УДК 539.3:538.54

СПІВВІДНОШЕННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ, ЕНЕРГЕТИЧНІ ТА СИЛОВІ ЧИННИКИ ДІЇ ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ МАГНЕТНИХ СЕРЕДОВИЩ

О. Р. ГАЧКЕВИЧ [1,3], *М. Т. СОЛОДЯК* [1], *Р. Ф. ТЕРЛЕЦЬКИЙ* [1], *Д. В. ТАРЛАКОВСЬКИЙ* [2]

[1] *Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів;*
[2] *Технічний університет "МАІ", Москва, Россия;*
[3] *Політехніка Опольська, Польща*

Досліджено феритовий шар, що знаходиться під дією електромагнетного поля, яке задане нормальною сталою та дотичною гармонічною компонентами магнетного поля. Вивчено умови виникнення у ньому малих гіромагнетних коливань. Отримано вирази енергетичних і силових чинників дії поля.

Ключові слова: *магнетні матеріали, електромагнетне поле, гіромагнетні коливання, енергетичні та силові чинники дії поля, несиметричний тензор напружень.*

Явища феромагнетного резонансу (ФР) та поширення поверхневих і об'ємних магнетостатичних хвиль (МСХ) у феритових елементах ($\lambda \approx 0$, де λ – коефіцієнт електропровідності) електротехнічних пристроїв досліджені досить ґрунтовно [1–4]. Однак у більшості з цих праць увагу зосереджено лише на умовах їх виникнення і практично не розглянуто теплові та механічні процеси, що супроводжують ці явища.

Як відомо, частину енергії електромагнетного поля (ЕМП) під час ФР (чи яку несуть МСХ) частково поглинає матеріал, що викликає його нагрів [5–9]. Механічні напруження, спричинені нагрівом, а також силовими чинниками дії поля (пондеромоторними силами [8–13] та механічним моментом сил [13–17]), можуть бути суттєвими і дестабілізувати роботу електротехнічних пристроїв, дія яких побудована на властивостях магнетних матеріалів.

Нижче, базуючись на статистичній моделі електромеханічної взаємодії поля та феромагнетного континууму, отримали вирази для енергетичних і силових чинників дії ЕМП на феритові тіла, які є вихідними під час вивчення ФР, об'ємних і поверхневих МСХ в радіотехнічних системах з плівковими магнетними матеріалами.

Формулювання задачі. Під час знаходження магнетного поля в магнетику виходитимемо з рівнянь магнетостатики [1, 13, 18]:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0\,,\ \ \nabla \bullet \mathbf{B} = 0\,. \tag{1}$$

Тут $\mathbf{H}$ і $\mathbf{B}$ – вектори напруженості та індукції магнетного поля, а ∇ – наблаоператор. Систему рівнянь (1) доповнюємо матеріальними співвідношеннями, що окреслюють зв'язок між індукцією та напруженістю магнетного поля в тілі залежно від його матеріалу і характеру поля.

В електротехнічних пристроях широко використовують системи котушок, по яких протікають гармонічні за часом (колової поляризації) струми, перпендикулярні до створюваного зовнішнього сталого магнетного поля. При цьому вектори напруженості магнетного поля та намагнечування здійснюють коливний рух,

Контактна особа: О. Р. ГАЧКЕВИЧ, e-mail: dept13@iapmm.lviv.ua

який описує рівняння гіромагнетних коливань у вигляді Гільберта (чи у вигляді Ландау–Лівшиця, які є тотожними [1–4]):

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma_s \mathbf{M}\times\mathbf{H} + \frac{\alpha_s}{M}\mathbf{M}\times\dot{\mathbf{M}} = -\frac{\gamma_s}{1+\alpha_s^2}\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H} + \frac{\alpha_s}{M}\mathbf{M}\times(\mathbf{M}\times\mathbf{H})\right], \qquad (2)$$

де $\mathbf{M}$ – вектор намагнечування, який визначають за відомим співвідношенням

$$\mathbf{M} = \mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{H}. \qquad (3)$$

Тут $\gamma_s \equiv g_0\,\mu_0\,e_e/(2\,m_e)$ – магнетомеханічне (гіромагнетне) відношення, g_0 – фактор Ланде, e_e і m_e – відповідно заряд і маса електрона; α_s – параметр втрат; μ_0 – магнетна стала.

