

УДК 532.6: 622.7

Надутьий В. П., д-р техн. наук, професор,
Елисеєв В. И., канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.,
Луценко В. И., канд. техн. наук, ст. науч. сотр.
(ИГТМ НАН України)

СИЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕТЯЖКИ ЖИДКОСТИ. ЧИСЛЕННЫЕ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Надутьий В. П., д-р техн. наук, професор,
Єлісеєв В. І., канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співр.,
Луценко В. І., канд. техн. наук, ст. наук. співр.
(ІГТМ НАН України)

СИЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕТЯЖКИ РІДИНИ. ЧИСЕЛЬНІ І АСИМПТОТИЧНІ РІШЕННЯ

Naduty V. P., D.Sc. (Tech.), Professor,
Yeliseyev V. I., Ph. D. (Phys.-Math.), Senior Researcher,
Lutsenko V. I., Ph.D. (Tech.), Senior Researcher
(IGTM NAS of Ukraine)

POWER CHARACTERISTICS OF LIQUID BRIDGE. NUMERICAL AND ASYMPTOTIC SOLUTIONS

Аннотация. В квазистатическом приближении рассмотрено влияние относительного положения твердой частицы на возникающие капиллярные силы в перетяжке жидкости, связывающей частицу и стенку. Показано, что изменение положения частицы относительно стенки приводит к появлению дополнительных сил и моментов сил, которые могут иметь как, положительные так и отрицательные значения. Для удержания частицы на поверхности стенки перетяжке необходимо иметь геометрические характеристики, которые должны соответствовать определенной положительной результирующей удерживающей силе. Расчеты показали, что при малых смещениях и поворотах в перетяжке возникают дополнительные силы, стремящиеся вернуть частицу в равновесное положение. Кроме того, при небольших относительных удлинениях перетяжка ведет себя подобно упругой пружине. Это свойство перетяжек можно использовать при моделировании динамических нагрузок на влажные дисперсные среды.

Ключевые слова: дисперсная среда, обезвоживание, частица, капиллярные силы, поверхностное натяжение, момент.

Введение. При обезвоживании влажной дисперсной среды под действием гравитационных, вибрационных или центробежных сил жидкость, покидая слой, образует на стыках частиц мостики (перетяжки). В [1, 2] показаны схемы перетяжек и рассчитаны величины сил притяжения двух частиц друг к другу в зависимости от расстояния между ними. Из этих расчетов следует, что сила притяжения между частицами в результате действия капиллярных сил возрастает с уменьшением расстояния.

Количество и объем перетяжек зависит от тех ускорений, которые развиваются при силовом воздействии, однако, вследствие больших капиллярных сил, перетяжки могут удерживаться даже при значительных ускорениях. Это указывает на то, что роль перетяжек довольно существенна в процессе обезвоживания дисперсного материала.

В работе [3] при экспериментальном исследовании процесса обезвоживания было обнаружено интересное явление – ползущее движение влажной частицы вверх по поверхности сосуда при его вертикальных колебаниях. В [4] в основу механизма такого поведения влажной частицы положено упругое свойство перетяжки, при ее растяжении. Этот эффект заставляет более тщательно рассматривать динамику перетяжки, удерживающей частицу на вертикальной поверхности. В связи с этим представляет интерес определить силовые характеристики перетяжки и ее взаимодействие с колеблющейся частицей. Задача эта довольно сложная, поэтому будем рассматривать некоторые статические ситуации, которые дадут возможность оценить необходимые значения сил.

Математическая постановка задачи. В отличие от [1, 2, 5], где в основу рассмотрения статических положений были положены углы смачивания, здесь будем рассматривать перетяжки, закрепленные по некоторым контурам, которые не меняются в зависимости от расположения частицы. Как принято в настоящее время [6, 7], края жидкости в некоторых слоях, сдвигаются тогда, когда угол смачивания превышает (в случае угла натекания) или становится меньше (в случае угла оттеkania) некоторого критического угла. При краевых углах, не достигающих критических значений, точки зацепления будут неподвижны. В [8] этот момент хорошо показан экспериментально, в результате чего найдены максимальные и минимальные углы смачивания. Таким образом, согласно этому положению рассмотрим следующие возможные ситуации, показанные схематично на рис. 1.

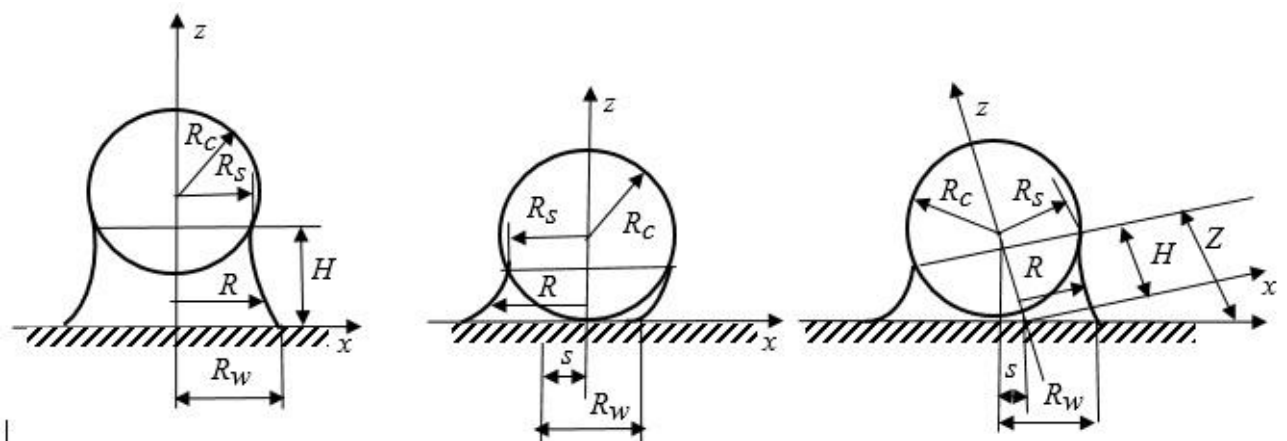


Рисунок 1 – Схемы положения частиц у стенки

Для получения силовых характеристик перетяжки воспользуемся уравнением, выведенным в [9] в цилиндрической системе координат r, z, θ

