2. Дынкин Е. Б. Марковские процессы / Е. Б. Дынкин. — М. : Физматгиз, 1969. — 859 с.
3. Кац И. Я. Метод функций Ляпунова в задачах устойчивости и стабилизации систем случайной структуры / И. Я. Кац. — Екатеренбург : УГАПС, 1998. — 222 с.
4. Ясинський В. К. Стабілізація у динамічних системах випадкової структури / В. К. Ясинський, Є. В. Ясинський, І. В. Юрченко. — Чернівці : Золоті литаври, 2011. — 738 с.
5. Friedlin M. I. Markov Processes and Differential Equations: Asymptotic Problems, Lectures in Mathematics / M. I. Friedlin. — Zurich : Birkhauser, 1998. — 303 p.
6. Jacod J. Limit Theorems for Stochastic Processes / J. Jacod, A. N. Shiryaev. — Berlin : Springer-Verlag, 1987.

We study the stability of solutions of functional differential equations with discrete Markov parameters and external disturbances. Sufficient and necessary conditions for exponential stability in the mean square of linear functional differential equations with discrete Markov coefficients.

**Key words:** *functional differential equations, Markov process, external perturbation.*

Отримано: 23.04.2015

УДК 519.872

**І. О. Дьогтєва,** аспірантка

Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця

## ПОБУДОВА ФУНКЦІЙ РОЗПОДІЛУ З ПРОГНОЗОВАНОЮ ПОВЕДІНКОЮ ІНТЕНСИВНОСТІ ВІДМОВ

У статті показано, як метод змішування розподілів можна використати для побудови функцій розподілу зі змінною інтенсивністю відмов.

**Ключові слова:** *функція розподілу, метод змішування, інтенсивність відмов.*

**Вступ.** Вивчення сумішей розподілів було розпочато Пірсоном у 1894 році, і тільки через півстоліття Робінс опублікував завершений фрагмент теорії сумісних розподілів.

Сутність процедури змішування у тому, що за сім'єю функцій $G(x, y)$, що задовольняє такі властивості: а) при кожному $y$ $G(x, y)$ — функція розподілу, б) при кожному $x$ $G(x, y)$ — вимірна по $y$, будується функція

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, y) dH(y), \tag{1}$$

де $H(y)$ — неспадна і $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dH(y) = 1$.

Інакше кажучи, $G(x, y)$ однопараметрична сім'я функцій розподілу (параметр $y$), причому $y$ є значенням випадкової величини $\xi$ із функцією розподілу $H(y)$. Тоді $G(x,\xi)$ — функція від випадкової величини і її математичне сподівання $M(G(x,\xi)) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} G(x,y)dH(y)$ є функцією розподілу.

Потреби практики, зокрема теорії надійності, вимагали нових розподілів, які б швидко й адекватно відображали механізм відмов. Для цього бралися однопараметричні закони розподілу, параметр яких усереднювався за повним законом розподілу [4–5; 9–12]. В роботах [6–7] параметром сім'ї розподілів служить момент зміни інтенсивності відмов.

У нашій роботі цей підхід використовується для побудови функцій розподілу з прогнозованою інтенсивністю відмов.

**Постановка задачі.** Будемо вважати, що умовна ймовірність відмови приладу на інтервалі $(t; t+\Delta t)$ за умови, що прилад не відмовив до моменту $t$, рівняється $\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)$, де $\lambda(t)$ — невід'ємна функція. Прилад почав працювати в момент $t = 0$. Якщо $\xi$ — час безвідмовної роботи приладу і $\overline{F}(t) = P(\xi > t)$, то

$$\overline{F}(t+\Delta t) = P(\xi > t)P(\xi > t+\Delta t \,|\, \xi > t) = \overline{F}(t)(1-\lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)).$$

