

**А. О. Пузанов**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: s5sk@ire.kharkov.ua

## ДВУХЧАСТОТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ФАКЕЛЬНОГО РАЗРЯДА В РАМКАХ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ СХЕМЫ М. С. НЕЙМАНА, ДОПОЛНЕННОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ РАЗРЯДА

Актуальность рассмотренной задачи обусловлена возможностью применения факельного разряда (ФР) для решения множества полезных прикладных задач и значительным отставанием практико-ориентированных теоретических его исследований. В данной работе рассмотрен предложенный автором оригинальный метод измерения активного сопротивления ФР ( $R_d$ ) с учетом индуктивности  $L$  разряда. Выведены формулы, позволяющие вычислить  $R_d$  по результатам измерений на двух частотах значения функции  $\alpha$  – отношения напряжений, при которых ФР сохраняет свои электрические и геометрические характеристики. В частности, найдено неравенство для оценки области определения  $\alpha$  при использовании указанной формулы для  $R_d$ . Установлено, что частотная зависимость  $\alpha$  имеет минимум на резонансной частоте  $\omega$ , разрядной цепи, который при  $L \rightarrow 0$  превращается в асимптоту для аналогичной зависимости  $\alpha$  при  $L \neq 0$ . Показано, что в случаях, когда влиянием  $L$  пренебрегать нельзя, минимум функции  $\alpha$  по оси ординат всегда лежит выше указанной асимптоты. Сделан вывод, что измеряемое значение  $\alpha$  должно согласовываться с точностью измерительного оборудования, в том числе приборов, контролирующих неизменность геометрических характеристик ФР при его возбуждении на двух частотах; таким образом, измеряемое значение  $\alpha$  должно быть как можно меньшим. Это возможно, если частоты возбуждения достаточно далеко отстоят одна от другой. Рассмотренный метод способствует более производительному использованию промышленных ресурсов. Ил. 3. Табл. 1. Библиогр.: 30 назв.

**Ключевые слова:** факельный разряд, модель Неймана, индуктивность факельного разряда, активное сопротивление факельного разряда.

Состояние современных исследований факельного разряда (ФР) отражено в большом количестве работ [1–27]. Неослабевающий на протяжении целого века научный интерес к ФР обусловлен многочисленными областями его применения [4, 27]. Однако в работе [16] отмечается, что «исследования ВЧ ФР, связанные с решением прикладных задач, значительно опередили исследования ФР как физического явления». Поэтому посвященные ФР теоретические и экспериментальные работы все еще не дают исчерпывающего ответа на ряд практических вопросов.

В работах [23–27] были описаны эксперименты с ФР, который возбуждался генератором с длиной волны 12,2 см (рабочая частота 2,46 ГГц). В частности, на основании анализа эквивалентной схемы антенны и модели ФР, предложенной Нейманом [2, 3], в работе [26] показано, что по однопроводной линии, на конце которой возбужден ФР, распространяется волна, близкая по структуре к поверхностной  $TM$ -волне Зоммерфельда. Это свиде-

тельствует о слабой емкостной связи проводника электрода (однопроводной линии), на конце которого возбужден ФР, с «землей» и, следовательно, малости потерь на излучение линией как антенной.

В работе [27] был предложен метод определения активного сопротивления  $R_d$  факельного разряда (ФР), возбужденного на конце однопроводной линии (ОЛ). Метод основан на использовании эквивалентной схемы ФР М. С. Неймана [2, 3].

Суть предложенного в [27] подхода состоит в установленной возможности пересчета геометрических характеристик ФР в его активное сопротивление при измерениях на двух частотах  $f_{0,1}$  амплитуд напряжений  $U_{0,1}$ , прикладываемых к ОЛ, при условии, что геометрия ФР в обоих случаях совпадает.

Строго говоря, неизменными на частотах  $f_{0,1}$  геометрическими характеристиками ФР должны оставаться: длина ФР ( $l$ ); диаметр разрядного канала ФР ( $d$ ); высота расположения ФР относительно поверхности земли ( $h$ ).