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{R}{m} \frac{\partial R}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{mR} \frac{\partial R}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{m} \left[1 + \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \right] = R \left(\frac{\Delta p}{\sigma} \right), \quad (1)$$

где, $m = \left\{ \left(\frac{\partial R}{R \partial \theta} \right)^2 + \left[1 + \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}$, z, θ – продольная и угловая координаты;

R – координата поверхности перетяжки; σ – коэффициент поверхностного натяжения; Δp – перепад давления в перетяжке по сравнению с окружающей средой. К этому уравнению необходимо добавить условие на границе смачивающего слоя жидкости, которое может быть записано в виде

$$\frac{F_r' - \frac{1}{R^2} F_\theta' \frac{\partial R}{\partial \theta} - F_z' \frac{\partial R}{\partial z}}{\left[F_r'^2 + \frac{1}{R^2} F_\theta'^2 + F_z'^2 \right]^{1/2} \left[1 + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial R}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \right]} = \cos \alpha, \quad (2)$$

где F – поверхность смачиваемого тела ($F = r - f_S(z, \theta)$ – уравнение для поверхности шарика); ($F = r - f_W(z, \theta)$ – уравнение стенки); α – угол смачивания.

Вводя переменную $n = z/Z$, перепишем уравнение (1) в следующем виде

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 + \left[\frac{\partial R}{R \partial \theta} - n \frac{Z_\theta'}{Z} \frac{\partial R}{R \partial n} \right]^2 \right\} \frac{\partial^2 R}{m^3 \partial n^2} + \left[1 + \left(\frac{\partial R}{Z \partial n} \right)^2 \right] \frac{Z^2}{m^3 R^2} \cdot \\ & \cdot \left\{ \frac{\partial^2 R}{\partial \theta^2} - n \left(\frac{Z_{\theta\theta}''}{Z} - 2 \frac{Z_\theta'^2}{Z^2} \right) \frac{\partial R}{\partial n} - 2n \frac{Z_\theta'}{Z} \frac{\partial^2 R}{\partial n \partial \theta} + n^2 \left(\frac{Z_\theta'}{Z} \right)^2 \frac{\partial^2 R}{\partial n^2} \right\} - \\ & - 2 \frac{\partial R}{m^3 R^2 \partial n} \left[\frac{\partial R}{\partial \theta} - n \frac{Z_\theta'}{Z} \frac{\partial R}{\partial n} \right] \left[\frac{\partial R}{\partial n \partial \theta} - \frac{Z_\theta'}{Z} \left(\frac{\partial R}{\partial n} + n \frac{\partial^2 R}{\partial n^2} \right) \right] - \\ & - \frac{Z^2}{mR} - \frac{Z^2}{m^3 R^3} \left[\frac{\partial R}{\partial \theta} - n \frac{Z_\theta'}{Z} \frac{\partial R}{\partial n} \right]^2 = \frac{\Delta p}{\sigma} Z^2 \end{aligned} \quad (3)$$

К этому уравнению необходимо добавить условие сохранения объема перетяжки

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} Z \left(\int_0^{2\pi} R^2 dn \right) d\theta - V_S = Const, \quad (4)$$

где

$$V_S = \frac{2}{3} \pi R_C^3 \left[1 - \frac{3}{2} \frac{h}{R_C} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{R_C} \right)^3 \right],$$

h – расстояние от центра частицы до плоскости, проходящей через линию смачивания ее поверхности.

Т.к. нас интересуют оценочные величины сил и моментов, действующих на частицу со стороны жидкости, для решения уравнения (3) будем использовать асимптотические методы в сочетании с численными. Рассмотрим три варианта задачи в квазистатическом приближении: первый – осесимметричный случай, когда перетяжка растягивается при отдалении частицы от стенки; второй – когда имеет место перемещение частицы вдоль стенки без вращения; третий вариант – угловые повороты частицы.

