F_{q_0} < 0,$$

отражающего нарушение критерия устойчивости равновесного состояния нормальной фермижидкости.

Найдем теперь выражение для параметра порядка  $\tilde{\epsilon}$ . Замечая, что

$$(\tilde{\epsilon}(x))_q = \tilde{\epsilon}_q,$$

$$(\tilde{\epsilon}^2(x))_q = \sum_{q', q''} \tilde{\epsilon}_{q'} \tilde{\epsilon}_{q''} \Delta(q' + q'' - q),$$

$$(\tilde{\epsilon}^3(x))_q = \sum_{q', q'', q'''} \tilde{\epsilon}_{q'} \tilde{\epsilon}_{q''} \tilde{\epsilon}_{q'''} \Delta(q' + q'' + q''' - q),$$

а также учитывая то обстоятельство, что в главном неисчезающем приближении справедливы соотношения

$$(\tilde{\epsilon}^2(x))_{q_0} \approx 2\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)} \tilde{\epsilon}_{q_0}^{(1)}, \quad (\tilde{\epsilon}^3(x))_{q_0} \approx 3(\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)})^3,$$

перепишем уравнение (3.7) с учетом (3.8), (3.9) при  $q = q_0$  в виде

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \beta_c \partial \mu} (\beta - \beta_c) \tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)} + \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} \tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)} \tilde{\epsilon}_{q_0}^{(1)} - \\ - \frac{1}{2} \frac{\partial^3 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^3} (\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)})^3 = 0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Легко видеть, что наряду с уравнением (3.11) необходимо выписать также уравнение (3.7) при  $q \neq \pm q_0$ :

$$\tilde{\epsilon}_q = F_q \left( -\frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \tilde{\epsilon}_q + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}^2(x))_q \right).$$

Полагая в этом уравнении  $q = 2q_0$ , найдем

$$\tilde{\epsilon}_{2q_0} = F_{2q_0} \times$$

$$\times \left( -\frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \tilde{\epsilon}_{2q_0} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}^2(x))_{2q_0} \right). \quad (3.12)$$

Замечая далее, что в главном приближении

$$(\tilde{\epsilon}^2(x))_{2q_0} \approx (\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)})^2, \quad \tilde{\epsilon}_{2q_0} \approx \tilde{\epsilon}_{2q_0}^{(1)},$$

перепишем уравнение (3.12) в виде

$$\tilde{\epsilon}_{2q_0}^{(1)} = F_{2q_0} \left( -\frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \tilde{\epsilon}_{2q_0}^{(1)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)})^2 \right),$$



откуда

$$\tilde{\epsilon}_{2q_0}^{(1)} = \frac{F_{2q_0}}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} \left( 1 + F_{2q_0} \frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \right)^{-1} (\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)})^2.$$

Подставляя найденное выражение для  $\tilde{\epsilon}_{2q_0}^{(1)}$  в (3.11), получаем уравнение для определения  $\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{F_{2q_0}}{2} \left( \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} \right)^2 \left( 1 + F_{2q_0} \frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \right)^{-1} (\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)})^2 - \\ & - \frac{1}{2} \frac{\partial^3 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^3} (\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)})^2 = \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \beta_c \partial \mu} (\beta - \beta_c), \end{aligned} \quad (3.13)$$

откуда с учетом низкотемпературного разложения (2.19), а также (3.9) имеем

$$\tilde{\epsilon}_{q_0}^{(0)} = A(2q_0) \sqrt{1 - T/T_c}, \quad (3.14)$$

где

$$\begin{aligned} & A(2q_0) = \\ & = \left\{ \frac{2\pi^2}{3} \frac{T_c^2 v''(\mu)}{v''(\mu) - F_{2q_0} (v'(\mu))^2 (1 - F_{2q_0}/F_{q_0})^{-1}} \right\}^{-1/2}. \end{aligned}$$

Величина же  $\tilde{\epsilon}_{q_0}(p)$  определяется выражением (3.4).