Зауважимо, що з рівняння (2), як наслідок, випливає співвідношення [2]

$$d\,(\mathbf{M}^2)/dt = 0 \;\text{ чи }\; M \equiv |\mathbf{M}| = \text{const}, \qquad (4)$$

з якого слідує, що довжина вектора намагнечування за довільних його змін (коливань) залишається сталою. Якщо матеріал намагнечено до насичення, то $M = M_s$, де M_s – індукція насичення.

Енергетичні та силові чинники дії магнетного поля визначаємо так [19]:

– *тепловиділення Q внаслідок перемагнечування*

$$Q = \mu_0(\mathbf{H}\cdot\dot{\mathbf{M}} - \mathbf{M}\cdot\dot{\mathbf{H}})/2; \qquad (5)$$

– *пондеромоторну силу* $\mathbf{F}$ *та момент сил* $\mathbf{N}$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{M}\cdot\nabla)\mathbf{B} + \mathbf{M}\times(\nabla\times\mathbf{B}),\ \mathbf{N} = \mu_0\,\mathbf{M}\times\mathbf{H} = -\hat{\varepsilon}:(\hat{\mathbf{T}} - \hat{\mathbf{T}}^T). \qquad (6)$$

За врахування механічної форми руху зв'язок між симетричним $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ та несиметричним $\hat{\mathbf{t}}$ тензором напружень, який виникає за наявності моментної дії $\mathbf{N}$, задає співвідношення [5–8]

$$\hat{\mathbf{t}} = \hat{\boldsymbol{\sigma}} - \hat{\pi},\ \hat{\pi} \equiv -\hat{\varepsilon}:\mathbf{N}/2. \qquad (7)$$

Механічний момент $\mathbf{N}$ сил є наслідком непаралельності векторів $\mathbf{M}$ і $\mathbf{H}$.

Запишемо рівняння магнетостатики та вирази для наведених чинників у компонентній формі, коли стале магнетне поле напруженістю $\mathbf{H}_0$ ($H_0 \equiv |\mathbf{H}_0|$) має напрямок осі Oz ($H_z \equiv H_0$) декартової системи координат (x, y, z) (див. рисунок), а гармонічне напруженістю $\mathbf{H}_1$ ($H_1 \equiv |\mathbf{H}_1|$ – амплітуда напруженості) прикладено в площині *xOy*, перпендикулярній до вектора $\mathbf{H}_0$. Зауважимо, що вектор намагнечування $\mathbf{M}_s$ відповідає вектору $\mathbf{H}_0$ [1, 6–8], а вектор $\mathbf{M}_1$ паралельний до вектора $\mathbf{H}_1$. Сумарні вектори $\mathbf{M}$ і $\mathbf{H}$ непаралельні, що спричиняє момент сил.

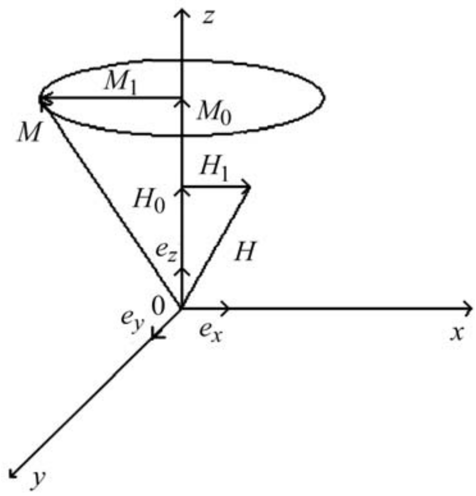

Схема задачі.

The calculation model.

