

# Магнитострикция сверхпроводников (Обзор)

В. В. Еременко, В. А. Сиренко

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины,  
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47  
E-mail: sirenko@ilt.kharkov.ua*

Г. Шимчак, А. Набялек

*Institute of Physics, Polish Academy of Sciences, Al. Lotnikow 32/46, 02-668, Warsaw, Poland  
E-mail: szymh@gammal.ifpan.edu.pl*

Статья поступила в редакцию 27 сентября 1998 г., после переработки 12 декабря 1998 г.

Обобщены результаты многолетних исследований магнитострикции различных сверхпроводящих соединений. Особое внимание уделено гигантской магнитострикции и «сверхпроводящему фону», на котором она возникает. Проведено сопоставление результатов с традиционными составляющими магнитострикции магнитных материалов. Рассматриваются перспективы использования магнитострикционных измерений для анализа смешанного состояния жестких сверхпроводников и возможности практического применения результатов подобных исследований.

Узагальнено результати багаторічних досліджень магнітострикції різних надпровідних сполучень. Особливу увагу приділено гігантській магнітострикції та «надпровідному фону», на якому вона з'являється. Результати порівнюються з традиційними складовими магнітострикції магнітних матеріалів. Розглянуто перспективи використання магнітострикційних вимірювань при аналізі змішаного стану жорстких надпровідників та можливості практичного застосування результатів таких досліджень.

PACS: 75.30.Kz, **75.80.+q**

## Содержание

Введение . . . . .	312
1. Составляющие магнитострикции . . . . .	312
2. Супрастрикция . . . . .	313
2.1. Спонтанная супрастрикция и особенности коэффициентов теплового расширения при $NS$ -переходе . . . . .	314
2.2. Вынужденная супрастрикция . . . . .	315
2.2.1. Давление магнитного поля . . . . .	315
2.2.2. Проникновение магнитного поля в сверхпроводник (СП) . . . . .	315
2.2.3. Вынужденная супрастрикция СП II рода в смешанном состоянии . . . . .	319
2.2.4. Феноменологическое описание стрикции, индуцированной пиннингом магнитного потока . . . . .	321
2.2.5. Исследование влияния анизотропии на супрастрикцию СП . . . . .	322
3. Магнитострикция СП с парамагнитными ионами переходных элементов . . . . .	325
3.1. Магнитострикция (МС) в условиях сосуществования сверхпроводящего и антиферромагнитного упорядочений . . . . .	325
3.2. От феноменологии к микроскопическому описанию . . . . .	326
3.3. Экспериментальное исследование МС перовскитов . . . . .	328
3.4. Вклад эффектов Яна–Теллера и структурной нестабильности, индуцированной магнитным полем . . . . .	329
Заключение . . . . .	329
Список литературы . . . . .	330

## Введение

Явление магнитострикции (МС) состоит в деформировании твердого тела в процессе его намагничивания. Основные экспериментальные исследования МС проведены на материалах с ферро- и антиферромагнитным упорядочением. В сильно магнитных веществах МС достигает значений  $\Delta L/L \sim 10^{-5} - 10^{-2}$ . Для этих веществ и развито достаточно всеобъемлющее феноменологическое описание. В диа- и парамагнетиках МС составляет  $\Delta L/L \sim 10^{-7} - 10^{-5}$ .

Стрикция сверхпроводников в магнитном поле ( $\Delta L/L \sim 10^{-8}$ ) впервые была измерена в 40-е годы в Харькове [1]. После этого проводились исследования в нескольких экспериментальных группах из различных стран (см. работу [2] и цитируемую там литературу), которые обладали адекватными экспериментальными возможностями для измерения упругих деформаций при низких температурах под воздействием магнитного поля. Это были преимущественно высокочувствительные дилатометрические методики, использовавшие метод оптического рычага и емкостные ячейки. Итогом этих исследований явились обзор [2] и описание в терминах разложения Гинзбурга—Ландау [3]. Несмотря на непротиворечивое понимание природы стрикции металлических СП, возникли проблемы в терминологии и дискуссии о возможности применения терминов, используемых для магнетиков, к СП. Причина состояла в отличиях природы стрикции магнетиков и СП под воздействием магнитного поля, обусловленных особенностями их намагничивания. В то время как для магнетиков при фазовом переходе 2-го рода в магнитоупорядоченное состояние характерна спонтанная намагниченность, являющаяся их векторным параметром порядка, а магнитная проницаемость может достигать нескольких тысяч, магнитная проницаемость СП в состоянии Мейсснера равна нулю, а параметром порядка является скалярная величина (хотя и комплексная волновая функция), связанная с концентрацией электронов, объединенных в куперовские пары.

Для возрождения интереса к стрикции СП потребовалось открытие нетрадиционных СП, содержащих магнитные ионы, прежде всего высокотемпературных (ВТСП), для которых и были получены наиболее интересные результаты в связи с наблюдением гигантских для СП значений МС  $\sim 10^{-4}$ . Поэтому при рассмотрении современного состояния вопроса о стрикции сверхпроводников следует отделять собственно сверхпроводящую подсистему и ее характерный

упругий отклик на магнитное поле от специфического магнитокристаллического фона, на котором он формируется. Таким образом, несмотря на преобладающие сходные черты в поведении и описании стрикции СП и магнетиков и прижившийся термин «магнитострикция сверхпроводников», в дальнейшем будем использовать термин «супрастрикция» [3] при обсуждении упругого отклика сверхпроводящей системы на магнитное поле. Присутствие магнитных ионов предполагает вклад традиционной МС. Поскольку магнитные ионы (атомы) в условиях, соответствующих сверхпроводимости этих соединений, находятся в парамагнитном состоянии, их вклад в общую МС будем называть парастрикцией (ПС), а наблюдаемую стрикцию в общем случае — «магнитострикцией».

## 1. Составляющие магнитострикции

Магнитострикция является реакцией магнитного вещества на изменение его свободной энергии, связанное с намагничиванием, в силу термодинамического соотношения

$$\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial \mathbf{H}} \right)_{P,T} = - \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial P} \right)_{\mathbf{H},T}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}$  — намагниченность;  $P$  — давление;  $\mathbf{H}$  — напряженность внешнего магнитного поля;  $T$  — температура;  $V$  — объем. Это выражение можно записать, представляя линейную зависимость намагниченности от магнитного поля  $M = \chi H$ , где  $\chi$  — магнитная восприимчивость, в следующем виде:

$$\left( \frac{\delta V}{V} \right)_{P,T} = - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \chi}{\partial P} \right)_T H^2, \quad (2)$$

МС может иметь противоположные знаки в зависимости от знака производной в правой части выражения (2).

В магнетизме различаются объемная и линейная МС. Объемная МС является результатом обменного взаимодействия и дает вклад в спонтанную МС, обусловленную спонтанным намагничиванием образца вблизи температуры фазового перехода 2-го рода типа беспорядок — порядок при охлаждении образца до температура Кюри  $T_C$ . Такой переход происходит и в отсутствие внешнего магнитного поля и имеет преимущественно изотропный характер, так как обменная энергия зависит только от абсолютной величины намагниченности  $M$  [4], хотя обменный интеграл может отличаться для разных направлений. Ли-

нейная МС связана с изменением формы без изменения объема. Она определяется релятивистскими магнитными взаимодействиями (энергией магнитной анизотропии) и имеет анизотропный характер. Анизотропия присуща *вынужденной* МС, возникающей вследствие изменения  $\mathbf{M}$  образца в магнитоупорядоченном состоянии при изменении  $\mathbf{H}$ . В общем случае МС является тензором деформации  $u_{ik}$ , получаемым дифференцированием термодинамического потенциала Гиббса  $\Phi(T, P, \mathbf{M})$ , содержащего магнитоупругие члены, зависящие от тензора упругих напряжений  $\sigma_{ik}$  и от направления  $\mathbf{M}$ , по соответствующим компонентам  $\sigma_{ik}$  [[4]:

$$u_{ik} = - \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ik}}. \quad (3)$$

Соотношение вкладов объемной и линейной МС в спонтанную и вынужденную МС магнетиков определяется соотношением между энергиями обменных взаимодействий, с одной стороны, и магнитных спин-спиновых и орбитальных (орбита–спин, орбита–кристаллическое поле), с другой.

В низкосимметричных кристаллических структурах, содержащих парамагнитные ионы элементов с незаполненными электронными оболочками, анизотропные магнитные взаимодействия могут давать определяющий вклад в магнитоупругие характеристики. Это объясняется тем, что глубинные электроны в меньшей степени задействованы в обменных процессах и могут управлять структурными перестройками при спонтанном намагничивании. В условиях малых величин энергии анизотропии это приводит к удивительно высоким значениям МС ( $10^{-2}$  в некоторых актинидах). Вклад таких ионов, к которым относятся ионы редкоземельных элементов (РЗ) и актинидов, в МС может быть актуальным в новых сверхпроводящих соединениях с высокими значениями термодинамических характеристик — соответственно в ВТСП и тяжелофермионных СП. В ВТСП соединениях эти ионы находятся в низкосимметричном окружении кислорода, что должно способствовать проявлению МС эффектов, обусловленных квадрупольными взаимодействиями  $4f$ -электронов.

Широко дискутируется вопрос об участии  $d$ -электронов ян-теллеровского иона меди в процессах спаривания в ВТСП. Исследование спонтанной МС структурно чувствительными методами может быть полезным источником данных при проведении такого анализа.

В дополнение к вышесказанному отметим, что в высоких магнитных полях наблюдается электронный парамагнетизм сверхпроводящих соединений с высокими критическими параметрами [5]. Спонтанная парамагнитная составляющая намагниченности зафиксирована также в гранулярных ВТСП в состоянии Мейсснера [6,7].

Теория МС парамагнитных ионов развивалась для магнетиков с различными типами магнитного упорядочения — ферромагнетиков, ферритов и антиферромагнетиков (АФ) [8,9]. При анализе результатов измерений МС в новых СП мы воспользуемся выводами для АФ, так как к ним относятся редкие земли, а антиферромагнитное упорядочение — единственный тип дальнего магнитного порядка, совместимый со сверхпроводимостью. Последний случай будет рассмотрен на примере тяжелофермионных сверхпроводников; МС от редкоземельных ионов в ВТСП будет проанализирована в парамагнитном пределе.

Ян-теллеровские эффекты исследовали путем измерения намагниченности и теплового расширения в области фазовых переходов второго рода в сверхпроводящих и марганцевых перовскитах и также обнаружили общие закономерности [10,11].

Еще одна, наиболее яркая, аналогия между антиферромагнетиками и СП может просматриваться в необратимости МС, наблюдаемой в диапазоне полей, в котором происходит смещение доменных границ. Сходные особенности магнитных структур АФ и СП обнаружены и исследованы в [12,13].

Перечисленные аналогии делают сопоставление стрикционных характеристик сверхпроводящих соединений переходных элементов весьма любопытным, а использование представлений, развитых для МС парамагнитных ионов, многообещающим.

## 2. Супрастрикция

Сверхпроводящий переход является фазовым переходом 2-го рода, поэтому сопутствующие ему объемные изменения можно отнести к спонтанной стрикции аналогично случаю ферромагнитного перехода [3]. Ниже температуры сверхпроводящего перехода стрикция, вызванная изменением магнитного поля от нуля до критического, является вынужденной, будет определяться давлением магнитного поля на СП и содержать компоненты, связанные с проникновением магнитного поля в образец.

### 2.1. Спонтанная супрастрикция и особенности коэффициентов теплового расширения при NS-переходе

Изменение объема при NS-переходе в магнитном поле впервые наблюдалось на СП I рода в [1]. Температурная зависимость этого так называемого  $\Delta V$ -эффекта изучалась в [14–16], зависимость от магнитного поля — в [2,17]. Для термодинамического (ТД) рассмотрения спонтанной супрастрикции введем объем как переменную величину  $V_S(H_e)$  ниже  $T_{SN}$ ,  $V_N$  — объем в нормальном (N) состоянии; NS-переход сопровождается понижением свободной энергии сверхпроводника на величину, называемую энергией конденсации. Принимая во внимание, что магнитное поле уменьшает энергию конденсации, в условиях NS-перехода в магнитном поле при всех полях  $H_e \leq H_c$  она равна

$$F_S(H_e) - F_S(0) = \frac{V_S}{8\pi} H_c^2. \quad (4)$$

Используя ТД соотношение

$$V = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_{T,H}, \quad (5)$$

получаем (см., например, [18])

$$V_N - V_S(0) = V_S \frac{H_c}{4\pi} \left( \frac{\partial H_c}{\partial P} \right)_T + \frac{H_c^2}{8\pi} \left( \frac{\partial V_S}{\partial P} \right)_T. \quad (6)$$

Представим изменение линейного размера в кристаллографическом направлении  $i$  в виде

$$l_{Ni} - l_{Si}(0) = l_{Si} \frac{H_c}{4\pi} \left( \frac{\partial H_c}{\partial \sigma_i} \right)_T + \frac{H_c^2}{8\pi} \left( \frac{\partial l_{Si}}{\partial \sigma_i} \right)_T, \quad (7)$$

где  $\sigma_i$  — одноосное напряжение в направлении  $i$ .

Учитывая, что  $\partial M / \partial H = \chi$ , можно получить «термодинамические» (в пренебрежении проникновением поля в образец) компоненты супрастрикции, определяемые давлением магнитного поля на СП в состоянии Мейсснера и зависимостью энергии конденсации от давления (непосредственно фазовая спонтанная супрастрикция),  $\lambda_P$  и  $\lambda_{ph}$  соответственно:

$$\left( \frac{\Delta L}{L} \right)_{NS} = \lambda_{NS} = \lambda_P + \lambda_{ph}. \quad (8)$$

Для СП на основе металлов и их сплавов  $\lambda_{NS} \sim 10^{-7} - 10^{-6}$ .