Вариант 1. В случае осесимметричной задачи уравнение (3) значительно упрощается и переходит в хорошо знакомое уравнение вида ($Z = H$)

$$\frac{\partial^2 R}{\partial n^2} - m^2 \frac{H^2}{R} = m^3 H^2 \frac{\Delta P}{\sigma}, \quad m = \left\{ 1 + \left(\frac{\partial R}{H \partial n} \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad (5)$$

при этом условие сохранения объема приобретает вид

$$V = \pi H \int_0^1 R^2 dn - V_S = Const. \quad (6)$$

В этой задаче, задавая величину H , а также граничные условия: при $n = 0$ $R = R_S$, при $n = 1$ $R = R_W$, численно найдем функцию $R(n)$, а затем силы, действующие на частицу при растяжении перетяжки. Для данного случая общая сила, действующая на частицу со стороны перетяжки, направлена перпендикулярно к стенке и равна сумме сил

$$F^Z = F_S^Z + F_P^Z, \quad (7)$$

где

$$F_S^Z = \sigma R_S \int_0^{2\pi} \cos \beta d\theta = \sigma R_S \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1 + tg^2 \beta)^{1/2}}, \quad F_P^Z = \pi R_C^2 \cdot \Delta p \cdot \sin^2 \beta.$$

Сила F_S^Z связана непосредственно с поверхностным натяжением, приложен-

ным по окружности радиуса R_S , а сила F_P^Z обусловлена перепадом давления. Т.к. в осесимметричном случае угол β постоянный, а $\sin\beta = R_S / R_C$, поэтому

$$F_S^Z = 2\pi R_S \sigma \cos\beta, \quad F_P^Z = \pi R_S^2 \Delta P. \quad (8)$$

Вариант 2. Во втором варианте частица смещена вдоль стенки на некоторое расстояние S , при этом Z также равна величине H , не зависящей от угла θ . Принимая во внимание, что ось частицы смещена относительно центра границы слоя жидкости на стенке, ее уравнение запишется как

$$(x - S)^2 + y^2 = R_W^2 \quad \text{или} \quad R_Z^2 - 2SR_Z \cos\theta = R_W^2, \quad (9)$$

где y – декартова координата, лежащая в плоскости стенки, перпендикулярная координате x ; R_Z – радиус границы слоя жидкости на стенке в системе координат, связанной с частицей.

Для оценки влияния этого смещения решение представим в виде асимптотического разложения $R = R_0 + \varepsilon R_1 + \dots$, $R_Z = R_{Z0} + \varepsilon R_{Z1} + \dots$, ($\varepsilon = S / R_W < 1$). Ограничиваясь первым приближением, будем иметь:

$$\frac{\partial^2 R_0}{\partial n^2} - m_0^2 \frac{H^2}{R_0} = m_0^3 H^2 \frac{\Delta P_0}{\sigma}, \quad m_0 = \left\{ 1 + \left(\frac{\partial R_0}{H \partial n} \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad (10)$$

$$R_0(0) = R_S, \quad R_0(1) = R_{Z0} = R_W;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 R_1}{\partial n^2} + \left[1 + \left(\frac{\partial R_0}{H \partial n} \right)^2 \right] \frac{H^2 \partial^2 R_1}{R_0^2 \partial \theta^2} + m_0^2 \frac{H^2 R_1}{R_0^2} - \frac{2}{R_0} \frac{\partial R_0}{\partial n} \frac{\partial R_1}{\partial n} = \\ = m_0^3 \frac{\Delta P_1}{\sigma} H^2 + 3m_0 \frac{\Delta P_0}{\sigma} \frac{\partial R_0}{\partial n} \frac{\partial R_1}{\partial n} \end{aligned} \quad (11)$$

$$R_1(0) = 0, \quad R_1(1) = R_{Z1} = R_W \cos\theta.$$

Условие сохранения объема с учетом разложения $V = V_0 + \varepsilon V_1 + \dots$ запишется в виде

$$V_0 = \pi H \int_0^1 R_0^2 dn - V_S = Const, \quad V_1 = H \int_0^{2\pi} \left(\int_0^1 R_0 R_1 dn \right) d\theta = 0. \quad (12)$$

Из выражений для сил следует, что F_P^Z остается такой же, как и в (7), а F_S^Z , вследствие нарушения осесимметричности, должны рассматривать как $F_S^Z = F_{S0}^Z + \varepsilon F_{S1}^Z + \dots$. Учитывая, что $R_1(n, \theta) = R_N \cos \theta$, а $tg \beta = H^{-1}[(\partial R_0 / \partial n)_{n=0} + \varepsilon (\partial R_N / \partial n)_{n=0} \cos \theta]$, то $F_{S1}^Z = 0$. Таким образом от малого перемещения частицы силы F_S^Z и F_P^Z с учетом первого приближения не меняются. Однако, вследствие сдвига, возникает сила, направленная по оси x

$$F_S^X = \sigma R_S \int_0^{2\pi} \sin \beta \cos \theta d\theta = \varepsilon F_{S1}^X, \quad (13)$$

где

$$F_{S1}^X = \sigma R_S \left[1 - \left(\frac{\partial R_0}{m_0 H \partial n} \right)_{n=0}^2 \right] \left(\frac{\partial R_N}{m_0 H \partial n} \right)_{n=0},$$

а также момент относительно центра частицы

$$M_S^Y = \varepsilon M_{S1}^Y,$$

где

$$M_{S1}^Y = -\sigma R_S^2 \left\{ \left(\frac{\partial R_0}{m_0^2 H \partial n} \right)_{n=0} + \frac{h}{R_S} \left[1 - \left(\frac{\partial R_0}{m_0 H \partial n} \right)_{n=0}^2 \right] \right\} \left(\frac{\partial R_N}{m_0 H \partial n} \right)_{n=0}. \quad (14)$$

Вариант 3. В этом варианте оценим влияние угла поворота частицы на силовые характеристики перетяжки. Здесь необходимо учесть, что в принятой системе координат, связанной с частицей, уравнение границы смачивания стенки имеет вид

$$\left[1 + k^2 \cos^2 \theta \right] R_Z^2 - 2(1 + k^2)^{1/2} \left(S - \frac{k}{(1 + k^2)^{1/2}} H \right) \cos \theta \cdot R_Z + \left(S - \frac{k}{(1 + k^2)^{1/2}} H \right)^2 = R_W^2. \quad (15)$$