Система рівнянь магнетостатики (1), рівняння гіромагнетних коливань (2) у вигляді Гільберта та співвідношення (4), записані для компонент векторів $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$ та $\mathbf{M}$, такі:

– *рівняння магнетостатики*

$$\frac{\partial H_z}{\partial x}=\frac{\partial H_x}{\partial z}\,,\ \frac{\partial H_z}{\partial y}=\frac{\partial H_y}{\partial z}\,,\ \frac{\partial H_y}{\partial x}=\frac{\partial H_x}{\partial y}\,,\ \frac{\partial B_x}{\partial x}+\frac{\partial B_y}{\partial y}+\frac{\partial B_z}{\partial z}=0\,; \qquad (8)$$

– *рівняння Гільберта*

$$\dot M_x=-\gamma_s(M_yH_z-M_zH_y)+\alpha_s M^{-1}(M_y\dot M_z-M_z\dot M_y)\,,$$

$$\dot M_y=-\gamma_s(M_zH_x-M_xH_z)+\alpha_s M^{-1}(M_z\dot M_x-M_x\dot M_z)\,,$$

$$\dot M_z=-\gamma_s(M_xH_y-M_yH_x)+\alpha_s M^{-1}(M_x\dot M_y-M_y\dot M_x)\,. \qquad (9)$$

Наслідком системи рівнянь (9) є

$$M=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}=M_s\,. \qquad (10)$$

Так як співвідношення (10) (умова прецесії вектора намагнечування $\mathbf{M}$ відносно вектора $\mathbf{H}_0$) випливає зі системи рівнянь (9) чи (2), то його можна використати за потреби замість будь-якого з рівнянь системи (9) (оскільки воно має простіший аналітичний вигляд).

Основні енергетичні та силові характеристики, записані в компонентній формі, тут будуть:

– с*умарні тепловиділення* (5)

$$Q=\mu_0\left[H_x\dot M_x+H_y\dot M_y+H_z\dot M_z-(M_x\dot H_x+M_y\dot H_y+M_z\dot H_z)\right]/2\,; \qquad (11)$$

– *пондеромоторна сила* (6)

$$F_i=\mu_0\left[(\vec M\cdot\vec\nabla)H_i+\frac{1}{2}\frac{\partial M^2}{\partial x_i}\right],\ i=(x,y,z)\,; \qquad (12)$$

– *момент сил* (6)

$$N_x=\mu_0(M_yH_z-M_zH_y)\,,\qquad N_y=\mu_0(M_zH_x-M_xH_z)\,,$$

$$N_z=\mu_0(M_xH_y-M_yH_x)\,; \qquad (13)$$

– *зв'язок між несиметричним та симетричним тензорами напружень* (7)

$$t_{xy}=\sigma_{xy}-\pi_{xy}\,,\ t_{yx}=\sigma_{xy}+\pi_{xy}\,,\ t_{xz}=\sigma_{xz}-\pi_{xz}\,,\ t_{zx}=\sigma_{xz}+\pi_{xz}\,;$$

$$t_{yz}=\sigma_{yz}-\pi_{yz}\,,\ t_{zy}=\sigma_{yz}+\pi_{yz}\,,\ t_{ii}=\sigma_{ii}\,,\ (i=x,y,z)\,, \qquad (14)$$

де

$$\pi_{xy}=-N_z/2\,;\ \pi_{xz}=N_y/2\,;\ \pi_{yz}=-N_x/2\,. \qquad (15)$$

Малі гіромагнетні коливання. Система рівнянь магнетостатики (8), (9) нелінійна. Розв'язуючи її, використаємо метод розкладу шуканих величин за малим параметром $\varepsilon_*=H_1/H_0\ll 1$ за обмеження двома членами. Це обґрунтовано тим, що вирази для енергетичних (11) та силових (12)–(14) чинників містять характеристики магнетного поля $\mathbf{H}$, $\mathbf{M}$ і $\mathbf{B}$ у квадраті.