Розв'язком рівняння $\dfrac{d\overline{F}(t)}{dt} = -\lambda(t)\overline{F}(t),$ який задовольняє початкову умову $\overline{F}(0) = P(\xi \geq 0) = 1$, є

$$\overline{F}(t) = \exp\left\{-\int\limits_0^t \lambda(u)du\right\}. \tag{2}$$

Отже, функція розподілу часу безвідмовної роботи приладу має вигляд $F(t) = \begin{cases} 0, t \leq 0, \\ 1-\exp\left\{-\int\limits_0^t \lambda(u)du\right\}, t > 0. \end{cases}$

Функцію $\lambda(t)$ називають [2; 3] функцією інтенсивності відмов. Якщо $\lambda(t)$ зростає, то її називають зростаючою функцією інтенсивності, і спадною інтенсивністю відмов, якщо $\lambda(t)$ спадає. Фрагмент теорії таких функцій побудовано в $[1]$.

Якщо час безвідмовної роботи приладу є абсолютно неперервна випадкова величина з щільністю розподілу $f(t)$, то функція інтенсивності відмов подається у вигляді $\lambda(t) = \dfrac{f(t)}{\overline{F}(t)}$, де

$$\overline{F}(t) = \int_t^{+\infty} f(u)du. \tag{3}$$

Як приклад, для розподілу Вейбулла-Гнєденко

$$F(t) = \begin{cases} 0, t \le 0, \\ 1 - e^{-ct^{\alpha}}, t > 0, \end{cases}$$

де $c > 0$, $\alpha > 0$, $\lambda(t) = c\alpha t^{\alpha-1}$ спадає, якщо $0 < \alpha < 1$, стала, якщо $\alpha = 1$, зростає, якщо $\alpha > 1$.

В демографії як математична модель для розподілу тривалості життя людей використовують розподіл Гомпертца-Макегама

$$F(t) = \begin{cases} 0, t \le 0, \\ 1 - \exp\left\{-\alpha t - \dfrac{\beta}{\gamma}(e^{\gamma t} - 1)\right\}, t > 0, \end{cases}$$

для якого $\lambda(t) = \alpha + \beta e^{\gamma t}$.

Наша задача — побудувати розподіл, для якого поведінка функції інтенсивності відмов матиме прогнозований характер, використавши метод змішування.

**Основний результат.** Для одержання основного результату роботи доведемо наступну теорему.

**Теорема.** Якщо $F_1(x)$, $F_2(x)$, $\Phi(x)$ абсолютно неперервні розподіли невід'ємних незалежних випадкових величин, то функція

$$F(t) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \le 0, \\ 1 - \int_0^t \overline{F_1}(u)\overline{F_2}(t-u)\varphi(u)du - \overline{F_1}(t)\overline{\Phi}(t), & \text{якщо } x > 0, \end{cases} \tag{4}$$

є функцією розподілу.

**Доведення.** За функціями інтенсивності $\lambda_1(t) = \dfrac{f_1(t)}{\overline{F_1}(t)}$, $\lambda_2(t) = \dfrac{f_2(t)}{\overline{F_2}(t)}$ побудуємо функцію $\lambda(t,u) = \begin{cases} \lambda_1(t), t \le u, \\ \lambda_2(t-u), t > u. \end{cases}$

Оскільки вона невід'ємна на $(0;+\infty)$, то її можна вважати функцією інтенсивності відмов невід'ємної випадкової величини.

Тоді відповідна функція розподілу матиме вигляд (для $f>0$)

$$\overline{F}(f,u)=\begin{cases} e^{-\int_0^t \lambda_1(x)dx}, & t\le u,\\ \exp\left\{-\int_0^u \lambda_1(x)dx-\int_u^t \lambda_2(x-u)dx\right\}, & t>u.\end{cases}$$