Учитывая, что величина $Z = H + kx$, причем $k = tg \gamma < 1$, где γ – угол поворота частицы, представим решения в виде разложения по малому параметру k : $R = R_0 + kR_1 + \dots$, $H = H_0 + kH_1 + \dots$, $S = S_0 + kS_1 + \dots$. Тогда будем иметь следующие уравнения и граничные условия:

$$\frac{\partial^2 R_0}{\partial n^2} - m_0^2 \frac{H_0^2}{R_0} = m_0^3 H_0^2 \frac{\Delta P_0}{\sigma}, \quad m_0 = \left\{ 1 + \left(\frac{\partial R_0}{H_0 \partial n} \right)^2 \right\}^{1/2},$$

$$R_0(0) = R_S, \quad R_0(1) = R_{Z0} = R_W;$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 R_1}{\partial n^2} + \left[1 + \left(\frac{\partial R_0}{H_0 \partial n} \right)^2 \right] \frac{H_0^2 \partial^2 R_1}{R_0^2 \partial \theta^2} + \left[1 + \left(\frac{\partial R_0}{H_0 \partial n} \right)^2 \right] \frac{H_0^2}{R_0^2} \frac{R_W}{H_0} n \frac{\partial R_0}{\partial n} \text{Cos} \theta + \\ & + m_0^2 \frac{H_0^2 R_1}{R_0^2} - \frac{2}{R_0} \frac{\partial R_0}{\partial n} \frac{\partial R_1}{\partial n} + \frac{2}{R_0} \frac{H_1 + R_W \text{Cos} \theta}{H_0} \left(\frac{\partial R_0}{\partial n} \right)^2 - 2m_0^2 \frac{H_0 (H_1 + R_W \text{Cos} \theta)}{R_0} = , \\ & = m_0^3 \frac{P_1}{\sigma} H_0^2 + 2m_0^3 \frac{P_0}{\sigma} H_0 (H_1 + R_W \text{Cos} \theta) + 3m_0 \frac{P_0}{\sigma} \left[\frac{\partial R_0}{\partial n} \frac{\partial R_1}{\partial n} - \frac{H_1 + R_W \text{Cos} \theta}{H_0} \left(\frac{\partial R_0}{\partial n} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$R_1(0) = 0, \quad R_1(1) = R_{Z1} = (S_1 - H_0) \text{Cos} \theta.$$

Величины H_0 и S_1 можно рассматривать как независимые друг от друга, но в случае качения частицы по поверхности стенки без скольжения, т.к. $H = R_{CH} / \text{Cos} \gamma - h$, а $S = \beta R_{CH} - h \text{Sin} \gamma$, то $S_0 = 0$, а $S_1 = H_0$. Для повернутой частицы на угол γ и оттянутой от стенки на расстояние l $S = 0$, а $H = (R_{CH} + l) / \text{Cos} \gamma - h$. Выражения для сохранения объема в этом случае примут вид

$$V_0 = \pi H_0 \int_0^{2\pi} R_0^2 dn - V_S = \text{Const},$$

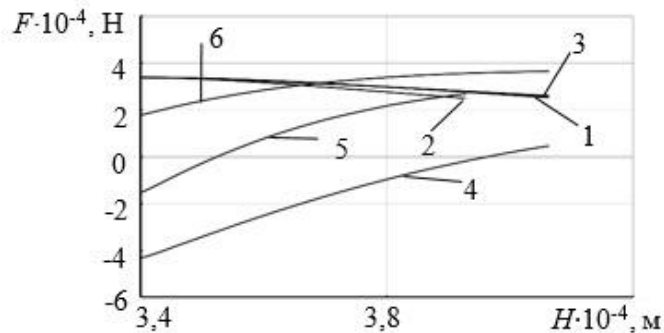
$$V_1 = H_0 \int_0^{2\pi} \left(\int_0^1 R_0 R_1 dn \right) d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left[(H_1 + R_W \text{Cos} \theta) \int_0^1 R_0^2 dn \right] d\theta = 0.$$

Выражения для сил и момента остаются такими же как (8), (13) и (14).

Результаты расчетов. Кривые сил F_S и F_P по первому варианту задачи показаны на рис. 2, 3 в зависимости от величины H . Радиус частицы R_C в расчетах принимался равным 1 мм, $R_S = 0,75 R_C$ (рис. 2) и $R_S = 0,5 R_C$ (рис. 3).

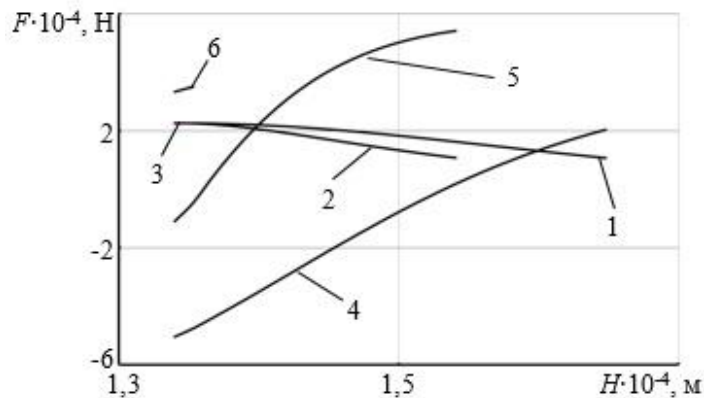
Из этих рисунков видно, что величина F_S^Z уменьшается с ростом длины перетяжки, т.к. это связано с уменьшением угла смачивания на поверхности частицы и, соответственно, с уменьшением $\text{Cos} \beta$. В противоположность этой ве-

личине сила F_p^Z , связанная с перепадом давления, увеличивается, причем при небольших растяжениях она может быть отрицательной.