Заметим теперь, что в области малых  $q_0$  развитая нами теория возмущений становится неприменимой. Это видно уже из того, что величина  $1 - F_{2q_0}/F_{q_0}$ , входящая в знаменатель уравнения (3.13) и формулы (3.14), обращается в нуль при  $q_0 \rightarrow 0$ . Поэтому случай малых  $q_0$ , соответствующий большому периоду изучаемых пространственно-периодических структур, требует отдельного рассмотрения. Поскольку при большом периоде решетки все величины медленно меняются с изменением  $x$  (малые градиенты), задачу удобнее рассматривать в координатном представлении.

Будем исходить из уравнения

$$\begin{aligned} & \tilde{\epsilon}(x) = \\ & = \int dx F(x - x') \{ n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(x')) - \langle n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(x')) \rangle \}, \\ & \tilde{\epsilon}(\mathbf{p}, x) \equiv \tilde{\epsilon}(x), \end{aligned} \quad (3.15)$$

где

$$F(x - x') = \int F_q e^{iq(x-x')} dq$$

и скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение величины по периоду решетки, а величина  $n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(x))$  определяется формулой (3.5). Это уравнение эквивалентно уравнениям (3.2) и (3.3), если учесть, что  $\langle \tilde{\epsilon}(x) \rangle = 0$ . Замечая, что величина  $F(x - x')$  имеет резкий максимум при  $x = x'$ , а также учитывая медленность изменения  $\tilde{\epsilon}(x)$ , связанную с большим периодом решетки, запишем уравнение (3.15) в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}(x) &= F_0 \{ n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(x)) - \langle n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(x)) \rangle \} + \\ &+ F_2 \frac{\partial^2 n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}(x))}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где

$$\int dx' F(x - x') = F_0, \quad (3.17)$$

$$\frac{1}{2} \int dx' F(x - x') (x - x')^2 = F_2$$

(при получении уравнения (3.16) мы учли четность функции  $F(x - x')$ ). Производя в последнем уравнении разложение по степеням  $\tilde{\epsilon}(x)$  и  $(\beta - \beta_0)$  ( $\beta_0$  соответствует температуре перехода при  $q = 0$ ), а также учитывая уравнение для определения  $\beta_0$

$$1 + F_0 \frac{\partial n(\beta_0, \mu)}{\partial \mu} = 0 \quad (3.18)$$

и то, что  $\langle \tilde{\epsilon}(x) \rangle = 0$ , получаем

$$\begin{aligned} & F_0 \left\{ -(\beta - \beta_0) \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \beta \partial \mu} \tilde{\epsilon}(x) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}^2(x) - \langle \tilde{\epsilon}^2(x) \rangle) \right\} - \\ & - F_2 \frac{\partial n(\beta_0, \mu)}{\partial \mu} \frac{\partial^2 \tilde{\epsilon}(x)}{\partial x^2} = 0. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Как было показано выше, уравнение для определения температуры перехода как функции  $q$  имеет вид

$$1 + F_q \frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} = 0.$$

Учитывая, что  $F_q = F(q^2)$ , а также, что  $F'(0) = -F_2$ ,  $F_0 = F(0)$  (см. (3.16), (3.17)), перепишем это уравнение в области малых  $q$  в виде

$$1 + (F_0 - F_2 q^2) \times \left( \frac{\partial n(\beta_0, \mu)}{\partial \mu} + (\beta_c - \beta_0) \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \beta \partial \mu} \right) = 0$$

или с учетом (3.18)

$$\beta_c - \beta_0 = q^2 \frac{F_2}{F_0} \frac{\partial n(\beta_0, \mu)}{\partial \mu} / \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \beta \partial \mu} = -q^2 \frac{F_2}{F_0^2} / \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \beta \partial \mu}. \quad (3.20)$$

Это уравнение определяет температуру перехода как функцию  $q$  в области малых  $q$ . Делая естественное предположение, что  $\beta_0 < \beta_c$  (длинно-периодическая структура отвечается при более высоких температурах), и учитывая, что  $(\partial^2 n(\beta_0, \mu) / \partial \beta \partial \mu) > 0$  (см. низкотемпературное разложение (2.19)), имеем  $F_2 < 0$ , что соответствует притяжению между фермионами. Уравнение (3.19), служащее для определения величины  $\tilde{\epsilon}(x)$ , можно переписать в другом, более удобном для дальнейшего рассмотрения виде. С этой целью введем величину  $\epsilon(x) = -\tilde{\epsilon}(x)$ , которую можно рассматривать как поправку к химическому потенциалу (см. (3.2), (3.3)). Тогда уравнение (3.19) примет вид

$$\frac{\partial^2 \epsilon(x)}{\partial x^2} + g(\epsilon(x)) = 0, \quad (3.21)$$

$$g(\epsilon(x)) = A\epsilon(x) + B(\epsilon^2(x) - \langle \epsilon^2(x) \rangle),$$

