ТЕОРЕТИЧНІ ОБМЕЖЕННЯ НА ЕЛЕМЕНТИ МАТРИЦІ ЮКАВИ В МОДЕЛІ νMSM

В.М. ГОРКАВЕНКО, С.Й. ВІЛЬЧИНСЬКИЙ

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, фізичний факультет
(Вул. Володимирська, 64, Київ 01601; e-mail: sivil@univ.kiev.ua, gorka@univ.kiev.ua)

УДК 539.123

У роботі проаналізовано та розв'язано систему рівнянь Стандартної моделі (νMSM) розширеної за рахунок додавання трьох правих нейтрино (синглети слабкого ізоспіну), що пов'язують елементи матриці Юкави з елементами масової матриці активних нейтрино, з метою подальшого отримання більш точного обмеження на значення параметрів моделі. На основі отриманих розв'язків проведено дослідження CP-порушуючої фази для випадку, коли елементи масової матриці активних нейтрино є дійсними. Показано, що в цьому випадку також може відбуватися генерація баріонної асиметрії.

1. Вступ

Стандартна модель (СМ) електрослабких і сильних взаємодій [1] є безсумнівно успішною теорією, яка коректно описує процеси за участі елементарних частинок до енергетичних масштабів $\sim$ 100 ГеВ (а для окремих процесів і до декількох ТеВ). СМ вдало витримала перевірку великою кількістю високоточних експериментів та добре узгоджується з космологічними спостережуваними даними, однак існує ряд причин, які дають підставу стверджувати, що СМ не є завершеною теорією. У космології СМ не в змозі пояснити такі феномени, як темну енергію і темну матерію, а також інфляційну фізику еволюції Всесвіту. У фізиці елементарних частинок СМ не пояснює нейтринні осциляції і баріонну асиметрію спостережуваного сектору фізики елементарних частинок [2].

СМ, яка є перенормованою теорією і основана на SU(3)×SU(2)×SU(1) калібрувальній групі, утримує три покоління ферміонів, причому лівосторонні компоненти ферміонів утворюють дублети слабкого ізоспіну відносно групи SU(2), у той час як правосторонні компоненти всіх ферміонів, за винятком нейтрино, являють собою синглети слабкого ізоспіну. Відсутність в СМ правосторонніх нейтринних полів зумовлена тим, що на момент створення СМ нейтрино вважалось безмасовою частинкою.

Однак недавнє експериментально відкрите явище нейтринних осциляцій [3] (переходи між нейтрино з різними ароматами) є свідченням наявності у нейтрино ненульової маси, тому одним з найбільш простих і перспективних варіантів модифікації СМ є розширення її ферміонного сектору шляхом додавання в теорію правих нейтрино (які є синглетами за слабким ізоспіном), які б безпосередньо не взаємодіяли з частинками СМ[1]. При цьому введення лише двох правих нейтрино приводить до появи нових 11 параметрів у модифікованій теорії, за допомогою яких можна пояснити наявні експериментальні дані по осциляціям активних нейтрино. На основі так званого механізму гойдалки ("see-saw") [4] генерації маси нейтрино дана модель передбачає існування двох масивних активних нейтрино та одного безмасового, що також не суперечить наявним даним. Але розширення СМ за рахунок введення лише двох правих нейтрино не вирішує інших проблем СМ, зокрема, не пояснює феноменів баріонної асиметрії і темної матерії.

Недавно в роботах [5, 6] було запропоновано модифікувати лагранжіан Стандартної моделі шляхом введення додаткових трьох правих (стерильних) нейтрино (які є синглетами за слабким ізоспіном та мають нульові електричний, слабкий та сильний заряди), що виглядає природним, враховуючи, що кількість ферміонних поколінь також дорівнює трьом. Маси правих нейтрино вважаються меншими за ха-

[1] Саме тому зазначені нейтрино отримали назву стерильних нейтрино. При цьому ліві нейтрино СМ називають активними.

рактерний масштаб слабкої взаємодії ($\lesssim M_Z \approx 100$ ГеВ, де M_Z – маса Z-бозону). Таке обмеження не вносить нових енергетичних масштабів, порівняно зі СМ, і вирішує проблему калібрувальної ієрархії[2], залишаючи теорію коректною аж до планківських масштабів енергій.

Запропонована модель отримала назву мінімальної нейтринної модифікації СМ (νMSM). За рахунок того, що модель νMSM містить 18 нових параметрів[3], порівняно зі СМ, за допомогою неї, в принципі, можна пояснити не лише осциляції нейтрино, а й інші спостережувані факти, що не знаходять пояснення в межах СМ.

На даний момент у межах моделі νMSM отримано явні вирази для опису осциляцій нейтрино, генерації баріонної асиметрії та темної матерії [7]. Більшість цих виразів є наближеними і мають оціночний характер. У даній роботі проведено дослідження рівнянь моделі νMSM, що пов'язують елементи матриці Юкави з елементами масової матриці активних нейтрино з метою подальшого отримання більш точного обмеження на значення параметрів моделі. Використовуючи отримані в роботі розв'язки зазначених рівнянь, проведено дослідження CP-порушуючої фази для випадку, коли елементи масової матриці активних нейтрино є дійсними.

Структура статті є такою. У першому розділі наведено основні співвідношення та деякі результати, отримані в межах моделі νMSM, що знадобляться в подальшому. У другому розділі статті проведено аналіз рівнянь νMSM та отримано і проаналізовано в загальному випадку розв'язок для відношень елементів другого та третього стовпчиків матриці Юкави. Використовуючи результати другого розділу, в третьому розділі проводиться аналіз отриманого в межах моделі виразу для фази, яка порушує CP-симетрію.

2. Основні співвідношення теорії νMSM

Не враховуючи кінетичні доданки в роботах [5, 6] до лагранжіана СМ було додано такі члени:

$$\mathcal{L}^{ad} = -F_{\alpha I}\bar{L}_\alpha\tilde{\Phi}N_I - \frac{M_{IJ}}{2}\bar{N}_I^c N_J + \text{h.c.} =$$

$$= -F_{\alpha I}\left(\bar{\nu}_{\alpha L}, \bar{l}_{\alpha L}\right)\begin{pmatrix}\frac{h(\chi)+v}{\sqrt{2}}\\0\end{pmatrix}\nu_{IR} - \frac{M_{IJ}}{2}\bar{N}_I^c N_J + \text{h.c.} =$$

$$= -F_{\alpha I}\frac{h(\chi)+v}{\sqrt{2}}\bar{\nu}_{\alpha L}\nu_{IR} - \bar{\nu}_{IR}^c\frac{M_{IJ}}{2}\nu_{JR} + \text{h.c.}, \qquad (1)$$

де індекс $\alpha = e, \mu, \tau$ відповідає ароматам активних нейтрино, індекси I, J змінюються від 1 до 3, L_α – лептонний дублет, N_I – польові функції правих стерильних нейтрино, верхній індекс "c" означає зарядове спряження польової функції, $F_{\alpha I}$ – нова матриця констант Юкави, M_{IJ} – масова матриця Майорана правих нейтрино, $\Phi = \begin{pmatrix}0\\\frac{h(\chi)+v}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$ — хіггсівське поле в унітарній калібровці, $\tilde{\Phi} = i\sigma_2\Phi^*$, де σ_2 – друга матриця Паулі, $h(x)$ – поле хіггса, а параметр v визначається мінімумом потенціалу хіггсівського поля ($v = 247$ ГеВ).