1–3 – F_s^Z ; 4–6 – F_p^Z ; 1, 4 – $R_w = R_s / 1,25$; 2, 5 – $R_w = R_s$; 3, 6 – $R_w = 1,25 R_s$

Рисунок 2 – Изменение сил F_s^Z и F_p^Z в зависимости от расстояния H



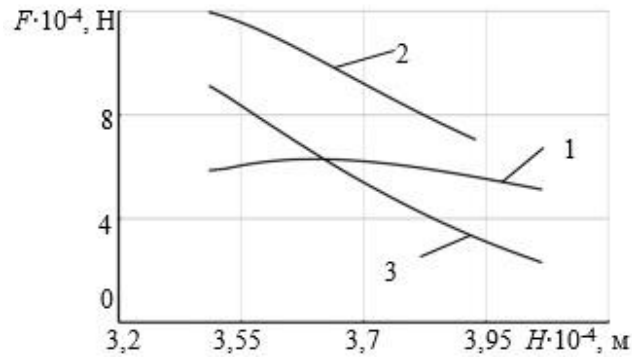
1–3 – F_s^Z ; 4–6 – F_p^Z ; 1, 4 – $R_w = R_s / 1,25$; 2, 5 – $R_w = R_s$; 3, 6 – $R_w = 1,25 R_s$

Рисунок 3 – Изменение сил F_s^Z и F_p^Z в зависимости от расстояния H

Это указывает на то, что для удержания частицы на поверхности стенки перетяжке необходимо иметь соответствующие геометрические характеристики, которые должны соответствовать определенной положительной удерживающей силе. С увеличением удлинения F_p^Z становится положительной (это связано с уменьшением радиуса продольной кривизны относительно поперечной). Значения величин R_s и R_w играют важную роль в поведении этих сил и соответственно суммарной силы. Важным моментом здесь является то, что на некоторых участках удлинения перетяжки величины сил близки друг к другу, а суммарная сила может расти с увеличением растяжения H . Это указывает на то, что перетяжка в пределах этого растяжения ведет себя как упругая пружина, что важно при наличии динамических нагрузок, которые могут отдалять частицу от стенки.

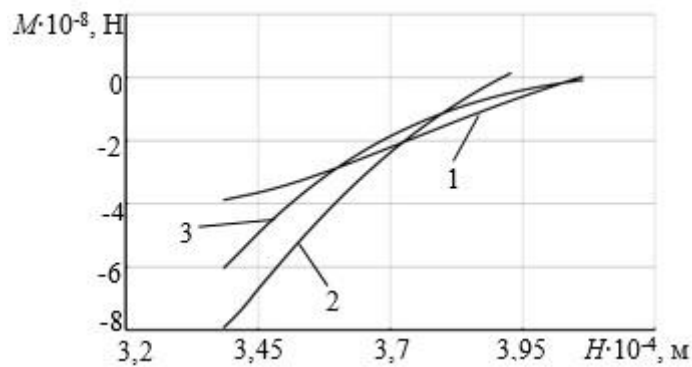
При смещении частицы от оси симметрии возникают дополнительные силы

F_S^X и момент M_S^Y , которые влияют на перемещение частицы при динамических воздействиях. На рис. 4, 5 ($R_S = 0,75R_C$) и 6, 7 ($R_S = 0,5R_C$) показаны кривые этих силовых характеристик перетяжки



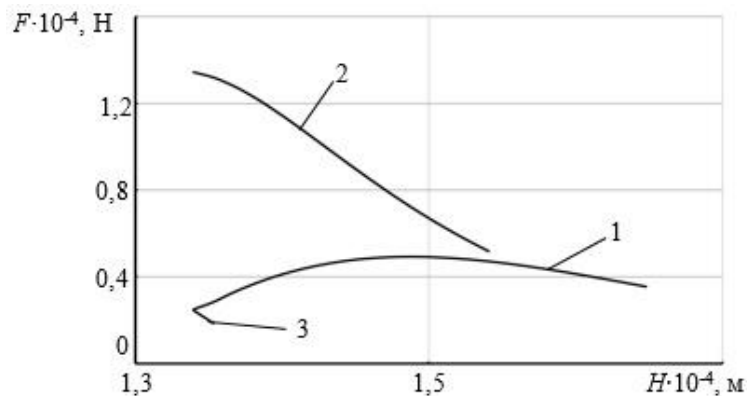
1 – $R_W = R_S / 1,25$; 2 – $R_W = R_S$; 3 – $R_W = 1,25R_S$