Враховуючи, що вектори $\mathbf{H}_0$ і $\mathbf{M}_0$ паралельні та направлені вздовж осі Oz, для магнетних величин матимемо подання

$$H_i=H_1(H_{(1)i}+\varepsilon_*H_{(2)i}+\ldots)\,,\ H_z=H_0+H_1(H_{(1)z}+\varepsilon_*H_{(2)z}+\ldots)\,,$$

$$M_i=H_1(M_{(1)i}+\varepsilon_*M_{(2)i}+\ldots)\,,\ M_z=M_s+H_1(M_{(1)z}+\varepsilon_*M_{(2)z}+\ldots)\,,$$

$$B_i=\mu_0H_1(B_{(1)i}+\varepsilon_*B_{(2)i}+\ldots)\,,\ B_z=B_0+\mu_0H_1(B_{(1)z}+\varepsilon_*B_{(2)z}+\ldots)\,,$$

$$B_0=\mu_0(H_0+M_s)\,,\ i=(x,y)\,. \qquad (16)$$

При цьому, використовуючи співвідношення (3), для компонент індукції магнетного поля знайдемо

$$B_{(1)i} = H_{(1)i} + M_{(1)i}\,,\; B_{(2)i} = H_{(2)i} + M_{(2)i}\,,\; (i = x, y, z)\,, \tag{17}$$

а з умови (10) (довжина вектора намагнечування стала) отримаємо:

$$M_{(1)z} \equiv 0\,,\; M_{(2)z} \equiv -(M_{(1)x}^2 + M_{(1)y}^2) H_0 / (2M_s)\,. \tag{18}$$

Підставляючи розклади (16)–(18) у систему рівнянь магнетостатики (8) та прирівнюючи вирази біля однакових степенів параметра ε_*, одержимо ланцюжок злінеаризованих рівнянь відносно компонент векторів **H** і **B** у відповідних наближеннях, який з точністю до позначень повторює систему рівнянь (8).

Здійснивши аналогічну процедуру для системи рівнянь гіромагнетних коливань (9), дістанемо ланцюжок рівнянь для компонент вектора намагнечування:

– *перше наближення*

$$\begin{aligned} &\dot{M}_{(1)x} + \alpha_s \dot{M}_{(1)y} + \omega_H M_{(1)y} = \omega_M H_{(1)y}\,, \\ &\dot{M}_{(1)y} - \alpha_s \dot{M}_{(1)x} - \omega_H M_{(1)x} = -\omega_M H_{(1)x}\,; \end{aligned} \tag{19}$$

– *друге*

$$\begin{aligned} &\dot{M}_{(2)x} + \alpha_s \dot{M}_{(2)y} + \omega_H M_{(2)y} = \omega_M H_{(2)y} - \omega_H M_{(1)y} H_{(1)z}\,, \\ &\dot{M}_{(2)y} - \alpha_s \dot{M}_{(2)x} - \omega_H M_{(2)x} = -\omega_M H_{(2)x} + \omega_H M_{(1)x} H_{(1)z}\,. \end{aligned} \tag{20}$$

Тут $\omega_H \equiv \gamma_s H_0$ і $\omega_M \equiv \gamma_s M_s$ – власні частоти коливань векторів напруженості магнетного поля та намагнечування [1]. Зауважимо, що під час виведення рівнянь (19), (20) використали співвідношення (18).

Перейдемо тепер до розв'язання рівнянь електродинаміки (8), (19) і (20).

Часові подання розв'язків. Задане під час формулювання задачі змінне гармонічне за часом магнетне поле з частотою ω у першому наближенні подамо у вигляді

$$H_{(1)j} = h_j\, e^{i\omega t} + \tilde{h}_j\, e^{-i\omega t}\,,\;\; j = (x, y, z)\,. \tag{21}$$

Тут і надалі тильдами позначено комплексно-спряжені величини; i – уявна одиниця. Аналогічно запишемо компоненти намагнечування та індукції магнетного поля. Тоді

$$M_{(1)j} = m_j\, e^{i\omega t} + \tilde{m}_j\, e^{-i\omega t}\,;\; B_{(1)j} = b_j\, e^{i\omega t} + \tilde{b}_j\, e^{-i\omega t}\,,\; b_j = h_j + m_j\,,$$

$$B_{(1)z} = h_z e^{i\omega t} + \tilde{h}_z\, e^{-i\omega t}\,,\;\; j = (x, y)\,. \tag{22}$$