У СМ генерацію маси ферміонів забезпечує взаємодія ферміонних полів зі скалярним хіггсівським полем. Структура СМ є такою, що після спонтанного порушення симетрії нейтрино залишається безмасовою частинкою. Діраковський масовий член $\sim \bar{\nu}_L\nu_R$ не виникає внаслідок відсутності в теорії правостороннього синглету нейтрино, а поява майоранівської маси $\sim \bar{\nu}_L^c\nu_L$ заборонена $SU(2)_L$ інваріантністю. Припущення про існування правого нейтрино приводить до появи в лагранжіані як діраківського, так і майоранівського масових членів:

$$\mathcal{L}^{DM} = M^D\bar{\nu}_L\,\nu_R + M^M\overline{\nu_R^c}\,\nu_R + \text{h.c.}, \qquad (2)$$

який в загальному випадку може бути записаний (див., наприклад, [8, 9]):

$$\mathcal{L}^{DM} = -\left(\overline{(N_L)^c}\,\frac{M^{DM}}{2}\,N_L + \text{h.c.}\right), \qquad (3)$$

де

$$N_L = \begin{pmatrix}\nu_L\\\nu_R^c\end{pmatrix};\; N_L^c = \begin{pmatrix}\nu_L^c\\\nu_R\end{pmatrix};\; M^{DM} = \begin{pmatrix}M_L & {M_D}^T\\M_D & M_R\end{pmatrix}.$$

Порівнюючи вигляд масивних доданків лагранжіана (1) з (3) приходимо до висновку, що в даному випадку

$$M_L = 0, \quad M_D = F^+\frac{\nu}{\sqrt{2}}, \quad M_R = M^*, \qquad (4)$$

де M, F – квадратні матриці третього порядку, що фігурують у (1).

---

[2] Мається на увазі проблема квантової стабільності маси бозону Хіггса до радіаційних поправок від внесків важчих за нього частинок.

[3] А саме: три майоранівських маси нейтрино, три діраковських маси нейтрино, шість кутів змішування та шість фаз, що порушують CP-симетрію.

У роботах [5,6] було показано, що параметри моделі νMSM, яких у порівнянні з СМ є на 18 більше, можна підібрати таким чином, щоб одночасно пояснити осциляції нейтрино, баріонну асиметрію та встановити природу темної матерії. Для цього потрібно існування двох правих нейтрино з великими, майже однаковими, масами ($\gtrsim 100$ МеВ) та одного правого нейтрино з відносно невеликою масою (~ 1 КеВ).

Найлегше праве нейтрино становить основу темної матерії, а за допомогою двох інших, вироджених за масою важких нейтрино, можна пояснити існування нейтринних осциляцій активних нейтрино, а також баріонну асиметрію Всесвіту.

У нульовому наближенні розширений лагранжіан $\mathcal{L}_{\nu\mathrm{MSM}}$ є інваріантним відносно $U(1)_e \times U(1)_\mu \times U(1)_\tau$ перетворень, що забезпечує збереження e, μ, τ лептонних чисел окремо (саме це й спостерігається в експериментах). Крім того, в нульовому наближенні вважається, що два важких стерильних нейтрино взаємодіють з активними, а третє, найлегше – ні[4].

Переліченим вимогам відповідає такий вигляд матриці M в (1): $M_L^{(0)} = 0$ та

$$M_R^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M \\ 0 & M & 0 \end{pmatrix}; \quad M_D^{(0)+} = \frac{\nu}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & h_{12} & 0 \\ 0 & h_{22} & 0 \\ 0 & h_{23} & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

У нульовому наближенні існує два масивних правих нейтрино з однаковими масами M, третє праве нейтрино є безмасовим, а маси всіх активних нейтрино дорівнюють нулеві, що не узгоджується з даними експериментів за осциляціями нейтрино.

Щоб узгодити теорію з даними експериментів в [10] було введено малі поправки до матриць M_R та M_D (5), що порушують $U(1)_e \times U(1)_\mu \times U(1)_\tau$-симетрію, приводять до появи у третього правого нейтрино малої маси та знімають виродження за масами у двох інших правих нейтрино. Це, в свою чергу, забезпечує появу надмалої маси у лівих (активних) нейтрино та ненульових кутів змішування між ними. Зазначені поправки можна представити у такому вигляді:

$$M_L^{(1)} = 0; \quad M_R^{(1)} = \begin{pmatrix} m_{11}e^{-i\alpha} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22}e^{-i\beta} & 0 \\ m_{13} & 0 & m_{33}e^{-i\gamma} \end{pmatrix};$$

$$M_D^{(1)+} = \frac{\nu}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h_{11} & 0 & h_{13} \\ h_{21} & 0 & h_{23} \\ h_{31} & 0 & h_{33} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де в загальному випадку елементи матриць комплексні, та вважається, що $|m_{ij}| \ll |M|$, $|h_{i1}| \ll |h_{i3}| \ll |h_{i2}|$.

Як відомо [8], масову частину лагранжіана (3) можна діагоналізувати шляхом переходу від базису функцій N_L до базису функцій n_L за допомогою унітарної матриці V, а саме $N_L = V n_L$, тоді маємо

$$\bar{N}_L = \bar{n}_L V^+; \quad {N_L}^c = (V^+)^T n_L^c; \quad \overline{N}_L{}^c = \overline{(n_L)^c} V^T, \quad (7)$$

де матрицю V (6×6) зручно подати у вигляді добутку двох матриць $V = WU$. Матриця W вводиться для блочної діагоналізації матриці M^{DM} [11]:

$$W^T M^{DM} W = M^{\mathrm{block}} = \begin{pmatrix} M_{\mathrm{light}} & 0 \\ 0 & M_{\mathrm{heavy}} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Явний вигляд матриці W можна знайти лише наближено з точністю до доданків $M_R^{-1} M_D$:

$$W = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} M_D^+ (M_R M_R^+)^{-1} M_D & M_D^+ (M_R^+)^{-1} \\ -M_R^{-1} M_D & 1 - \frac{1}{2} M_R^{-1} M_D M_D^+ (M_R^+)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Внаслідок використання механізму "see-saw" елементи $M_R^{-1} M_D$ є малими:

$$M_R^{-1} M_D \equiv \varepsilon \ll 1, \quad (10)$$

тоді

$$W = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\varepsilon^+\varepsilon & \varepsilon^+ \\ -\varepsilon & 1 - \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon^+ \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Матриця W є унітарною ($WW^+ = E$) з точністю до доданків ε^4. У такому наближенні результат блочної діагоналізації є таким:

$$W^T M^{DM} W = \begin{pmatrix} -M_D^T M_R^{-1} M_D & 0 \\ 0 & M_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{\mathrm{light}} & 0 \\ 0 & M_{\mathrm{heavy}} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Відзначимо, що матриця M_{light}, власні числа якої визначають маси активних нейтрино, повністю визначається через елементи матриць M_D та M_R.