Спонтанная супрастрикция может быть проанализирована в рамках феноменологической теории Гинзбурга—Ландау с учетом зависимости параметров разложения энергии от упругих деформаций среды  $u_{ij}$ . Эта деформационная зависимость обусловлена изменениями плотности электронных состояний вблизи поверхности Ферми, фононного спектра и электрон-фононного взаимодействия [3].

Экспериментально размерные эффекты вблизи  $T_{SN}$  могут быть определены при дилатометрических измерениях ниже  $T_{SN}$  в нулевом поле и в поле, превышающем верхнее критическое, при выключении поля, а также из температурных зависимостей в области температуры перехода (рис. 1). На основании этих измерений можно вычислить производные термодинамического критического поля и температуры сверхпроводящего перехода по давлению, с которыми связаны исследования спонтанной супрастрикции. В основе анализа лежит соотношение Эренфеста для фазового перехода II рода

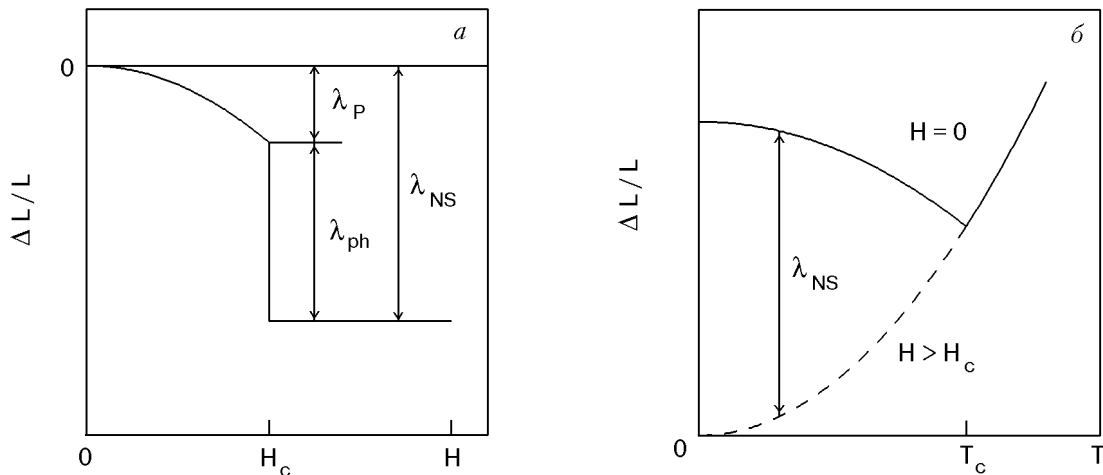


Рис. 1. Компоненты супрастрикции: индуцированная магнитным полем (а) и спонтанная (б).

$$\frac{d \ln T_c}{dP} = \frac{\Delta\beta(T_c)}{\Delta C_p(T_c)}, \quad (9)$$

где  $C_p$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $\beta$  — объемный коэффициент теплового расширения (КТР). Опыт подобных исследований обобщен для соединений A15 [19].

Приведенные соотношения могут быть преобразованы для оценки ТД вклада в МС по данным о теплофизических характеристиках. Для первого слагаемого в (6) можно получить [20]

$$V_S \frac{H_c}{4\pi} \left( \frac{\partial H_c}{\partial P} \right)_T \approx \frac{V_S}{T_{SN}} \frac{H_c^2}{4\pi} 3\alpha(T) \frac{T}{\Delta C_p(T)},$$

где  $\alpha$  — линейный коэффициент теплового расширения;  $\Delta C_p(T)$  — изменение теплоемкости при NS-переходе. Второе слагаемое в (6) имеет вид

$$\frac{H_c^2}{8\pi} \left( \frac{\partial V_S}{\partial P} \right)_T \approx V_S \frac{H_c^2}{8\pi} \frac{3}{E}.$$

Тогда

$$\frac{\Delta V}{V_S} = 3 \frac{\Delta L}{L} \approx 3 \frac{H_c^2}{8\pi} \left( \frac{2\alpha}{C_V} \frac{T}{T_{SN}} - \frac{1}{E} \right).$$

В основе ТД анализа данных по тепловому расширению сверхпроводников вблизи  $T_{SN}$  лежат выражения для свободной энергии  $F$  в  $N$ - и  $S$ -состояниях с учетом ее зависимости от деформации [21–23]. При этом наблюдаются интересные результаты. Например, в соединении A15 [19] при изменении  $T$  вблизи  $T_{SN}$  происходит такой скачок деформации, который в значительной степени компенсирует увеличение деформации при структурном превращении, т.е. возникновение сверхпроводимости задерживает при  $T_{SN}$  дальнейшее развитие структурного превращения.

## 2.2. Вынужденная супрастрикция

Влияние магнитного поля на размеры сверхпроводника при температурах ниже  $T_{SN}$  связано с давлением магнитного поля. Далее будут рассмотрены соотношения, определяющие величину вынужденной супрастрикции, в интервалах полей, соответствующих полному выталкиванию магнитного потока из СП (состояние Мейсснера), а также при частичном проникновении магнитного поля в образец в результате размагничивающих эффектов и в смешанном состоянии сверхпроводников второго рода. Вынужденная супрастрикция СП подробно рассмотрена в [2].

### 2.2.1. Давление магнитного поля

При выводе соответствующих уравнений для СП в состоянии Мейсснера (магнитная индукция  $\mathbf{B} = 0$  внутри СП) рассматривают массивный СП и в начальном приближении пренебрегают проникновением поля даже в тонкий приповерхностный слой [4]. На границе между двумя произвольными средами нормальная составляющая индукции должна быть непрерывной, что является следствием всегда справедливого уравнения  $\text{div } \mathbf{B} = 0$ . Поскольку внутри СП  $\mathbf{B} = 0$ , на его поверхности нормальная составляющая внешнего поля тоже равна нулю, т.е. поле вне СП везде направлено по касательной к его поверхности и магнитные силовые линии огибают сверхпроводник [4]. Учитывая это обстоятельство, легко найти силы, действующие на СП в магнитном поле. Сила, отнесенная к 1 см<sup>2</sup> поверхности, определяется как  $\sigma_{ik} n_k$ , где

$$\sigma_{ik} = \frac{2H_i H_k - \delta_{ik} H^2}{8\pi} \quad (10)$$

— максвелловский тензор напряжений для магнитного поля в пустоте. Поскольку в данном случае  $\mathbf{nH}_e = 0$  ( $\mathbf{H}_e$  — поле у поверхности тела с внешней стороны),

$$\mathbf{F}_P = -\mathbf{n} \frac{H_e^2}{8\pi}, \quad (11)$$

т.е. на поверхность тела действует сжимающее давление, по величине равное плотности энергии поля. Это давление определяет вынужденную компоненту спонтанной супрастрикции  $\lambda_P$ , рассмотренную в разд. 2.1 из ТД соображений. Проникновение поля в СП означает, что в (10) следует учитывать обе составляющие, определяющие дополнительные компоненты вынужденной супрастрикции.

### 2.2.2. Проникновение магнитного поля в СП

*Особенности намагничивания СП.* Корреляция стрикционных и магнитных характеристик СП означает, что для лучшего понимания природы стрикции в СП необходимо более подробно рассмотреть особенности намагничивания СП. При охлаждении до температуры сверхпроводящего перехода в нулевом поле все СП испытывают фазовый переход 2-го рода. Процесс намагничивания ниже  $T_{SN}$  при увеличении магнитного поля происходит различным образом в сверхпроводниках 1-го и 2-го рода (рис. 2). Распределения магнитной индукции и модуля градиента индукции, полученные методом компьютерной

обработки изображения и соответствующие захвату магнитного потока, представлены на цветной вклейке. Эти два типа СП отличаются соотношением основных параметров СП состояния, определяемых средней длиной свободного пробега электронов, а именно глубины проникновения внешнего магнитного поля в сверхпроводник в состоянии Мейсснера  $\lambda$  и длины когерентности куперовской пары  $\xi$ :  $\lambda/\xi = \kappa$  — параметр Гинзбурга—Ландау ( $\kappa < 1/\sqrt{2}$  соответствует сверхпроводимости 1-го рода,  $\kappa > 1/\sqrt{2}$  — сверхпроводимости 2-го рода). Параметр  $\kappa$  связывает верхнее критическое поле  $H_{c2}$  СП с его термодинамическим критическим полем  $H_c$  ( $H_{c2} = \sqrt{2} \kappa H_c$ ). Величины  $H_c$  и  $\kappa$  имеют фундаментальный физический смысл, так как определяют знак энергии границы раздела между нормальной и сверхпроводящей фазами  $\delta$  и соответственно особенности их намагничивания. В СП  $\delta > 0$ , в результате чего в магнитном поле возникает промежуточное состояние, соответствующее минимальной суммарной площади границ типа плоских доменов Ландау, а в СП реализуется

смешанное состояние с нормальными областями цилиндрической геометрии — «линиями магнитного потока». Подобные ситуации аналогичны поведению в магнитном поле антиферромагнетиков с положительной [12] и отрицательной [13] энергиями границ доменов. Аналогия усиливается для сильно коррелированных слоистых ВТСП, в которых  $\xi$  имеет величину порядка межатомных расстояний. В случае  $\kappa < 1/\sqrt{2}$  возникновение нормальных областей обусловлено геометрией образца, а именно эффектами размагничивания. Связанная с этим вынужденная супрастрикция детально исследована в [2]. В случае  $\kappa > 1/\sqrt{2}$  вынужденная супрастрикция обусловлена взаимодействием поверхностных токов границ раздела с магнитным полем и также подробно рассмотрена в [2]. Анализ случая необратимых СП требует учета взаимодействия магнитной структуры СП с дефектами кристаллической решетки.

*Взаимодействие магнитной и дефектной структур в СП.* Соответствие характерных размеров нормальных областей в смешанном состоянии СП размерам дефектов кристаллической

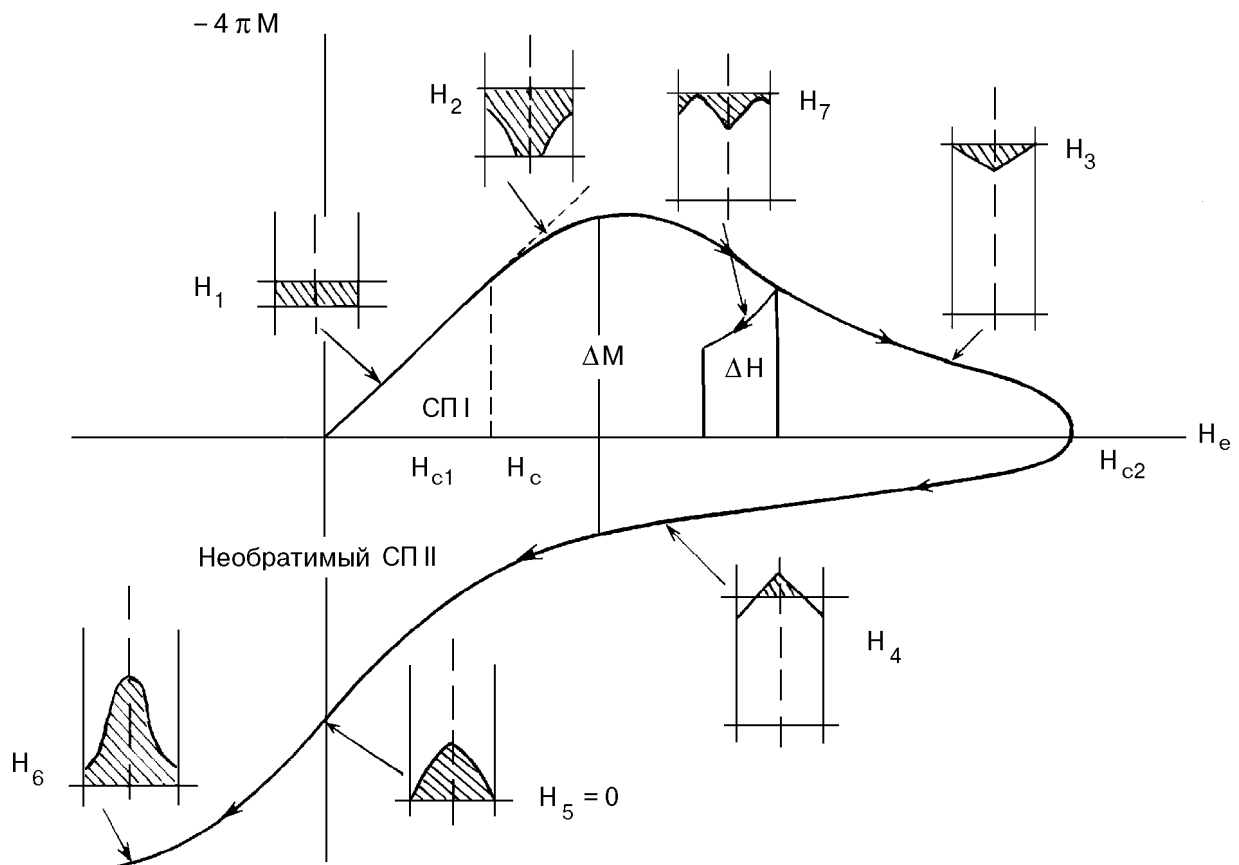


Рис. 2. Кривые намагничивания бесконечно длинной пластины СП и необратимого СП II. На вставках схематически показано распределение плотности магнитного потока в необратимом СП II при возрастании и убывании магнитного поля, ориентированного вдоль длинной оси пластины.

структуры создает предпосылки для их взаимодействия. Силы взаимодействия магнитного потока с неоднородностями кристаллической структуры получили название сил пиннинга. Они обусловлены различиями упругих и СП характеристик дефекта и матрицы кристаллической решетки, создающими условия для энергетически более выгодного пространственного расположения нормальных областей, несущих магнитный поток.