Підставляючи подання (21) у систему рівнянь (8), для функцій h_j і b_j отримаємо рівняння

$$\frac{\partial h_z}{\partial x} = \frac{\partial h_x}{\partial z}\,,\quad \frac{\partial h_z}{\partial y} = \frac{\partial h_y}{\partial z}\,,\quad \frac{\partial h_y}{\partial x} = \frac{\partial h_x}{\partial y}\,,\quad \frac{\partial b_x}{\partial x} + \frac{\partial b_y}{\partial y} + \frac{\partial b_z}{\partial z} = 0\,. \tag{23}$$

Аналогічно залежності (19), (21) і (22) зведемо до системи двох алгебричних рівнянь відносно невідомих функцій m_x і m_y:

$$\begin{aligned} &i\omega m_x + (\omega_H + i\alpha_s\,\omega)\, m_y = \omega_M\, h_y\,, \\ &(\omega_H + i\alpha_s\,\omega)\, m_x - i\omega m_y = \omega_M\, h_x\,. \end{aligned} \tag{24}$$

Проаналізувавши праві частини системи рівнянь (20) у другому наближенні, шукані функції подамо як суму двох складників: незалежних від часу та других за часом гармонік:

$$A_{(2)j} = \langle a_{2j} \rangle + a_{2j}\, e^{2i\omega t} + \tilde{a}_{2j}\, e^{-2i\omega t}\,,\;\; j = (x, y, z)\,, \tag{25}$$

де $A \equiv \{H, M, B\}$. При цьому, як і в першому наближенні, між коефіцієнтами подань маємо співвідношення

$$\langle b_{2j}\rangle = \langle h_{2j}\rangle + \langle m_{2j}\rangle\,,\ b_{2j} = h_{2j} + m_{2j}\,,\ j = (x, y)\,;$$

$$\langle b_{2z}\rangle = \langle h_{2z}\rangle - \frac{H_0}{M_s}(m_x\tilde{m}_x + m_y\tilde{m}_y)\,,\ b_{2z} = h_{2z} - \frac{H_0}{M_s}(m_x^2 + m_y^2)\,.$$

Підставляючи подання (25) у систему рівнянь (8) і (23) у другому наближенні та прирівнюючи вирази за відповідних гармонічних і негармонічних складників, отримаємо вирази для усереднених величин

$$\langle m_{2x}\rangle = \frac{M_s}{H_0}\langle h_{2x}\rangle - (m_x\,\tilde{h}_z + \tilde{m}_x\,h_z)\,,$$

$$\langle m_{2y}\rangle = \frac{M_s}{H_0}\langle h_{2y}\rangle - (m_y\,\tilde{h}_z + \tilde{m}_y\,h_z)$$

та їх гармонік

$$2i\omega m_{2x} + (\omega_H + 2i\alpha_s\,\omega)\,m_{2y} = \omega_M h_{2y} - \omega_H m_y h_z\,,$$

$$(\omega_H + 2i\alpha_s\,\omega)\,m_{2x} - 2i\omega m_{2y} = \omega_M\,h_{2x} - \omega_H\,m_x\,h_z\,. \tag{26}$$

Запишемо часові подання для енергетичних та силових чинників. Підставляючи співвідношення (21) і (25) у формули (11)–(15), дістанемо:

$$A = \langle A\rangle + A_1\,e^{i\omega t} + \tilde{A}_1\,e^{-i\omega t} + A_2\,e^{2i\omega t} + \tilde{A}_2\,e^{-2i\omega t}\,, \tag{27}$$

де $A \equiv \{Q, \vec{F}, \hat{T}, \hat{\pi}\}$; $\langle A\rangle$ – усереднене за період коливань магнетного поля значення величини A; A_1 і A_2 – відповідно перша та друга гармоніки. Наведемо вирази для $\langle A\rangle$, A_1 і A_2 для тепловиділень (11), пондеромоторної сили (12) та антисиметричної частини тензора натягів Максвелла (14), отримані з використанням подань (16)–(20):

