УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПОРОЖНИСТОЇ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОЇ КУЛІ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОЇ ДІЇ В РЕЖИМІ ЗГАСНОЇ СИНУСОЇДИ

Р. С. МУСІЙ

Національний університет "Львівська політехніка"

Сформульовано динамічну центрально-симетричну задачу термомеханіки для порожнистої електропровідної кулі за однорідної нестаціонарної електромагнетної дії в режимі згасної синусоїди (РЗС). З використанням кубічної апроксимації азимутальної компоненти вектора напруженості магнетного поля і радіальної компоненти тензора напружень за радіальною координатою отримано розв'язок задачі і числово досліджено термонапружений стан і несучу здатність неферомагнетних куль у цьому режимі.

Ключові слова: *динамічна центрально-симетрична задача термомеханіки, електропровідна куля, електромагнетна дія, режим згасної синусоїди, резонансна частота, несуча здатність.*

Вивчення пружної рівноваги елементів конструкцій за комплексної дії силових, температурних та електромагнетних навантажень – основа прогнозування їх міцності, надійності, зниження ваги і матеріалоємності, що важливо у різних галузях промисловості, приладобудування та енергетики. В багатьох технічних пристроях, які зазнають впливу різних фізичних дій, зокрема імпульсного електромагнетного поля (ЕМП) з модуляцією амплітуди, конструктивним елементом є порожниста металева куля. В сучасних технологіях імпульсних обробок [1–6] використовують імпульсні ЕМП з модуляцією амплітуди, зокрема в РЗС [3, 5–8]. Такі ЕМП створюють у кульових електропровідних елементах нестаціонарні температурні поля і напруження, які за відповідних параметрів імпульсного ЕМП можуть досягати суттєвих значень, аж до втрати несучої здатності елементів. Наведено [4, 9–12] результати динамічної поведінки порожнистої кулі за імпульсних силових і теплових дій. Відомі також дослідження її термонапруженого стану під впливом електромагнетного імпульсу [13, 14] та за електромагнетної дії з імпульсним модулівним сигналом [15]. Але не вивчено термонапружений стан такої кулі за електромагнетної дії в РЗС.

Нижче записано розв'язок динамічної центрально-симетричної задачі термомеханіки для порожнистої електропровідної кулі та досліджено її термомеханічну поведінку і несучу здатність під час електромагнетної дії в РЗС за частот несучого сигналу поза околом резонансних і рівних першій резонансній частоті.

Постава задачі. Розглянемо електропровідну порожнисту кулю, віднесену до сферичної системи координат (r, φ, θ), центр якої збігається з центром кулі. Куля зазнає дії імпульсного ЕМП в РЗС, заданого значеннями дотичної азимутальної компоненти $H_\varphi(r,t)$ вектора напруженості магнетного поля $\vec{H} = \{0;\ 0;\ H_\varphi(r,t)\}$ на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_1$ поверхнях. Куля перебуває в умовах конвективного теплообміну з довкіллям, а її поверхні вільні від силового навантаження. Матеріал кулі однорідний ізотропний і неферомагнетний, а його фізико-

Контактна особа: Р. С. МУСІЙ, e-mail: musiy@polynet.lviv.ua

механічні характеристики вважаємо сталими. Імпульсне ЕМП в РЗС створює в ній джоулеві тепловиділення $Q=\left(\operatorname{rot}\vec{H}\right)/\sigma_0$ і пондеромоторні сили $\vec{F}=\mu\operatorname{rot}\vec{H}\times\vec{H}$, де σ_0, μ – коефіцієнт електропровідності і магнетна проникність матеріалу кулі [16–20], що зумовлюють нестаціонарні температуру T і компоненти тензора напружень σ_{kk}, $k=r,\varphi,\theta$, які подаємо у вигляді суми двох складників: $T=T^Q+T^F$ і $\sigma_{kk}=\sigma_{kk}^Q+\sigma_{kk}^F$ [7, 14, 16, 18]. Тут T^Q, σ_{kk}^Q і T^F, σ_{kk}^F – складники, зумовлені джоулевим теплом і пондеромоторними силами. Температура T і напруження σ_{kk} викликають у кулі інтенсивності напружень σ_i, які можуть досягати великих значень, аж до втрати її несучої здатності [14, 16].