[4] У даній моделі найлегшому стерильному нейтрино відводиться роль частинки темної матерії. Саме тому воно не повинно взаємодіяти з іншими частинками.

Матриця U має вигляд

$$U = \begin{pmatrix} U_1 & 0 \\ 0 & U_2 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

де матриці $U_{(1,2)}$, кожна розміром (3×3), вибираються такими, щоб діагоналізувати отриману блочну матрицю

$$m = \mathrm{diag}(m_1, m_2, \ldots, m_6) = V^T M V =$$

$$= U^T W^T M W U = U^T M^{\mathrm{block}} U, \quad (14)$$

тобто

$$m = \begin{pmatrix} U_1^T & 0 \\ 0 & U_2^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{\mathrm{light}} & 0 \\ 0 & M_{\mathrm{heavy}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 & 0 \\ 0 & U_2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} U_1^T M_{\mathrm{light}} U_1 & 0 \\ 0 & U_2^T M_{\mathrm{heavy}} U_2 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Для матриць $U_{(1,2)}$ існує стандартна параметризація [12]:

$$U_{(1,2)} = \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

де $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ – три кути змішування; δ – діраківська фаза; α_1, α_2 – майоранівські фази. Кути θ_{ij} можна вибирати в межах $0 \le \theta_{ij} \le \pi/2$, фази $\delta, \alpha_1, \alpha_1$ змінюються від 0 до 2π. Матриці $U_{(1)}$ та $U_{(2)}$ мають свої окремі, незалежні значення кутів та фаз.

Таким чином, знаходження значень мас активних та стерильних нейтрино зводиться до діагоналізації матриці (4). Цю діагоналізацію можна проводити окремо для матриць M_{light} та M_{heavy}.

Оскільки матриці M_{light} та M_{heavy} не є ермітовими, то шукаються власні значення ермітових матриць $M^+_{\mathrm{light}} M_{\mathrm{light}}$ та $M^+_{\mathrm{heavy}} M_{\mathrm{heavy}}$ шляхом розв'язку відповідного рівняння. Знайдені власні значення відповідають квадратам власних значень матриць M_{light} та M_{heavy}.

Опускаючи громіздкі математичні розрахунки, наводимо кінцевий результат у наближенні, коли знехтувано елементами першого стовпчика матриці Юкави. Маса найлегшого активного нейтрино така:

$$m_1 = \frac{[h^+ h]_{11}\, v^2}{2m_{11}} = 0, \quad (17)$$

а недіагоналізована масова матриця активних нейтрино має вигляд

$$[M_{\mathrm{light}}]_{\alpha\beta} = \frac{\nu^2}{2M} (\tilde{h}_{\beta 3} h_{\alpha 2} + \tilde{h}_{\alpha 3} h_{\beta 2}), \quad (18)$$

де $\tilde{h}_{\beta 3} = h_{\beta 3} - \frac{m_{33}}{2M} h_{\beta 2}$. Її власними значеннями будуть

$$m_{2,3} = \frac{v^2}{2M} (F_2 \tilde{F}_3 \pm |h^+ \tilde{h}|_{23}), \quad (19)$$

де $F_2^2 = [h^+ h]_{22}$, $\tilde{F}_3^2 = [\tilde{h}^+ \tilde{h}]_{33}$, $F_2 \tilde{F}_3 = M(m_2 + m_3)/v^2$.

3. Дослідження параметрів матриці Юкави стерильних нейтрино

Елементи матриці M_{light} у (18), хоч і зі значною похибкою, відомі з експериментів за нейтринними осциляціями (див., наприклад, [3, 12]). Система рівнянь (18), яка пов'язує між собою елементи другого і третього стовпчиків матриці Юкави з елементами матриці активних нейтрино, має нескінченно велику кількість розв'язків. Справді, заміна h_{i2} на $z h_{i2}$, а $\tilde{h}_{i3}$ на $\tilde{h}_{i2}/z$, де z – довільне комплексне число не змінює вигляду (18).

Проаналізуємо систему рівнянь (18), записавши її таким чином:

$$M_{ij} = \eta [\tilde{h}_{j3} h_{i2} + \tilde{h}_{i3} h_{j2}], \ \text{де} \quad i, j = 1, 2, 3, \ \eta = \frac{v^2}{2M}, \quad (20)$$

де M_{ij} – відомі з експерименту елементи матриці активних нейтрино M_{light}.

Для знаходження розв'язків (20) запишемо окремо вирази для діагональних:

$$\begin{cases} M_{11} = 2\eta \tilde{h}_{13} h_{12}, \\ M_{22} = 2\eta \tilde{h}_{23} h_{22}, \\ M_{33} = 2\eta \tilde{h}_{33} h_{32} \end{cases} \quad (21)$$

та недіагональних елементів матриці активних нейтрино:

$$\begin{cases} M_{12} = \eta [\tilde{h}_{23} h_{12} + \tilde{h}_{13} h_{22}], \\ M_{13} = \eta [\tilde{h}_{33} h_{12} + \tilde{h}_{13} h_{32}], \\ M_{23} = \eta [\tilde{h}_{33} h_{22} + \tilde{h}_{23} h_{32}]. \end{cases} \quad (22)$$

 ISSN 2071-0194. Укр. фіз. журн. 2010. Т. 55, №3

З (21) отримуємо

$$\tilde{h}_{13} = \frac{M_{11}}{2\eta h_{12}}, \qquad \tilde{h}_{23} = \frac{M_{22}}{2\eta h_{22}}, \qquad \tilde{h}_{33} = \frac{M_{33}}{2\eta h_{32}} \qquad (23)$$