– *для тепловиділень* (11)

$$\langle Q\rangle = i\omega\mu_0\,H_1^2(m_x\,\tilde{h}_x - \tilde{m}_x\,h_x + m_y\,\tilde{h}_y - \tilde{m}_y\,h_y)\,,$$

$$Q_1 = -\frac{i\omega}{2}\mu_0\,M_s\,H_1\,h_z\,,\ Q_2 = -\frac{i\omega}{2}\mu_0\,H_1^2\left[\frac{2M_s}{H_0}h_{2z} + \frac{H_0}{M_s}(m_x^2 + m_y^2)\right]; \tag{28}$$

– *для пондеромоторної сили* (12)

$$\langle F_j\rangle = \mu_0\,H_1^2\left(\frac{M_s}{H_0}\frac{\partial\langle h_{2j}\rangle}{\partial z} + m_x\,\frac{\partial h_j}{\partial x} + \tilde{m}_x\,\frac{\partial h_j}{\partial x} + m_y\,\frac{\partial\tilde{h}_j}{\partial y} + \tilde{m}_y\,\frac{\partial h_j}{\partial y}\right),$$

$$F_{1j} = \mu_0\,M_s\,H_1\frac{\partial h_j}{\partial z}\,,\ F_{2j} = \mu_0\,H_1^2\left(\frac{M_s}{H_0}\frac{\partial h_{2j}}{\partial z} + m_x\,\frac{\partial h_j}{\partial x} + m_y\,\frac{\partial h_j}{\partial y}\right);$$

– *для антисиметричної частини тензора натягів Максвелла* (13)

$$\langle\pi_{xy}\rangle = \mu_0\,H_1^2[h_x\,\tilde{m}_y + \tilde{h}_x\,m_y - (h_y\,\tilde{m}_x + \tilde{h}_y\,m_x)]/2\,,$$

$$\pi_{1xy} = 0\,,\quad \pi_{2xy} = \mu_0\,H_1^2(h_x\,m_y - h_y\,m_x)/2\,;$$

$$\langle\pi_{xz}\rangle = \mu_0\,H_1^2[M_s\langle h_{2x}\rangle/H_0 - \langle m_{2x}\rangle - (m_x\,\tilde{h}_z + \tilde{m}_x\,h_z)]/2\,, \tag{29}$$

$$\pi_{1xz} = \mu_0\,H_1(M_s\,h_x - H_0\,m_x)/2\,,\ \pi_{2xz} = \mu_0\,H_1^2(M_s\,h_{2x}/H_0 - m_{2x} - m_x\,h_z)/2\,;$$

$$\langle\pi_{yz}\rangle = \mu_0\,H_1^2[M_s\langle h_{2y}\rangle/H_0 - \langle m_{2y}\rangle - (m_y\,\tilde{h}_z + \tilde{m}_y\,h_z)]/2\,,$$

$$\pi_{1yz} = \mu_0\,H_1(M_s\,h_y - H_0\,m_y)/2\,,$$

$$\pi_{2yz} = \mu_0\,H_1^2(M_s\,h_{2y}/H_0 - m_{2y} - m_y\,h_z)/2\,.$$

Зв’язок між компонентами намагнечування, індукції та напруженості магнетного поля. Із системи алгебричних рівнянь (24) знайдемо такі вирази для функцій m_x і m_y:

$$m_x = -\omega_M \, \Delta^{-1} \Big[\big(\omega_H + i\alpha_s \, \omega \big) h_x + i\omega h_y \Big],$$

$$m_y = \omega_M \, \Delta^{-1} \Big[i\omega h_x - \big(\omega_H + i\alpha_s \, \omega \big) h_y \Big], \tag{30}$$