Упругое взаимодействие обусловлено тем, что упругие константы материала в нормальном состоянии, как правило, имеют большие значения. Для низкотемпературных металлических СП относительное изменение объема  $\Delta V/V \approx 10^{-7}$ , а тензоров модулей упругости  $\Delta C_{ik}/C_{ik} \sim 10^{-5}-10^{-4}$ . В табл. 1 представлены параметры упругих взаимодействий линий потока (ЛП) с дефектами различного типа.

Механизм взаимодействия определяется размером дефекта вследствие различия СП характеристик дефекта и матрицы. Изменение СП параметров в ядре дефекта размером порядка  $\xi$  вызывает локальное изменение энергии конденсации  $H_C^2/8\pi$  в этой области, приводящее к энергетически выгодному положению для линии магнитного потока и к кор-взаимодействию (взаимодействию сердцевин). В областях дефектов размерами больше  $\lambda$  возможно равновесное значение индукции, отличное от ее величины в матрице. В результате возникает барьер, препятствующий движению магнитного потока через межфазную границу, — магнитное взаимодействие. Границы зерен и двойников, стенок дислокационных ячеек можно рассматривать как такие границы раздела.

Некоторые особенности взаимодействия магнитной и дефектной структур ВТСП являются следствием малой величины и резкой анизотропии  $\xi$ .

Остановимся подробнее на взаимодействиях в системе линий магнитного потока и неоднородностей кристаллической решетки, так как, согласно последним данным, они оказывают существенное влияние на вынужденную супрастрикцию необратимых сверхпроводников. Особенности магнитной структуры в смешанном состоянии СПИ определяют локальное распределение поля  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$  в образце. Пространственное усреднение  $\mathbf{h}(\mathbf{r})$  задает величину магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , связанной с внешним магнитным полем  $\mathbf{H}_e$  простым соотношением:

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}_e + 4\pi\mathbf{M} . \quad (12)$$

Взаимодействие линий магнитного потока с кристаллической решеткой препятствует их продвижению по образцу. Поэтому в возрастающем магнитном поле возникает градиент  $B$  от поверхности к внутренней области СП. При уменьшении магнитного поля наблюдается обратная картина. Взаимодействие магнитного потока с дефектами кристаллической решетки рассматривается, во избежание влияния эффектов размагничивания, в геометрии бесконечно длинного цилиндрического СП во внешнем магнитном поле, направленном вдоль длинной оси цилиндра  $z$ . В состоянии термодинамического равновесия плотность ЛП одинакова во всех точках образца и равна  $B(H)/\Phi_0$ , где  $\Phi_0$  — квант магнитного потока. В метастабильном случае, когда индукция  $B$  меняется от точки к точке, например вдоль оси  $z$ , плотность

Таблица 1

Энергии элементарных упругих взаимодействий линий потока с дефектами кристаллической решетки (по работам Г. Фрейхарда [24])

Дефект	Параметры дефекта	Упругие взаимодействия	
		I рода	II рода
Краевая дислокация    ЛП	$\mathbf{b}_0$ — вектор Бюргерса	$(\Delta V/V)\xi\mu\mathbf{b}_0$ на ед. длины	[3]
Винтовая дислокация $\perp$ ЛП	$\Delta C_{44}$ при NS-переходе	Нет вклада, $\beta$ — параметр в разложении Г-Л	$1/4 \Delta C_{44} \xi(\mu\beta)^2$
Выделения II фазы	$R$ — радиус, $\delta_0$ — параметр несоответствия	$16\pi(\Delta V/V)\mu R^3\delta_0$ , $R \leq \xi$	$4\pi\Delta S_{44} (\mu\delta_0)^2$ , $R \equiv \xi$
Поры	$R$ — радиус, $\gamma_{\text{eff}}$ — поверхностное натяжение, $\delta R$ — изменение $R$ , $\Delta\mu$ — изменение $\mu$ при NS-переходе, $V = 4/3 \pi R^3$	$16\pi(\Delta V/V)\mu R^3\delta R$ , $R \ll \xi$	$2\pi\gamma_{\text{eff}}^2 R/\mu^2\Delta\mu$ , $R < \xi$

ЛП непостоянна в пространстве и вдоль оси  $y$  течет макроскопический ток плотностью

$$j = \frac{c}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial x}. \quad (13)$$

Силы, действующие в системе ЛП, можно разбить на две группы. Силы отталкивания между ЛП, под воздействием которых области с повышенной плотностью ЛП (большие значения  $B$ ) стремятся расширяться за счет областей с меньшей плотностью ЛП. Этот эффект описывается путем введения давления  $P$  в двумерной системе ЛП (пренебрегая тензорными свойствами величины  $P$ ). Тогда сила, действующая на единицу объема, равна  $-\partial P/\partial x$ . С другой стороны, движению ЛП препятствует пиннинг последних на структурных дефектах. Силы пиннинга не могут быть сколь угодно большими, они ограничены определенным пороговым значением  $f_p$ . Необходимым условием механического равновесия является выполнение неравенства

$$\left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| \leq f_p. \quad (14)$$

Если в некоторой точке образца  $|\partial P/\partial x| > f_p$ , то начинается перемещение ЛП, сопровождающееся диссипацией энергии; оно будет продолжаться до тех пор, пока снова не будет выполнено условие (14). В реальных ситуациях автоматически устанавливается плотность ЛП  $B(x)/\Phi_0$ , при которой пороговое условие (знак равенства в формуле (14)) выполняется во всех точках образца. Такое состояние СП впервые было рассмотрено Бином [25] и получило название *критического состояния*. Тогда, преобразовав (14), получаем следующее уравнение критического состояния:

$$\left| \frac{B}{4\pi} \frac{\partial B}{\partial x} \right| = \left| \frac{B j_y}{c} \right| = f_p \quad \text{при} \quad H \gg H_{c1}. \quad (15)$$

В общем виде это уравнение записывается через среднюю силу пиннинга  $\mathbf{p}_v$ :

$$\mathbf{B} \times \text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{B} \times \mathbf{j}_c = \mathbf{p}_v(\mathbf{B}). \quad (16)$$

Существующие разновидности модели критического состояния отличаются видами зависимости силы пиннинга  $f_p$  от величины индукции, т.е. плотности ЛП. В модели Бина [25] предполагается, что эта зависимость является линейной, а плотность тока  $j_y$  в критическом состоянии — постоянной по образцу. В модели Кима [26]  $f_p$  не зависит от  $B$ . Модель с экспоненциальной зависимостью [27,28] получила развитие после открытия ВТСП, так как удовлетворительно описывала

многие экспериментальные результаты. Исследования вынужденной супрастрикции в жестких СПИ, как будет показано ниже, позволяют провести сравнительный анализ применимости различных моделей критического состояния.

Пользуясь моделью критического состояния, можно оценить объемную силу пиннинга [29]:

$$p_v(\mathbf{B}) = j_c B = \frac{\Delta M(\mathbf{B})}{kR} B, \quad (17)$$

где  $\Delta M$  — разность намагниченностей в возрастающем и убывающем магнитных полях;  $R$  — характерный размер образца в направлении, перпендикулярном внешнему магнитному полю;  $k$  — константа, зависящая от геометрии образца. Объемную силу пиннинга, вычисленную из магнитных или резистивных измерений, можно связать с микроскопическими параметрами, используя эмпирический закон подобия (скэйлинга) [30]:

$$p_v = AB_{c2}^n(T) f(b), \quad (18)$$

где  $f(b) = b^l(1-b)^m$ ,  $b = B/B_{c2}$  — приведенная индукция в образце (концентрация нормальной фазы);  $l = 1/2, 3/2$ ;  $m = 1-2$ ;  $A$  — не зависящая от  $T$  и  $H$  константа;  $l, m, n$  — параметры, зависящие от микроструктуры.

*Эффекты, связанные с геометрией СП, в магнитном поле.* Модель критического состояния была развита для идеального случая бесконечно длинного цилиндра, помещенного в продольное магнитное поле. Согласно (10), при проникновении поля в СП возникают дополнительные составляющие напряжения  $\sigma_{ik}$ , действующего в сверхпроводнике в магнитном поле. Это, в свою очередь, приводит к появлению дополнительных деформаций образца в магнитном поле, т.е. дополнительных компонент МС сверхпроводника. Проникновение магнитного поля может быть обусловлено размагничивающим фактором  $g$ , определяемым геометрией образца:

$$\lambda_\phi(\mu) = \frac{2\pi\mu^2}{E} (1-g), \quad (19)$$

$\lambda_\phi \in (0-10^{-9})$ ; циркуляцией сверхпроводящих токов в приповерхностном слое образца:

$$\lambda_{\text{surf}}(H) = \frac{H\Delta\mu}{E} \{-2\nu + (1-\mu)g\} - \frac{2\pi\Delta\mu^2}{E} (-2\nu + g) \sim 10^{-7} \quad (20)$$



и особенностями смешанного состояния сверхпроводников II рода (СПИ) в промежуточном интервале полей.

Эти компоненты подробно исследованы и проанализированы в [2] для СП и СПИ соответственно в промежуточном и смешанном состояниях.

### 2.2.3. Вынужденная супрастрикция СПИ в смешанном состоянии

Влияние магнитного поля в интервале между  $H_{c1}$  и  $H_{c2}$  на размеры СП исследовалось на поликристаллах сверхпроводящих металлических сплавов, интерметаллических соединений и сплавов на основе переходных элементов группы железа ( $V_3Si$  [31]) и палладия ( $NbTi$  [32]), в которых происходит заполнение соответственно  $3d$ - и  $4d$ -оболочек; комплексных соединений с элементами редких земель La, Y, Eu, Sm, Gd, Dy, Ho, Er, Tm ([33] и цитируемая там литература) и актинидов (U [34]), в которых происходит заполнение соответственно  $4f$ - и  $5f$ -оболочек. Кроме того, в перечисленном ряду симметрия кристаллической структуры понижается от ГЦК до орторомбической. Во всех случаях наблюдалась корреляция стрикционных характеристик сверхпроводника с параметрами необратимой кривой намагничивания.

*СП сплавы.* Исследования проводились на сплавах  $PbIn$ ,  $TaNb$ ,  $InTl$  с концентрациями, соответствующими СПИ [2]. Наблюдавшиеся стрикции  $\sim 10^{-8}$  объясняли обратимым изменением длины (вследствие уменьшения в магнитном поле энергии конденсации), на которое накладывалась деформация, вызванная взаимодействием экранирующих токов на границах раздела с внешним магнитным полем. Поскольку основные новые результаты получены на ВТСП, то, следуя [35], рассмотрим выводы [2], существенные для ВТСП в смешанном состоянии. В полях ниже  $H_{c1}$  магнитный поток выталкивается из СП, имеющего намагниченность  $-(1/4\pi)H$ . Это обуславливает возникновение супрастрикции вследствие взаимодействия магнитного поля и поверхностных токов, а также деформации размагничивающими токами. Оба механизма приводят к максимуму стрикции при  $H_{c1}$ . Для ВТСП обычно  $H_{c1} < 1$  кЭ, и эти механизмы не могут объяснить полевые зависимости стрикции в полях порядка 10 кЭ. В полях выше  $H_{c1}$  магнитное поле проникает в СП и понижает его энергию конденсации, что связано с изменением объема, приводящим к стрикционным деформациям. Если энергия конденсации понижается до нуля, то супрастрикция определяется выражением (9), однако для ВТСП

в условиях реального эксперимента ( $T = 4,2$  К) верхние критические поля практически недостижимы. В [2] и [35] необратимая стрикция объясняется взаимодействием поверхностных токов с магнитным полем. В полях  $H_{c1} < H < H_{c2}$  (так называемая шубниковская фаза, существование которой впервые было доказано в [36]), как уже отмечалось выше, магнитный поток проникает в СПИ в виде нормальных нитей, окруженных круговыми токами, циркулирующими в СП областях. При увеличении внешнего поля экранирующий ток возрастает до тех пор, пока пиннинг потока не станет препятствием для установления равновесной намагниченности. Возникает неравновесное намагничивание образца и стрикция, вызванная действием силы Лоренца на экранирующий ток со стороны внешнего магнитного поля [35]:

$$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_{\parallel, \perp} = \frac{H\Delta M}{E} C_{\parallel, \perp}, \quad (21)$$

где  $E$  — модуль Юнга;  $\Delta M$  — неравновесная часть кривой намагничивания;  $C_{\parallel, \perp}$  — константы, связанные с отношением Пуассона. Для СП сплавов стрикция в смешанном состоянии имела величину порядка  $10^{-7}$ , а упругие константы, вычисленные по (21), удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами.

Измерения стрикции поликристаллов жесткого СП сплава  $NbTi$  проводились для изучения деформации кристаллической решетки, вызванной воздействием на нее ЛП [32] через центры пиннинга. Изменение длины образца в магнитном поле фиксировалось емкостным dilatометром в перпендикулярном приложенному полю направлении. Величина  $\Delta L/L$  имела порядок  $10^{-6}$ . Была обнаружена особенность на полевых зависимостях стрикции и намагниченности вблизи  $H_{c2}$ . Аномалия критического тока при этом не наблюдалась. Если учесть, что макроскопическая сила пиннинга  $p_v$  пропорциональна упругим постоянным  $C(b)$  в  $S$ -состоянии, которые при  $B_{c2}$  пропорциональны упругим постоянным  $C_0(b)$  в  $N$ -состоянии ( $C(T, B) = C_0(b)B_{c2}^{-2}$ ,  $B_{c2}$  — индукция в образце, соответствующая верхнему критическому полю [37]), а  $p_v = [B_{c2}(T)]^{2.5}f(b)$  для  $NbTi$ , то  $\Delta L/L$  подчиняется скэйлингу,  $\Delta L/L = B_{c2}(T)^{4.5}f(b)$ . Сопоставив приведенные соотношения и приняв во внимание отсутствие аномалии при непосредственном измерении критического тока, а значит и силы пиннинга в области  $H_{c2}$ , можно сделать вывод, что особенность  $\Delta L/L$ , скорее, определялась не пиком силы пиннинга, а резким смягчением упругих констант [32]. Действительно, плотности электронных состояний  $NbTi$

имеют пик вблизи поверхности Ферми. Авторы [32] предположили, что если поле по-разному воздействует на электронные свойства при его направлении вдоль и перпендикулярно образцу, то варьирование поля создает более чем вдвое выродженное основное состояние, что должно привести к эффекту Яна – Теллера. В этом случае образец деформируется в направлении возникших сил, что может объяснить особенности стрикции, намагниченности и критического тока. Таким образом, авторы [32] делают вывод о связи особенностей супрастрикции в смешанном состоянии NbTi с аномалией упругих постоянных, обусловленной вырождением основного состояния в магнитном поле.