где

$$A = -\frac{F_0^2}{F_2} (\beta - \beta_0) \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \beta_0 \partial \mu}, \quad (3.22)$$

$$B = -\frac{1}{2} \frac{F_0^2}{F_2} \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \mu^2}.$$

Будем искать периодические решения уравнения (3.21), из которого следует, что

$$\epsilon' = \pm \sqrt{2(E - U(\epsilon))}, \quad x = \pm \int \frac{d\epsilon}{\sqrt{2(E - U(\epsilon))}}, \quad (3.23)$$

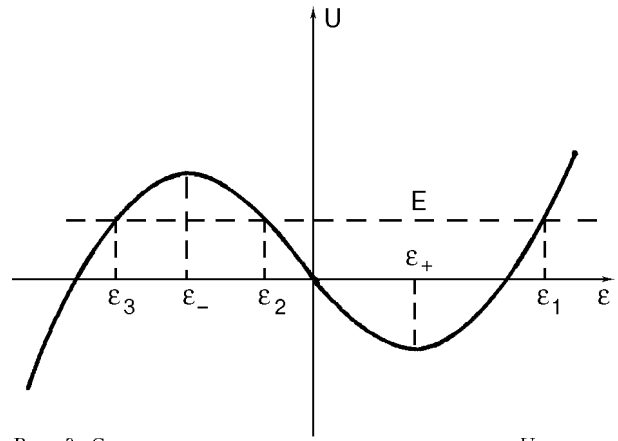


Рис. 3. Схематическая зависимость «потенциала»  $U$  от параметра порядка  $\epsilon$ .

где

$$U(\epsilon) = \int_0^\epsilon g(\epsilon) d\epsilon = \frac{1}{3} B\epsilon^3 + \frac{1}{2} A\epsilon^2 - Bd^2\epsilon,$$

$$d^2 = \langle \epsilon^2(x) \rangle$$

и  $E$  — постоянная интегрирования. Кубический многочлен  $E - U(\epsilon)$  может быть представлен в виде

$$E - U(\epsilon) = E - \frac{1}{3} B\epsilon^3 - \frac{1}{2} A\epsilon^2 + Bd^2\epsilon = -\frac{1}{3} B(\epsilon - \epsilon_1)(\epsilon - \epsilon_2)(\epsilon - \epsilon_3) > 0. \quad (3.24)$$

Точки экстремумов функции  $U(\epsilon)$  определяются формулами

$$\epsilon_{\pm} = -\frac{A}{2B} \pm \sqrt{A^2/4B^2 + d^2}, \quad \epsilon_+ > 0, \quad \epsilon_- < 0.$$

На рис. 3 схематически представлен график функции  $U(\epsilon)$  (мы учли при этом, что  $B > 0$ ). Поскольку  $E - U > 0$ , периодическим решениям уравнения (3.21) соответствует область  $\epsilon_2 < \epsilon < \epsilon_1$ , а так как  $\langle \epsilon \rangle = 0$ , то  $\epsilon_2 < 0$ ,  $\epsilon_1 > 0$ . В соответствии со сказанным имеем

$$x(\epsilon) = -\int_{\epsilon}^{\epsilon_1} \frac{d\epsilon}{\sqrt{2(E - U(\epsilon))}}, \quad x < 0, \quad (3.25)$$

$$x(\epsilon) = \int_{\epsilon}^{\epsilon_1} \frac{d\epsilon}{\sqrt{2(E - U(\epsilon))}}, \quad x > 0$$