та підставляємо в (22):

$$\begin{cases} M_{12} = \dfrac{1}{2}\left(M_{22}\dfrac{h_{12}}{h_{22}} + M_{11}\dfrac{h_{22}}{h_{12}}\right), \\ M_{13} = \dfrac{1}{2}\left(M_{33}\dfrac{h_{12}}{h_{32}} + M_{11}\dfrac{h_{32}}{h_{12}}\right), \\ M_{23} = \dfrac{1}{2}\left(M_{33}\dfrac{h_{22}}{h_{32}} + M_{22}\dfrac{h_{32}}{h_{22}}\right). \end{cases} \qquad (24)$$

Розв'язком (24) є

$$\begin{cases} A_{12} = \dfrac{M_{12}}{M_{22}}\left(1 \pm \sqrt{1 - \dfrac{M_{11}M_{22}}{{M_{12}}^2}}\right), \\ A_{13} = \dfrac{M_{13}}{M_{33}}\left(1 \pm \sqrt{1 - \dfrac{M_{11}M_{33}}{{M_{13}}^2}}\right), \\ A_{23} = \dfrac{M_{23}}{M_{33}}\left(1 \pm \sqrt{1 - \dfrac{M_{22}M_{33}}{{M_{23}}^2}}\right), \end{cases} \qquad (25)$$

де

$$A_{12} \equiv \frac{h_{12}}{h_{22}}, \qquad A_{13} \equiv \frac{h_{12}}{h_{32}}, \qquad A_{23} \equiv \frac{h_{22}}{h_{32}}. \qquad (26)$$

Таким чином, формально існує вісім різних варіантів розв'язків, з яких незалежними є тільки чотири. Наприклад, якщо фіксується знак перед квадратним коренем у виразах для A_{12}, A_{13}, то A_{23} буде однозначно визначатися в силу співвідношення

$$A_{23} = A_{13}/A_{12}, \qquad (27)$$

в якому елементи M_{ij} виражаються через відомі параметри матриці змішування та маси активних нейтрино (15) (див., наприклад, [8]):

$$M_{ij} = m_1 U^*_{(1)i1}U^*_{(1)j1} + m_2 U^*_{(1)i2}U^*_{(1)j2} + m_3 U^*_{(1)i3}U^*_{(1)j3}, \qquad (28)$$

де $U_{(1)}$ – квадратна матриця третього порядку змішування нейтрино (див. (16)), а її елементи частково відомі з експериментальних даних (див. таблицю). Слід вказати, що експериментальні дані по нейтринним осциляціям визначають не маси активних нейтрино, а різницю квадратів їх мас $\Delta m^2_{12} = m_1^2 - m_2^2$ та $\Delta m^2_{23} = m_2^2 - m_3^2$, з яких однозначно визначити безпосередньо маси нейтрино неможливо. Справді, якщо до кожної маси нейтрино додати одну й ту саму константу, значення $\Delta m^2_{12}, \Delta m^2_{23}$ не зміняться. Припускаючи, що одне з нейтрино набагато легше за інші, можна визначити маси інших нейтрино. При цьому існує два формально рівноправних випадки, що отримали назву нормальної та оберненої ієрархії мас нейтрино.

У випадку нормальної ієрархії вважається, що маси активних нейтрино зростають у напрямку зростання їх номера. Найлегше нейтрино m_1, найважче – m_3, $m_1 < m_2 < m_3$. Вважаючи, що $m_1 = 0$, отримуємо $m_2 = \sqrt{|\Delta m^2_{12}|} \approx 0,009$ еВ, $m_3 = \sqrt{|\Delta m^2_{23}|} \approx 0,05$ еВ.

У випадку оберненої ієрархії вважається, що маси активних нейтрино зростають у напрямку спадання їх номера. Найважче нейтрино m_1, найлегше – m_3, $m_1 > m_2 > m_3$. Грубо вважаючи, що $m_3 = 0$, отримуємо $m_2 = \sqrt{|\Delta m^2_{23}|} \approx 0,05$ еВ. Внаслідок того, що $|\Delta m^2_{12}| \ll |\Delta m^2_{23}|$, можна вважати, що $m_1 \simeq m_2$.

Оскільки система рівнянь (20) записана в наближенні $m_1 = 0$, то фаза α_1 виключається зі всіх виразів (див. (28) та (16)) і параметрами активних нейтрино будуть такі сім величин: дві маси m_2, m_3; три кути змішування $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$; одна діраківська δ та одна майоранівська α_2 CP-порушуючі фази. Оскільки $M \gg m_{33}$ (див., (5), (6)), надалі будемо вважати:

$$\tilde{h}_{i3} = h_{i3},\ F_3 = \tilde{F}_3. \qquad (29)$$

Знайдений розв'язок (25) визначає лише співвідношення між елементами другого та третього стовпчиків матриці Юкави. Зокрема, використовуючи (23), (26), можна показати

$$\{h_{12}; h_{22}; h_{32}\} = h_{12}\left\{1; \frac{h_{22}}{h_{12}}; \frac{h_{32}}{h_{12}}\right\} =$$

$$= h_{12}\left\{1; {A_{12}}^{-1}; {A_{13}}^{-1}\right\}, \qquad (30)$$

$$\{h_{13}; h_{23}; h_{33}\} = h_{13}\left\{1; \frac{h_{23}}{h_{13}}; \frac{h_{33}}{h_{13}}\right\} =$$

Експериментальні обмеження на параметри активних нейтрино [3]

Центральне значення	99% довірчий інтервал
$\lvert\Delta m^2_{12}\rvert = (8,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-5}$ еВ^2	$(7,2 - 8,9) \cdot 10^{-5}$ еВ^2
$\lvert\Delta m^2_{23}\rvert = (2,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$ еВ^2	$(2,1 - 3,1) \cdot 10^{-3}$ еВ^2
$\tan^2\theta_{12} = 0,45 \pm 0,05$	$30^\circ < \theta_{12} < 38^\circ$
$\sin^2 2\theta_{23} = 1,02 \pm 0,04$	$36^\circ < \theta_{23} < 54^\circ$
$\sin^2 2\theta_{13} = 0 \pm 0,05$	$\theta_{13} < 10^\circ$

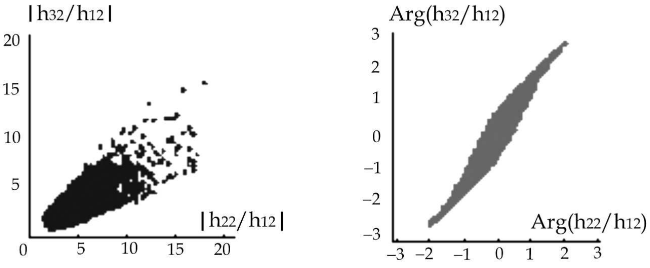

Рис. 1. Відношення модулів (a) та фаз ($б$) елементів другого стовпчика матриці Юкави. Випадок нормальної ієрархії

$$= h_{13}\left\{1; A_{12}\frac{M_{22}}{M_{11}}; A_{13}\frac{M_{33}}{M_{11}}\right\}, \tag{31}$$