Якщо ключові функції залежать лише від радіальної координати r і часу t, за вихідну вибираємо систему рівнянь центрально-симетричної задачі термомеханіки для електропровідних куль [14, 17–20].

Методика розв'язування крайових задач. Для побудови розв'язків початково-крайових задач, які описують електромагнетне та температурне поля, а також компоненти напружень, ключові функції $\Phi\left(r,t\right)=\left\{H_z,T_*,\sigma_{rr}^Q,\sigma_{rr}^F,\sigma_{rr}^{T_*}\right\}$ шукаємо у вигляді кубічних поліномів $\Phi\left(r,t\right)=\sum\limits_{i=1}^{4}a_{i-1}\left(t\right)\,r^{i-1}$, коефіцієнти яких визначаємо через задані граничні значення функцій $\Phi\left(r,t\right)$ на поверхнях $r=r_0$ і $r=r_1$ кулі та інтегральні характеристики $\Phi_s\left(t\right)=\dfrac{s+1}{R^{s+1}}\int\limits_0^R\Phi\left(r,t\right)\,r^{s+1}dr,\;\; s=1,2$ цих функцій за радіальною координатою. У результаті вихідні початково-крайові задачі на ключові функції зводимо до задач Коші на інтегральні характеристики цих функцій та, використовуючи інтегральне перетворення Лапласа, записуємо їх розв'язки для довільної однорідної нестаціонарної електромагнетної дії [13–15].

Розв'язки задачі за електромагнетної дії в РЗС. За однорідної дії в РЗС граничні значення $H_\varphi^-\left(t\right)=H_\varphi\left(r_0,t\right)$ і $H_\varphi^+\left(t\right)=H_\varphi\left(r_1,t\right)$ функції $H_\varphi\left(r,t\right)$ мають вигляд $H_\varphi^\pm\left(r,t\right)=kH_0e^{-\beta t}\sin\omega t$ [2, 3, 6–8]. Тут k – нормувальний множник; β – параметр, що характеризує час згасання амплітуди синусоїдальних електромагнетних коливань кругової несучої частоти ω; H_0 – максимальне значення напруженості магнетного поля, яке виникає за дії в РЗС на поверхнях кулі. Для компоненти $H_\varphi\left(r,t\right)$ вектора напруженості магнетного поля в кулі отримуємо вираз

$$H_\varphi(r,t)=\kappa H_0\sum_{i=1}^{4}\sum_{m=1}^{2}\left[D_{1im}e^{-\beta t}\sin\omega t+D_{2im}(e^{p_m t}-e^{-\beta t}\cos\omega t)\right]r^{i-1}\,, \qquad (1)$$

де $D_{1im}=(a_{i-1,3}+a_{i-1,4})-A_{im}\dfrac{p_m+\beta}{(p_m+\beta)^2+\omega^2}$; $\quad D_{2im}=A_{im}\dfrac{\omega}{(p_m+\beta)^2+\omega^2}$;

$A_{im}=a_{i-1,1}(\Phi_{11}^m+\Phi_{12}^m)+a_{i-1,2}(\Phi_{21}^m+\Phi_{22}^m)$.

Звідси записуємо питомі густини джоулевих тепловиділень $Q(r,t)$

$$\frac{Q(r,t)}{H_0^2}=\frac{\kappa^2}{\sigma}\sum_{i=2}^{4}\sum_{j=2}^{4}\sum_{m=1}^{4}\sum_{n=1}^{4}ij\varphi_{ijmn}(t)\,r^{i+j-4} \qquad (2)$$

і радіальної компоненти $F_r(r,t)$ пондеромоторної сили

$$\frac{F_r(r,t)}{H_0^2} = -\kappa^2 \mu \sum_{i=2}^{4} \sum_{j=2}^{4} \sum_{m=1}^{4} \sum_{n=1}^{4} i \varphi_{ijmn}(t)\, r^{i+j-3} . \tag{3}$$

