УДК [622.755-752:621.928.37]:621.8.031.4

Надутый В.П., д-р техн. наук, профессор,
Ягнюков В.Ф. , канд. техн. наук, науч. сотр.,
Ягнюкова И.В., аспирант
(ИГТМ НАН Украины)

УСЛОВИЯ ПЕРИОДИЧНОСТИ ВИБРОУДАРНОГО РЕЖИМА ВАЛКОВОГО ВИБРАЦИОННОГО КЛАССИФИКАТОРА С УДАРНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Надутий В.П., д-р техн. наук, професор,
Ягнюков В.Ф., канд. техн. наук, наук. співр.,
Ягнюкова І.В., аспірант
(ІГТМ НАН України)

УМОВИ ПЕРІОДИЧНОСТІ ВІБРОУДАРНОГО РЕЖИМУ ВАЛКОВОГО ВІБРАЦІЙНОГО КЛАСИФІКАТОРА З УДАРНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Nadutyu V.P., D.Sc. (Tech.), Professor
Iagniukov V.F., Ph.D. (Tech.), Researcher
Iagniukova I.V., Doctoral Student
(IGTM NAS of Ukraine)

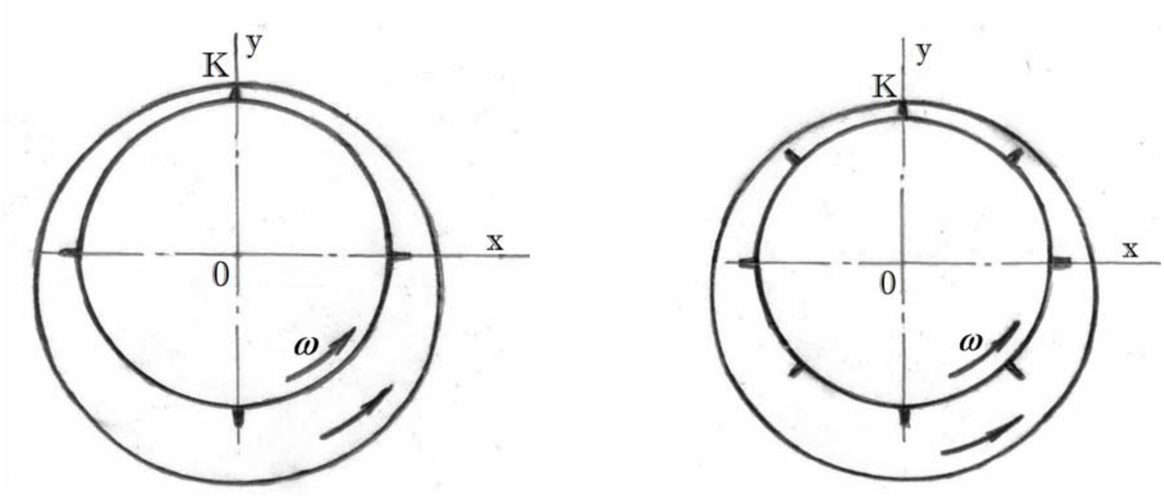
PERIODICITY CONDITIONS OF VIBROIMPACT MODE OF THE ROLLER VIBRATING CLASSIFIER WITH THE IMPACTORS

Аннотация. Задачи, связанные с модернизацией валкового вибрационного классификатора, далеки от решений и требуют развития дальнейшего их теоретического и экспериментального исследования. Исследования сосредоточены на уравнении движения динамической колебательной системы на предмет возникновения и поддержания вращательного движения с одновременным возникновением виброимпульсов внутри собственной конструкции рабочей просеивающей поверхности. Определены условия периодичности данного виброударного режима. Произведена проверка выполнения условий устойчивости вращательного движения валков, имеющих четыре либо восемь ударных элементов. Полученные результаты являются подтверждением того, что вынужденные колебания внутри рассмотренной динамической системы могут иметь периодический характер при выполнении представленных условий. Выполнение этих условий, несомненно, является гарантией повышения эффективности работы валкового вибрационного классификатора.

Ключевые слова: периодичность, устойчивость вращательного движения, виброударный режим, валковый вибрационный классификатор, ударные элементы.