Вважаємо, що $u$ значення невід'ємної випадкової величини з щільністю розподілу ймовірностей $\varphi(u)=\Phi'(u)$, тобто $\overline{F}(t,\eta)$ функція від випадкової величини $\eta$, яка має щільність розподілу ймовірностей $\varphi(u)$. Тоді

$$M(\overline{F}(t,\eta))=\int_0^{+\infty}\overline{F}(t,u)\varphi(u)du=$$

$$=\int_0^t \exp\left\{-\int_0^u \lambda_1(x)dx-\int_u^t \lambda_2(x-u)dx\right\}\varphi(u)du+$$

$$+\int_t^{+\infty}\exp\left\{-\int_0^t \lambda_1(x)dx\right\}\varphi(u)du=\int_0^t \exp\left\{-\int_0^t \lambda_1(x)dx-\int_0^{t-u}\lambda_2(s)ds\right\}\varphi(u)du+$$

$$+\exp\left\{-\int_0^t \lambda_1(x)dx\right\}\int_t^{+\infty}\varphi(u)du=\int_0^t \overline{F_1}(u)\overline{F_2}(t-u)\varphi(u)du-\overline{F_1}(t)\overline{\Phi}(t).$$

Покажемо, що $F(t)=1-M(\overline{F}(t,\eta))$ функція розподілу. Справді, $F(t)=0$, якщо $t\le 0$,

$$\lim_{t\to+\infty}F(t)=1-\lim_{t\to+\infty}\int_0^t \overline{F_1}(u)\overline{F_2}(t-u)\varphi(u)du-\lim_{t\to+\infty}\overline{F_1}(t)\overline{\Phi}(t)=1.$$

Скориставшись формулою диференціювання інтеграла залежного від параметра

$$\frac{d}{dy}\int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x,y)dx=\int_{\alpha(y)}^{\beta(y)}\frac{\partial}{\partial y}f(x,y)dx+\beta'(y)f(\beta(y),y)-\alpha'(y)f(\alpha(y),y),$$

дістанемо

$$\frac{d}{dt}(F(t))=-\frac{d}{dt}M(\overline{F}(t,\eta))=\int_0^t \overline{F_1}(u)f_2(t-u)\varphi(u)du-$$

$$-\overline{F_1}(t)\overline{F_2}(0)\varphi(t)+f_1(t)\overline{\Phi}(t)+\overline{F_1}(t)\varphi(t).$$

А оскільки $\overline{F_2}(0)=1$, то

$$\frac{d}{dt}(F(t))=\int_0^t \overline{F_1}(u)f_2(t-u)\varphi(u)du+f_1(t)\overline{\Phi}(t)\geq 0,$$

тобто $F(t)$ неспадна. Теорему доведено.

Скориставшись доведеною теоремою (формулою (4)), побудуємо ряд оригінальних розподілів, які можна використовувати як математичні моделі відмов приладів.

Нехай $\overline{F_1}(t)=e^{-\lambda_1 t}$, $\overline{F_2}(t)=e^{-\lambda_2 t}$, $\overline{\Phi}(t)=e^{-\lambda_3 t}$. Якщо $\lambda_2\neq\lambda_1+\lambda_3$, то

$$\begin{aligned}\overline{F}(t)&=\int_0^t e^{-\lambda_1 u}e^{-\lambda_2(t-u)}\lambda_3 e^{-\lambda_3 u}du+e^{-\lambda_1 t}e^{-\lambda_3 t}=\\&=\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}\int_0^t e^{-(\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3)u}du+e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}=\\&=\frac{\lambda_3}{\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3}e^{-\lambda_2 t}-\frac{\lambda_3}{\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3}e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}+e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}=\\&=\frac{\lambda_3}{\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3}e^{-\lambda_2 t}+\frac{\lambda_1-\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3}e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}.\end{aligned}\tag{5}$$

Дослідимо поведінку інтенсивності відмов побудованого розподілу

$$\lambda(t)=\frac{-\overline{F}'(t)}{\overline{F}(t)}=\frac{\lambda_2\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}+(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1+\lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}}{\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}+(\lambda_1-\lambda_2)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t}}.$$

Очевидно, що $\lambda(0)=\lambda_1$.