*Интерметаллические соединения.* Целью работы [31], выполненной на монокристаллах интерметаллического соединения  $V_3Si$  различной чистоты со структурой  $A15$ , являлось исследование структурной нестабильности и ее зависимости от высоких  $T_{SN}$ . Измеренные в смешанном состоянии значения  $\Delta L/L$  имеют порядок величины  $10^{-6}$ , что существенно выше, чем в металлических сплавах ( $10^{-8}$ ). Полевые зависимости стрикции и намагниченности полностью соответствуют особенностям силы пиннинга. Возможное объяснение больших  $\Delta L/L$  состоит в том, что силы пиннинга изменяют ориентацию тетрагональных доменов в кристаллической структуре, оставшихся от мартенситного структурного превращения, подавленного  $NS$ -переходом.

*ВТСП на основе оксидов меди с ионами Bi и редкоземельными ионами (РЗ).* Сразу отметим, что в образцах Bi и РЗ (Dy, Tb, Er) ранее наблюдалась значительная магнострикция. Для указанных РЗ вдоль гексагональной оси она достигала  $10^{-2}$ , а Bi является исключением среди диамагнитных металлов.

$Bi_2Sr_2CaCu_2O_y$ . Именно для содержащих висмут ВТСП впервые были представлены результаты измерений гигантской стрикции  $\Delta L/L \sim 10^{-4}$ , отличающейся большим гистерезисом в магнитном поле [38]. При первом увеличении поля образец сжимался, величина  $\Delta L/L < 0$  монотонно уменьшалась (увеличивалась по модулю), при уменьшении поля проходила через нуль при  $B \approx 4,3$  Тл, затем образец расширялся, превосходя первоначальные размеры (с максимумом при  $B \approx 2$  Тл),  $\Delta L/L$  уменьшалось, но оставалось положительным в нулевом поле. Приведенные данные относятся к поперечной МС: поле прикладывалось вдоль кристаллографической оси  $c$ , а изменение длины определялось в плоскости  $ab$ . Зависимость МС в отрицательных полях была

полностью симметричной МС в области положительных полей, исключая начальную стадию намагничивания. Из кривых МС одного и того же образца при разных температурах следует, что при повышении температуры МС становится меньше при том же значении внешнего поля. Изменяется и форма кривых. При 20 К заметен минимум в области положительных полей при увеличении поля. Линейные КТР вдоль осей  $a$  и  $b$  образцов  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$  при комнатной температуре не превышают  $1,5 \cdot 10^{-5}$  [39] и уменьшаются при понижении температуры в отсутствие магнитного поля. Наблюдавшееся изменение длины  $\sim 10^{-4}$  соответствует изменению  $T$  более чем на 10 К и не может быть вызвано флуктуациями температуры.

Y123. Корреляция распределения магнитной индукции и МС демонстрируется также на примере текстурированного ВТСП соединения  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [40]. Изменения размеров с гигантскими для СП значениями наблюдались как на текстурированных, так и на керамических СП образцах в полях до 12 Тл, в отличие от результатов [35], полученных в полях до 5 Тл и не обнаруживших гигантских значений МС. Такое расхождение наводит на мысль о том, что существенным является достижение полей полного проникновения. Вместе с тем даже в возрастающих полях порядка 5 Тл зарегистрированы достаточно большие сжатия текстурированных образцов Y123. Исследования влияния на МС вихрей Джозефсона в гранулярных СП находятся в начальной стадии [41]. В образцах Y123 с дефицитом кислорода существенной стрикции не наблюдалось.

$La_{1,85}Sr_{0,15}CuO_4$ . Еще одно интересное проявление корреляции магнитных и стрикционных характеристик  $LaSrCuO$  в смешанном состоянии обнаружено в [42] — соответствие скачков магнитного потока скачкам на кривой МС в согласии с выводами модели критического состояния. Наверное, излишним кажется упоминание о том, что и в этих соединениях наблюдалась корреляция стрикции и намагниченности, а величина  $\Delta L/L$  была порядка  $10^{-4}$ .

RE123. В [33] были проведены измерения МС в сильных полях (до 12 Тл) в монокристаллах  $REBa_2Cu_3O_{7-x}$  ( $RE = Dy, Ho, Er$ ) в парамагнитной и сверхпроводящей фазах между 3,8 и 100 К. Была обнаружена низкотемпературная составляющая вынужденной МС, связанная с пиннингом линий магнитного потока, проявившаяся в сильном гистерезисе изотерм МС. При некоторых температурах  $T < T_{SN}$  изотермы МС в возрастаю-

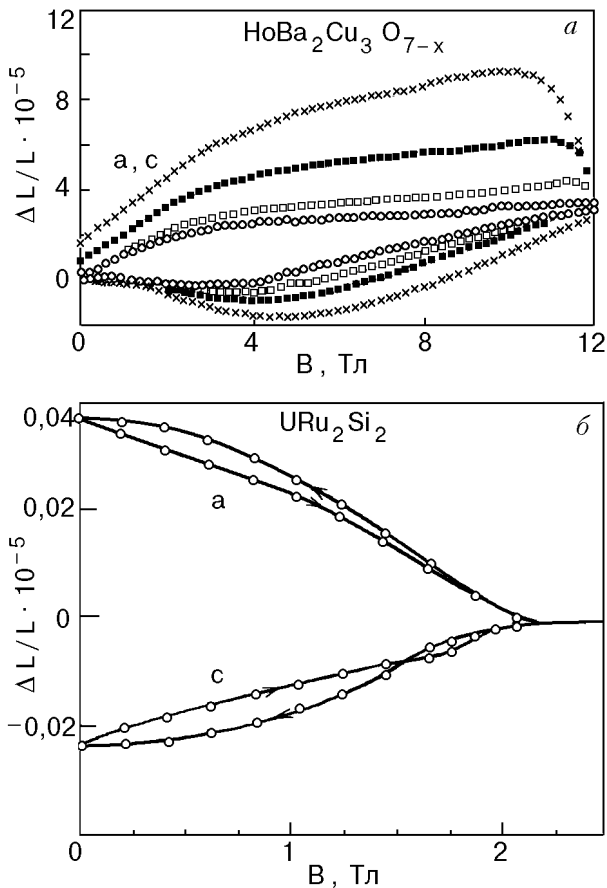


Рис. 3. Магнитострикция СП соединений, содержащих парамагнитные ионы с незаполненными 4f- (а) и 5f-оболочками (б), при различных температурах  $T$ , К: 30 (○); 25 (□); 20 (■); 15 (×) [33] (а); при 0,5 К [34] (б).

щем поле  $H$  обнаруживают сильную полевую зависимость с широким максимумом при некотором поле, увеличивающемся при понижении  $T$ , что согласуется с поведением критического тока. Изотермы петель гистерезиса деформации  $\lambda(c, a)$  в зависимости от приложенного магнитного поля для соединения  $\text{HoBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  изображены на рис. 3,а. Нижние ветви соответствуют возрастающему полю, а верхние — убывающему. Обратимый характер отмечается только выше  $\sim 20$  К, так как максимальное достижимое поле составляет 12 Тл. Эти данные представлены в разделе, посвященном супрастрикции, для иллюстрации универсальности гистерезиса стрикционных кривых в смешанном состоянии СП. Подробнее результаты для соединений с парамагнитными ионами будут рассмотрены в связи с эффектами кристаллического поля и магнитных взаимодействий.

*СП соединения актинидов.* В [34] исследовалось тяжелофермионное СП соединение урана  $\text{URu}_2\text{Si}_2$ . Супрастрикция имеет величину порядка  $10^{-7}$ . Ее поведение в магнитном поле характеризуется гистерезисом, связанным, по всей види-

мости, с пиннингом магнитного потока (рис. 3,б). Подробнее МС этих соединений будет проанализирована ниже с точки зрения разделения супра- и магнитной составляющих.

#### 2.2.4. Феноменологическое описание стрикции, индуцированной пиннингом магнитного потока

К настоящему времени накопилось большое количество экспериментальных данных, свидетельствующих в пользу применимости модели критического состояния к ВТСП (см., например, [43]). Величины вынужденной супрастрикции в смешанном состоянии традиционных СП не превышали  $10^{-7}$ . Однако последние измерения в ВТСП с высокими  $j_c$  обнаружили гигантские для СП значения стрикции образца в смешанном состоянии ( $\sim 10^{-4}$ ). Для случая бесконечно длинного цилиндра или тонкой пластины в продольном поле этот результат можно объяснить, используя модель критического состояния. Поскольку на линии магнитного потока действует сила пиннинга, на кристалл должна действовать сила, равная по величине, но противоположная по знаку. Таким образом, длина образца изменяется в приложенном поле и при достаточно сильном пиннинге должна наблюдаться МС.

При увеличении поля на кристалл действует сжимающая сила, так как продвижению линий магнитного потока препятствует пиннинг. При уменьшении поля возникает растягивающая сила по той же причине. В нулевом поле захваченный магнитный поток создает растяжение. С понижением температуры МС возрастает с ростом силы пиннинга. Для простоты количественного описания можно рассмотреть одномерное проникновение потока без учета эффектов размагничивания. Предполагается также, что обратимое намагничивание — малая часть полного намагничивания и что устанавливается критическое состояние. Обозначим силу пиннинга, отнесенную к единице длины линии потока, как  $f_p$  [Н/м]. Тогда на образец со стороны линии потока действует сила  $-f_p$ . Если на площадь приходится  $n$  линий потока, то сила, действующая на образец, равна  $-nf_p$  [Н/м<sup>3</sup>]. При этом выполняется следующее условие равновесия (рассмотрение [38]):

$$\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} + (-n(x)f_p) = 0, \quad (22)$$

$\sigma(x)$  — локальное внутреннее напряжение; локальная сила пиннинга

$$f_p = \Phi_0 \mu^{-1} \frac{\partial B(x)}{\partial x},$$

$\Phi_0$  — квант магнитного потока;  $B(x) = \Phi_0 n(x)$  — локальная плотность магнитного потока;  $\sigma(x)$  получают интегрированием:

$$\sigma(x) = -\frac{B_e^2 - B^2(x)}{2\mu_0}; \quad (23)$$

$B_e$  — индукция на поверхности образца. В предположении об упругой изотропности плоскости  $ab$  находим выражение для относительного изменения длины в эксперименте данной геометрии:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\sigma(x)}{C} dx \sim 10^{-4}, \quad (24)$$

$C$  — модуль упругости;  $L$  — длина образца.

Если известно распределение  $B(x)$ , например, из модели Бина [25], то можно получить кривую МС, учитывая, что критическая плотность тока  $j_c$  — быстро убывающая функция  $T$  и  $H$  [30]. Максимум полевой зависимости силы пиннинга и его сдвиг к более высоким  $H$  при понижении  $T$  наблюдали в сверхпроводниках второго рода [5] и в ВТСП типа  $\text{REBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$  и  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+y}$  [44,45]. Следуя [30,33], в случае МС, связанной с пиннингом, для диагональной компоненты тензора деформации получаем

$$\langle \epsilon_{xx} \rangle = K \left( \frac{L}{2C_{11}} \right) (H^*(T))^{2.5} f(h). \quad (25)$$

В возрастающем и убывающем полях ветви изотерм МС на рис. 3,а должны содержать вклады от парамагнитных ионов и от пиннинга. Чтобы выделить вклад пиннинга в деформацию, разность  $\lambda^\downarrow(\mathbf{c}, \mathbf{a}) - \lambda^\uparrow(\mathbf{c}, \mathbf{a})$  приравнивается к  $\langle \epsilon_{xx} \rangle$ , при этом игнорируется крип потока [46], существенный для ВТСП [47]. В [48] представлены результаты компьютерного моделирования МС, индуцированной пиннингом, с привлечением трех вариантов модели критического состояния: Бина [25], Кима [26] и модели [27]. В последней предполагается экспоненциальная зависимость плотности критического тока от плотности потока. Получены аналитические выражения для изменения длины образцов в виде бесконечной пластины в продольном магнитном поле в предположении, что обратимая часть полной намагниченности пренебрежимо мала. Результаты использованы для компьютерного моделирования, и рассчитаны петли гистерезиса в широком интервале изменения соответствующих параметров. Поскольку стрикция, индуцированная пиннингом, является непосредственным проявлением силы

пиннинга, петли гистерезиса для различных моделей отличаются по виду. В результате кропотливого анализа [48] предпочтение отдано модели [27]. По предварительным данным [48], экспоненциальная модель хорошо согласуется с результатами эксперимента на монокристаллах  $(\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x)_2\text{CuO}_4$  с низким содержанием Sr. Показано, что сила пиннинга может быть рассчитана непосредственно по ширине петель гистерезиса МС. Результаты моделирования обнаруживают удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

Однако имеется серьезное количественное (более чем на порядок) расхождение результатов эксперимента и численного моделирования. Трудно объяснить и более низкие значения стрикции НТСП, характеризующихся теми же плотностями критических токов. Одним из источников расхождения экспериментальных и расчетных данных может служить предположение об изотропности модуля упругости. В приведенных ниже оценках использованы значения модулей Юнга, рассчитанные для основных кристаллографических направлений симметрии исследованных материалов. Феноменологическая модель на настоящий момент не учитывает также различия магнитных структур ВТСП, обусловленные прежде всего их слоистостью [49], и неоднородности магнитного потока в пределах элементарной ячейки [50].