В [1] была предложена модернизация валкового вибрационного классификатора, которая способна решить проблему классификации трудногрохотимых материалов при налипании их на рабочие органы машины путем создания дополнительных виброимпульсов на рабочей просеивающей поверхности.Данная конструкция отличается тем, что поперечное сечение оси валка представлено в виде круга радиусом R_1, который имеет определенное количество выступов (n), называемых ударными элементами (рис. 1).

© В.П. Надутый, В.Ф. Ягнюков, И.В. Ягнюкова,2014



а) б)

Рисунок 1 - Конструкция валков с ударными выступами: а) 4 ударных элемента; б) 8 ударных элемента

Геометрический центр оси валка такого вида так же, как и в предыдущем случае [2], двигается по окружности под действием внешней силы вибровозбудителя $F = \sin \omega t$.

Поскольку на практике реализуются лишь устойчивые движения, то важнейшей задачей, которая возникает уже на этапе проектирования любой машины или механизма, является задача обеспечения устойчивости ее движений. Эта задача состоит в определении условий, при которых заданное (программное) движение исследуемой системы будет устойчивым, а переходные процессы будут удовлетворять заданным свойствам.

Необходимо исследовать на устойчивость вращательное движение рабочих органов валкового классификатора, то есть необходимо описать условия и допустимые диапазоны величин, от которых зависит вращение валков (валки не обеспечены специальными поводами).

Необходимо также выяснить, какие условия процесса и диапазоны исходных параметров влияют на устойчивость вращательного движения.

С одной стороны, очевидно, что для осуществления вращательного движения кольца валка необходимо, чтобы геометрическая ось кольца валка (его центр масс) осуществляла движение по круговой, эллиптической или замкнутой траектории, повторяющейся с определенным периодом. В любом другом случае движения центра масс валка и сам валок будут осуществлять тривиальное механическое колебательное движение, то есть вращательное движение не будет устойчивым.

Для устойчивости вращательного (ротационного) движения кольца валка может выполняться периодическое, в частности, круговое движение его центра масс.

С другой стороны, устойчивый стойкий режим вращательного движения кольца валка можно создать за счет достаточной центробежной силы, которая возникает при обкатывании оси валка с переменным радиусом R_1 массой m по внутренней поверхности кольца радиуса R_2, и достаточного коэффициента контактного трения поверхностей оси и кольца валка, что обеспечивает режим обкатывания без проскальзывания.

Таким образом, устойчивость вращающегося движения валка пропорциональна силам массового влияния и коэффициенту трения контактирующих поверхностей оси и кольца.

Во вращательном движении роль силы играет момент силы, а роль пути – угол. Работа выполняется за счет кинетической энергии:

$$
\begin{aligned}
E_{кин} &= \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c \omega_\alpha^2}{2} = \\
&= m \cdot \left(A - \left|R_1 - R_2\right|\right)^2 \cdot \frac{\omega_\beta^2}{2} + mR_1^2 \cdot \frac{\omega_\beta^2}{2} = \\
&= m\left[\left(A - \left|R_1 - R_2\right|\right)^2 + \left(R_1 - R_2\right)^2\right] \cdot \frac{\omega_\beta^2}{2}.
\end{aligned} \tag{1}
$$

В результате выполненных исследований [1] установлено, что уравнение движения описываемой динамической системы выглядит следующим образом:

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{2R_2}{3R_2^2 - R_3^2}\Bigg[-\left(R_2 - R_1 \cdot \left(1 + 0{,}08 \cdot \sin^{1000} 2(\omega + t)\right) + R\cos\alpha\right)\frac{d\omega}{dt} + \\
+ R\omega^2 \sin\alpha - g\sin(\varphi - \alpha)\Bigg] + \sum_{s=1}^{n_*} G\delta\left(t - t_s\right),
\end{aligned} \tag{2}
$$

Практический интерес представляют, главным образом, периодические решения уравнения (2) с периодом $\frac{2\pi}{\omega}$, или кратным ему, так как только такие периодические движения обеспечивают постоянный зазор между валками классификатора и, значит, высокое качество классификации обрабатываемого материала.