а) Нехай $\lambda_2<\lambda_1+\lambda_3$, тоді $\lambda(t)$ подається у вигляді

$$\lambda(t)=\frac{\lambda_2\lambda_3+(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1+\lambda_3)e^{-(\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3)t}}{\lambda_3+(\lambda_1-\lambda_2)e^{-(\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3)t}}.$$

Звідси дістанемо, що $\lim\limits_{t\to+\infty}\lambda(t)=\lambda_2$ і

$$\begin{aligned}\lambda'(t)=-(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1+\lambda_3)(\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3)\lambda_3 e^{-(\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3)}\times\\\times\left(\lambda_3+(\lambda_1-\lambda_2)e^{-(\lambda_1-\lambda_2+\lambda_3)t}\right)^{-2}.\end{aligned}$$

$\lambda'(t)<0$, якщо $\lambda_1>\lambda_2$, тобто інтенсивність відмов монотонно спадає від $\lambda_1$ до $\lambda_2$. $\lambda'(t)>0$, якщо $\lambda_1<\lambda_2$, тобто інтенсивність відмов монотонно зростає від $\lambda_1$ до $\lambda_2$.

б) Нехай $\lambda_2 > \lambda_1 + \lambda_3$, тоді $\lambda(t)$ подається у вигляді

$$\lambda(t) = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_3) + \lambda_2 \lambda_3 e^{-(\lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_3)t}}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 e^{-(\lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_3)t}}.$$

Звідси дістанемо $\lim\limits_{t \to +\infty} \lambda(t) = \lambda_1 + \lambda_3$ і

$$\lambda'(t) = (\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_3)^2 \lambda_3 e^{-(\lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_3)t} \times$$
$$\times \left( \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 e^{-(\lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_3)t} \right)^{-2}.$$

У цьому випадку $\lambda'(t) > 0$ й інтенсивність відмов зростає від $\lambda_1$ до $\lambda_1 + \lambda_3$.

в) Якщо $\lambda_2 = \lambda_1 + \lambda_3$, то $\overline{F}(t) = (1 + \lambda_3 t) e^{-\lambda_2 t}$, і $\lambda(t) = \dfrac{\lambda_1 + \lambda_2 \lambda_3 t}{1 + \lambda_3 t}$ зростає від $\lambda_1$ до $\lambda_2$.

Нехай $\overline{F_1}(t) = e^{-\lambda t}$, $\overline{F_2}(t) = e^{-\alpha \lambda t}$, $\overline{\Phi}(t) = e^{-(\alpha - 1)\lambda t}$, де $\alpha > 1$. Тоді

$$\overline{F}(t) = \int_0^t e^{-\lambda u} e^{-\alpha \lambda (t-u)} (\alpha - 1) \lambda e^{-(\alpha - 1)\lambda u} du + e^{-\lambda t} e^{-(\alpha - 1)\lambda t} = \tag{6}$$
$$= (1 + (\alpha - 1)\lambda t) e^{-\alpha \lambda t}.$$

Маємо двопараметричний розподіл, для якого

$$\lambda(t) = \frac{\lambda(1 + \alpha(\alpha - 1)\lambda t)}{1 + (\alpha - 1)\lambda t},$$

причому $\lambda'(t) = \dfrac{\alpha(\alpha - 1)^2 \lambda}{(1 + (\alpha - 1)\lambda t)^2} > 0.$

Таким чином, інтенсивність відмов зростає від $\lambda(0) = \lambda$ до $\lambda(+\infty) = \lim\limits_{t \to +\infty} \lambda(t) = \alpha \lambda.$

Розподіл (5) має такі числові характеристики: $m = \dfrac{2\alpha - 1}{\alpha^2 \lambda}$, $d = \dfrac{2\alpha^2 - 1}{\alpha^4 \lambda^2}.$

Цей розподіл можна рекомендувати, як математичну модель для розподілу часу безвідмовної роботи систем, які старіють.