Тут

$$\varphi_{ijmn} = B_{1ijmn} e^{-2\beta t} + B_{2ijmn} e^{(p_m + p_n)t} + B_{3ijmn} e^{-2\beta t} \cos 2\omega t + B_{4ijmn} e^{-2\beta t} \sin 2\omega t +$$

$$+ B_{5ijmn} (e^{(p_m - \beta)t} + e^{(p_n - \beta)t}) \cos \omega t + [B_{6ijmn} e^{(p_m - \beta)t} + B_{7ijmn} e^{(p_n - \beta)t}] \sin \omega t ;$$

$$B_{1ijmn} = 1/2(D_{2im} D_{1jn} + D_{2im} D_{2jn}); \quad B_{2ijmn} = D_{2im} D_{2jn};$$

$$B_{3ijmn} = 1/2(D_{2im} D_{2jn} - D_{1im} D_{1jn}); \quad B_{4ijmn} = -1/2(D_{2im} D_{1jn} + D_{1im} D_{2jn});$$

$$B_{5ijmn} = -D_{2im} D_{2jn}; \quad B_{6ijmn} = D_{2im} D_{1jn}; \quad B_{7ijmn} = D_{1im} D_{2jn};$$

p_m і p_n – корені рівняння $p^2 - (d_1 + d_6) p + d_1 d_6 - d_2 d_5 = 0$.

На основі співвідношення (2) для джоулевих тепловиділень $Q(r,t)$ за врахування адіабатичності нагріву електропровідної кулі імпульсним ЕМП в РЗС отримуємо вираз для складника температури $T^Q(r,t)$:

$$\frac{T^Q(r,t)}{H_0} = \kappa^2 \frac{\kappa}{\sigma_0 \lambda} \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} ij \varphi_{ijmn}^T(t)\, r^{i+j-4} , \tag{4}$$

де

$$\varphi_{ijmn}^T(t) = B_{1ijmn} \frac{1 - e^{-2\beta t}}{2\beta} + B_{2ijmn} \frac{e^{(p_m + p_n)t} - 1}{p_m + p_n} +$$

$$+ B_{3ijmn} \frac{e^{-2\beta t}}{4\beta^2 + 4\omega^2} \left[2\omega \sin \omega 2t + 2\beta (1 - \cos 2\omega t) \right] +$$

$$+ B_{4ijmn} \frac{e^{-2\beta t}}{4\beta^2 + 4\omega^2} \left[2\omega (1 - \cos 2\omega t) - 2\beta \sin \omega 2t \right] +$$

$$+ B_{5ijmn} \left\{ \frac{e^{(p_m - \beta)t}}{(p_m - \beta)^2 + \omega^2} \left[(p_m - \beta)(\cos \omega t - 1) + \omega \sin \omega t \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{e^{(p_n - \beta)t}}{(p_n - \beta)^2 + \omega^2} \left[(p_n - \beta)(\cos \omega t - 1) + \omega \sin \omega t \right] \right\} +$$

$$+ B_{6ijmn} \frac{e^{(p_m - \beta)t}}{(p_m - \beta)^2 + \omega^2} \left[(p_m - \beta) \sin \omega t + \omega (1 - \cos \omega t) \right] +$$

$$+ B_{7ijmn} \frac{e^{(p_n - \beta)t}}{(p_n - \beta)^2 + \omega^2} \left[(p_n - \beta) \sin \omega t + \omega (1 - \cos \omega t) \right] .$$

За виразів (3) і (4) знаходимо розв’язки задачі термомеханіки і записуємо вирази для складників $\sigma_{kk}^Q(r,t), \sigma_{kk}^F(r,t)$ $(k = r, \varphi, \theta)$ динамічних напружень і температури T^F , а також інтенсивності $\sigma_i = \sqrt{\left(3I_2(\sigma) - I_1^2(\sigma)\right)/2}$ тензора $\hat{\sigma}$ сумарних напружень $\sigma_{kk} = \sigma_{kk}^{Q} + \sigma_{kk}^{F}$ [7, 14, 18]. Тут $I_j(\sigma)\ (j = 1, 2)$ – j-ий інваріант тензора сумарних напружень.

Числовий аналіз. Оцінювали термомеханічну поведінку і несучу здатність неферомагнетних (сталь Х18Н9Т, мідь, алюміній) порожнистих куль з радіусами r_0 = 8 mm і r_1 = 10 mm. Параметри електромагнетної дії в РЗС такі: тривалість згасної синусоїди t_i = 100 μs, ω = 6,28·10^5 1/s (частота ω не належить до околу резонансних ω_{rj} і за неї відбувається десять електромагнетних коливань упродовж часу t_i).