Вероятно, причины гигантских значений стрикции ВТСП следует искать и в особенностях их кристалло-магнитного состояния. Очевидны резкая анизотропия их структуры и наличие парамагнитных ионов переходных  $f$ - и  $d$ -элементов. Их влияние на МС сложных СП соединений рассматривается ниже.

### 2.2.5. Исследование влияния анизотропии на супрастрикцию СП

*Тонкая пластина в перпендикулярном магнитном поле.* До сих пор при феноменологическом описании супрастрикции в смешанном состоянии предполагалось, что геометрия эксперимента близка к идеальному случаю бесконечно длинного цилиндра в продольном магнитном поле. Действительность отличается от этой картины даже при продольной геометрии эксперимента. Более того, в реальных условиях исследования пространственного распределения магнитного потока в СП, в частности при прямых оптических наблюдениях за распределением магнитного потока по образцу с применением различных индикаторов, мы встречаемся с ситуацией плоского сверхпроводника в поперечном магнитном поле.

В этом случае, актуальном и для исследований гигантской магнитострикции ВТСП, возможны допущения, позволяющие найти аналитическое решение. Ранее аналитическое решение задачи о распределении токов и полей в образце, помещенном в поперечное магнитное поле, было получено для тонкой сверхпроводящей ленты [51]. Соответственно можно определить и магнитострикционные эффекты при этой геометрии [52]. Предполагается, что образец, представляющий собой бесконечно длинный узкий слой толщиной  $d$  и полушириной  $a$ , заполняющий полупространство  $|x| \leq d/2, |y| \leq a, |z| < \infty$ , помещен во внешнее магнитное поле  $H_e$ , перпендикулярное направлению измерения магнитострикции. Пространственно однородное магнитное поле  $H_e$ , приложенное вдоль оси  $x$ , индуцирует вдоль оси  $z$  сверхпроводящий ток плотностью  $j(x, y)$ , экранирующий

внутреннюю часть плоского образца от этого поля. Величина  $j(x, y)$  ограничивается значением  $j_c$ , не зависящим от величины приложенного поля. Интегральная по толщине образца плотность тока  $J(y)$ , выраженная в единицах поля, связана законом Ампера с полем  $\mathbf{H}(x, y)$  на поверхности образца. Его продольная и поперечная компоненты соответственно равны

$$H_y(d/2, y) = -H_y(-d/2, y) = \frac{1}{2} J(y)$$

и

$$H_x(d/2, y) = H_x(-d/2, y) \approx H_x(0, y) = H(y).$$

Поперечная компонента соответствует плотности магнитного потока  $H(y) = \mu_0 B(y)$ . Из соотношений Максвелла получаем

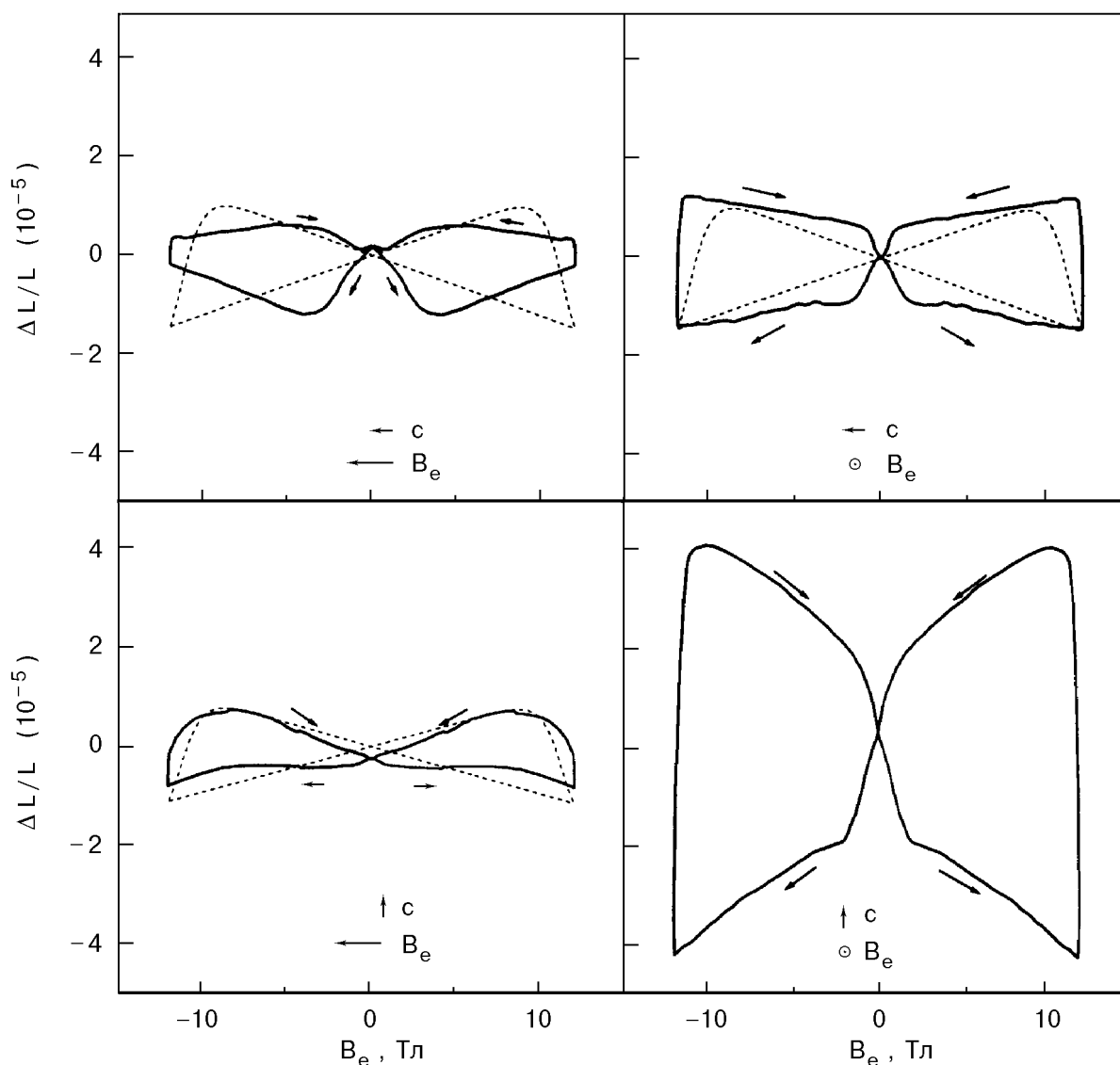


Рис. 4. Результаты эксперимента (—) и численного моделирования (---) магнитострикции монокристаллов  $\text{La}_{1.85}\text{Sr}_{0.15}\text{CuO}_4$  при различных ориентациях внешнего поля относительно кристаллографической оси  $c$ .

$$H(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{J(u) du}{y - u} + H_e. \quad (26)$$

Это выражение позволяет рассчитать распределение экранирующих токов и магнитного потока по ширине образца в зависимости от  $H_e$ , а затем и соответствующие стрикции.

Результаты численного моделирования МС сопоставляются с результатами измерений в монокристалле  $\text{La}_{1,85}\text{Sr}_{0,15}\text{CuO}_4$  (рис. 4 [52]). (В вычислениях использовались результаты измерений упругих модулей в [53].)

Сравнение измеренных значений МС с результатами компьютерного моделирования обнаруживает одинаковый ход построенных кривых и близкие абсолютные значения изменения размеров [52]. Таким образом, соображения, положенные в основу модели, не противоречат действительности. Очевидно, конечные размеры реального образца не могут не привести к расхождению между результатами расчета и эксперимента. Тем не менее МС вдоль короткой грани образца, которая предполагает наличие только экранирующих токов, может свидетельствовать о широко дискутируемом в настоящее время «наведенном» критическом состоянии (см., например, [54] и цитируемую там литературу). Более глубокие физические выводы можно сделать, используя данные локальных измерений распределения магнитного потока и упругих искажений в материале образца под воздействием магнитного поля.

*Исследование влияния слоистости на су-  
прастрикцию СП.* Удобным объектом для выяснения весомости вкладов характерных структурных особенностей ВТСП на основе медных перовскитов в формирование их сверхпроводящего состояния и характеристик является соединение  $\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{BiO}_3$  [55–62], не обладающее рядом отличительных черт купратных ВТСП, но имеющее самую высокую температуру сверхпроводящего перехода  $T_{SN} \approx 30$  К среди бескупратных сверхпроводников и близкую к  $\text{LaSrCuO}$  ( $T_{SN} \approx 35$  К). В отличие от купратных ВТСП это соединение не содержит двумерных плоскостей металл–кислород, которые считаются важным фактором, определяющим высокотемпературную сверхпроводимость. В  $\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{BiO}_3$  магнитные моменты отсутствуют, что исключает механизмы магнитного спаривания. Существует ряд экспериментальных фактов, в частности наблюдение сильного изотопического эффекта и измерения сверхпроводящей щели, свидетельствующие о фо-

нонном механизме сверхпроводимости ВаКВиО. Вместе с тем, как и в купратных ВТСП, сверхпроводимость в этом соединении возникает вблизи перехода металл–диэлектрик только в кубической фазе ( $x > 0,3$ ) и исчезает при переходе в полупроводниковую фазу при понижении содержания калия. В связи с вышесказанным кубическая модификация соединения ВаКВиО использовалась в [20] для исследования магнито-стрикции и сравнения с результатами аналогичных экспериментов на высокотемпературных и низкотемпературных сверхпроводниках в рамках развитых представлений о влиянии магнитного поля на их размеры. Измерения проводились в монокристаллах  $\text{Ba}_{0,66}\text{K}_{0,34}\text{BiO}_3$  с  $T_c = 32,5$  К, полученных методом электрохимического напыления из потока КОН ([57] и ссылки в ней). Температурные зависимости параметров решетки и структурные деформации в магнитном поле определяли на рентгеновском дифрактометре с низкотемпературной приставкой в интервале полей от 0 до 5 Тл. Магнитострикция измерялась датчиками деформации в кристаллографическом направлении [100], перпендикулярном приложенному магнитному полю в полях 0–12 Тл с постоянной скоростью изменения поля 1 Тл/мин. Параллельно баллистическим методом измерялась полевая зависимость намагниченности образца. Плотность критического тока  $j_c$  в нулевом поле достигала  $1,7 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup> при 4,2 К и  $0,67 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup> при 10 К. Абсолютные значения стрикции  $\approx 10^{-6}$ , что на порядок ниже значений, измеренных в купратных СП, и на порядок выше, чем для низкотемпературных СП. Как было показано, основные вклады в магнитострикцию СП определяются давлением магнитного поля на образец ниже температуры NS-перехода и зависимостью  $H_c$  от давления. Оценки даны в [20] для  $T = 10$  К, что соответствует  $T/T_{SN} = 0,31$  для исследованного соединения. Используя термодинамический анализ из разд. 2.1 для ТД компонент МС исследованного соединения ВаКВиО [20] при  $T/T_{SN} = 0,31$ , получаем  $\Delta L/L \approx 8 \cdot 10^{-6}$ , что несколько превышает измеренные величины МС. В расчетах использовались данные работы [63], по которым оценивали величины  $H_c^2 \approx 10$  Дж/моль и  $C \approx 0,5$  Дж/моль. Из рентгеновских данных получили  $\alpha \approx 0,9 \cdot 10^{-6}$  с помощью выражения для модуля Юнга  $E$  кубического кристалла [64]

$$\frac{1}{E} = \frac{c_1 + c_2}{(c_1 + 2c_2)(c_1 - c_2)} +$$

$$+ \left( \frac{1}{c_3} - \frac{2}{c_1 - c_2} \right) (n_x^2 n_y^2 + n_x^2 n_z^2 + n_y^2 n_z^2), \quad (27)$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор в направлении деформации;  $c_1 = \lambda_{xxxx}$ ;  $c_2 = \lambda_{xyxy}$ ;  $c_3 = \lambda_{xyxy}$  ( $\lambda_{iklm}$  — компоненты тензора упругих модулей). Значения упругих модулей рассчитывались из дисперсионных кривых по результатам измерения неупругого рассеяния нейтронов [65].

Измеренные полевые зависимости магнитоупругости бескупратного изотропного ВТСП имеют необратимый характер, соответствующий необратимости кривых намагничивания. Величины магнитоупругости существенно, более чем на порядок, превышают ее значения для низкотемпературных металлических сверхпроводников. В то же время не обнаружен эффект гигантской магнитоупругости, характерный для слоистых купратных сверхпроводников. При сравнении результатов эксперимента и численных расчетов обращает на себя внимание завышенная величина термодинамического вклада. Это объясняется тем, что его оценка проводилась в предположении о полном переходе образца в сверхпроводящее состояние после выключения магнитного поля. В реальной ситуации величина  $V_S$ , входящая в используемое термодинамическое соотношение, относится лишь к объему образца, претерпевающему сверхпроводящий переход после захвата магнитного потока. Часть объема образца, занятая захваченным потоком и не претерпевающая  $NS$ -перехода, может быть оценена из экспериментальной кривой зависимости  $B(H)$  как отношение захваченного магнитного потока к величине  $B_{c2}$ , соответствующей верхнему критическому полю. Сопоставление результатов эксперимента с рассчитанными термодинамическими компонентами обнаруживает их удовлетворительное согласие. Это относится и к результатам численного моделирования магнитоупругости, индуцированной пиннингом. Таким образом, макроскопические исследования не позволяют выделить определяющий вклад в величину эффекта. Полученные данные свидетельствуют о том, что компоненты обоих типов отражают вклады, связанные как с давлением магнитного поля, так и индуцированные пиннингом магнитного потока. Последний определяет необратимый характер полевой зависимости магнитоупругости. Отличие полученных результатов от данных для низкотемпературных СП объясняется более высокой чувствительностью  $H_c$  исследованного соединения к давлению. Объяснение расхождения с измерениями на купратных ВТСП и отсутствие

гигантской магнитоупругости требуют анализа эффекта на микроскопическом уровне.