В [3] были выстроены необходимые и достаточные условия существования T_n -периодических ($T_n = n\frac{2\pi}{\omega}$ с натуральными $n \geq 3$) решений неоднородного уравнения Хилла, которое в общем виде записывается так:

$$
\ddot{z}(t) + q(t)z(t) = F(t). \tag{3}
$$

Именно к неоднородному уравнению типа Хилла (5.5) мы и приведем исходное уравнение (2) для того, чтобы установить устойчивость вращательного движения внешнего кольца в зависимости от входных параметров валкового вибрационного классификатора.

Заметим, что функции $q(t)$ и $F(t)$ в этом уравнении являются $\frac{2\pi}{\omega}$-периодическими. В работах [3-4] показано, что периодические решения имеют место для неоднородного уравнения типа Хилла, если одновременно выполняются равенства:

$$\begin{cases} I_1(T_n) = \int\limits_0^{n\frac{2\pi}{\omega}} \frac{F(t)\eta_1(t)}{\Delta} dt = 0 \\ I_2(T_n) = \int\limits_0^{n\frac{2\pi}{\omega}} \frac{F(t)\eta_2(t)}{\Delta} dt = 0 \end{cases}, \qquad (4)$$

где $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$ - фундаментальная система решений уравнения (3); Δ - определитель Вронского фундаментальной системы.

Равенства (4) являются необходимыми и достаточными условиями существования T_n-периодических решений уравнения (3). Поэтому, если функция $F(t)$ в правой части неоднородного уравнения Хилла (3) удовлетворяет условиям (4), то любое решение уравнения (3) будет T_n-периодическим.

Проводя аналогию и применяя исследования периодичности решений неоднородного уравнения Хилла, используем данные условия для выведенного нелинейного дифференциального уравнения второго порядка (2), где искомая величина есть угол запаздывания α кольца валка на валковом вибрационном классификаторе при его вращении вокруг своего геометрического центра масс.

Приведем следующие объяснения обозначений уравнения (2):

$$F(t) = \frac{2R_2 g}{3R_2^2 - R_3^2}\sin\omega t + \frac{2R_2\left(R_2 - R_1\cdot\left(1 + 0{,}08\cdot\sin^{1000}2(\omega + t)\right) + R\right)}{\left(3R_2^2 - R_3^2\right)}\frac{d\omega}{dt} + \sum_{s=1}^{n} G\delta\left(t - t_s\right).$$

Дальнейшие выводы мы строим, исходя из того, что уравнение (2) рассматривается в приближенном линеаризованном виде:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{2R_2}{\left(3R_2^2 - R_3^2\right)}\Bigg[-\left(R_2 - R_1\cdot\left(1 + 0{,}08\cdot\sin^{1000}2(\omega + t)\right) + R\right)\frac{d\omega}{dt} +$$

$$+ R\omega^2\alpha - g\sin\omega t + g\alpha\cos\omega t\Bigg] + \sum_{s=1}^{n} G\delta\left(t - t_s\right), \qquad (5)$$

или так, чтобы легко прослеживалась связь с неоднородным уравнением Матье-Хилла (3):

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \left(\frac{2R_2 R\omega^2}{\left(3R_2^2 - R_3^2\right)} + \frac{2R_2 g}{\left(3R_2^2 - R_3^2\right)}\cos\omega t\right)\cdot\alpha = \frac{2R_2 g}{\left(3R_2^2 - R_3^2\right)}\sin\omega t +$$

$$+\frac{2R_2\left(R_2-R_1\cdot\left(1+0{,}08\cdot\sin^{1000}2(\omega+t)\right)+R\right)}{\left(3R_2^2-R_3^2\right)}\cdot\frac{d\omega}{dt}+\sum_{s=1}^{n}G\delta\left(t-t_s\right). \qquad (6)$$

Итак,

$$z(t)=\alpha(t);$$

$$q(t)=\left(\frac{2R_2R\omega^2}{\left(3R_2^2-R_3^2\right)}+\frac{2R_2g}{\left(3R_2^2-R_3^2\right)}\cos\omega t\right);$$

$$F(t)=\frac{2R_2g}{\left(3R_2^2-R_3^2\right)}\sin\omega t+\frac{2R_2\left(R_2-R_1\cdot\left(1+0{,}08\cdot\sin^{1000}2(\omega+t)\right)+R\right)}{\left(3R_2^2-R_3^2\right)}\frac{d\omega}{dt}+$$

$$+\sum_{s=1}^{n}G\delta\left(t-t_s\right).$$

Дальнейший анализ проведем для упрощенного варианта основного уравнения (5), положив $\omega=const!$, то есть $\frac{d\omega}{dt}=0$.