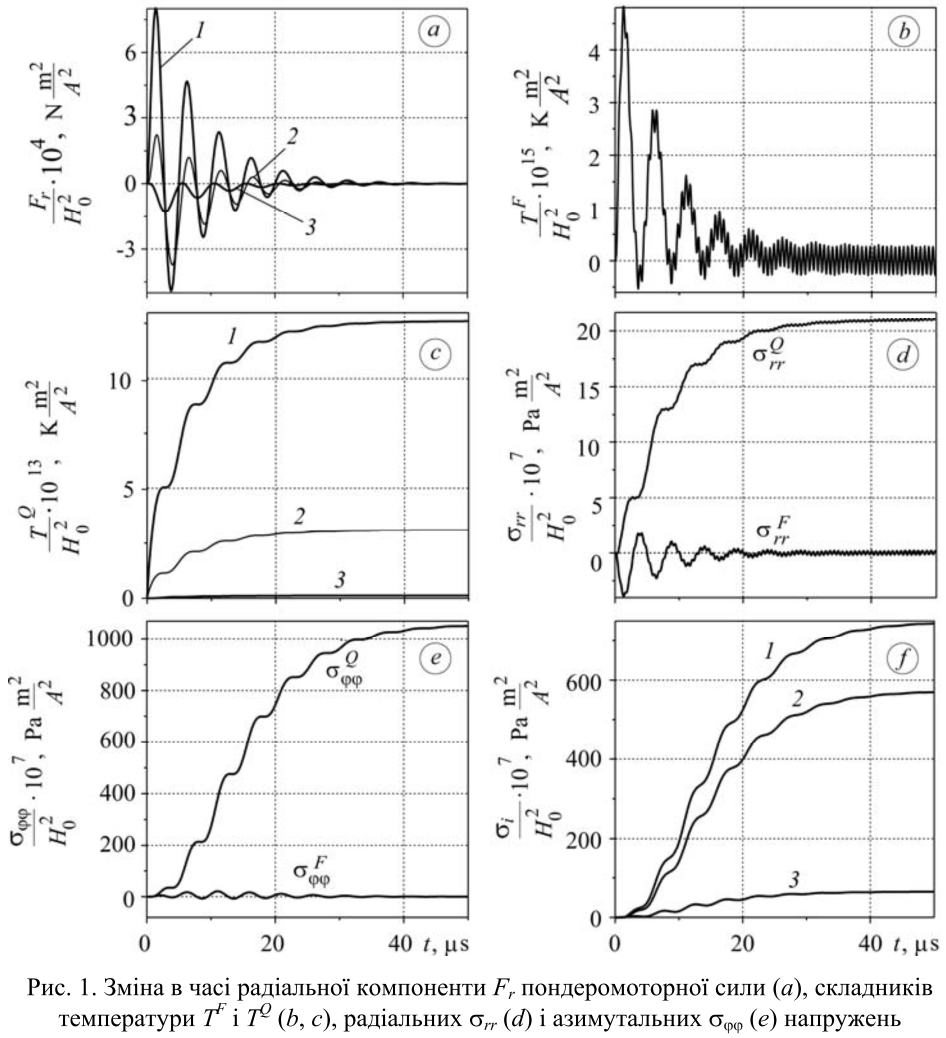

Рис. 1. Зміна в часі радіальної компоненти F_r пондеромоторної сили (a), складників температури T^F і T^Q (b, c), радіальних σ_{rr} (d) і азимутальних $\sigma_{\varphi\varphi}$ (e) напружень та інтенсивності напружень σ_i (f) у порожнистій сталевій кулі за дії в РЗС за несучої частоти $\omega \neq \omega_{rj}$ (поза околом резонансних частот). Криві *1–3* відповідають значенням радіальної координати $r = r_1$; $r_1 - h/4$; $r_1 - h/2$.

Fig. 1. Temporal change of the radial component of ponderomotive force F_r ($r = r_0$) (a), temperature components T^F ($r = r_0 + h/4$) and T^Q ($r = r_0$) (b, c), radial σ_{rr} (σ_{rr}^{Q} – $r = r_0 + h/4$ and σ_{rr}^{F} – $r = r_0 + h/2$) (d) and azimuth $\sigma_{\varphi\varphi}$ ($\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ – $r = r_0$ and $\sigma_{\varphi\varphi}^{F}$ – $r = r_1 - h/4$) (e) stresses and stresses intensity σ_i (f) in a hollow steel sphere under effect in conditions of sinusoid decay (CSD) for bearing frequency (ω = 6.28·10^5 1/s) (outside the range of resonance frequencies). Curves *1–3* correspond to values of the radial coordinate $r = r_1$; $r_1 - h/4$; $r_1 - h/2$.