Численно установлено, что последнее требование не слишком строгое, т. е. изменение значения  $h$  по мере сторания материала ОЛ весьма мало сказывается на получаемом результате.

Неизменность геометрии ФР на частотах  $f_{0,1}$  возможна, поскольку реактивная и ее основная – емкостная – составляющие импеданса разрядной цепи являются частотно-зависимыми, а всю разрядную цепь можно рассматривать как делитель напряжения. Именно поэтому путем изменения частоты возбуждения ОЛ и амплитуды колебаний генератора всегда можно добиться, чтобы в разрядной цепи протекал один и тот же ток, а значит, возбуждался ФР с теми же геометрическими и электрическими характеристиками.

Целью настоящей работы является развитие описанного выше подхода, а именно: 1) получение расчетного выражения для активного сопротивления ФР с учетом его эквивалентной индуктивности; 2) нахождение области определения этого выражения в зависимости от  $\alpha(\omega_0, \omega_1)$  как отношения амплитуд напряжений  $U(\omega_1)/U(\omega_0)$ ; 3) исследование поведения функции  $\alpha(\omega_0, \omega)$  в зависимости от  $\omega$ ; 4) получение уточненного оценочного выражения для значений  $\alpha(\omega_0, \omega)$  с использованием результата разд. 3.

**1. Постановка задачи и основные предпосылки к ее решению.** В работе [27] намечены лишь первые подходы к использованию предложенной методики, ибо в полученных выражениях не учитывалась эквивалентная индуктивность ФР. Это накладывает некоторые ограничения на область применимости используемой модели ФР и его геометрические характеристики.

В основе рассматриваемой модели [27] лежит классическая для ФР небольшой мощности (до 1 кВт [16]) схема замещения М. С. Неймана [2, 3], но дополненная индуктивностью (рис. 1).

В этой статье будет развит предложенный в работе [27] метод.

На рис. 1 приняты следующие обозначения:  $G$  – генератор с выходным напряжением  $U_G$ ;  $I_d$  – ток в разрядной цепи;  $L$  – эквивалентная индуктивность ФР;  $R_d$  – активное сопротивление ФР;  $U_d$  – падение напряжения на ФР;

$C$  – емкость связи ФР с землей [1–3, 16];  $U_{x_C}$  – падение напряжения на реактивном сопротивлении  $x_C$  емкости  $C$ .

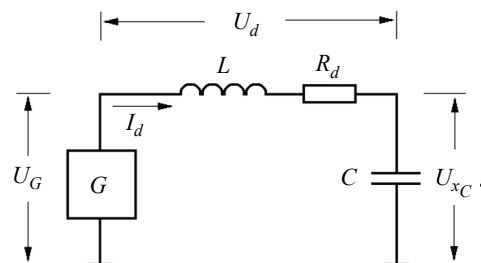


Рис. 1. Эквивалентная схема ФР по М. С. Нейману с добавлением эквивалентной индуктивности разряда

Как и в работе [27], предполагаем выполнение тех же трех условий с добавлением еще одного, четвертого:

1) длина, диаметр, материал и форма конца проводника однопроводной линии с ФР (рис. 2) совпадают в экспериментах для всех частот;

2) мощность ФР не превышает 1 кВт, что позволяет применять для анализа радиотехнические понятия, а именно брать за основу эквивалентную схему М. С. Неймана (рис. 1);

3) в необходимом интервале частот зависимость активного сопротивления факела от частоты пренебрежимо мала;

4) длина ФР  $l$  существенно меньше наименьшей из двух используемых для измерений длин волн возбуждающего генератора, а максимальная частота напряжения возбуждения ниже резонансной частоты колебательного контура, эквивалентного разрядной цепи (рис. 1).