Пусть для однородного дифференциального уравнения Матье (5) подобраны параметры, которые обеспечивают существование его периодической фундаментальной системы решений $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$; методика такого подбора показана и реализована в [2]. Такая периодическая система является так называемыми функциями Матье, и возьмем две функции:

$$\eta_1(t)=se_{2n}(z,q)=\sum_{k=1}^{\infty}B_{2n,2k}\sin 2kz,\ n=1,2,...; \qquad (7)$$

$$\eta_2(t)=ce_{2n}(z,q)=\sum_{k=1}^{\infty}A_{2n,2k}\cos 2kz,\ n=0,1,2,.... \qquad (8)$$

Поскольку с первыми двумя слагаемыми в правых частях (6) условия периодичности с периодом $T=\frac{8\pi}{\omega}$ было выполнено, проверим условия (4) для последнего, импульсного члена. Подсчитаем интегралы (4) только от импульсного слагаемого:

$$\begin{cases}\displaystyle\int_0^{n\frac{2\pi}{\omega}}\frac{\sum_{s=1}^{n}G\delta\left(t-t_s\right)\cdot\eta_1(t)}{\Delta}dt=0\\ \displaystyle\int_0^{n\frac{2\pi}{\omega}}\frac{\sum_{s=1}^{n}G\delta\left(t-t_s\right)\cdot\eta_2(t)}{\Delta}dt=0\end{cases}. \qquad (9)$$

Докажем тождественность (9), приняв за $\eta_1(t)$ первую функцию Матье (7). Тогда с учетом (7) имеем:

$$I_1(T_n)=\int_0^{n\frac{2\pi}{\omega}}\frac{\left(\sum_{k=1}^{\infty}B_{2n,2k}\sin k\omega t\right)\cdot\left(\sum_{s=1}^{n_*}G\delta(t-s\cdot\Delta t_s)\right)}{\Delta}dt=$$

учитывая, что $\Delta t_s=\dfrac{8\pi}{n_*\omega}$:

$$=\frac{G}{\Delta}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}B_{2n,2k}\left(\sum_{s=1}^{n_*}\int_0^{n\frac{2\pi}{\omega}}\sin k\omega t\cdot\delta(t-s\cdot\Delta t_s)dt\right)=$$

введем изменения под интегралом: $\tau=\omega t$, $t=\dfrac{\tau}{\omega}$, $dt=\dfrac{d\tau}{\omega}$, $n=4$, $n_*=8$.

$$=\frac{G}{\Delta}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}B_{2n,2k}\left(\sum_{s=1}^{8}\int_0^{8\pi}\sin k\tau\cdot\delta(\tau-s\pi)\frac{d\tau}{\omega}\right)=$$

$$=\frac{G}{\Delta\cdot\omega}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}B_{2n,2k}\left(\sum_{s=1}^{8}\int_0^{8\pi}\sin k\tau\cdot\delta(\tau-s\pi)d\tau\right)=$$

введем новую переменную $\tau_1=\tau-4\pi$, $\tau=\tau_1+4\pi$, $d\tau=d\tau_1$, в которой интеграл вычисляется в симметрических границах, тогда:

$$=\frac{G}{\Delta\cdot\omega}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}B_{2n,2k}\sum_{s=1}^{8}\int_{-4\pi}^{4\pi}\sin k\tau_1\cdot\delta\big(\tau_1-(s-4)\pi\big)d\tau_1=$$

$$\tau_s=(s-4)\pi$$

$$=\frac{G}{\Delta\cdot\omega}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}B_{2n,2k}\sum_{s=1}^{8}\int_{-4\pi}^{4\pi}\sin k\tau_1\cdot\delta(\tau_1-\tau_s)d\tau_1=$$