або в безрозмірному вигляді

$$\frac{\{h_{12}; h_{22}; h_{32}\}}{F_2} = \frac{e^{i\cdot\arg(h_{12})}\left\{1; {A_{12}}^{-1}; {A_{13}}^{-1}\right\}}{\sqrt{1+|A_{12}|^{-2}+|A_{13}|^{-2}}}, \tag{32}$$

$$\frac{\{h_{13}; h_{23}; h_{33}\}}{F_3} = \frac{e^{i\cdot\arg(h_{13})}\left\{1; A_{12}\frac{M_{22}}{M_{11}}; A_{13}\frac{M_{33}}{M_{11}}\right\}}{\sqrt{1+\left|A_{12}\frac{M_{22}}{M_{11}}\right|^2+\left|A_{13}\frac{M_{33}}{M_{11}}\right|^2}}, \tag{33}$$

де фази елементів h_{12}, h_{13} пов'язані рівнянням (21):

$$\arg(h_{12}) + \arg(h_{13}) = \arg(M_{11}), \tag{34}$$

а $A_{12}, A_{13}, M_{11}, M_{22}, M_{33}$ однозначно визначаються через m_2, m_3, θ_{12}, θ_{13}, θ_{23}, α_2, δ. Величини h_{12}, h_{13} можна розглядати як довільні параметри.

Слід відзначити, що система рівнянь (20) є симетричною відносно заміни місцями відповідних елементів другого та третього стовпчиків юкавівської матриці. Якщо при фіксованих знаках перед коренями в (25) існує розв'язок для A_{12}, A_{13}, що однозначно фіксує знак у виразі для A_{23}, то отримаємо співвідношення між елементами юкавівської матриці у формі (30), (31). При цьому можна показати, що одночасна заміна знака перед коренями у виразах для A_{12}, A_{13}, A_{23} приводить до того, що співвідношення між елементами другого та третього стовпчиків юкавівської матриці міняються місцями.

Можна показати, що при кожному фіксованому значенні параметрів $m_2, m_3, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \alpha_2, \delta$ існує лише два варіанти вибору знаків у виразах (25) для A_{12}, A_{13}, A_{23}, що не суперечать умові (27). Ці два варіанти відрізняються один від одного одночасною зміною знака перед квадратними коренями у виразах (25) для A_{12}, A_{13}, A_{23}. Фізично така заміна відповідає перестановці другого та третього стовпчиків місцями, що приведе до відповідної зміни кутів змішування між активними та стерильними нейтрино. Зазначене твердження справедливе завжди, крім часткових випадків значень параметрів, коли хоча б один з підкореневих виразів у (25) дорівнює нулеві.

Подальший аналіз системи рівнянь (20) зручно проводити чисельними методами. Для цього для кожної фіксованої точки у просторі значень m_2, m_3, θ_{12}, θ_{13}, θ_{23}, α_2, δ, що лежать в експериментально дозволеному діапазоні (див. таблицю), знайдемо величини $|h_{22}/h_{12}|$ та $|h_{32}/h_{12}|$, а також $|h_{23}/h_{13}|$ та $|h_{33}/h_{13}|$ та графічно представимо результати обчислень.

У випадку нормальної ієрархії мас активних нейтрино в межах теорії νMSM (17), вважаючи $m_1 = 0$, отримаємо згідно з таблицею: $0,0085 \le m_2 \le 0,0094$ еВ; $0,046 \le m_3 \le 0,056$ еВ; кут θ_{12} змінюється в межах $30° \le \theta_{12} \le 38°$; кут θ_{23} змінюється в межах $36° \le \theta_{23} \le 54°$; кут θ_{13} змінюється в межах $0° \le \theta_{13} \le 10°$; фази δ, α_2 змінюються від $-\pi$ до π.

За цих значень параметрів нейтрино (вважаючи $m_2 = 0,009$ Ев, $m_3 = 0,05$ еВ) для 10000 випадково взятих точок у просторі значень $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \alpha_2, \delta$ було побудовано масиви ($|h_{22}/h_{12}|$, $|h_{32}/h_{12}|$) та ($|h_{23}/h_{13}|$, $|h_{33}/h_{13}|$), що графічно наведені на рис. 1.

У випадку оберненої ієрархії згідно з (17) $m_1 \to 0$ еВ, а згідно з таблицею повинно виконуватись $m_3 \to 0$ еВ. Для узгодження з моделлю νMSM потрібно переставити місцями масові стани m_3 та m_1. Це можна зробити завдяки додатковому унітарному повороту за допомогою матриці

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad U_{(1)} \to U_{(1)}\tilde{U}, \tag{35}$$

де $U_{(1)}$ – матриця змішування нейтрино в масовому та ароматних базисах (див. (16)).

Тоді можна покласти $m_3 = 0$, а для m_1, m_2 вибрати їхні центральні значення: $m_1 = m_2 = 0,05$ еВ, а значення для кутів змішування та фаз залишити такими ж, як і при нормальній ієрархії.

За цих значень параметрів нейтрино для десяти тисяч випадково взятих точок у просторі $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \alpha_2, \delta$ було побудовано відповідні масиви, що графічно зображено на рис. 2.

Якісний аналіз результатів показує, що у випадку нормальної ієрархії (рис. 1,a) відношення елементів другого стовпчика $|h_{32}/h_{12}|$ та $|h_{22}/h_{12}|$ знаходиться в межах $0,65 \lesssim |h_{32}/h_{12}| \lesssim 24,2$, $1,4 \lesssim |h_{22}/h_{12}| \lesssim$

$29,6$. При цьому, якщо випадково взяти точку у просторі $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \alpha_2, \delta$, то більш імовірна ситуація, що $|h_{32}/h_{12}|$ та $|h_{22}/h_{12}|$ будуть лежать у межах грубо від 1 до 10, і навпаки, значення відношень юкавівських констант більші за 10 є малоймовірними.

Зауважимо, що значення відношення фаз елементів юкавівської матриці $\mathrm{Arg}\,[h_{32}/h_{12}]$ та $\mathrm{Arg}\,[h_{22}/h_{12}]$ лежить не в усьому дозволеному діапазоні $(-\pi, \pi)$, а лише в замкнутій компактній області, що зображена на рис. 1,*б*.

У випадку оберненої ієрархії (рис. 2,*а*) відношення елементів $|h_{32}/h_{12}|$ та $|h_{22}/h_{12}|$ лежать в межах $0 \leq |h_{32}/h_{12}| \lesssim 3,2,\ 1,1 \lesssim |h_{22}/h_{12}| \lesssim 4,3$. При цьому граничні великі значення відношень елементів є також малоймовірними. Той факт, що відношення $|h_{32}/h_{12}|$ може дорівнювати нулеві, пояснюється тим, що $|h_{32}/h_{12}| = A_{12}^{-1} \sim M_{12}$, а M_{12} в дозволеному діапазоні зміни кутів та фаз при $m_2 = m_3$ може дорівнювати нулеві. Завдяки цьому, на відміну від випадку нормальної ієрархії, елементи $|h_{i2}|$ можуть бути величинами різного порядку.