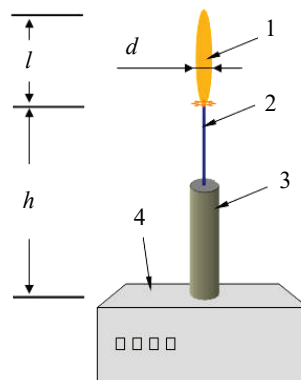


Рис. 2. Схема возбуждения ФР в воздухе: 1 – факел; 2 – однопроводная линия; 3 – коаксиальная линия; 4 – ВЧ-генератор

Кратко прокомментируем сформулированные условия, за исключением первого, необходимость соблюдения которого вполне очевидна.

*Второе условие.* Необходимость соблюдения этого условия связана с тем, что электрические свойства ФР зависят от его геометрических размеров, которые определяются уровнем подводимой мощности.

При мощностях, превосходящих 0,7...1,0 кВт, сопротивление плазмы ФР возрастает настолько, что становится существенным замедление распространяющейся вдоль ФР поверхностной ТМ-волны [16, 26]. С увеличением мощности растет и длина ФР. Как следствие двух названных причин, длина ФР становится сопоставимой с длиной волны.

Следует также добавить, что при больших мощностях необходимо учитывать изменение свойств плазмы ФР вдоль его оси и прежде всего – осевое распределение удельной проводимости. Поэтому модель Неймана [2, 3] и теория длинных линий, как ее обобщение, при мощностях, больших 0,7...1,0 кВт, становятся неприменимыми и верное описание ФР возможно только в строгой электродинамической постановке [9–16].

*Третье условие.* Оценка полосы частот, в пределах которой частотной зависимостью  $R_d$  можно пренебречь, выполнена в работе [27]. Для этого использовались те сведения о свойствах «воздушной» плазмы ФР, которые по признаку повторяемости у разных авторов не вызывают сомнений в их достоверности: электронная плазменная частота  $\omega_{pe} \sim 2\pi \cdot 10$  ГГц [16, с. 47]; ионная плазменная частота  $\omega_{pi} \sim 2\pi \cdot 40$  МГц [16, с. 47]; удельная проводимость канала ФР  $\sigma(\omega) \sim 1...2$  См/м [16, с. 9, 71].

Отсюда определены электронная и ионная частоты соударений соответственно:  $\nu_e \ll 2\pi \cdot (17,5...35,0)$  ГГц;  $\nu_i \ll 2\pi \cdot 1,0$  МГц.

Для приведенных выше значений параметров ФР в [27] было показано, что полоса частот, в пределах которой можно пренебречь зависимостью активного сопротивления ФР от частоты, должна находиться в пределах  $(1 \cdot 10^{-3} \leq f \ll 2,8)$  ГГц.

*Четвертое условие.* Частоты возбуждения однопроводной линии должны лежать в полосе  $\omega \leq \omega_{\max}$ , для которой остается спра-

ведливым описание ФР при помощи эквивалентной схемы из сосредоточенных элементов (рис. 1).

Оценку верхней границы этой полосы частот ( $\omega_{\max}$ ) для ФР с различными геометрическими характеристиками, с целью большей наглядности, есть смысл проводить совместно с детальным численным исследованием рассматриваемого метода. Этот развернутый анализ выходит за рамки данной статьи.

**2. Определение активного сопротивления ФР с учетом его эквивалентной индуктивности.** Пусть  $U_G$  – напряжение генератора, при котором поддерживается горение ФР. Полагаем, что частотам  $\omega_0$  и  $\omega$  соответствуют напряжения  $U_G(\omega_0)$  и  $U_G(\omega)$ . Для удобства значение  $\omega$  пока не конкретизируется индексом. Таким образом, функция  $U_G(\omega)$  описывает частотную зависимость напряжения  $U_G$ . Делаем также допущение, что напряжения  $U_G(\omega_0)$  и  $U_G(\omega)$  вызывают в цепи одинаковый ток  $I_d$ :

$$I_d(\omega_0) = I_d(\omega) = I_d. \quad (1)$$

Выполнение условия (1) возможно благодаря тому, что разным частотам соответствуют разные значения реактивностей разрядной цепи.