Виявлено (рис. 1) зміну в часі пондеромоторної сили F_r, складників температури T^F і T^Q, радіальних σ_{rr}^Q, σ_{rr}^F та азимутальних $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$, $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ напружень, а також інтенсивності сумарних напружень σ_i у сталевій кулі. Значення F_r і T^Q найбільші на внутрішній поверхні кулі, при $r = r_0 + h/4$ – на 20...25% менші, а при $r = r_0 + h/2$ – найменші. Найбільші значення складника температури T^F (при $r = r_0 + h/4$) нехтовно малі проти таких для складника T^Q.

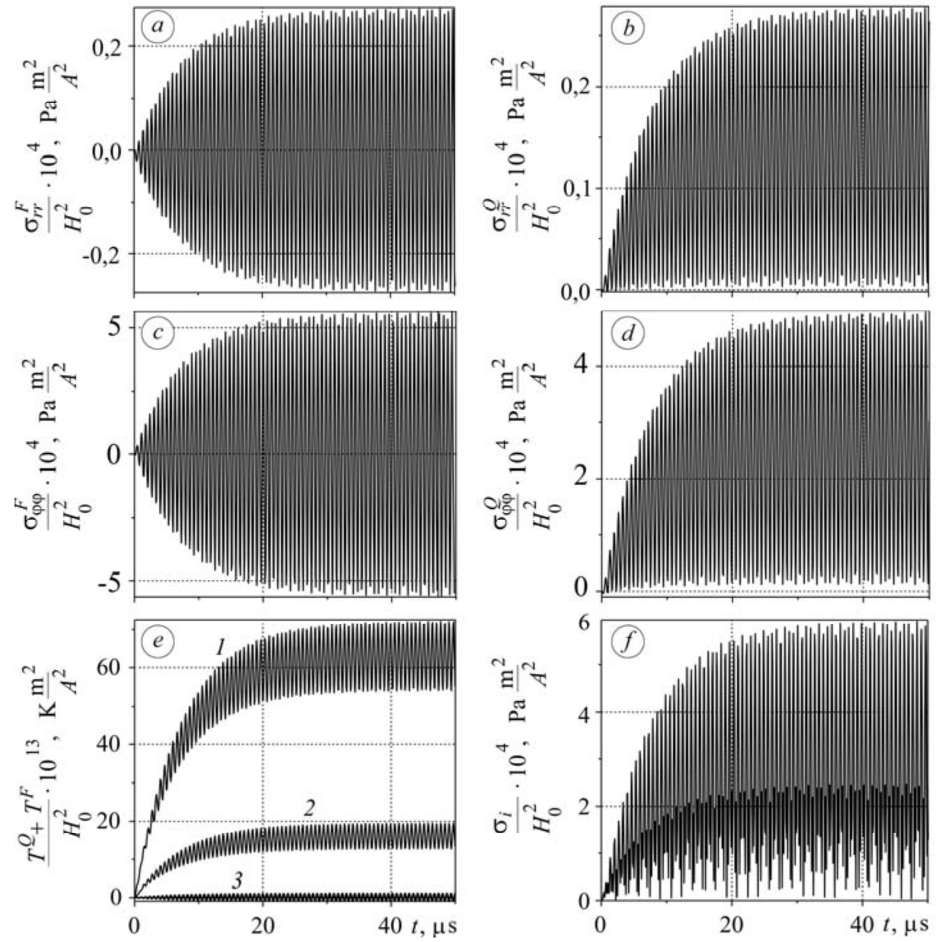

Рис. 2. Зміна в часі напружень σ_{rr}^F, σ_{rr}^Q, $\sigma_{\varphi\varphi}^F$, $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ (*a–d*), сумарної температури $T^Q + T^F$ (*e*) та інтенсивності сумарних напружень σ_i (*f*) у порожнистій сталевій кулі за несучої частоти $\omega_{r1} = 4{,}88 \cdot 10^6$ 1/s: *1–3* – значення радіальної координати $r = r_1$, $r = r_1 - h/4$, $r = r_1 - h/2$.