### 3. Магнитоупругость СП соединений с парамагнитными ионами переходных элементов

Последние достижения в области материаловедения, различных экспериментальных исследований и теории сверхпроводящего состояния связаны с синтезом экзотических сверхпроводящих соединений, содержащих ионы элементов с незаполненными  $d$ - и  $f$ -оболочками, в которых сверхпроводимость удивительным образом сочетается с парамагнетизмом и даже дальним антиферромагнитным упорядочением. Работ по исследованию МС таких соединений, которые бы анализировали и супра-, и парасоставляющие, пока мало, хотя именно они позволяют проанализировать соотношение параметров переходов в различных подсистемах этих сложных низкосимметричных соединений и определить причины, приводящие к этим переходам.

#### 3.1. Магнитоупругость в условиях сосуществования сверхпроводящего и антиферромагнитного упорядочений

В [34] изучалась МС при  $0,3 \text{ K} < T < 1,5 \text{ K}$  в монокристаллах тяжелофермионного соединения  $\text{URu}_2\text{Si}_2$  с температурой антиферромагнитного упорядочения  $T_N = 17,5 \text{ K}$  и  $T_{SN} = 1,2 \text{ K}$ . Антиферромагнитное состояние этого соединения вызвано слабым упорядоченным моментом  $(0,03 \pm 0,01)\mu_B$  на атоме урана, ориентированным вдоль оси  $c$ . Атом урана находится в низкосимметричной конфигурации ( $^3H_4$ ), и его магнитные свойства могут быть интерпретированы в рамках модели кристаллического поля.

Сосуществование СП и АФ упорядочения в интервале температур  $0,3 \text{ K} < T < 1,5 \text{ K}$  подтверждено экспериментами по дифракции нейтронов. Измерения продольной и поперечной МС проводили с помощью емкостного dilatометра в полях до 5 Тл, в то время как  $H_{c2}(T \rightarrow 0)$  вдоль тетрагональной оси  $c$ , являющейся осью легкого намагничивания, равно 3 Тл, а в базисной плоскости — 14 Тл. В результате удалось выделить составляющие супра- и параупругости, последняя зависит от поля как  $H^2$ . Супраупругость имеет величину порядка  $10^{-7}$ . Ее поведение в магнитном поле характеризуется гистерезисом, связанным, по всей видимости, с пиннингом магнитного потока, обсуждавшимся в предыдущем разделе. Характерной особенностью гистерезиса является из-

менение его знака в полях вблизи верхнего критического. Этот эффект, вероятно, является следствием проявления АФ упорядочения, так как именно в этом интервале полей имеется гистерезис в упорядочении моментов, который может отражать гистерезис парастрикции.

Относительное изменение объема составляет  $(\Delta V/V)_{NS} = 0,48 \cdot 10^{-6}$  при 0,5 К и  $0,17 \cdot 10^{-6}$  при 1 К. Спонтанная МС может быть также оценена путем вычитания члена  $bB^2$  МС в  $N$ -состоянии (где  $b$  определяется МС, измеренной при  $H > H_{c2}$ ) из МС в  $S$ -состоянии. Тогда относительное изменение длины при  $H = 0$  соответствует спонтанной МС. Производные термодинамического критического поля  $H_{c2}$  находят из скачка теплоемкости при  $NS$ -переходе [34]:

$$\Delta(C/T) = \frac{V_m}{\mu_0} \left( \frac{\partial H_c}{\partial T} \right)^2, \quad (28)$$

$V_m$  — молярный объем;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума;  $dH_c/dT = 37$  мТл/К. В [34] обнаружен ярко выраженный гистерезис линейной МС тяжелофермионного соединения URu<sub>2</sub>Si<sub>2</sub> при измерениях в магнитном поле ниже  $T_{SN} = 1,18$  К (рис. 3,б). Петля гистерезиса закрывается при  $H_{c2}$ . Интересным является экспериментальное наблюдение изменения знака гистерезиса при самых низких температурах измерения по мере приближения к  $H_{c2}$ . Отмечается, что гистерезис профиля потока может сопровождаться гистерезисом парамагнитной МС и упорядоченных моментов.

### 3.2. От феноменологии к микроскопическому описанию

Анализ МС соединений перовскитоподобных ВТСП, содержащих ионы с незаполненными  $f$ -оболочками ( $f$ -ионы) редкоземельных элементов, а также актинидов, основывается на следующих выводах, полученных при изучении МС  $f$ -магнетиков в парамагнитном пределе [8,66]. Кристаллическая структура этих соединений может быть описана в приближении тетрагональной симметрии. Орторомбичность, присущая этим соединениям, характеризуется небольшим отличием осей  $a$  и  $b$  базисной плоскости. В парамагнитном пределе, который характерен для ВТСП,  $f$ -ионы расположены достаточно далеко друг от друга, чтобы можно было пренебречь их взаимодействием (одноионное приближение). Глубинный характер электронов незаполненных  $4f$ -оболочек экранирует их от обменных взаимодействий и влияния кристаллического электрического поля на их ор-

битальный момент, что делает последний более подвижным при действии магнитного поля. Это может приводить к существенной МС. Экранирование  $f$ -электронов внешними заполненными оболочками снижает вероятность их участия не только в обменных, но и в дипольных взаимодействиях. Анализ магнитных свойств  $f$ -магнетиков обычно проводился в предположении о том, что спин-орбитальное взаимодействие преобладает над эффектами кристаллического поля (CEF), т.е. в приближении слабого поля [67]. На этом построена и теория МС соединений РЗ в парамагнитном пределе [8]. Однако для некоторых РЗ ионов величина расщепления основного мультиплета в CEF превышает величину зеемановского расщепления во внешнем поле [66]. Кроме того, модели МС развивались в основном для высоких симметрий (ГЦК и ГПУ), приводящих к менее существенным эффектам кристаллического поля и допускающих меньшее число параметров модели (а также более перспективных для получения гигантских МС в силу меньших энергий магнитной анизотропии). Таким образом, изучение редкоземельной МС в низкосимметричном окружении, характерном для ВТСП структур, представляет самостоятельный интерес в дополнение к исследованию механизмов их неординарной супрастрикции и ее связи с основными СП параметрами. В предположении о тетрагональности решетки можно ограничиться рассмотрением МС в цилиндрической симметрии. Обозначим МС как  $\lambda(\alpha, \beta)$ . Здесь  $\alpha \equiv (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$  — косинусы направления поля,  $\beta \equiv (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$  — косинусы направления измерения деформации. Это позволило определить стрикции  $\lambda(\mathbf{a}, \mathbf{a})$ ,  $\lambda(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  и  $\lambda(\mathbf{c}, \mathbf{a})$  кристаллов с Dy, Ho и Er;  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  не обозначают орторомбические оси, а только две условные взаимно ортогональные оси в базисной плоскости с предполагаемой цилиндрической симметрией. В феноменологии МС одноосных систем имеются четыре моды дисторсии [8,9]:  $\lambda_{1i}^\alpha$  — объемная дисторсия;  $\lambda_{2i}^\alpha$  — изменение отношения  $c/a$ ;  $\lambda^\gamma$  — нарушение цилиндрической (здесь тетрагональной) симметрии в базисной плоскости;  $\lambda^\epsilon$  — сдвиговая деформация, наклоняющая ось  $c$ . Феноменологические деформационные моды  $\lambda_{ij}^\Gamma$  можно связать со стрикциями  $\lambda(\alpha, \beta)$ :

$$\begin{aligned} \lambda(\alpha, \beta) = & \frac{1}{3} \lambda_{11}^\alpha + \frac{1}{2\sqrt{3}} \lambda_{12}^\alpha (\lambda_z^2 - \frac{1}{3}) + \\ & + \sqrt{3} \lambda_{21}^\alpha (\beta_z^2 - \frac{1}{3}) + \\ & + \frac{3}{2} \lambda_{22}^\alpha (\lambda_z^2 - \frac{1}{3}) (\beta_z^2 - \frac{1}{3}) + \end{aligned}$$



$$+ 2\lambda^\gamma \frac{1}{4} (\alpha_x^2 - \alpha_y^2)(\beta_x^2 - \beta_y^2 + \alpha_x \alpha_y \beta_x \beta_y) + 2\lambda^\epsilon (\alpha_y \alpha_z \beta_y \beta_z + \alpha_x \alpha_z \beta_x \beta_z). \quad (29)$$

В рассматриваемом случае достаточно выделить моду  $\lambda_\Gamma = \lambda(\mathbf{a}, \mathbf{a}) - \lambda(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  и линейную комбинацию, сохраняющую цилиндрическую симметрию кристалла,

$$\lambda(\mathbf{c}, \mathbf{a}) = \frac{1}{3} \{(\lambda_{11}^\alpha - \sqrt{3}\lambda_{21}^\alpha) + \frac{1}{\sqrt{3}} (\lambda_{12}^\alpha - \sqrt{3}\lambda_{22}^\alpha)\}.$$

Для редкоземельного иона в области нормального состояния внутри вихря гамильтониан аналогичен гамильтониану ферромагнетика [68]:

$$H = H_{CEF} + H_{ME} + H_z + H_{ex} + H_Q + H_{el}, \quad (30)$$

$H_{CEF}$  — член, определяемый CEF невозмущенной тетрагональной симметрии,

$$H_{CEF} = B_2^0 O_2^0 + B_4^0 O_4^0 + B_4^4 O_4^4 + B_6^0 O_6^0 + B_6^6 O_6^6, \quad (31)$$

$B_n^m$  — параметры CEF (Но [69], Ду [70], Ег [71]);  $O_n^m$  — эквивалентные операторы Стивенса;  $H_{ME}$  — гамильтониан магнитоупругой связи. При сохранении только члена, обусловленного нарушением тетрагональной симметрии базисной плоскости,

$$H_{ME} = -M^\gamma \epsilon^\gamma O_2^2, \quad (32)$$

$\epsilon = (\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})/\sqrt{2}$  — неприводимая деформация;  $M^\gamma$  — параметр магнитоупругой связи;  $O_2^2$  — оператор Стивенса,  $O_2^2 \sim (j_x^2 - j_y^2)$ ;  $\mathbf{J} = (J_x, J_y, J_z)$  — полный угловой момент РЗ;  $H_Q$  — компонента двухионной квадрупольной связи. Согласно [33], достаточно рассмотреть только член

$$H_Q = -k^\gamma \langle O_2^2 \rangle O_2^2, \quad (33)$$

написанный в приближении среднего поля;  $k^\gamma$  — параметр чисто квадрупольной связи;  $\langle \dots \rangle$  — среднее по температуре, получаемое с помощью собственных значений и волновых функций, диагонализующих невозмущенный гамильтониан  $H_{CEF}$ . Наконец, в [33] в упругой энергии сохраняют только член

$$H_{el} = \frac{1}{2} C_0^\gamma (\epsilon^\gamma)^2, \quad (34)$$

$C_0^\gamma$  — упругая константа, соответствующая невозмущенному случаю. Последние три уравнения дают полное описание гамильтонианов [68]. В

АФ состоянии, которое реализуется для соединений Ду и Ег, среднее поле, действующее на одну из магнитных подрешеток, например А, может быть записано как

$$\mathbf{H}_A = -\lambda_{ii} \mathbf{M}_A - \lambda_{AB} \mathbf{M}_B + \mathbf{H}, \quad (35)$$

$\mathbf{H}$  — приложенное поле;  $\mathbf{M}_A, \mathbf{M}_B$  — намагниченности подрешеток;  $\lambda_{ii}$  и  $\lambda_{AB}$  — константы среднего поля, соответственно описывающие взаимодействие внутри и между подрешетками. В парамагнитном состоянии индуцированные полем намагниченности подрешеток будут параллельны друг другу и полю,  $M_A = M_B = M$ . При этом среднее поле имеет вид  $H_{ex} = -(\lambda_{ii} + \lambda_{AB})M \equiv -\lambda_{eff} M$  независимо от подрешетки. Тогда обменный и зеемановский гамильтонианы

$$H_{ex} + H_z = -g_j M_B \mathbf{j}(-\mathbf{H}_{ex} + \mathbf{H}), \quad (36)$$

где

$$H_{ex} = -(\lambda_{ii} + \lambda_{AB}) N g_j \mu_B \langle \mathbf{j} \rangle; \quad (37)$$

$N$  — число ионов РЗ<sup>3+</sup> на единицу объема;  $g_j$  — фактор Ланде для редкой земли;  $\langle \mathbf{j} \rangle$  — усредненный по температуре полный угловой момент РЗ. Постоянные среднего поля  $\lambda_{ii}$  и  $\lambda_{AB}$  можно оценить в рамках теории антиферромагнетизма Нееля. В [72] показано, что, записав линейную восприимчивость как  $\chi = c/(T + \Theta)$ , где  $c = \mu_{eff}^2/3k_B$  — постоянная Кюри (на ион);  $\mu_{eff}$  — парамагнитный момент иона;

$$\lambda_{ii} = \frac{\Theta - T_N}{c}; \quad \lambda_{AB} = \frac{\Theta + T_N}{c}. \quad (38)$$

Тогда  $\lambda_{eff} = 2\Theta/c$ . В последнем уравнении  $\Theta$  — парамагнитная температура Кюри. В табл. 2 приводятся  $\mu_{eff}$ ,  $\Theta$  и  $c$ , полученные из измерений парамагнитной восприимчивости [73],  $\lambda_{ii}$ ,  $\lambda_{AB}$  из (38) и, наконец,  $\lambda_{eff}$ . Минимизация по  $\epsilon^\gamma$  свободной энергии  $F = -k_B T \ln Z$  [33], соответствующей гамильтониану (30), дает равновесную деформацию

$$\epsilon^\gamma = \left( \frac{M^\gamma}{C_0^\gamma} \right) \langle O_2^2 \rangle. \quad (39)$$

Подстановка равновесного значения  $\epsilon^\gamma$  (39) в (32) вместе с  $H_Q$  (33) дает эффективный гамильтониан вида  $H_{ME} + H_Q = -G^\gamma \langle O_2^2 \rangle O_2^2$ , коэффициент  $G^\gamma$  содержит вклады от магнитоупругого и чисто квадрупольного взаимодействий:

$$G^\gamma = K^\gamma + \frac{(M^\gamma)^2}{C_0^\gamma}. \quad (40)$$

Для нахождения функции распределения  $Z$  вычислена  $F|_{T > T_N}$  в рамках теории возмущений [68].