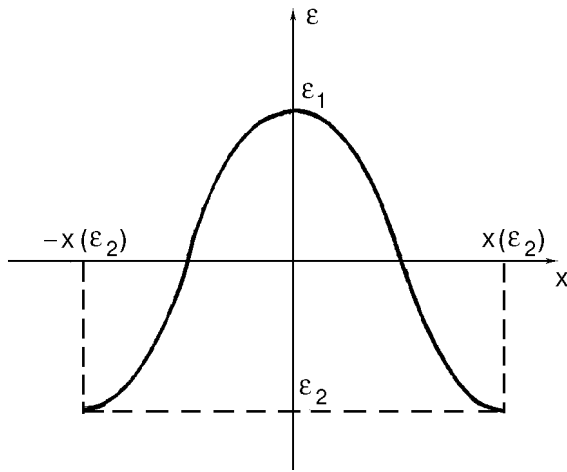


Рис. 4. Зависимость параметра порядка  $\epsilon$  от координаты  $x$ .

(см. рис. 4, на котором изображен один период функции  $\epsilon(x)$ ). Период функции  $\epsilon(x)$  определяется формулой

$$X = 2 \int_{\epsilon_2}^{\epsilon_1} \frac{d\epsilon}{\sqrt{2(E - U(\epsilon))}} = 2x(\epsilon_2). \quad (3.26)$$

Подставляя в выражение (3.25) для  $x(\epsilon)$  при  $x > 0$  выражение (3.24) для  $E - U(\epsilon)$  и преобразовывая соответствующий интеграл, находим

$$x(\epsilon) = \sqrt{6/B} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_3}} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$k^2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_3}, \quad \varphi = \arcsin \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon)/(\epsilon_1 - \epsilon_2)}.$$

Принимая во внимание определение эллиптического интеграла первого рода

$$\mathcal{F}(k, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (3.27)$$

представим  $x(\epsilon)$  в виде

$$x(\epsilon) = \sqrt{6/B} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_3}} \mathcal{F}(k, \varphi). \quad (3.28)$$

Тогда, согласно (3.26), имеем

$$X = \sqrt{6/B} \frac{2}{\sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_3}} \mathcal{F}(k), \quad \mathcal{F}(k) \equiv \mathcal{F}(k, \pi/2). \quad (3.29)$$

Найдем теперь величины  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ . С этой целью заметим, что

$$\langle \epsilon(x) \rangle = \frac{1}{X} \int_0^{X/2} \epsilon(x) dx + \frac{1}{X} \int_{X/2}^X \epsilon(x) dx = \frac{2}{X} \int_0^{X/2} \epsilon(x) dx,$$

или, переходя к интегрированию по  $\epsilon$ ,

$$\langle \epsilon(x) \rangle = \frac{2}{X} \int_{\epsilon_2}^{\epsilon_1} \epsilon \frac{d\epsilon}{\sqrt{2(E - U)}}. \quad (3.30)$$

Из уравнения (3.21) следует, что  $\langle \epsilon \rangle = 0$ . Поэтому преобразовывая входящий в (3.30) интеграл с учетом (3.24), получаем

$$\int_0^{\pi/2} d\varphi \frac{\epsilon_1 - (\epsilon_1 - \epsilon_2) \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} = 0, \quad k^2 = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_3}.$$

Используя далее определение эллиптического интеграла второго рода

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} d\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}, \quad (3.31)$$

найдем

$$E(k) + \left( k^2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 - \epsilon_3} - 1 \right) \mathcal{F}(k) = 0.$$

Полученное выражение можно также переписать в виде

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 - \epsilon_2} = \frac{\mathcal{F}(k) - E(k)}{k^2 \mathcal{F}(k)},$$

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 - \epsilon_3} = \frac{\mathcal{F}(k) - E(k)}{\mathcal{F}(k)}. \quad (3.32)$$

Эти формулы показывают, что отношения  $\epsilon_1/\epsilon_2, \epsilon_1/\epsilon_3, \epsilon_2/\epsilon_3$  выражаются только через параметр  $k$ . Найдем теперь выражение для величины  $\epsilon_1$  в терминах  $k$ . С этой целью заметим, что, согласно (3.23),

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = -\frac{3}{2} \frac{A}{B} \equiv \gamma(\beta - \beta_0), \quad (3.33)$$

где в соответствии с (3.22)

$$\gamma = -3 \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \beta \partial \mu} \bigg/ \frac{\partial^2 n(\beta_0, \mu)}{\partial \mu^2}. \quad (3.34)$$