Fig. 2. Temporal change of stresses σ_{rr}^F $(r = r_0 + h/2)$ (*a*), σ_{rr}^Q $(r = r_0 + h/2)$ (*b*), $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ $(r = r_1)$ (*c*), $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ $(r = r_0)$ (*d*), total temperature $T^Q + T^F$ (*e*) and intensity of total stresses σ_i $(r = r_1)$ (*f*) in a hollow electric-conducting (steel) sphere for bearing frequency of electromagnetic oscillations $\omega = \omega_{r1} = 4.88 \cdot 10^6$ 1/s: *1–3* correspond to values of the radial coordinate $r = r_1$, $r = r_1 - h/4$, $r = r_1 - h/2$.

Проілюстровано (рис. 1*d*–*e*) зміну в часі складників радіальних і азимутальних напружень у сталевій кулі за значень *r*, коли вони найбільші (σ_{rr}^{Q} при $r = r_0 + h/4$ і σ_{rr}^{F} при $r = r_0 + h/2$, рис. 1*d*; $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ при $r = r_0$ і $\sigma_{\varphi\varphi}^{F}$ при $r = r_1 - h/4$, рис. 1*e*), а також інтенсивності сумарних напружень σ_i (рис. 1*f*) при $r = r_0$; $r_0 + h/4$ і $r_0 + h/2$ (криві *1*–*3*).

Складники σ_{rr}^{Q} і $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ радіальних і азимутальних напружень, зумовлених джоулевим теплом, суттєво більші, ніж спричинені пондеромоторною силою. Складник $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ є визначальним, оскільки майже в 50 разів перевищує складники σ_{rr}^{Q} і $\sigma_{\varphi\varphi}^{F}$.

Відтворено (рис. 2) зміну в часі складників σ_{rr}^{F}, σ_{rr}^{Q} і $\sigma_{\varphi\varphi}^{F}$, $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ радіальних та азимутальних напружень, сумарної температури $T = T^{Q} + T^{F}$ та інтенсивності сумарних напружень σ_i за частоти несучого сигналу ω, рівної першій резонансній ($\omega = \omega_{r1} = 4{,}88 \cdot 10^{6}$ 1/s, тобто приблизно 76,6 електромагнетних коливань упродовж часу t_i).

Залежності величин подано за їх максимальних значень (σ_{rr}^{Q} і σ_{rr}^{F} при $r = r_0 + h/2$, рис. 2*a*, *b*; $\sigma_{\varphi\varphi}^{F}$ при $r = r_1$ і $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q}$ при $r = r_0$, рис. 2*c*, *d*; $T^{Q} + T^{F}$ при $r = r_1$; $r_1 - h/4$; $r_1 - h/2$ (криві *1*–*3*), рис. 2*e*; σ_i при $r = r_1$, рис. 2*f*). Складники напружень змінюються осциляційно в часі і набувають максимальні значення в режимі усталених коливань (приблизно за час $t \geq 0{,}3 \div 0{,}4 t_i$).

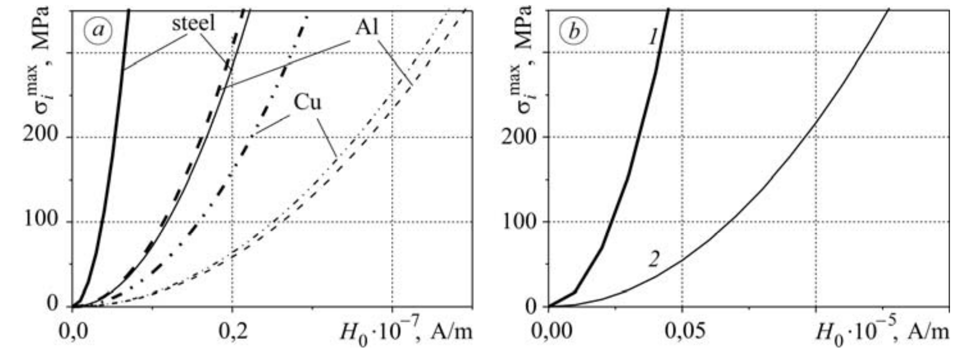

Рис. 3. Залежність максимальних значень інтенсивності сумарних напружень $\sigma_i^{\max}$ для порожнистих неферомагнетних куль за несучої частоти $\omega \neq \omega_{rj}$ (*a*: товсті лінії – $t_i = 1000$ μs, тонкі – $t_i = 100$ μs) та сталевої порожнистої кулі від величини H_0 за несучої частоти $\omega = \omega_{r1}$ за різних тривалостей t_i електромагнетної дії в РЗС (*b*: криві *1*, *2* – $t_i = 1000$ і 100 μs).