Рисунок 4 – Изменение F_{S1}^X в зависимости от расстояния H для $R_S = 0,75R_C$



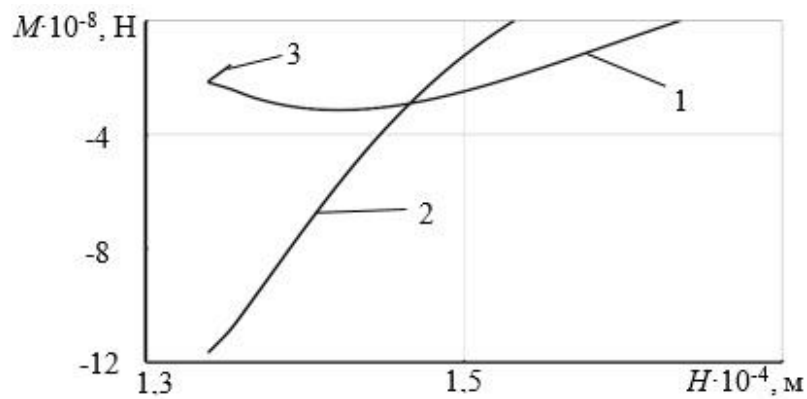
1 – $R_W = R_S / 1,25$; 2 – $R_W = R_S$; 3 – $R_W = 1,25R_S$

Рисунок 5 – Изменение M_{S1}^Y в зависимости от расстояния H для $R_S = 0,75R_C$



1 – $R_W = R_S / 1,25$; 2 – $R_W = R_S$; 3 – $R_W = 1,25R_S$

Рисунок 6 – Изменение F_{S1}^X в зависимости от расстояния H для $R_S = 0,5R_C$

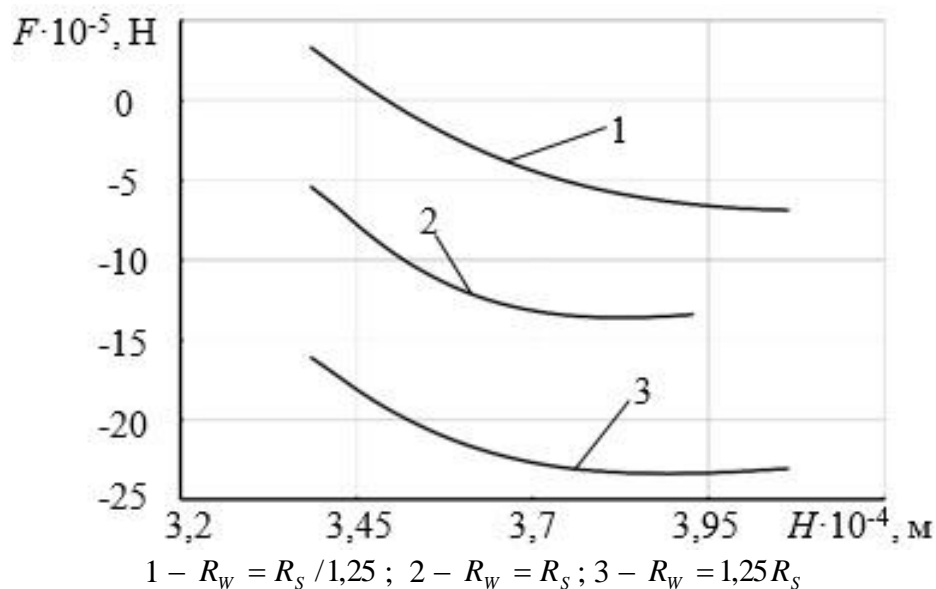


$$1 - R_w = R_s / 1,25 ; 2 - R_w = R_s ; 3 - R_w = 1,25 R_s$$

Рисунок 7 – Изменение M_{S1}^Y в зависимости от расстояния H для $R_s = 0,5R_c$

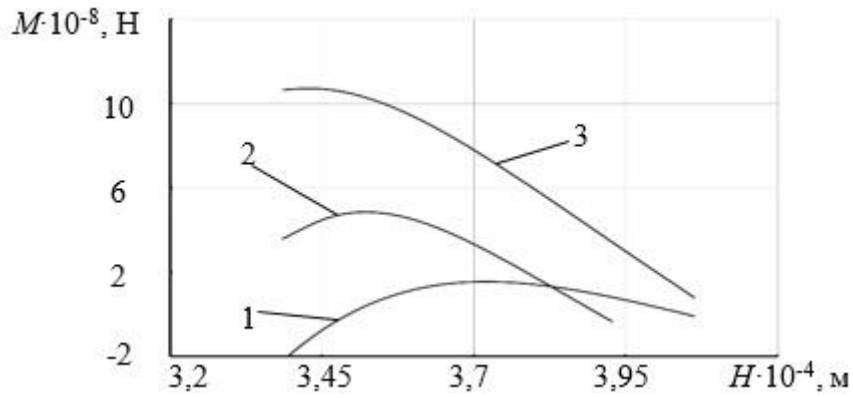
Из приведенных рисунков для смещенной от оси симметрии частицы следует, что сила F_{S1}^X является положительной величиной, т.е. при смещении частицы перетяжка стремится вернуть ее назад, однако момент оказывается отрицательным. Сама величина F_{S1}^X по своему значению вполне соизмерима с F_S^Z .

На следующих рисунках (рис. 8 – 11) показано влияние поворота частицы на величины сил F_{S1}^X и моментов M_{S1}^Y . Из этих рисунков видно, что в отличие от смещения, параллельного стенке, отрицательный поворот приводит к появлению отрицательной силы F_{S1}^X и положительного момента M_{S1}^Y , стремящегося к возврату частиц в прежнее состояние.