Используя далее формулы (3.32), получаем выражение для величины  $\epsilon_1$

$$\epsilon_1 = \frac{\gamma(\beta - \beta_0)}{3 - (1 + k^2) \mathcal{F}(k) / [\mathcal{F}(k) - E(k)]}. \quad (3.35)$$

Учитывая (3.35) и (3.32), легко найти величину  $1/\sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_3}$ , входящую в выражение для периода (3.29):

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_3}} = \left[ \left( 3 \frac{\mathcal{F}(k) - E(k)}{\mathcal{F}(k)} - k^2 - 1 \right) \bigg/ \gamma(\beta - \beta_0) \right]^{1/2}. \quad (3.36)$$

Замечая, что  $k^2 = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ , и вводя новую переменную  $\epsilon \equiv \epsilon_1 - \epsilon_3$ , получаем

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = \epsilon k^2, \quad \epsilon_1 = \epsilon \frac{\mathcal{F}(k) - E(k)}{\mathcal{F}(k)}$$

или

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \epsilon \left( 1 - \frac{E(k)}{\mathcal{F}(k)} \right), \\ \epsilon_2 &= \epsilon \left( 1 - k^2 - \frac{E(k)}{\mathcal{F}(k)} \right), \\ \epsilon_3 &= -\epsilon \frac{E(k)}{\mathcal{F}(k)}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Поскольку  $\epsilon > 0$ ,  $\gamma(\beta - \beta_0) < 0$  (см. (3.33), (3.34)), то, согласно (3.36), должно выполняться неравенство  $3[(\mathcal{F} - E)/\mathcal{F}] - k^2 - 1 < 0$ , откуда следует, что  $k < k_0 \approx 0,95$ .

Период  $X$  функции  $\epsilon(x)$  связан с величиной  $q$  формулой

$$X = \frac{2\pi}{q} = 2 \sqrt{6/B} \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \mathcal{F}(k). \quad (3.38)$$

Переменные  $k$ ,  $\epsilon$  могут быть взяты в качестве независимых термодинамических переменных вместо переменных  $\beta$ ,  $q$ . Фазовая кривая в пространстве  $\beta$ ,  $q$ , разделяющая область нормальной фазы и пространственно-периодической фазы, дается формулой (3.20). Как легко видеть из формул (3.36), (3.37) с учетом (3.27), (3.31), эта же кривая в пространстве переменных  $k$ ,  $\epsilon$  имеет вид

$$k = 0. \quad (3.39)$$

Найдем теперь выражение для  $\epsilon(x)$ . Из определений (3.27) и (3.29) функций  $\mathcal{F}(k, \varphi)$  и  $\mathcal{F}(k)$  следует соотношение

$$\mathcal{F}(k, \varphi + \pi) = 2\mathcal{F}(k) + \mathcal{F}(k, \varphi). \quad (3.40)$$

Поскольку  $\mathcal{F}(k, \varphi)$  монотонно возрастающая функция  $\varphi$ , можно ввести обратную функцию  $\varphi(k, y)$ , такую, что

$$\mathcal{F}(k, \varphi(k, y)) = y.$$

Тогда с учетом (3.40) имеем

$$\mathcal{F}(k, \varphi(k, y) + \pi) = y + 2\mathcal{F}(k),$$

$$\varphi(k, y) + \pi = \varphi(k, y + 2\mathcal{F}(k)),$$

откуда

$$\sin^2 \varphi(k, y) = \sin^2 \varphi(k, y + 2\mathcal{F}(k)).$$

Таким образом, функция  $\sin^2 \varphi(k, y)$  является периодической функцией  $y$  с периодом  $2\mathcal{F}(k)$ . Замечая далее, что, согласно (3.28), (3.29),

$$2\mathcal{F}(k) \frac{x}{X} = \mathcal{F}(k, \varphi),$$

$$\varphi = \arcsin \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon)/(\epsilon_1 - \epsilon_2)},$$

найдем

$$\epsilon(x) = \epsilon_1 - (\epsilon_1 - \epsilon_2) \sin^2 \varphi \left( k, 2\mathcal{F}(k) \frac{x}{X} \right)$$

или, учитывая (3.37), получаем окончательно

$$\epsilon(x) = \epsilon \left( 1 - \frac{E(k)}{\mathcal{F}(k)} - k^2 \sin^2 \varphi \left( k, 2\mathcal{F}(k) \frac{x}{X} \right) \right), \quad (3.41)$$

где величина  $X$  определяется выражением (3.38). Отметим, что функция  $\sin \varphi(k, u)$  связана с эллиптическим синусом  $\text{sn}(u, k)$  соотношением

$$\sin \varphi(k, u) = \text{sn}(u, k).$$

Формула (3.41) определяет длиннопериодическую структуру изучаемой системы при температурах, близких к температуре перехода  $T_0$ .