Fig. 3. Dependence of maximum values of the total stresses intensity $\sigma_i^{\max}$ in hollow non-ferromagnetic spheres for the bearing frequency $\omega \neq \omega_{rj}$ (*a*: thick lines – $t_i = 1000$ μs, thin lines – $t_i = 100$ μs) and steel hollow sphere on H_0 for bearing frequency $\omega = \omega_{r1}$ at different time t_i of electromagnetic action in CSD (*b*: curves *1*, *2* – $t_i = 1000$ and 100 μs).

Побудовано (рис. 3*a*) залежності максимальних значень інтенсивності напружень $\sigma_i^{\max}$ в сталевій (суцільні лінії), мідній (штрихпунктирні) та алюмінієвій (штрихові) порожнистих кулях з радіусами поверхонь $r_0 = 8$ mm і $r_1 = 10$ mm від величини H_0 за різних тривалостей t_i і несучих частот $\omega \neq \omega_{*j}$ ($\omega = 6{,}28 \cdot 10^5$ 1/s, $t_i = 100$ μs; $\omega = 6{,}28 \cdot 10^4$ 1/s, $t_i = 1000$ μs). Як бачимо, при $t_i = 1000$ μs несуча здатність кулі зберігається за таких критичних значень напруженості H_0 магнетного поля на поверхнях кулі: для сталевої – $H_0 \leq 2{,}6 \cdot 10^6$ A/m, для мідної – $H_0 \leq 2 \cdot 10^6$ A/m і для алюмінієвої – $H_0 \leq 5 \cdot 10^5$ A/m.

ВИСНОВКИ

За частоти несучого сигналу ω, відмінної від частот околу резонансних ω_{rj}, під час дії в РЗС напруження, зумовлені джоулевим теплом, визначають термонапружений стан кулі та її несучу здатність. За частоти ω з околу резонансних ω_{rj} напруження, викликані пондеромоторною силою, стають сумірними зі спричиненими джоулевим теплом. Зі зростанням часу t_i дії в РЗС вплив пондеромоторної сили на термонапружений стан кулі слабшає, а посилюється джоулевого тепла. Складники напружень від джоулевого тепла і пондеромоторної сили змінюються осциляційно в часі і набувають максимальні значення в режимі усталених коливань, які встановлюються приблизно за час $t = 0{,}3 \div 0{,}4 t_i$. Максимальне значення складника температури T^F, зумовленої пондеромоторною силою, є нехтовним порівняно зі значенням складника температури T^Q за частоти $\omega \neq \omega_{rj}$, а за частоти $\omega = \omega_{rj}$ складає 10÷25% від аналогічного для T^Q. Зі збільшенням часу t_i електромагнетної дії в РЗС за фіксованої частоти несучого сигналу зростають максимальні значення температури і напружень. Максимальні значення інтенсивності сумарних напружень $\sigma_i^{\max}$ у неферомагнетних кулях за найбільшої напруженості магнетного поля на поверхнях кулі $H_{\max} \leq 10^5$ A/m можуть досягати значень, що відповідають межі пружної деформації тіла і лінійно зростають зі збільшенням тривалості електромагнетної дії в РЗС на резонансній частоті. Встановлено критичні значення параметрів електромагнетної дії в РЗС за різних значень несучої частоти для неферомагнетних (сталевих, мідних і алюмінієвих) порожнистих куль, коли вони зберігають несучу здатність.

РЕЗЮМЕ. Сформулирована динамическая центрально-симметричная задача термомеханики для полого электропроводного шара при однородном нестационарном электромагнитном воздействии. С использованием кубической аппроксимации азимутальной компоненты вектора напряженности магнитного поля и радиальной компоненты тензора напряжений по радиальной координате получено решение задачи и численно исследовано термонапряженное состояние и несущую способность неферромагнитных шаров при электромагнитном воздействии в режиме затухающей синусоиды.