Таблица 2

Магнитные параметры РЗ ионов [33]

РЗ ион	$\mu_{\text{eff}}, \mu_B$	$\Theta, \text{K}$	$c, \mu_B^2/k_B$	$\lambda_{ii}$	$\lambda_{AB}$	$\lambda_{\text{eff}}$
Dy <sup>3+</sup>	11,87	27	46,96	0,55	0,60	1,15
Ho <sup>3+</sup>	10,88	17	39,45	0,43	0,43	0,86
Er <sup>3+</sup>	10,48	12	36,61	0,31	0,33	0,64

Примечание: Значения постоянных среднего поля  $\lambda$  приведены в единицах  $k_B/\mu_B^2$ .

Уровни энергии и волновые функции гамильтониана  $H_{CEF}$  с остаточными взаимодействиями в качестве возмущения дают  $F$  неприводимых деформаций до второго порядка и квадрупольных моментов  $\langle O_2^m \rangle$  Стивенса до четвертого порядка по  $M$  и  $H$ . Считая  $\mathbf{H}$  параллельным  $\mathbf{a} \equiv [100]$ , можно определить  $\epsilon^\gamma$ . Тогда получаем

$$\frac{H}{\sqrt{\epsilon^\gamma}} = \left( \frac{M^\gamma}{C_0^\gamma} \right) (1 - \lambda_{\text{eff}} \chi_0^2)^{1/2} \left( \frac{1 - G^\gamma \chi_\gamma}{\chi_\gamma^{(2)}} \right), \quad (41)$$

$\epsilon^\gamma \equiv \lambda^\gamma = \lambda(\mathbf{a}, \mathbf{a}) - \lambda(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ . В (41)  $\chi_0$  — обычная магнитная восприимчивость одноионного CEF;  $\chi_\gamma$  — деформационная восприимчивость, обусловленная моментом  $\langle O_2^2 \rangle$ , индуцированным полем;  $\chi_\gamma^2$  — восприимчивость квадрупольного поля. Восприимчивости — сложные выражения матричных элементов  $j_k$ ,  $O_2^0 \sim 3j_z^2 - j(j+1)$  и  $O_2^2$  в области волновых функций  $|ik\rangle$  гамильтониана CEF. Таким образом, проведена диагонализация  $H_{CEF}$  с параметрами CEF, взятыми из работ [69–71]. Антиферромагнетик с двумя полностью эквивалентными подрешетками в парамагнитном состоянии, согласно (41), эквивалентен ферромагнетика. Сравнение (41) с  $\epsilon^\gamma(H, T)$ , измеренными в парамагнитном состоянии, позволяет определить  $M^\gamma, C^\gamma$ .

### 3.3. Экспериментальное исследование MC перовскитов REBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub>

Эти ВТСП оксиды антиферромагнитно упорядочиваются при достаточно низких температурах таким образом, что между температурой Нееля  $T_N$  и  $T_{SN}$  перекрываются парамагнитные и

сверхпроводящие состояния. Для соединения DyBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> температура Нееля  $T_N = 1 \text{ K}$ , а магнитные моменты ( $7,2 \pm 0,6 \mu_B/\text{ион}$ ) выстроены вдоль оси  $c$  [74]. В Er-соединении АФ упорядочение происходит в базисной плоскости с моментами ( $2,9 \pm 0,6 \mu_B/\text{ион}$ ) вдоль оси  $b$  при  $T_N = 0,61 \text{ K}$  [75]. Эти оси легкого намагничивания должны быть в хорошем согласии с коэффициентами Стивенса  $\alpha_j$  второго рода и их знаками, которые определяются формой облака (сплюснутое–вытянутое). Для соединений Ho ниже  $T_N^* = 0,17 \text{ K}$  возможно только ядерное упорядочение, а основное электронное состояние синглетно [76,77]. Отсутствие или наличие низкотемпературного магнитного упорядочения важно для расчета MC в парамагнитном пределе.

Результаты одного из первых систематических исследований термического расширения и MC соединений REBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> (RE = Eu, Sm, Gd, Dy, Ho, Er, Tm) в продольных и поперечных полях величиной до 2,4 Тл приведены в [78]. Исследовалось влияние замещения иттрия редкоземельными элементами. Аномалии, связанной с фазовым переходом при  $T_{SN}$ , обнаружено не было. Все кривые температурных зависимостей ТР могли быть сведены к кривой для незамещенного соединения, что свидетельствует о единой природе фононного вклада в тепловое расширение. Анизотропия MC наблюдалась только для замещений Dy и Ho. При остальных замещениях (Eu, Sm, Gd, Er, Tm) MC мала, как и для немагнитных сверхпроводников. Вероятно, в первом случае MC наблюдалась в  $N$ -областях внутри вихрей и отсутствовала в материалах, для которых поля соответствовали полностью диамагнитному состоянию.

В [78] была выделена мода MC, обусловленная CEF, понижающим симметрию базисной плоскости:  $\epsilon^\gamma \approx -300 \cdot 10^{-6}$  при 10 К и 12 Тл для Dy- и Ho-соединений, и найдено отношение  $M^\gamma/C_0^\gamma = 1,3 \cdot 10^{-4}$  для Ho-соединения и  $\approx 5 \cdot 10^{-4}$  для Dy-соединения, где  $M^\gamma$  — параметр одноионной магнитоупругой связи, а  $C_0^\gamma$  — упругая константа в парамагнитном состоянии. Полученный параметр квадрупольной связи  $G^\gamma$  для Ho-соединения составляет  $-35 \text{ мК}/\text{ион}$ .

В [79] измерения MC проводили в продольном и поперечном полях в СП поликристаллах HoBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub>. Из сравнения результатов измерений с данными для незамещенного Y123 (MC на два порядка меньше) и для несверхпроводящего HoBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> (MC близка по величине к СП) делается вывод от том, что полевые зависимости MC замещенного гольмием соединения Y123 оп-

ределяются парамагнитной составляющей, аналогичной парамагнитным гранатам [66]. Продольная МС описывалась с учетом только СЕФ [79].

Следует отметить особый интерес, который представляет исследование СП составляющей МС поликристаллов СП соединений  $\text{HoBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ , с точки зрения сложной иерархии (распределения) критических полей [80].

### 3.4. Вклад эффектов Яна—Теллера и структурной неустойчивости, индуцированной магнитным полем

Естественно попытаться объяснить особенности МС низкосимметричных СП их кристаллической структурой. Исследования анизотропии спонтанной МС может быть уникальным инструментом для изучения связи СП перехода с ян-теллеровскими переходами в СП соединениях, содержащих ионы с некрамерсовым вырождением основного состояния. К таким соединениям относятся ВТСП перовскиты, в которых ян-теллеровскими ионами являются ионы РЗ и меди, находящиеся в низкосимметричном  $D_{2h}$  окружении кислорода. Взаимное влияние  $NS$ - и структурных фазовых переходов, обусловленное пространственной симметрией, рассматривалось феноменологически в [81]. Экспериментальные и теоретические исследования показывают [77,82], что кристаллическое поле, действующее на РЗ ионы в ВТСП соединениях, велико (полное расщепление мультиплета составляет  $700 \text{ см}^{-1}$ ). Известны также колоссальные искажения симметрии электронного облака РЗ ионов, вызванные квадрупольными взаимодействиями, приводящими к структурному фазовому переходу [83,84]. Проявление непосредственно эффектов Яна—Теллера можно ожидать прежде всего на ионах меди, так как вырождение в РЗ ионах снимается, по всей видимости, квадрупольными взаимодействиями. Переход, связанный с изменением электронной структуры ян-теллеровского иона  $\text{Cu}$ , наблюдался экспериментально в ВТСП соединении  $\text{YBa}_2(\text{Cu}_{1-x}^{57}\text{Fe}_x)\text{O}_{6+\delta}$  в [85].

### Заключение

В настоящем обзоре сделана попытка обобщить результаты исследований МС, которые полностью воспроизводят хронологию достижений в развитии технологии сверхпроводящих материалов: металлические СП и СП с ГЦК структурой; сплавы и интерметаллические соединения на основе переходных  $3d$ - и  $4d$ -элементов с тетрагональной структурой, возникающей в результате

структурного перехода из ГЦК фазы, подавляемого  $NS$ -переходом; наконец, орторомбические (после структурного перехода из тетрагональной фазы) ВТСП соединения  $4f$ -элементов и тяжелофермионные СП с АФ упорядочением, содержащие  $5f$ -элементы группы актинидов. Своей основной задачей авторы считали освещение результатов, полученных для низкосимметричных материалов (начиная с тетрагональных), так как предшествовавшие им исследования были уже рассмотрены ранее в литературе обзорного характера и так как именно пространственной анизотропии в значительной мере обязаны своим присутствием особенности последующих наблюдений стрикции сильно коррелированных СП соединений.

По сильному гистерезису изотерм МС обнаружена низкотемпературная  $T < T_{SN}$  составляющая МС, которая непротиворечиво описывается моделями смешанного состояния (так называемыми моделями критического состояния). Это подтверждает ее связь с пиннингом магнитного потока на неоднородностях кристаллической решетки; МС, обусловленная пиннингом потока, обнаруживает температурно-полевые зависимости, согласующиеся с моделью сдвига вихревой решетки. Адекватность этих представлений подтверждается независимыми выводами из работ различных авторов, проводивших измерения на разнообразных объектах. Следовательно, измерения МС можно использовать как метод изучения механизмов коллективного пиннинга. Исследования на СП соединениях с парамагнитными ионами также обнаружили гистерезис МС в области смешанного состояния сверхпроводимости, который может быть описан в терминах пиннинга магнитного потока. С другой стороны, аналогичные зависимости гигантской МС ( $\sim 10^{-4}$ ) были измерены в манганитах, также являющихся оксидами с перовскитоподобной структурой [86], где соображения сверхпроводимости неправомерны. При исследованиях СП соединений, содержащих парамагнитные ионы, была выделена составляющая МС, имеющая квадратичную зависимость от приложенного поля, характерную для парамагнитного предела. Эта составляющая была идентифицирована как зависящая от одноионного кристаллического электрического поля СЕФ, понижающим симметрию базисной плоскости. Такие измерения позволяют получить параметры магнитоупругих взаимодействий для парамагнитных ионов:  $e^{\gamma} \approx 300 \cdot 10^{-6}$  при 10 К и 12 Тл для Ду- и Но-соединений.

Таким образом, результаты измерений МС характеризуют упругий отклик на приложенное магнитное поле сверхпроводящей фазы в чистом виде и в сочетании с пара- и АФ откликом. Во всех рассматриваемых случаях удавалось разделить СП и магнитный отклик и проанализировать компоненты МС в рамках представлений, развитых для соответствующего типа материалов. При этом следует отметить, что если для вынужденной МС парамагнитных ионов существует достаточно устоявшееся описание, апробированное на результатах макроскопических и локальных измерений, то феноменология вынужденной супрастрикции основана на измерениях интегральных характеристик и дает только качественную, хотя и эффективную, интерпретацию наблюдений.

Наряду с перспективой построения теории магнитоупругих взаимодействий в СП, измерения МС сверхпроводящих соединений оказываются эффективным инструментом для исследования 1) зависимости термодинамических характеристик СП от давления; 2) связи сверхпроводимости со структурной нестабильностью; 3) смешанного состояния — применимости моделей критического состояния и механизмов пиннинга магнитного потока в СП; 4) взаимозависимости сверхпроводимости и магнетизма. Дополнительные возможности возникают при исследованиях динамической стрикции СП, пока чрезвычайно малочисленных и не рассматривавшихся в настоящем обзоре.

На данном этапе очевидны некоторые прикладные аспекты стрикционных измерений в СП соединениях. Прежде всего это область разработки и эксплуатации СП магнитных систем на основе перспективных материалов. Стрикционные данные нужны для оценки упругих деформаций СП обмотки в сильных магнитных полях, их влияния на токнесущую способность, прочностные характеристики для участия в процессах тренировки и деградации жестких СП. Непосредственная связь вынужденной стрикции с магнитными состояниями в шубниковской фазе приравнивает значимость этих измерений к визуальным исследованиям с использованием различных индикаторов. Представляет также интерес возможность традиционного использования высоких стрикционных свойств некоторых новых сверхпроводящих материалов, например, в магнитоакустических преобразователях.