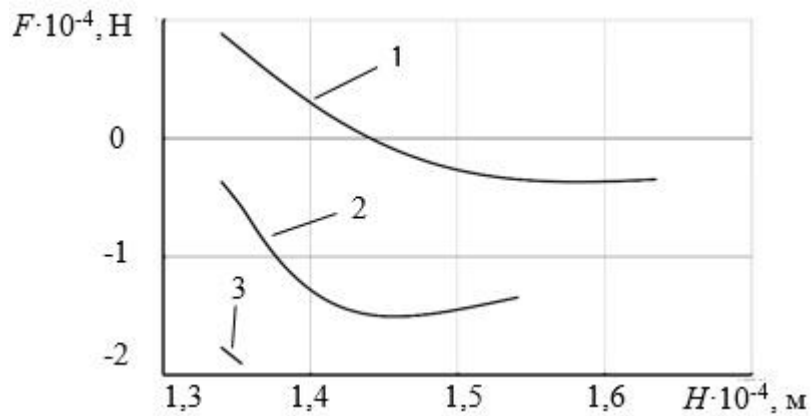
$$1 - R_w = R_s / 1,25 ; 2 - R_w = R_s ; 3 - R_w = 1,25 R_s$$

Рисунок 8 – Изменение F_{S1}^X в зависимости от расстояния H для $R_s = 0,75R_c$



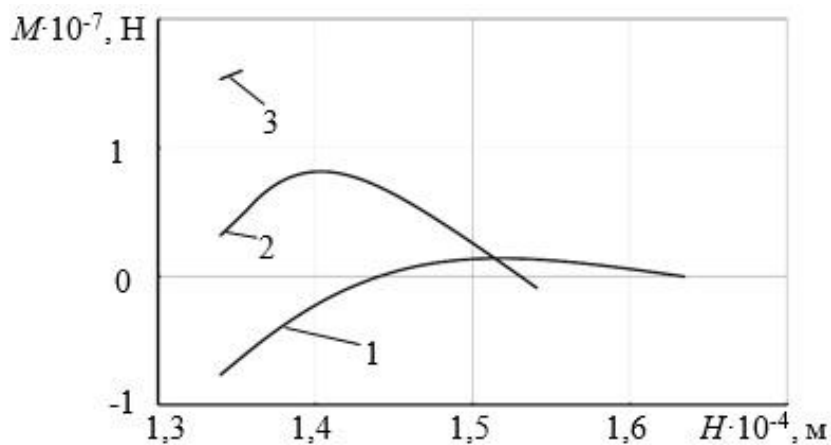
1 – $R_W = R_S / 1,25$; 2 – $R_W = R_S$; 3 – $R_W = 1,25 R_S$

Рисунок 9 – Изменение M_{S1}^Y в зависимости от расстояния H для $R_S = 0,75 R_C$



1 – $R_W = R_S / 1,25$; 2 – $R_W = R_S$; 3 – $R_W = 1,25 R_S$

Рисунок 10 – Изменение F_{S1}^X в зависимости от расстояния H для $R_S = 0,5 R_C$



1 – $R_W = R_S / 1,25$; 2 – $R_W = R_S$; 3 – $R_W = 1,25 R_S$

Рисунок 11 – Изменение M_{S1}^Y в зависимости от расстояния H для $R_S = 0,5 R_C$

Выводы. Рассмотрено влияние положения частицы на возникающие капиллярные силы от перетяжки жидкости, связывающей частицу и стенку. Для осесимметричного положения отдаление частицы от стенки приводит к некоторому повышению капиллярной силы, которая стремится возвратить частицу назад, что указывает на возможность представления действия перетяжки при небольших зазорах аналогично упругой пружине.

При смещении частицы параллельно стенке возникает сила, стремящаяся также вернуть частицу в обратном направлении. Ее величина зависит от соотношения радиусов смоченных контуров на поверхности частицы и стенки и с увеличением зазора между ними уменьшается. Помимо этого, возникает отрицательный момент, который с увеличением зазора уменьшается по абсолютной величине.

При повороте частицы относительно оси y возникает момент, также стремящийся повернуть частицу в первоначальное положение. Таким образом, при малых смещениях и поворотах в перетяжке возникают дополнительные силы, стремящиеся вернуть частицу в равновесное положение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лапшин, Е. С. Определение удельной энергии, необходимой для обезвоживания минерального сырья при вибрационном грохочении / Е. С. Лапшин, А. И. Шевченко // Збагачення корисних копалин: Наук.-техніч. зб. НГУ / НГУ. – Днепропетровск, 2012. – Вып. 50(90). – С. 179-186.
2. Kralchevsky, P. A. Particles at Fluid Interfaces and Membranes / P. A. Kralchevsky and K. Nagayama. – Amsterdam: Elsevier, 2001. – 654 p.
3. Елисеев, В. И. Вибрационные эффекты во влажном сыпучем слое / В. И. Елисеев, В. И. Луценко, С. Г. Кравчина, А. В. Кривокорытов // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2012. – Вып. 107. – С. 250–256.
4. Надутый, В. П. Эффект подъема влажных частиц в вертикальной вибрирующей трубе / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко // Вібрації в техніці та технологіях. – 2013. – № 1(69). – С. 31–36.
5. Сумм, Б. Д. Основы коллоидной химии: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Б. Д. Сумм. – 3-е изд. - М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 240 с.
6. Benilov, E. S. Drops climbing uphill on an oscillating substrate / E. S. Benilov, J. Billingham // J. Fluid Mech. (2011), V. 674, pp. 93–119.
7. Надутый В. П. Определение условий равновесного состояния частицы висющей на перетяжке жидкости / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко, И. П. Хмеленко // Науковий вісник національного гірничого університету. – Днепропетровск, 2008, № 10. – С.46-49.
8. Волков, В. И. Экспериментальное исследование гистерезиса смачивания / В. И. Волков, С. С. Лескова, Е. Р. Кирколуп // Известия Алтайского гос. ун-та. – Барнаул: АлтГУ, 2006. – Вып. 49. – № 1. – С. 106-111.
9. Смирнов, В. И. Курс высшей математики / В. И. Смирнов. – 24-е изд. - СПб.: БХВ-Петербург, 2008. - Том 2 - 848 с.