де $\Delta \equiv \left(1+\alpha_s^2\right)\omega^2 - 2i\alpha_s\,\omega_H\,\omega - \omega_H^2 = \Big[(1 - i\alpha_s)\,\omega - \omega_H \Big] \cdot \Big[(1 + i\alpha_s)\,\omega + \omega_H \Big]$. (31)

Підставивши вирази (30) у формули (22), для функцій b_x і b_y отримаємо:

$$b_x = \big(\omega_b \, h_x - i\omega_M \, \omega h_y \big) / \Delta \,, \; b_y = \big(i\omega_M \, \omega h_x + \omega_b \, h_y \big) / \Delta \,, \tag{32}$$

де
$$\omega_b \equiv \left(1+\alpha_s^2\right)\omega^2 - i\alpha_s \left(2\omega_H + \omega_M \right)\omega - \omega_H \left(\omega_H + \omega_M \right). \tag{33}$$

Із системи рівнянь (26) відшукаємо такі вирази для гармонічних складників компонент вектора намагнечування в другому наближенні:

$$m_{2x} = -\omega_M \, \Delta_2^{-1} \Big[\big(\omega_H + 2i\alpha_s \, \omega \big) h_{2x} + 2i\omega h_{2y} + \omega_H \big(æ_2 \, h_x + i æ_{2a} \, h_y \big) h_z \Big],$$

$$m_{2y} = \omega_M \, \Delta_2^{-1} \Big[2i\omega h_{2x} - \big(\omega_H + 2i\alpha_s \, \omega \big) h_{2y} + \omega_H \big(i æ_{2a} \, h_x - æ_2 \, h_y \big) h_z \Big],$$

$$m_{2z} = -\omega_H \, \omega_M \left(h_x^2 + h_y^2 \right) / (2\,\Delta) \,. \tag{34}$$

Для компонент індукції магнетного поля відповідно отримаємо:

$$b_{2x} = \Delta_2^{-1} \Big[\omega_{2b} \, h_{2x} - 2i\omega_M \, \omega h_{2y} - \omega_H \, \omega_M (æ_2 \, h_x + i æ_{2a} \, h_y) \, h_z \Big],$$

$$b_{2y} = \Delta_2^{-1} \Big[2i\omega_M \, \omega h_{2x} + \omega_{2b} \, h_{2y} + \omega_H \, \omega_M (i\, æ_{2a} \, h_x - æ_2 \, h_y) \, h_z \Big],$$

$$b_{2z} = h_{2z} - \omega_H \, \omega_M (h_x^2 + h_y^2) \, / \, (2\Delta) \,. \tag{35}$$

Підставивши формули (35) у четверте рівняння системи (23), записуємо відповідне додаткове рівняння на другі гармоніки напруженості магнетного поля. Аналогічно отримуємо також залежність компонент індукції магнетного поля та енергетичних і силових чинників дії магнетного поля, виражені тільки через компоненти напруженості магнетного поля.

ВИСНОВКИ

Записано вихідні задачі електродинаміки для визначення параметрів ЕМП за наявності нормального сталого та дотичного гармонічного за часом магнетного поля. Запропоновано методику знаходження характеристик магнетного поля та відповідних енергетичних і силових чинників дії ЕМП для феритового шару, що ґрунтується на методі розкладу шуканих величин за малим параметром, за який вибрано відношення амплітуди дотичного гармонічного поля до нормального сталого. При цьому обмежились членами до другого порядку розкладу (що обґрунтовано квадратичними залежностями енергетичних та силових чинників від характеристик поля).

Для малих гіромагнетних коливань вихідну систему співвідношень магнетостатики записано відносно амплітуд гармонік магнетного поля та отримано систему алгебричних рівнянь для гармонік вектора намагнечування в першому та другому наближеннях. При цьому часові подання чинників мають вигляд суми незалежних від часу характеристик магнетного поля та відповідно їх першої та другої гармонік.

РЕЗЮМЕ. Изучен ферритовый слой, находящийся под воздействием электромагнитного поля, заданого нормальной постоянной и касательной гармонической составляющими магнитного поля. Исследованы условия возникновения в нем малых гиромагнитных колебаний. Получены выражения для энергетических и силовых факторов действия поля.