При изучении собственно природы МС сверхпроводников особый интерес представляет «гигантская» вынужденная стрикция ВТСП, которая, очевидно, не может быть объяснена только

особенностями смешанного состояния этих соединений; практически неисследованной пока остается область, в которой учитывается зависимость тензора упругих модулей от магнитного поля в сильно анизотропной среде. Высокие верхние критические поля новейших СП предполагают рассмотрение вкладов в МС, связанных с электронным парамагнетизмом и расщеплением вырожденных уровней. Учитывая то, что в сильно коррелированных сверхпроводящих оксидах меди радиусы всех взаимодействий имеют порядок межатомных расстояний, можно утверждать, что особенности полевых зависимостей МС этих соединений с различными замещениями дают богатейшие, пока нереализованные, возможности для сопоставления эффектов кристаллического поля (изменение содержания кислорода и зависящее от него изменение симметрии окружения центрального атома), электрон-фононных (сверхпроводящие плоскости, ян-теллеровские ионы меди) и квадрупольных взаимодействий (РЗ ионы). Высокие значения МС новых СП делают их доступными для измерений с помощью менее чувствительных методик — тензодатчиками и рентгеновскими методами. Однако возникает проблема создания высоких магнитных полей (более 10 Тл). Анализ результатов измерений необратимых полевых зависимостей выходит за рамки термодинамических соотношений и концентрируется на магнитоупругих и магнитных взаимодействиях, приводящих к глобальной перестройке сильно коррелированной системы в магнитном поле, включающей как структурные, так и электронные переходы. Таким образом, проблема стрикции СП все в большей степени переходит из рук дилатометристов к магнитчикам — специалистам в области магнитных резонансов и измерений в импульсных магнитных полях. Авторы надеются, что обзор привлечет внимание и тех, и других к этой проблеме и будет способствовать ее решению экспериментальными и теоретическими методами с выходом на конкретные практические применения.

1. Б. Г. Лазарев, А. И. Судовцов, *ДАН СССР* **69**, 1345 (1949).
2. G. Brändli, *Phys. Kondens. Materie* **11**, 93 (1970).
3. H. Kronmüller, *Phys. Status Solidi* **40**, 295 (1970).
4. Л. Д. Ландау, И. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1976).
5. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
6. W. Braunisch, N. Knauf, V. Kataev, S. Neuhausen, A. Grütz, A. Kock, B. Roden, D. Khomskii, and D. Wohlleben, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1908 (1992).
7. Ф. Н. Буханько, *ФНТ* **22**, 701 (1996).

8. E. R. Callen and H. B. Callen, *Phys. Rev.* **A129**, 578 (1963); *ibid.* **A39**, A455 (1965).
9. A. E. Clark, B. F. De Savage, and R. Bozorth, *Phys. Rev.* **A138**, A216 (1965).
10. Guo-meng Zhao, M. B. Hunt, H. Keller, and K. A. Müller, *Nature* **385**, 236 (1997).
11. Guo-meng Zhao, M. B. Hunt, and H. Keller, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 955 (1997).
12. K. L. Dudko, V. V. Eremenko, and V. M. Fridman, *JETP* **34**, 362 (1971).
13. K. L. Dudko, V. V. Eremenko, and V. M. Fridman, *JETP* **41**, 326 (1975).
14. G. K. White, *Philos. Mag.* **7**, 271 (1962).
15. K. Andres, J. L. Olsen, and H. Rohrer, *IBM J. Res. Development* **84**, 6 (1962).
16. H. Rohrer, *Helv. Phys. Acta* **33**, 675 (1960).
17. G. Brändli and F. D. Enck, *Phys. Lett.* **26A**, 360 (1968).
18. D. Shoenberg, *Superconductivity*, Cambridge University Press, (1952).
19. Р. Тестарди, в кн.: *Нестабильность и сверхпроводимость в соединениях* А15, Мир, Москва (1982).
20. В. В. Еременко, В. А. Сиренко, Г. Шимчак, А. Набялек, С. Н. Барило, В. И. Гатальская, С. В. Ширяев, *ФТТ* **40**, 1199 (1998).
21. Henrik Svensmark and L. M. Falikov, *Phys. Rev.* **B40**, 201 (1989).
22. В. Г. Барьяхтар, В. Н. Варюхин, А. Б. Назаренко, *СФХТ* **3**, 1145 (1990).
23. I. N. Nechiporenko, V. A. Sirenko, and D. N. Merenkov, *Cryogenics* **33**, 481 (1993).
24. H. C. Freyhardt, in: *Intern. Discussion Meeting on Flux Pinning in Superconductors*, Sonnenberg, Germany (1974).
25. C. P. Bean, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 250 (1962).
26. V. B. Kim, C. F. Hempstead, and A. R. Strnad, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 306 (1962).
27. В. Р. Карасик, Н. Г. Васильев, В. Г. Ершов, *ЖЭТФ* **59**, 790 (1962).
28. S. Senoissi, M. Ousséna, G. Collin, and I. A. Campbell, *Phys. Rev.* **B37**, 9792 (1988).
29. W. A. Fietz and W. W. Webb, *Phys. Rev.* **B178**, 657 (1969).
30. E. J. Kramer, *J. Appl. Phys.* **44**, 1360 (1973).
31. M. Isino, T. Kobayashi, N. Toyota, T. Fukase, and Y. Muto, *Phys. Rev.* **B38**, 4457 (1988).
32. U. Wyder, P. J. E. M. van der Linden, H. P. van der Meulen, A. Gerber, V. H. M. Duyn, J. A. A. J. Perenboom, A. de Visser, and J. J. M. Franse, *Physica* **B211**, 265 (1995).
33. C. de la Fuente, A. del Moral, J. I. Arnaudas, and J. S. Abell, *Physica* **C244**, 214 (1995).
34. N. H. van Dijk, A. de Visser, J. J. M. Franse, and A. A. Menovsky, *Phys. Rev.* **B51**, 12665 (1995).
35. M. Braden, P. Böhm, H. Kalenborn, and D. Wohlleben, *Z. Phys. B - Condens. Matter* **79**, 173 (1990).
36. Л. В. Шубников, В. И. Хоткевич, Ю. Д. Шепелев, Ю. Н. Рябинин, *ЖЭТФ* **7**, 221 (1937).
37. R. Labush, *Phys. Rev.* **170**, 470 (1968).
38. H. Ikuta, N. Hirota, Y. Nakayama, K. Kishio, and K. Kitazawa, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2166 (1993).
39. R. H. Arendt, M. F. Garbaskas, C. A. Meyer, F. J. Rotella, J. D. Jorgensen, and R. L. Hitterman, *Physica* **C182**, 73 (1991).
40. V. V. Eremenko, I. N. Nechiporenko, and V. A. Sirenko, *Physica* **C282-287**, 1427 (1997).
41. S. Sergeenkov and M. Ausloos, *Phys. Rev.* **B48**, 604 (1993).
42. A. Nabialek, P. Komorowski, M. U. Gutowska, M. A. Balbashov, J. N. Gorecka, H. Szymczak, and O. A. Mironov, *Superconducting Science and Technology* **10**, 786 (1997).
43. A. P. Malozemoff and L. Krusin-Elbaum, *Phys. Rev.* **B38**, 6490 (1988).
44. T. Nichizaki, Takafumi Aomine, Itsuhiro Fujii, Kazunuki Yamamoto, Shizuka Yoshii, Takahito Terashima, and Yoshichika Bando, *Physica* **C181**, 223 (1991).
45. R. A. Rose et al., *Supercond. Sci. Technol.* **5**, S487 (1992).
46. P. W. Anderson and Y. B. Kim, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 39 (1964).
47. D. Dew-Hughes, *Cryogenics* **28**, 674 (1988).
48. H. Ikuta, K. Kichio, and K. Kitazawa, *J. Appl. Phys.* **76**, 4776 (1994).
49. G. W. Grabtree and D. R. Nelson, *Phys. Today*, April (1997).
50. А. В. Бондарь, С. М. Рябченко, Ю. В. Федотов, *ФНТ* **20**, 95 (1994).
51. E. H. Brandt, M. V. Indenbom, and A. Forkl, *Europhys. Lett.* **22**, 735 (1993).
52. V. V. Eremenko, V. A. Sirenko, H. Szymczak, A. Nabialek, and V. A. Balbashov, *Superlattices and Microstructures* **24**, 221 (1998).
53. Е. В. Безуглый, Н. Г. Бурма, И. Г. Колобов, В. Д. Филь, И. М. Витебский, А. Н. Книгавко, Н. М. Лавриченко, С. Н. Барило, Д. И. Жигунов, Л. Е. Сошников, *ФНТ* **21**, 86 (1995).
54. E. H. Brandt, *Phys. Rev.* **B54**, 4246 (1996).
55. P. Thalmeier and P. Fulde, *Europhys. Lett.* **1**, 367 (1986).
56. S. Pei, J. D. Jorgensen, B. Dobrowski, D. R. Hinks, D. R. Richards, A. W. Mitchell, J. M. Newsam, S. K. Sinha, D. Vaknin, and A. J. Jacobson, *Phys. Rev.* **B41**, 4126 (1990).
57. S. N. Barilo, V. I. Gatal'skaya, S. V. Shiryaev, A. S. Shestak, L. A. Kurochkin, T. V. Smirnova, V. T. Koyava, N. S. Orlova, and A. V. Pushkarev, *Physica* **C254**, 181 (1995).
58. C. Paracchini, L. Romana, C. A. Bori, and M. Affronte, *Physica* **C260**, 147 (1996).
59. Tetsuya Yamamoto, Seiji Suzuki, Kazuhiko Takahashi, and Yorinobu Yoshisato, *Physica* **C263**, 530 (1996).
60. O. Navarro, *Physica* **C265**, 73 (1996).
61. A. Ignatov, A. Menushenkov, and V. Chernov, *Physica* **C271**, 32 (1996).
62. W. Herneit, T. Klein, C. Escribe-Filippini, H. Rakoto, J. M. Broto, A. Sulpice, R. Buder, J. Markus, and W. Schmidbauer, *Physica* **C267**, 270 (1996).
63. B. Batlogg, R. J. Cava, L. W. Rupp, Jr., A. M. Mujsce, J. J. Krajewski, J. P. Remeika, W. F. Peck, Jr., A. S. Cooper, and G. P. Espinosa, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1670 (1988).
64. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1987).
65. M. Braden, W. Reichardt, W. Schmidbauer, A. S. Ivanov, and A. Yu. Rumiantsev, *J. Supercond.* **8**, 595 (1995).
66. Н. Ф. Ведерников, А. К. Звездин, Р. З. Левитин, А. И. Попов, *ЖЭТФ* **14**, 358 (1988).
67. В. В. Еременко, *Введение в оптическую спектроскопию магнетиков*, Наукова думка, Киев (1975).
68. P. Morin, J. Rouchy, and D. Schmitt, *Phys. Rev.* **B37**, 5401 (1988).
69. A. Furrer, P. Brüesch, and P. Unternäher, *Phys. Rev.* **B38**, 4616 (1988).
70. P. Allenspach, A. Furrer, and F. Hulliger, *Phys. Rev.* **B39**, 2226 (1989).

71. A. Podlesnyak, V. Kozhevnikov, A. Mirmelstein, P. Allenspach, J. Mesot, U. Staub, A. Furrer, R. Osborn, S. M. Bennington, and A. D. Taylor, *Physica* **C175**, 587, (1991).
72. A. Morrish, *Physical Principle of Magnetism*, Wiley, New York (1965).
73. J. M. Ferreira, H. Zhou, R. R. Hake, B. W. Lee, M. B. Maple, C. L. Seaman, M. V. Kuric, and R. P. Guertin, *Appl. Phys.* **A47**, 105 (1988).
74. A. I. Goldman, B. X. Yang, J. Tranqada, J. E. Crow, and Chan-Soo Lee, *Phys. Rev.* **B36**, 7234 (1987).
75. H. D. Yang, H. C. Ku, P. Klavins, and R. N. Shelton, *Phys. Rev.* **B36**, 8791 (1987).
76. A. P. Ramirez, L. F. Shneemeyer, and J. V. Waszczak, *Phys. Rev.* **B36**, 7145 (1987).
77. A. Furrer, P. Bruesch, and P. Unternahrer, *Solid State Commun.* **67**, 69 (1988).
78. A. del Moral, M. Ibarra, J. Arnaud, P. Algarabel, C. Marquina, E. Moran, and M. Alario, *J. Magn. Magn. Mater.* **76–77**, 612 (1988).
79. А. К. Звездин, А. М. Кадомцева, Н. П. Колмакова, И. Б. Крынецкий, Р. З. Левитин, В. В. Снегирев, *СФХТ* **2**, 87 (1989).
80. Н. Н. Ефимова, Ю. А. Попков, Н. Б. Устименкова, В. А. Финкель, *ФНТ* **20**, 343 (1994).
81. Ю. М. Полуэктов, *ФНТ* **21**, 183 (1995).
82. V. Nekvasil, *Solid State Commun.* **65**, 1103 (1988).
83. R. L. Rasera, B. D. Dunlap, and G. K. Shenoy, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 1188 (1978).
84. P. M. Levy, P. Morin, and D. Schmitt, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1417 (1979).
85. В. В. Еременко, Д. В. Лукашев, К. М. Мацневский, В. Л. Пономарчук, *ФНТ* **22**, 1383 (1996).
86. A. Asamitsu, Y. Moritomo, Y. Tomioka, T. Arima, and Y. Tokura, *Nature* **373**, 407 (1995).

### Magnetostriction of superconductors (Review Article)

V. V. Eremenko, V. A. Sirenko,  
H. Szymczak, and A. Nabilaek

The results of many years magnetostriction study on different superconducting materials are summarized. Special attention is paid to the giant magnetostriction and its «superconducting background». The results are compared with the traditional components of magnetostriction in magnets. Perspectives of magnetostriction measurements and possibilities of their practical use for analysis of the mixed state of hard superconductors are considered.