#### 4. Структура длиннопериодических решений при $T = 0$

Рассмотрим вопрос о нахождении одномерно-периодических решений уравнения самосогласования (3.1) вдали от точки фазового перехода, а именно при  $T = 0$ . В этом случае использование параметра  $\tilde{\epsilon}(x)$  нецелесообразно, так как эта величина при  $T = 0$  не является малой. Таким образом, решение уравнения (3.1) будем искать в виде

$$\varepsilon(p, x) = \varepsilon(x) + \varepsilon_p ,$$

где  $\varepsilon(x)$  — периодическая функция переменной  $x$ . В приближении малых градиентов (большой период, см. ниже) уравнение (3.1) можно представить в виде

$$\varepsilon(x) = F_0 n(\beta, \mu - \varepsilon(x)) + F_2 \frac{\partial^2 n(\beta, \mu - \varepsilon(x))}{\partial x^2} , \quad (4.1)$$

где

$$F_0 = \int d^3r F(r) , \quad F_2 = \frac{1}{2} \int d^3r x^2 F(r) .$$

Вводя величину  $\underline{\mu}(x) = \mu - \varepsilon(x)$  и рассматривая уравнение (4.1) как уравнение для определения функции  $n$  ( $n(\underline{\mu}(x)) = n(x)$ ,  $\underline{\mu} = \underline{\mu}(n)$ ), получаем

$$\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{1}{F_2} (\mu - \underline{\mu}(n) - F_0 n) .$$

Интегрирование последнего уравнения приводит к следующему выражению для  $x = x(n)$ :

$$x = \pm \int^n \frac{dn}{\sqrt{E - U}} , \quad (4.2)$$

где

$$U = \frac{2}{F_2} \int^n dn (\underline{\mu}(n) - \mu + F_0 n) \quad (4.3)$$

и  $E$  — постоянная интегрирования. Замечая, что при  $T = 0$

$$n(\underline{\mu}) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3p \theta(\underline{\mu} - \varepsilon(p, x)) , \quad \frac{\partial n}{\partial \underline{\mu}} = v(\underline{\mu}) ,$$

находим

$$n = \int_{-\infty}^{\underline{\mu}} v(\varepsilon) d\varepsilon , \quad n(-\infty) = 0$$

и, следовательно, согласно (4.3),

$$U = \frac{2}{F_2} \left( \int_{-\infty}^{\underline{\mu}} \varepsilon v(\varepsilon) d\varepsilon - \mu \int_{-\infty}^{\underline{\mu}} v(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{1}{2} F_0 \left( \int_{-\infty}^{\underline{\mu}} v(\varepsilon) d\varepsilon \right)^2 \right) \quad (4.4)$$

(мы учли при этом, что

$$\int^n \mu(n) dn = \int^\mu \mu(dn/d\underline{\mu}) d\underline{\mu} = \int^\mu \mu v(\mu) d\mu ,$$

и выбрали константу интегрирования вполне определенным образом ввиду произвольности константы интегрирования  $E$  в формуле (4.2)). Таким образом, окончательно имеем

$$x = \pm \int^\mu \frac{v(\varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{E - U(\varepsilon)}} , \quad (4.5)$$

где  $U(\varepsilon)$  определяется выражением (4.4).