По основному свойству δ-функции интеграл легко вычисляется, и его можно подать в виде:

$$= \frac{G}{\Delta \cdot \omega} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} B_{2n,2k} \sum_{s=1}^{8} \left(\sin k \cdot \tau_s \Big|_{-4\pi}^{4\pi} \right). \qquad (10)$$

Поскольку функция $\sin k\tau_s$ является непарной, а множество τ_s – симметрично относительно 0, то из свойства $f(-x) = -f(x)$ вытекает $f(-x) + f(x) = 0$, что и доказывает:

$$\left(\sum_{s=1}^{n_*} \sin k\tau_s \right)\Bigg|_{-4\pi}^{4\pi} = 0 \quad \text{для } k = 1,2,3,... \qquad (11)$$

Для нашего конкретного случая $n = 4$, $n_* = 8$ выражение $\sin k\tau_s = \sin k \cdot (s-4)\pi$, где k и s – целые числа, а, значит, имеем более простой случай:

$$\sin k \cdot (s-4)\pi \approx \sin m\pi = 0, \qquad (12)$$

где m – целое число.

Учитывая (11)–(12), имеем доказанное тождество:

$$I_1(T_n) = 0 .$$

Аналогичное доказательство выполняется и для интеграла $I_2(T_n)$ с функцией (8), что, в конце концов, дает

$$I_2(T_n) = 0 .$$

Выводы.

Таким образом, при выполнении условий периодичности (7)-(8) для системы с гладким качением с периодом $T = \frac{8\pi}{\omega}$ внесение ударных шипов с периодичностью $\frac{\pi}{\omega}$ ($n_* = 8$), $\frac{2\pi}{\omega}$ ($n_* = 4$) не разрушает условие устойчивости колебательного периодического режима вращения валков классификаторов. Если все параметры удовлетворяют условию (9), то мы, наверняка, можем судить об эффективной работе валкового вибрационного классификатора, так как имеем уверенность в том, что геометрическая траектория движения оси кольца валка описывается периодической функцией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надутый, В.П. Модернизация вибрационного валкового классификатора на основе использования виброударного режима / В.П. Надутый, А.И. Егурнов, И.В. Ягнюкова // Вiсник НТУ «ХПІ». – 2013. - №57 (1030) – (Серія: Хімія, хімічна технологія та екологія). – С. 89-96.

2. Надутый, В.П. Синтез параметров валковых классификаторов вибрационного типа: Монография / В.П. Надутый, В.А. Остапенко, В.Ф. Ягнюков. – К. : Наук. думка, 2006. – 188 с.

3. Остапенко, В.А. Периодическое общее решение неоднородного уравнения Хилла / В.А. Остапенко // Вісник ДНУ. Сер. «Моделювання», № 8. – Дніпропетровськ. – Вип. 2. – 2010. – С. 103-113.

4. Надутый, В.П. Определение условий устойчивости вращательного движения рабочих органов валкового классификатора / В.П. Надутый, В.Ф. Ягнюков, И.В. Ягнюкова // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / Ин-т геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины. – Днепропетровск, 2012 – Вып. 105. – с. 267-276.

5. Остапенко, В.А. Механические виброударные системы / В.А. Остапенко - К. : Наук. думка,1966. – 243с.

6. Капица, П.Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса / П.Л. Капица // Журнал экспер. и теор. физики. Том 21, Вып. 5, 1951.- с. 588-598.

REFERENCES

1. Nadutyu, V.P., Iegurnov, A.I. and Iagniukova, I.V. (2013), *Modernizatsiya vibratsionnogo valkovogo klassifikatora na osnve ispolzovaniya vibroudarnogo rezhima* [Modernization of the vibrating roller classifier based on the vibroimpact mode application], Visnyk NTU «HPI», Ukraine, issue 57 (1030), Edition: Chemistry, Chemical Technology and Ecology, pp. 89-96.