Запишем модуль импеданса цепи, изображенной на рис. 1:

$$Z(\omega) = \sqrt{R_d^2(\omega) + [x_L(\omega) - x_C(\omega)]^2}, \quad (2)$$

где  $x_L(\omega) = \omega L$ ,  $x_C(\omega) = 1/(\omega C)$ .

Поскольку, согласно Нейману (см. рис. 1), ФР можно представить в виде отрезка однопроводной линии, обладающего некоторой емкостью по отношению к земле, то, в частности, при длине ФР  $l$ , возникающего на конце вертикально расположенного провода длиной  $h$ , значение емкости ФР  $C$  определяется из следующего выражения [28, 29, с. 87]:

$$C \approx 0,2416 l / \left[ \lg \left( \frac{2l}{d} \right) - k \right], \text{ пФ.} \quad (3)$$

Здесь  $l, d$  (см) – длина и средний диаметр разрядного канала ФР соответственно;  $k$  – постоянная, зависящая от  $h/l$  и определяемая из таблицы. Для точных результатов отношение  $h/l$  должно быть мало. В качестве аргумента используют то из отношений  $h/l$  или  $l/h$ , которое меньше единицы.

Значение постоянной  $k$  для формулы (3) в зависимости от отношений  $h/l$  и  $l/h$

$h/l$	$k$	$h/l$	$k$	$l/h$ ( $h/l$ )	$k$
–	–	0,3	0,280	1,0 (1,000)	0,207
0,02	0,403	0,4	0,261	0,9 (1,111)	0,202
0,04	0,384	0,5	0,247	0,8 (1,250)	0,196
0,06	0,369	0,6	0,236	0,7 (1,429)	0,190
0,08	0,356	0,7	0,227	0,6 (1,667)	0,184
0,10	0,345	0,8	0,219	0,5 (2,000)	0,177
0,15	0,323	0,9	0,2125	0,4 (2,500)	0,170
0,20	0,305	1,0	0,207	0,3 (3,333)	0,162
0,25	0,291	–	–	0,2 (5,000)	0,153
0,30	0,280	–	–	0,1 (10,000)	0,144
–	–	–	–	0,0 ( $\infty$ )	0,133

Эквивалентную индуктивность разряда  $L$  определим по формуле для индуктивности круглого прямого проводника [28, 29, с. 44]:

$$L = 2 \cdot 10^{-3} l \left( \frac{d}{2l} - 1 + 2,303 \lg \frac{4l}{d} \right), \text{ мкГн. } \quad (4)$$

Если принять во внимание допущение (1), то  $U_G(\omega_0) = Z(\omega_0)I_d$ ,  $U_G(\omega) = Z(\omega)I_d$ .

Введем функцию  $\alpha(\omega_0, \omega)$ , зависящую от заданной частоты  $\omega_0$  и некоторой частоты  $\omega$ :

$$\alpha(\omega_0, \omega) = \frac{U_G(\omega)}{U_G(\omega_0)} = \frac{Z(\omega)}{Z(\omega_0)}. \quad (5)$$

Функция (5) характеризует частотную зависимость  $\alpha(\omega_0, \omega)$  для заданной частоты  $\omega_0$ .

Для нахождения активного сопротивления ФР  $R_d$  положим, что  $\omega = \omega_1$ . Так же, как и в работе [27], в случае  $R_d(\omega_0) \approx R_d(\omega_1)$  можно вычислить значение  $R_d$  в результате измерения на частотах  $\omega_0$  и  $\omega_1$  напряжений, при которых возбуждаются ФР с одинаковой геометрией.