Нехай

$$\overline{F_1}(t) = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3} e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)t},$$

$$\overline{F_2}(t) = e^{-\lambda_4 t}, \ \overline{\Phi}(t) = e^{-\lambda_5 t}.$$

Знову скористаємось формулою (5). Маємо:

$$\overline{F}(t) = \int_0^t \left( \frac{\lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3} e^{-\lambda_2 u} + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3} e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)u} \right) e^{-\lambda_4 (t-u)} \lambda_5 \times$$

$$\times e^{-\lambda_5 u} du + \frac{\lambda_3}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3} e^{-(\lambda_2 + \lambda_5)t} + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3} e^{-(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_5)t} =$$

$$= \frac{\lambda_5}{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3} \left( \frac{\lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_4 + \lambda_5} + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_3 - \lambda_4 + \lambda_5} \right) e^{-\lambda_4 t} + \tag{7}$$

$$+ \frac{\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_4 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_4 + \lambda_5)} e^{-(\lambda_2 + \lambda_5)t} +$$

$$+ \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_3 - \lambda_4)}{(\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3)(\lambda_1 + \lambda_3 - \lambda_4 + \lambda_5)} e^{-(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_5)t}.$$

Розглянемо випадок, коли $\lambda_2 = \lambda_3$, $\lambda_4 = \lambda_5$. Тоді

$$\overline{F}(t) = \frac{2\lambda_4}{\lambda_1 + \lambda_2} e^{-\lambda_4 t} + \frac{\lambda_2 - \lambda_4}{\lambda_1} e^{-(\lambda_2 + \lambda_4)t} + \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_4)}{\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2)} \times$$

$$\times e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4)t} = \frac{1}{\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2)} (2\lambda_1 \lambda_4 e^{-\lambda_4 t} + (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_4) \times$$

$$\times e^{-(\lambda_2 + \lambda_4)t} + (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_4) e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4)t}).$$

Для цього розподілу інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = (2\lambda_1 \lambda_4{}^2 + (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2{}^2 - \lambda_4{}^2) e^{-\lambda_2 t} + (\lambda_1 - \lambda_2)((\lambda_1 + \lambda_2)^2 - \lambda_4{}^2) \times$$

$$\times e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t})(2\lambda_1 \lambda_4 + (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2 - \lambda_4) e^{-\lambda_2 t} +$$

$$+ (\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_4) e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t})^{-1},$$

причому $\lambda(0) = \lambda_1$, $\lambda(+\infty) = \lim\limits_{t \to +\infty} \lambda(t) = \lambda_4.$

У цьому випадку $\lambda(t)$ може бути кусково-монотонною, зокрема може мати місце так зване «корито», коли на початковому стані інтенсивність відмов спадає, а після цього зростає.

Для розподілів (5), (6), (7) можна побудувати марковські процеси, для яких ці розподіли є розподілами ймовірностей часу перебування в деяких підмножинах станів.

Як ілюстрацію розглянемо розподіл (5) у випадку коли $\lambda_2 = \lambda_3$, тобто розподіл

$$\overline{F}(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}. \tag{8}$$

Справді, нехай $\xi_1$ і $\xi_2$ незалежні показникові розподілені випадкові величини з параметрами $\lambda_1$ і $\lambda_2$. Побудуємо процес $\xi(t)$, який перебуває у первинному стані $\min(\xi_1, \xi_2)$, з ймовірністю $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}$ переходить в другий стан і з ймовірністю $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}$ у третій стан. В другому стані він перебуває час $\xi_2$ і з ймовірністю 1 переходить у третій стан. Третій стан — поглинаючий. Нас цікавить закон розподілу ймовірностей часу перебування процесу $\xi(t)$ у множині станів $\{1;2\}$ до виходу у поглинаючий за умови, що у початковий момент процес перебував у першому стані. Позначимо через $Q_{ij}(t)$ — ймовірність того, що $\xi(t)$ проведе в $i$-ому стані час менший, ніж $t$ й перейде у $j$-ий стан. Тоді