2. Nadutyu, V.P., Ostapyenko, V.A. and Iagniukov, V.F. (2006), *Sintez parametrov valkovyh klassifikatorov vibratsionnogo tipa* [The synthesis of parameters of vibrating roller classifiers], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

3. Ostapyenko, V.A. (2010), *Periodicheskoie obshee resheniie neodnorodnogo uravneniia Hilla* [Periodic general solution of the inhomogeneous Hill equation], Visnyk DNU, Dnipropetrovsk, Ukraine, Edition: «Modeling», Vol. 8, issue 2, pp. 103-113.

4. Nadutyu, V.P., Iagniukov, V.F. and Iagniukova, I.V. (2012), *Opredeleniie usloviy ustoychivosti vrashatelnogo dvijeniia rabochih organov valkovogo klassifikatora* [Determination of stability conditions for the rotational movement of the roller classifier's executive devices], Geotechnical Mechanics: Journal of Collected Scientific Papers, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the NAS of Ukraine, Dnipropetrovsk, Ukraine, issue 105, pp. 267-276.

5. Ostapyenko, V.A. (1966), *Mehanicheskiie vibroudarnye sistemy*, [Mechanical vibro-impact systems], Naukova dumka, Kiev, Ukraine, 243p.

6. Kapitsa, P.L. (1951), *Dinamicheskaia ustoychivost maiatnika pri kolebliusheysia tochke podvesa* [Dynamic stability of a pendulum with an oscillating suspension point], Journal of experimental and theoretical physics, Vol. 21, issue 5, pp. 588-598.

Об авторах

Надутый Владимир Петрович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом Механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, nadutyvp@yandex.ua

Ягнюков Владимир Федорович, кандидат технических наук, научный сотрудник, научный сотрудник в отделе Механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, astasdnepr@rambler.ru

Ягнюкова Ирина Владимировна, аспирант, инженер в отделе Механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, yagnyukova@gmail.com

About the authors

Nadutyu Volodymyr Petrovych, Doctor of Technical Sciences (D.Sc.), Professor, Head of Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipropetrovsk, Ukraine, nadutyvp@yandex.ua

Iagniukov Volodymyr Fedorovych, Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Researcher, Researcher of Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipropetrovsk, Ukraine, astasdnepr@rambler.ru

Iagniukova Iryna Volodymyrivna, Doctoral Student, Engineer of Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM, NASU), Dnipropetrovsk, Ukraine, yagnyukova@gmail.com

---

Анотація. Проблеми, пов'язані з модернізацією валкового вібраційного класифікатору, далекі від вирішення і потребують розробок щодо подальшого їх теоретичного та експериментального дослідження. Дослідження зосереджені на рівнянні руху динамічної коливальної системи на предмет виникнення та підтримки обертового руху з одночасним виникненням віброімпульсів всередині власної конструкції робочої просіювальної поверхні. Визначено умови періодичності даного віброударного режиму. Проведена перевірка виконання умов стійкості обертового руху валків, що мають чотири або вісім ударних елементів. Отримані результати є підтвердженням того, що вимушені коливання всередині розглянутої динамічної системи можуть мати періодичний характер при виконанні представлених умов. Виконання цих умов, безсумнівно, є гарантією підвищення ефективності роботи валкового вібраційного класифікатора.

Ключові слова: періодичність, стійкість обертового руху, віброударний режим, валковий вібраційний класифікатор, ударні елементи.

Abstract. The problems associated with the modernization of roller vibrating classifier are far from being solved and require further theoretical and experimental efforts. The studies have been concentrated on the motion equation of dynamic oscillating system whether the appearance and maintenance of rotational motion takes its place with the simultaneous appearance of vibrational impulses within the construction of executive screening surface. There are periodicity conditions for this vibroimpact mode determined. The implementation of stability conditions of the rotational motion of executive rollers having either four or eight impactors is verified. The obtained results indicate that the forced oscillations inside of the considered dynamical system might be periodic by their nature when the stability conditions are satisfied. These conditions' satisfaction, beyond any doubt, is a guarantee of enhancing the effectiveness of the roller vibrating classifier.

Keywords: periodicity, stability of rotational motion, vibro-impact mode, roller vibrating classifier, impactors.

Статья поступила в редакцию 4.07.2014
Рекомендовано к печати д-ром техн. наук