Так само як і у випадку нормальної ієрархії, відношення фаз елементів юкавівської матриці $\mathrm{Arg}\,[h_{32}/h_{12}]$ та $\mathrm{Arg}\,[h_{22}/h_{12}]$ лежать лише в замкнутій компактній області, що наведена на рис. 2,*б*.

Як для випадку прямої, так і оберненої ієрархій графічно представлений масив відношень між модулями елементів третього стовпчика юкавівської матриці $(|h_{33}/h_{13}|\,; |h_{23}/h_{13}|)$ подібний до відношень, представлених на рис. 1, 2 (*а*), а відповідні відношення між фазами $(\mathrm{Arg}\,[h_{33}/h_{13}]\,;\ \mathrm{Arg}[h_{23}/h_{13}])$, що лежать в області $(0; 2\pi)$, подібні до відношень, зображених на рис. 1, 2 (*б*). При подальшому збільшенні кількості точок, що використовуються при побудові масивів, зазначені графічні залежності стають ідентичними.

4. Аналіз порушуючої CP-симетрію фази в теорії νMSM

Як показав А.Д. Сахаров [13], для того щоб на якомусь етапі еволюції Всесвіту відбулась генерація баріонної асиметрії, необхідне одночасне виконання таких трьох умов:

1) незбереження баріонного заряду;
2) порушення C- і CP-симетрії;
3) порушення термодинамічної рівноваги.

Як відомо, в теорії поля при CP-перетворенні стартовий лагранжіан переходить у лагранжіан з комплексно-спряженими константами зв'язку. Якщо серед цих констант є такі, що містять неусувні фази, то тоді CP-інваріантність теорії порушується. У CM нейтрино є безмасовими частинками, тому єдиним джерелом порушення CP-симетрії у слабких взаємодіях є єдиний комплексний елемент матриці Кабіббо–Кобаяші–Маскава, яка описує змішування між кварками різних поколінь. У теорії νMSM, внаслідок існування нейтрино з ненульовими масами, відбувається змішування між різними поколіннями нейтрино, отже, з'являється ще одне можливе джерело генерації порушення CP-симетрії.

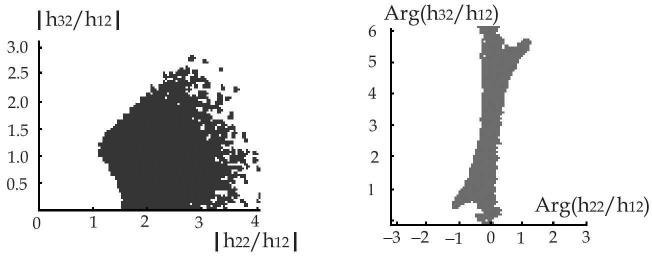

Рис. 2. Відношення модулів (*а*) та фаз (*б*) елементів другого стовпчика матриці Юкави. Випадок оберненої ієрархії

Отримані в попередньому розділі розв'язки для відношень елементів другого та третього стовпчиків юкавівської матриці (25) можна використати для аналізу отриманого в межах νMSM виразу для CP-порушуючої фази [14]. Як уже зазначалось, у моделі νMSM існує можливість генерації баріонної асиметрії завдяки CP-порушуючим осциляціям легких активних нейтрино у стерильні. При цьому змінюється загальне лептонне число в системі, що приводить до появи лептонної асиметрії, яка, в свою чергу, генерує баріонну асиметрію при сфалеронних переходах [15].

Використаємо для аналізу порушуючої CP-симетрію фази вираз, отриманий у роботі [14]:

$$\delta_{\mathrm{CP}} = \frac{1}{F^6}\left[\mathrm{Im}(h^+h)_{23}\sum_\alpha(|h_{\alpha 2}|^4 - |h_{\alpha 3}|^4) - \right.$$

$$\left. - (F_2^2 - F_3^2)\sum_\alpha(|h_{\alpha 2}|^2 + |h_{\alpha 3}|^2)\mathrm{Im}[h_{\alpha 2}^* h_{\alpha 3}]\right]. \qquad (36)$$

Будемо розглядати окремо кожну із складових даного виразу

$$F^6 = \left(|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2 + |h_{32}|^2\right)^3 =$$

$$= |h_{12}|^6\left(1 + \left|\frac{1}{A_{12}}\right|^2 + \left|\frac{1}{A_{13}}\right|^2\right)^3, \qquad (37)$$

$$\mathrm{Im}[h^+h]_{23} = \mathrm{Im}\left[h^*_{12}h_{13} + h^*_{22}h_{23} + h^*_{32}h_{33}\right] =$$

$$= \mathrm{Im}\left[\frac{h^*_{12}}{h_{12}}h_{12}h_{13} + \frac{h^*_{22}}{h_{22}}h_{22}h_{23} + \frac{h^*_{32}}{h_{32}}h_{32}h_{33}\right] =$$

$$= \left(\frac{\nu^2}{M}\right)^{-1} \mathrm{Im}\left[\frac{h^*_{12}}{h_{12}} \cdot M_{11} + \frac{h^*_{22}}{h_{22}}M_{22} + \frac{h^*_{32}}{h_{32}}M_{33}\right] =$$

$$= \left(\frac{\nu^2}{M}\right)^{-1} \mathrm{Im}\left[\frac{h^*_{12}}{h_{12}}\left(M_{11} + \frac{A_{12}}{A^*_{12}}M_{22} + \frac{A_{13}}{A^*_{13}}M_{33}\right)\right], \quad (38)$$

$$\sum_\alpha \left(|h_{\alpha 2}|^4 - |h_{\alpha 3}|^4\right) = |h_{12}|^4\left(1 + \left|\frac{1}{A_{12}}\right|^4 + \left|\frac{1}{A_{13}}\right|^4 -\right.$$

$$\left. - \left|\frac{h_{13}}{h_{12}}\right|^4 \left\{1 + \left|A_{12}\frac{M_{22}}{M_{11}}\right|^4 + \left|A_{13}\frac{M_{33}}{M_{11}}\right|^4\right\}\right), \quad (39)$$

$$F_2^2 - F_3^2 = |h_{12}|^2\left[1 + \left|\frac{1}{A_{12}}\right|^2 + \left|\frac{1}{A_{13}}\right|^2 - \left|\frac{h_{13}}{h_{12}}\right|^2 \times\right.$$