SUMMURY. A dynamic central-symmetrical problem of thermomechanics for a hollow electric-conducting sphere under homogeneous non-stationary electromagnetic action is formulated. The problem solution is obtained using a cubic approximation azimuth vector component of magnetic field intensity and radial component of stress tensor with respect to the radial coordinate. The thermal stress state and bearing capacity of non-ferromagnetic spheres under electromagnetic effect in the conditions of sinusoid decay are evaluated numerically.

1. *Баженов В. Г., Петров М. В.* О применении магнитоимпульсного способа деформирования для исследования вязкопластических характеристик материалов // Прикл. проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. – 1980. – № 37. – С. 18–25.
2. *Батыгин Ю. В., Лавинский В. И., Хименко Л. Т.* Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. – Харьков: МОСТ-Торнадо, 2003. – 288 с.

3. *Кнопфель Г.* Сверхсильные импульсные магнитные поля. – М.: Мир, 1972. – 392 с.
4. *Писаренко Г. С., Лебедев А. А.* Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии. – К.: Наук, думка, 1969. – 217 с.
5. *Сильные* и сверхсильные магнитные ноля и их применение / Под ред. Ф. Херлаха. – М.: Мир, 1988. – 456 с.
6. *Moon F. O.* Problem in magneto-solid mechanics // Mechanics Today. – 1978. – **4**. – P. 307–309.
7. *Гачкевич О. Р., Мусій Р. С., Тарлаковський Д. В.* Термомеханіка неферомагнетних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнетних полів з модуляцією амплітуди. – Львів: Сполом, 2011. – 216 с.
8. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука. 1967. – 787 с.
9. *Грибанов В. Ф., Паничкин Н. Г.* Связанные и динамические задачи термоупрогости. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
10. *Коваленко А. Д.* Основы термоупругости. – К.: Наук, думка, 1970. – 307 с.
11. *Новацкий В.* Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
12. *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.* Обобщенная термомеханика. – К.: Наук. думка, 1976. – 310 с.
13. *Гачкевич А. Р., Мусий Р. С., Стасюк Г. Б.* Термомеханическое состояние полой электропроводной сферы при импульсном электромагнитном воздействии // Теорет. и прикл. механика. – 2005. – Вып. 40. – С. 9–17.
14. *Мусій Р. С.* Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми. – Львів: Растр-7, 2010. – 216 с.
15. *Мусій Р. С.* Напружений стан електропровідної кулі за електромагнетної дії з імпульсним модуляційним сигналом // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2010. – **46**, № 6. – С. 76–81.

    (*Musii R. S.* Stressed state of a conducting sphere under the electromagnetic action with pulsed modulating signal // Materials Science. – 2010. – **46**, № 6. – P. 800–807.)
16. *Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Мусій Р. С.* Термопружність електропровідних тіл за умов дії імпульсних електромагнетних полів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – **49**, № 1. – С. 75–84.
17. *Мусій Р. С.* Формулювання крайових задач термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2008. – **44**, № 5. – С. 126–127.

    (*Musii R. S.* Formulation of boundary-value problems of thermomechanics of conducting bodies of canonical shapes // Materials Science. – 2008. – **44**, № 5. – P. 735–737.)
18. *Гачкевич О. Р., Мусій Р. С.* Несуча здатність електропровідних елементів канонічної форми за дії електромагнітних імпульсів // Там же. – 2010. – **46**, № 4. – С. 92–97.

    (*Hachkevych O. R. and Musii R. S.* Bearing ability of conducting elements of the canonical shape under the action of electromagnetic pulses // Materials Science. – 2010. – **46**, № 4. – P. 536–542.)
19. *Мусій Р. С.* Ключове рівняння і розв'язок у напруженнях центрально-симетричної динамічної задачі термопружності для сфери // Там же. – 2002. – **38**, № 1. – С. 117–118.

    (*Musii R. S.* Fundamental equation and solution of a centrally symmetric dynamic problem of thermoelasticity for a sphere in stresses // Materials Science. – 2002. – **38**, № 1. – P. 151–154.)
20. *Термоупругость* электропроводных тел / Я. С. Подстригач, Я. И. Бурак, А. Р. Гачкевич, Л. В. Чернявская. – К.: Наук, думка, 1977. – 247 с.

Одержано 02.02.2012