REFERENCES

1. Lapshin, E.S. and Shevchenko A.I. (2012), “Determination of the specific energy required for the dehydration of minerals in vibratory screening”, *Zbagachennyya korysnykh kopalyn*, issue 50(90), pp. 179-186.
2. Kralchevsky, P. A. and Nagayama K. (2001), *Particles at Fluid Interfaces and Membranes*, Amsterdam: Elsevier.
3. Yeliseyev, V.I., Lutsenko, V.I., Kravchina, S.G. and Krivokorytov, A.V. (2012), “Vibration effects in the wet loose layer”, *Geotekhnicheskaya Mekhanika* [Geo-Technical Mechanics], no. 107, pp. 250-256.
4. Nadutyu, V.P., Yeliseyev, V.I. and Lutsenko, V.I. (2013), “The effect of move up of wet particles in a vertical vibrating tube”, *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnologiyakh*, no. 1(69), pp. 31-36.
5. Summ, B.D. (2009), *Osnovy kolloidnoy khimii* [Fundamentals of colloidal chemistry], 3rd ed.,

Akademiya, Moscow, RU.

6. Benilov, E.S. and Billingham, J. (2011), "Drops climbing uphill on an oscillating substrate", *J. Fluid Mech*, vol. 674, pp. 93-119.

7. Naduty, V.P., Yeliseyev, V.I., Lutsenko, V.I. and Khmelenko, I.P. (2008), "Determination of the conditions of the equilibrium state of the particle, which hangs on the liquid bridge", *Naukovyi visnyk Natsionalnogohirnychoho universytetu*, no. 10, pp. 46-49.

8. Volkov, V.I., Leskova, S.S. and Kirkolup, E.R. (2006), "Experimental study of wetting hysteresis", *Izvestiya Altayskogo gos. un-ta [AltGU]*, Barnaul, Russia, issue 49, no. 1, pp. 106-111.

9. Smirnov, V.I. (2008), *Kurs vysshey matematiki [Course of higher mathematics]*, 24th ed., ВКНВ-Петербург, SPb., RU.

Об авторах

Надутьий Владимир Петрович, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом механики машин и процессов переработки минерального сырья, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, NadutyVP@yandex.ua

Елисеєв Владимир Иванович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник отдела проблем шахтных энергетических комплексов, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина

Луценко Василий Иванович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела проблем шахтных энергетических комплексов, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова Национальной академии наук Украины (ИГТМ НАНУ), Днепропетровск, Украина, Lutsenko2@yandex.ru

About the authors

Naduty Vladimir Petrovich, Doctor of Technical Sciences (D.Sc.), Professor, Head of Department of Mechanics of Mineral Processing Machines and Processes, N. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, NadutyVP@yandex.ua

Yeliseyev Vladimir Ivanovich, Candidate of Physics and Mathematics Sciences (Ph.D.), Senior Researcher, Senior Researcher in Department of Mine Energy Complexes, N. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine.

Lutsenko Vasilii Ivanovich, Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), Senior Researcher, Senior Researcher in Department of Mine Energy Complexes, N. S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine. Lutsenko2@yandex.ru

Анотація. У квазістатичному наближенні розглянуто вплив відносного положення твердої частки на виникаючі капілярні сили в перетяжці рідини, що зв'язує частку і стінку. Показано, що зміна положення частки відносно стінки призводить до появи додаткових сил і моментів сил, які можуть мати як позитивні так і негативні значення. Для утримання частки на поверхні стінки перетяжці необхідно мати геометричні характеристики, які повинні відповідати певній позитивній результуючій утримуючій силі. Розрахунки показали, що при малих зміщеннях і поворотах в перетяжці виникають додаткові сили, прагнучі повернути частку в рівноважне положення. Крім того при невеликих відносних подовженнях перетяжка поводить подібно до пружної пружини. Цю властивість перетяжок можна використати при моделюванні динамічних навантажень на вологі дисперсні середовища.

Ключові слова: дисперсне середовище, зневоднення, частка, капілярні сили, поверхневий натяг, момент.

Abstract. This paper addresses the capillary forces occurred in the liquid bridge between a solid particle and the wall when relative position of the particles is changed. This phenomenon is considered in the quasi-static approximation. It is shown that a changed position of the particle relative to the wall leads to occurrence of additional forces and moments of force which could be both

positive and negative. In order the particles could remain on the surface of the wall the bridge should have such geometrical characteristics, which would correspond to certain positive resultant retentivity. Calculations have shown that at small displacements and turnings of the particle, additional forces occur in the liquid bridge which force the particle to return to its equilibrium position. Furthermore, at relatively small elongation the liquid bridge behaves like an elastic spring. This property of the liquid bridges can be used for modeling dynamic loads on the wet dispersive media.

Keywords: dispersive medium, dehydration, particle, capillary forces, surface tension, moment.

Статья поступила в редакцию 4.12.2015

Рекомендовано к публикации д-ром техн. наук Б.А. Блюссом