$$\left.\times \left\{1 + \left|A_{12}\frac{M_{22}}{M_{11}}\right|^2 + \left|A_{13}\frac{M_{33}}{M_{11}}\right|^2\right\}\right], \quad (40)$$

$$\sum_\alpha \left(|h_{\alpha 2}|^2 + |h_{\alpha 3}|^2\right) \mathrm{Im}[h^*_{\alpha 2}h_{\alpha 3}] =$$

$$= |h_{12}|^2\frac{M}{\nu^2}\left\{\left(1 + \left|\frac{h_{13}}{h_{12}}\right|^2\right) \mathrm{Im}\left[\frac{h^*_{12}}{h_{12}}M_{11}\right] + \right.$$

$$+ \left(\frac{1}{|A_{12}|^2} + \left|\frac{h_{13}}{h_{12}}\right|^2 \left|\frac{M_{22}}{M_{11}}A_{12}\right|^2\right) \mathrm{Im}\left[\frac{h^*_{12}}{h_{12}}\frac{A_{12}}{A^*_{12}}M_{22}\right] +$$

$$\left. + \left(\frac{1}{|A_{13}|^2} + \left|\frac{h_{13}}{h_{12}}\right|^2 \left|\frac{M_{33}}{M_{11}}A_{13}\right|^2\right) \mathrm{Im}\left[\frac{h^*_{12}}{h_{12}}\frac{A_{13}}{A^*_{13}}M_{33}\right]\right\}, \quad (41)$$

де було враховано, що $h_{32} = \dfrac{h_{12}}{A_{13}}$; $h_{22} = \dfrac{h_{12}}{A_{12}}$ та $h_{23} = h_{13}\dfrac{h_{23}}{h_{13}} = h_{13}\dfrac{M_{22}}{M_{11}}A_{12}$; $h_{33} = h_{13}\dfrac{h_{33}}{h_{13}} = h_{13}\dfrac{M_{33}}{M_{11}}A_{13}$.

Підставивши (37) – (41) в (36), отримаємо остаточний вираз для CP-фази:

$$\delta_{\mathrm{CP}}(\xi, \varepsilon) = |M_{11}|^{-1}C^{-3}[\varepsilon\left(\mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}A\right]B - CD\right) +$$

$$+\varepsilon^3(C_1 D - CD_1) + \varepsilon^5\left(C_1 D_1 - B_1 \mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}A\right]\right)], \quad (42)$$

в якому, окрім залежності від мас та параметрів матриці змішування активних нейтрино, було виділено залежність від таких параметрів матриці Юкави:

$$\xi = \arg[h_{12}],\ \varepsilon = \left|\frac{h_{13}}{h_{12}}\right| = \epsilon\sqrt{C/C1} \quad (43)$$

та використано позначення

$$\epsilon = F_3/F_2;\ A = M_{11} + \frac{A_{12}}{A^*_{12}}M_{22} + \frac{A_{13}}{A^*_{13}}M_{33},$$

$$B = 1 + |A_{12}|^{-4} + |A_{13}|^{-4};\ C = 1 + |A_{12}|^{-2} + |A_{13}|^{-2},$$

$$B_1 = 1 + \left|A_{12}\frac{M_{22}}{M_{11}}\right|^4 + \left|A_{13}\frac{M_{33}}{M_{11}}\right|^4,$$

$$C_1 = 1 + \left|A_{12}\frac{M_{22}}{M_{11}}\right|^2 + \left|A_{13}\frac{M_{33}}{M_{11}}\right|^2,$$

$$D = \mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}M_{11}\right] + |A_{12}|^{-2}\mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}\frac{A_{12}}{A^*_{12}}M_{22}\right] +$$

$$+|A_{13}|^{-2}\mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}\frac{A_{13}}{A^*_{13}}M_{33}\right],$$

$$D_1 = \mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}M_{11}\right] + \left|\frac{M_{22}}{M_{11}}A_{12}\right|^2 \mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}\frac{A_{12}}{A^*_{12}}M_{22}\right] +$$

$$+ \left|\frac{M_{33}}{M_{11}}A_{13}\right|^2 \mathrm{Im}\left[e^{-2i\xi}\frac{A_{13}}{A^*_{13}}M_{33}\right].$$

Отриманий вираз (42) підтверджує чисельними розрахунками загальні властивості CP-фази (36), що наведені в [14]:

1) знак фази, що порушує CP-симетрію, а значить і знак баріонної асиметрії не можна визначити, знаючи лише елементи матриці активних нейтрино;

2) якщо $\epsilon \to 0$, то $\delta_{\mathrm{CP}} \sim \epsilon$ і також прямує до нуля;

3) фаза, що порушує CP-симетрію, може не дорівнювати нулеві[5], якщо $\epsilon = 1$;
4) фаза, що порушує CP-симетрію, може не дорівнювати нулеві у випадках, коли $\theta_{13} = 0$ та $\theta_{23} = \pi/4$;
5) у випадку оберненої ієрархії фаза, що порушує CP-симетрію, може не дорівнювати нулеві у випадку, коли $m_1 = m_2$, $\theta_{13} = 0$, $\theta_{23} = \pi/4$.

Вираз (42) містить параметри, що змінюються у відомому діапазоні[6]. Це дозволяє оцінити межі, в яких знаходиться значення фази, що порушує CP-симетрію. Так, для нормальної ієрархії $|\delta_{\rm CP}| \lesssim 0,27$, для оберненої — $|\delta_{\rm CP}| \lesssim 0,08$.

Розглянемо питання, чи буде генеруватися баріонна асиметрія в частковому випадку, коли матриця змішування активних нейтрино (матриця $U_{(1)}$) є дійсною. Це можна зробити аналітично.

Оскільки елементи масової матриці активних нейтрино M_{ij} явно задаються через параметри матриці змішування (28), то матриця M_{ij} також буде дійсною. Можна явно знайти вигляд матриці $M_{\rm light} = U^*_{(1)} m U^+_{(1)}$ в загальному випадку, коли матриця змішування є дійсною, навіть не враховуючи обмеження, що випливають з умови унітарності матриці, та переконатися, що наступні мінори додатні:

$$\left[\begin{array}{l} M_{11}M_{22} - M_{12}^2 = m_2 m_3 (U_{12}U_{22} - U_{13}U_{23})^2 \geq 0, \\ M_{11}M_{33} - M_{13}^2 = m_2 m_3 (U_{12}U_{33} - U_{13}U_{32})^2 \geq 0, \\ M_{22}M_{33} - M_{23}^2 = m_2 m_3 (U_{22}U_{33} - U_{23}U_{32})^2 \geq 0, \end{array}\right. \tag{44}$$

де U_{ij} – елементи дійсної матриці U. Це означає, що підкореневі вирази в (25) є від'ємними (або дорівнюють нулеві в часткових випадках, коли вираз (44) дорівнює нулеві).