Рассмотрим теперь процедуру нахождения периода  $X$  функции  $\varepsilon(x)$  на примере квадратичного закона дисперсии. В этом случае величина  $v(\varepsilon)$  дается формулой (2.23), а величина  $U(\varepsilon)$ , определяемая соотношением (4.4), принимает вид

$$U(\varepsilon) = \frac{2}{F_2} \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2} \times \left\{ \frac{2}{5} \varepsilon^{5/2} - \frac{2}{3} \mu \varepsilon^{3/2} + \frac{2}{9} F_0 \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2} \varepsilon^3 \right\} , \quad (4.6)$$

$$F_2 < 0 .$$

Как легко показать, функция  $U(\varepsilon)$ , определяемая соотношением (4.6), имеет при  $F_0 < 0$  и  $F_2 < 0$  один максимум и два минимума, причем одному из минимумов соответствует точка  $\varepsilon = 0$ , а точка второго минимума  $\varepsilon_0$  удовлетворяет уравнению

$$a \varepsilon_0^{3/2} + \varepsilon_0 = \mu , \quad a = F_0 \frac{(2m)^{3/2}}{3\pi^2} < 0 . \quad (4.7)$$

Для нахождения периода  $X$  функции  $\varepsilon(x)$  необходимо найти корни уравнения  $E - U(\varepsilon) = 0$ , определяющие так называемые точки поворота. Вблизи минимума  $\varepsilon_0$  функции  $U(\varepsilon)$  уравнение для нахождения точек поворота можно представить в виде

$$\tilde{E} - (\varepsilon - \varepsilon_0)^2 = 0 ,$$

$$\tilde{E} = \frac{2(E - U(\varepsilon_0))}{\partial^2 U(\varepsilon_0)/\partial \varepsilon_0^2} > 0 ,$$

откуда

$$\varepsilon_{\pm} = \varepsilon_0 \pm \sqrt{\tilde{E}} , \quad \varepsilon_+ > \varepsilon_- .$$

Период же функции  $\varepsilon(x)$ , согласно (4.5), определяется формулой

$$X = 2 \int_{\varepsilon_-}^{\varepsilon_+} \frac{v(\varepsilon_0) d\varepsilon}{\sqrt{E - U(\varepsilon_0) - 1/2 [\partial^2 U(\varepsilon_0)/\partial \varepsilon_0^2](\varepsilon - \varepsilon_0)^2}},$$

$$v(\varepsilon_0) = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2} \sqrt{\varepsilon_0},$$

откуда, вычисляя входящий сюда интеграл, найдем, что

$$X = 2 \left[ \frac{F_2(2m)^{3/2}}{2\varepsilon_0^{-1/2} + 3a} \right]^{1/2},$$

или, вводя безразмерную величину  $\tilde{\varepsilon}_0$  с помощью соотношения

$$\varepsilon_0 = \frac{\pi^4}{m^3 F_0^2} \tilde{\varepsilon}_0,$$

получим окончательно

$$X = 2\pi \sqrt{F_2/F_0} \left[ \frac{1}{(2\tilde{\varepsilon}_0)^{-1/2} - 1} \right]^{1/2},$$

где  $\tilde{\varepsilon}_0$ , согласно (4.7), удовлетворяет уравнению

$$\tilde{\mu} = \tilde{\varepsilon}_0 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \tilde{\varepsilon}_0^{3/2}, \quad \tilde{\mu} = \frac{m^3 F_0^2}{\pi^4} \mu.$$

Это уравнение имеет решение только при  $\tilde{\mu} < 1/6$ , причем при  $\tilde{\mu} = 1/6$  величина  $\tilde{\varepsilon}_0 = 1/2$ . Согласно определению величины  $F_2$ , имеем  $F_2 \approx x_0^2 F_0$ , где  $x_0$  определяет область, в которой функция  $F(x) = \int dy dz F(\mathbf{r})$  отлична от нуля. Предполагаемая выше медленность изменения функции  $\varepsilon(x)$  (малость градиентов) означает, что  $x_0 \ll X$ , или  $\sqrt{2\tilde{\varepsilon}_0} \approx 1$ . Таким образом, используемое нами приближение справедливо только в окрестности  $\tilde{\mu} = 1/6$ .