SUMMARY. A ferrite layer subjected to the action of electromagnetic field under effect of the electromagnetic field, given by the normal force and tangential harmonic components of magnetic field, is considered. The conditions of appearance of small gyromagnetic vibrations in it are studied. The expressions of energetic and force factors of the field action are obtained.

Дослідження виконано за часткової фінансової підтримки НАН України та Російського фонду фундаментальних досліджень у межах наукового проекту ВБ–РФФД/382–2.

1. *Гуревич А. Г.* Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. – М.: Наука, 1973. – 592 с.
2. *Стальмахов В. С., Игнатьев А. А.* Лекции по спиновым волнам. – Саратов: Изд-во Саратовск. ун-та, 1983. – Ч. 1. – 182 с.
3. *Боровик Е. С., Мильнер А. С., Еременко В. В.* Лекции по магнетизму. – Харьков: Изд-во Харьковск. ун-та, 1972. – 248 с.
4. *Кринчик Г. С.* Физика магнитных явлений. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985. – 336 с.
5. *Термоупругость* электропроводных тел / Я. С. Подстригач, Я. И. Бурак, А. Р. Гачкевич, А. В. Чернявская. – К.: Наук. думка, 1977. – 248 с.
6. *Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Солодяк М. Т.* Термопружність електропровідних магнітом'яких тіл в зовнішніх усталених електромагнітних полях // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1987. – № 2. – С. 43–47.
7. *Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Солодяк М. Т.* Термопружність електропровідних магнітотвердих тіл в зовнішніх усталених електромагнітних полях // Там же. – 1988. – № 5. – С. 25–28.
8. *Гачкевич А. Р., Солодяк М. Т.* Термомеханическое поведение слоя при воздействии гармонического электромагнитного поля // Прикл. механика.– 1989. – **25**, № 12. – С. 93–101.
9. *Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Терлецький Р. Ф.* Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл: в 5-ти т. Т. 1: Термомеханіка багатокомпонентних тіл низької електропровідності. – Львів: Сполом, 2006. – 300 с.
10. *Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В.* Спиновые волны. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
11. *Лохин В. В.* Основные уравнения механики сплошных деформируемых сред, взаимодействующих с электромагнитным полем, с учетом электрической и магнитной поляризации // Науч. тр. Ин-та механики МГУ. – 1974. – № 31. – С. 149–166.
12. *Махорт Ф. Т.* О теории деформирования поляризующихся и намагничивающихся тел // Прикл. механика. – 1980. – **16**, № 12. – С. 22–31.
13. *Тамм Н. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
14. *Кудрявцев Б. А., Партон В.З.* Магнитотермоупругость // Механика деформируемого твердого тела. Итоги науки и техники. – М.: ВИНИТИ, 1981. – С. 3–59.
15. *Correa Saura A., Martinez Carcia R.* Calentamiento por alta frecuencia // Engng. energ. –1981. – **2**, № 3. – S. 326–329.
16. *Moon F. C. and Chattopadhyay S.* Magnetically incluced stress wares in a conduction solid-theory and experiment // Trans. ASME: J. Appl. Mech., Ser. E. – 1974. – **41**, № 3. – P. 641–646.
17. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды: в 2-х т. – М.: Наука, 1983. – Т. 1. – 528 с.; 1984. – Т. 2. – 560 с.
18. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. – М.: Физматгиз, 1959. – 532 с.
19. *Моделювання* дії електромагнетного поля на термомеханічну поведінку деформівних твердих тіл / О. Р. Гачкевич, М. Т. Солодяк, Р. О. Івасько, В. Я. Бойчук // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2009. – **45**, № 1. – С. 43–55.
   (*Modeling* of the influence of electromagnetic fields on the thermomechanical behavior of deformable bodies / O. R. Hachkevych, M. T. Solodyak, R. O. Ivas'ko, V. Ya. Boichuk // Materials Science. – 2009. – **45**, № 1. – P. 41–56.)

Одержано 25.06.2013