Отже, відношення елементів юкавівської матриці (30), (31) може бути комплексним, що згенерує ненульову CP-фазу навіть у випадку, коли матриця змішування активних нейтрино дійсна. Даний результат було підтверджено чисельними розрахунками з використанням явного вигляду (42).

5. Висновки

Якщо модель νMSM справедлива і праві (стерильні) нейтрино справді існують, що одночасно пояснює осциляції активних нейтрино, забезпечує генерацію баріонної асиметрії та з'ясовує структуру темної матерії, то на параметри моделі νMSM накладаються достатньо жорсткі обмеження, які, в принципі, можна експериментально перевірити[7]. На даний момент багаточисельні дані спостережень за допомогою супутників XMM-Newton, Chandra, INTEGRAL, Suzaku поки що не виявили ознак існування правих нейтрино в інструментально дозволеному діапазоні (див. роботу [7] та посилання в ній). Однак плануються нові дослідження (наприклад, проект Xenia [16]), що повинні повністю перевірити теоретично дозволений діапазон параметрів моделі, зокрема, кута змішування стерильних нейтрино з активними та масу найлегшого правого нейтрино.

Якщо зазначені експерименти підтвердять існування стерильних нейтрино, то для аналізу та обробки результатів спостережень будуть корисні точні розв'язки рівнянь моделі νMSM.

У даній роботі було проаналізовано систему рівнянь (18), що пов'язує елементи матриці Юкави моделі νMSM з масовою матрицею активних нейтрино (28), значення елементів якої з певною похибкою відомі й уточнюються з експериментів за осциляціями нейтрино. Було отримано загальні співвідношення між елементами другого та третього стовпчиків матриці Юкави як функції параметрів масової матриці активних нейтрино (30), (31). Для часткових значень кутів змішування активних нейтрино даний аналіз було проведено в роботах [5–7, 10, 14].

Використовуючи отримані розв'язки (25), чисельними методами було отримано діапазон значень, в якому лежать відношення модулів та фаз елементів матриці Юкави у випадку нормальної та оберненої ієрархій для дозволеного експериментально діапазону параметрів масової матриці активних нейтрино (див. таблицю). Показано, що навіть, якщо масова матриця активних нейтрино дійсна, в межах νMSM може існувати ненульова CP-порошуюча фаза, що відповідає за генерацію баріонної асиметрії.

Автори висловлюють подяку за ідею, корисні поради та обговорення результатів Олексію Боярському, Олегу Ручайському та Михайлу Шапошникову.

1. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); S.L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); A. Salam,

[5] Тут і далі фразу "фаза, що порушує CP-симетрію, може не дорівнювати нулеві" слід розуміти, що можливо так підібрати значення кутів змішування та фаз, щоб $\delta_{\rm CP} = 0$.

[6] Для кутів змішування існує експериментально дозволена область (див. таблицю), фази змінюються від 0 до 2π, $\epsilon \leq 1$.

[7] Мова йде про пошук розпадів найлегшого правого нейтрино на активне нейтрино та фотон. Цей процес дуже пригнічений і може відбуватися за рахунок осциляцій правого нейтрино в активне ліве нейтрино, яке взаємодіє з частинками СМ.

Proceedings of the 8-th Nobel Symposium, edited by N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968), p. 367.

2. Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего большого взрыва* (Издательство ЛКИ, Москва, 2008).
3. A. Strumia and F. Vissani, arXiv: hep-ph/0606054.
4. M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky in *Supergravity*, edited by P. van Nieuwenhuizen and O. Freedman (North-Holland, Amsterdam, 1979), p. 317; B. Stech, in *Unification of Fundamental Particle Interactions*, edited by S. Ferrara, J. Ellis, and P. van Nieuwenhuizen (Plenum, New York, 1980), p. 23.
5. T. Asaka and M. Shaposhnikov, Phys. Let. B **620**, 17 (2005).
6. T. Asaka, S. Blanchet, and M. Shaposhnikov, Phys. Let. B **631**, 151 (2005).
7. A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, and M. Shaposhnikov, arXiv:0901.0011.
8. S.M. Bilenky and S.T. Petcov, Rev. Mod. Phys. **59** 671 (1987).
9. C. Giunti, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **169**, 309 (2007).
10. M. Shaposhnikov, Nucl. Phys. B **763**, 49 (2007).
11. S. Bilenky, C. Giunti, and W. Grimus, Prog. Part. Nucl. Phys. **43**, 1 (1999).
12. Particle Data Group, http://pdg.lbl.gov
13. А.Д. Сахаров, ЖЭТФ **5**, вып. 1, 32 (1967).
14. M. Shaposhnikov, arXiv:0804.4542.
15. E.K. Akhmetov, V.A. Rubakov, and A.Y. Smirnov, Phys. Rev. Lett. **81**, 1359 (1998); V.A. Kuzmin, V.A. Rubakov, and M.E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **155**, 36 (1985); V.A. Kuzmin, V.A. Rubakov, and M.E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **191**, 171 (1987); S.Y. Khlebnikov and M.E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **387**, 817 (1996).
16. J.W. den Herder *et al.*, arXiv:0906.1788.

Одержано 07.07.09

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ЭЛЕМЕНТЫ МАТРИЦЫ ЮКАВЫ В МОДЕЛИ νMSM

В.М. Горкавенко, С.Й. Вильчинский

Р е з ю м е

В работе проанализированы и решены уравнения расширенной, за счет добавления трех правых нейтрино (синглеты по слабому изоспину), Стандартной модели (νMSM), которые связывают элементы матрицы Юкавы с элементами массовой матрицы активных нейтрино, в целях дальнейшего получения более точного ограничения на значения параметров модели. На основе полученных решений проведено исследование CP-нарушающей фазы в случае, когда элементы массовой матрицы активных нейтрино действительны. Показано, что в этом случае также может происходить генерация барионной асимметрии.

THEORETICAL LIMITATIONS ON ELEMENTS OF THE YUKAWA MATRIX IN THE νMSM MODEL

V.M. Gorkavenko, S.I. Vilchynskiy

Taras Shevchenko Kyiv National University, Faculty of Physics (*64, Volodumyrska Str., Kyiv 01601, Ukraine*)

S u m m a r y

The system of equations which couples elements of the Yukawa and active neutrino mass matrices in the νMSM theory (an extension of the Standard Model by three right-handed neutrinos which are singlets of the weak isospin) has been analyzed and solved. On the basis of the solution obtained, more accurate constraints on the model parameters have been determined. The obtained results were also used to study the CP-violating phase in the case where the elements of the active neutrino mass matrix are real-valued. The generation of a baryon asymmetry has been demonstrated to occur in this case as well.