### 5. Заключение

Следует отметить, что описание возникающих в сильно взаимодействующих системах пространственно-периодических структур впервые было проведено Власовым [9] в методике, основанной на использовании приближения самосогласованного поля. Фактически в работе [9] проделана попытка построения классической (не квантовой) теории кристалла, поскольку все рассмотрения основывались на нахождении пространственно-периодических решений уравнения для самосогласованного потенциала взаимодействия с использованием равновесного распределения

Больцмана. Критике такого подхода, игнорирующего по сути квантово-механическую природу явления кристаллизации, посвящен ряд работ, и по этой причине нет нужды останавливаться на этом вопросе. Заметим лишь, что полученные в этой работе условия существования пространственно-периодических структур предполагают преобладание сил притяжения между частицами системы над силами отталкивания, что и должно выполняться для обычных кристаллов.

Кристаллические структуры могут возникать и в том случае, когда между соседними частицами (или квазичастицами), образующими такую периодическую структуру, действуют силы отталкивания, а не силы притяжения. Однако при этом необходимо существование каких-либо внешних по отношению к данной системе воздействий, компенсирующих влияние сил отталкивания. Возможность существования таких кристаллических структур была проиллюстрирована Вигнером [10] еще в 1934 г. на примере кристаллизации трехмерного электронного газа низкой плотности, находящегося в поле пространственно-однородного положительного заряда. Роль фактора, компенсирующего действие сил отталкивания, в данном случае и играет поле однородного положительного заряда. Задача описания явлений, связанных с трехмерной вигнеровской кристаллизацией, до сих пор вызывает интерес, несмотря на то, что пока не удалось создать условия для экспериментального наблюдения этого эффекта (см., например, [11]).

В этой связи отметим, что условия возникновения пространственно-периодических структур в ферми-жидкости, изученных в настоящей работе, также предполагают преобладание сил притяжения между квазичастицами над силами отталкивания (условие нарушения критерия Померанчука, см. (1.6)). Поскольку в нашем рассмотрении явный вид амплитуды Ландау не уточнялся, можно считать, что функция Ландау играет роль эффективного потенциала взаимодействия между квазичастицами, учитывающего действие как сил притяжения, так и сил отталкивания без конкретизации их природы, с преобладающим влиянием, однако, сил притяжения. Реализации таких условий вероятнее всего ожидать как раз в электронных жидкостях различного рода металлов. По этой причине можно надеяться, что результаты нашей работы могут иметь отношение к описанию трехмерной вигнеровской кристаллизации, естественно, с учетом отличий модели ферми-жидкости, используемой нами с целью упрощения

выкладок, от электронной жидкости в реальных металлах.

Как известно, условия двумерной вигнеровской кристаллизации достаточно просто реализовать в случае газа электронов над поверхностью жидкого гелия [11]. Однако для описания возникающих пространственных решеток в двумерной ферми-жидкости методика настоящей статьи требует определенной модификации, что выходит за рамки этой работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины (грант № 2.4/378), а также в рамках сотрудничества с университетом г. Росток, Германия.

1. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **30**, 1058 (1956); Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **32**, 59 (1957).
2. В. П. Силин, *ЖЭТФ* **33**, 495 (1957); В. П. Силин, *ЖЭТФ* **35**, 1243 (1958).
3. И. Я. Померанчук, *ЖЭТФ* **35**, 524 (1958).
4. Ю. В. Слюсаренко, *ФНТ* **24**, 291 (1998).
5. А. И. Ахизер, С. В. Пелетминский, *Методы статистической физики*, Наука, Москва (1977).
6. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).

7. Г. Стенли, *Введение в фазовые переходы и критические явления*, Мир, Москва (1973).
8. А. С. Пелетминский, С. В. Пелетминский, Ю. В. Слюсаренко, *ФНТ* **25**, 211 (1999).
9. А. А. Власов, *Теория многих частиц*, Гостехиздат, Москва–Ленинград (1950).
10. E. P. Wigner, *Phys. Rev.* **40**, 1002 (1934).
11. Ю. П. Монарха, В. В. Шикин, *ФНТ* **8**, 583 (1982).

About phase transitions in the Fermi-liquid.  
II. The transition, connected with the  
translational symmetry breaking

A. S. Peletminsky, S. V. Peletminsky,  
and Yu. V. Slusarenko

The phase transition in the Fermi-liquid, connected with the translational symmetry breaking and the formation of periodical structures is considered. Special attention is given to the formation of one-dimensional long-periodical structures in a three-dimensional Fermi-liquid. The connection between the formation of such structures and the kinetic and thermodynamic stability of the Fermi-liquid normal state is analyzed.