На основании (2) запишем квадраты импедансов для частот  $\omega_0$  и  $\omega_1$ :

$$Z^2(\omega_{0,1}) = R_d^2(\omega_{0,1}) + [x_L(\omega_{0,1}) - x_C(\omega_{0,1})]^2. \quad (6)$$

Вводя обозначения  $\omega_r^2 = 1/(LC)$ ,  $\xi = \omega_0/\omega_1$  и для краткости опуская подразумеваемые далее аргументы функции  $\alpha$ , на основании выражений (5) и (6) запишем равенство

$$R_d^2(\omega_0) \left[ \frac{R_d^2(\omega_1)}{R_d^2(\omega_0)} - \alpha^2 \right] = \frac{1}{\omega_0^2 C^2} \left[ \alpha^2 \left( \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2} - 1 \right)^2 - \xi^2 \left( \frac{\omega_1^2}{\omega_r^2} - 1 \right)^2 \right]. \quad (7)$$

Для равенства (7) рассмотрим два случая:

А)  $\alpha < R_d(\omega_1)/R_d(\omega_0)$ . Тогда

$$\xi \left| 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_r^2} \right| \left/ \left| 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2} \right| \right. < \alpha < \frac{R_d(\omega_1)}{R_d(\omega_0)};$$

Б)  $\alpha > R_d(\omega_1)/R_d(\omega_0)$ . Тогда

$$\frac{R_d(\omega_1)}{R_d(\omega_0)} < \alpha < \xi \left| 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_r^2} \right| \left/ \left| 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2} \right| \right. \quad (8)$$

и, в частности, при  $\omega_0 = \omega_r$

$$R_d(\omega_1)/R_d(\omega_0) < \alpha < \infty.$$

Случай «Б» не имеет физического смысла, поскольку относится к области сравнительно высоких частот, соизмеримых или больших, чем резонансная частота  $\omega_r$ . Для этих частот становится некорректным представление ФР тремя сосредоточенными элементами. Поэтому ниже остановимся на анализе одного только случая «А» и знаки модуля сохраним лишь формально.

Если в равенстве (7)  $R_d(\omega_0) = R_d(\omega_1) = R_d$ , то получаем два вывода.

Во-первых,

$$\xi \left| 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_r^2} \right| \left/ \left| 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2} \right| \right. < \alpha < 1. \quad (9)$$

В частном случае  $\omega_0 < \omega_1 \ll \omega_r$  из (9) следует условие, найденное нами в [27] без учета индуктивности:

$$\xi \leq \alpha \leq 1. \quad (10)$$

Можно заметить, что при  $\omega_0 / \omega_1 \rightarrow 0$ , исходя из (5), неравенство (10) выражает не более чем очевидность ( $0 \leq U_G(\omega_1) \leq U_G(\omega_0)$ ) и для оценки значения  $U_G(\omega_1)$  становится непригодным. Поэтому в частном случае  $\omega_0 < \omega_1 \ll \omega_r$  вместо (10) было предложено использовать другое неравенство – см. в [27] формулы (10) и (15).

Неравенство (9) устанавливает область определения  $R_d$ , как функции  $\alpha$ , при заданных частотах  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_r$ . Эта область определения несколько шире, чем допускают границы применимости эквивалентной схемы ФР из сосредоточенных элементов. Указанное обстоятельство впредь важно иметь в виду.

Кроме того, легко показать, что учитывающее индуктивность неравенство (9) в рассматриваемом здесь случае дает оценку для значений  $\alpha$  более грубую, нежели частный случай (10) для безындукционной модели [27]. Поэтому (что будет подкреплено дальнейшими рассуждениями) неравенство (9) практического значения не имеет и не может быть использовано в качестве оценочного, как это было возможно в работе [27].

Во-вторых,

$$R_d = x_C(\omega_0) \sqrt{\frac{\alpha^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2}\right)^2 - \xi^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_r^2}\right)^2}{1 - \alpha^2}}. \quad (11)$$

Отсюда в частном случае  $\omega_0 < \omega_1 \ll \omega_r$  также имеем формулу, полученную в [27]:

$$R_d^{(L=0)} = x_C(\omega_0) \sqrt{\frac{\alpha^2 - \xi^2}{1 - \alpha^2}}. \quad (12)$$

Таким образом, по результатам измерений на двух частотах  $\omega_0$  и  $\omega_1$  напряжений  $U_G(\omega_{0,1})$  (или  $\alpha(\omega_0, \omega_1)$ ), при которых

ФР сохраняет свои электрические и геометрические характеристики, можно определить величину активного сопротивления ФР –  $R_d$ . После этого может быть построена полная частотная зависимость  $\alpha(\omega_0, \omega)$  (или  $U_G(\omega)$ ).