$$Q_{12}(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}\left(1-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right),$$

$$Q_{13}(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\left(1-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right),$$

$$Q_{23}(t) = 1-e^{-\lambda_2 t}$$

і система рівнянь марковського відновлення для розподілу ймовірностей часу перебування $\xi(t)$ в множині станів $\{1;2\}$ за умови, що початковим був перший стан, запишеться у вигляді

$$\begin{cases} 1-\overline{F_1}(t) = \displaystyle\int_0^t \left(1-\overline{F_2}(t-x)\right) dQ_{12}(x) + Q_{13}(t), \\ \overline{F_2}(t) = e^{-\lambda_2 t}. \end{cases}$$

Звідси

$$1-\overline{F_1}(t) = \lambda_2 \int_0^t e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x}\left(1-e^{-\lambda_2(t-x)}\right)dx + \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}\left(1-e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right) =$$

$$= 1-\frac{\lambda_2}{\lambda_1}e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_1-\lambda_2}{\lambda_1}e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t},$$

що збігається з (8).

**Висновок.** Таким чином у статті побудовано нові розподіли, в яких інтенсивність відмов змінюється прогнозовано. А використаний для їх побудови прийом дозволить розв'язати ряд задач, наприклад теорії масового обслуговування, у яких інтенсивність надходження вимог або інтенсивність обслуговування змінюється.

## Список використаних джерел:


1. Барлоу Р. Математическая теория надёжности / Р. Барлоу, Ф. Прошан. — М. : Сов. радио, 1969. — 488 с.
2. Гихман И. И. Теория вероятностей и математическая статистика / И. И. Гихман, А. В. Скороход, М. И. Ядренко. — К. : Вища шк., 1988. — 438 с.
3. Гнеденко О. В. Математические методы в теории надёжности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьёв. — М. : Наука, 1965. — 524 с.
4. Мальцева Н. И. Аппроксимация непрерывных распределений смесью распределений Ерканга / Н. И. Мальцева // Проблемы передачи информации. — 1969. — № 3. — С. 89–92.
5. Новосёлов А. А. Математическое моделирование финансовых рисков: теория измерения / А. А. Новосёлов. — Новосибирск : Наука, 2001. — 102 с.
6. Працьовитий М. В. Побудова абсолютно неперервних функцій розподілу шляхом змішування і стохастичного моделювання / М. В. Працьовитий, А. А. Томусяк // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. — К. : НПУ, 2005. — №6. — С. 145–167.
7. Томусяк А. А. До питання побудови функцій надійності / А. А. Томусяк // Сучасні проблеми фізики та математики. — 2003. — Вип. 8. — С. 181–191.
8. Robbins H. Mixture of distributions / H. Robbins // Ann. Math. Statistics. — 1948. — №19. — P. 266–269.
9. Roy M. K. A class of Poisson mixtured distribution / M. K. Roy, S. Rahman, M. M. Ali // J. Opt. Sci. — 1993. — Vol. 13. — P. 207–208.
10. Roy M. K. Binomial mixture of same distributions / M. K. Roy, A. K. Roy, M. M. Ali // J. Opt. Sci. — 1994. — Vol. 14. — P. 57–71.
11. Roy M. K. Erlang mixtures somecliscrete distributions/ M. K. Roy, N. E. Haque // Pak. J. Statist. — 2008. — Vol. 24 (1). — P. 45–56.
12. Zaman M. R. Ch-square mixtures of Gamma distribution / M. R. Zaman, M. K. Roy Nakhter // J. Opt. Sci. — 2005. — P. 1632–1635.


This article describes construction of a function of distribution with the predicted behavior of intensity refusal.

**Key words:** *distribution function, method of mixing, intensity of rufuses.*

Отримано: 14.04.2015