**3. Частотная зависимость напряжения, поддерживающего горение ФР при одинаковых условиях и обеспечивающего его одинаковые геометрические и электрические характеристики.** На основании выражений (2) и (5) для частотной зависимости  $\alpha(\omega_0, \omega)$  можно записать

$$\begin{aligned} \alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega) &= \\ &= \sqrt{\frac{R_d^2 + [x_L(\omega) - x_C(\omega)]^2}{R_d^2 + [x_L(\omega_0) - x_C(\omega_0)]^2}} \end{aligned} \quad (13)$$

или, что то же самое, с использованием тех же обозначений, что и в формуле (11), –

$$\begin{aligned} \alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega) &= \\ &= \sqrt{\frac{1 + \left[ \frac{x_C(\omega_0)}{R_d} \xi \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_r^2}\right) \right]^2}{1 + \left[ \frac{x_C(\omega_0)}{R_d} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2}\right) \right]^2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Запись (13) в виде (14) окажется полезной в дальнейшем.

Квадрат выражений (13) или (14), очевидно, описывает нормированную зависимость отношения соответствующих мощностей.

В (14) полагаем, что значения величин  $\omega_0$ ,  $\omega_r$  и  $x_C(\omega_0)$  известны (например, из эксперимента по определению  $R_d$ , поскольку изначально  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega_1)$  является измеряемой величиной).

Если индуктивностью ФР можно пренебречь, то при  $\omega \rightarrow \infty$  реактивное сопротивление  $x_C(\omega)$  емкости  $C$  стремится к нулю ( $\omega_r \rightarrow \infty$ ), поэтому график функции  $\alpha^{(L=0)}(\omega_0, \omega)$  приближается к горизонтальной асимптоте (см. формулу (10) в работе [27])

$$\alpha^{(L=0)}(\omega_0, \omega \rightarrow \infty) = \left\{ 1 + \left[ \frac{x_C(\omega_0)}{R_d} \right]^2 \right\}^{-1/2}. \quad (15)$$

Если перейти к абсолютным величинам, то, согласно (5), значение напряжения  $U_G(\omega)$  можно найти из выражения

$$U_G(\omega) = \alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega) U_G(\omega_0). \quad (16)$$

Покажем поведение функции (13), (14) при изменении частоты  $\omega$  в широких пределах. В данном случае нас интересует лишь характер изменения  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  в сравнении с  $\alpha^{(L=0)}(\omega_0, \omega)$  [27], а не зависимость  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  для реального ФР, которая могла бы быть построена с учетом границ применимости эквивалентной схемы разрядной цепи из сосредоточенных элементов. Это сопоставление позволит сделать вывод, важный в дальнейшем.

Пусть  $\omega = 2\pi \cdot (0,2 \dots 1,0)$  ГГц,  $l = 15$  см и  $d = 0,5$  см,  $R_d = 1$  кОм. Вычисленное по формуле (3) значение  $C = 2,6$  пФ ( $h/l = 0,02$ ;  $k = 0,403$  – таблица), а согласно (4), значение  $L = 32,9$  нГн. Таким образом, резонансная частота колебательного LC-контура  $\omega_r = 2\pi \cdot 540,7$  МГц.

Построенные для этих исходных данных графики представлены на рис. 3. Кривые, рассчитанные с учетом индуктивности ( $L \neq 0$ ), помечены маркерами. Кривые без маркеров рассчитаны без учета индуктивности ( $L \equiv 0$ ). Горизонтальные асимптоты для последних (найжены по формуле (15)) изображены пунктиром.

На рассматриваемом интервале частот минимум функции  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  (определенный с помощью графика) составляет  $\alpha_{\min}^{(L \neq 0)} = 0,968$ , а значение  $\alpha^{(L=0)}(\omega_0, \omega \rightarrow \infty) = 0,957$ . Можно заметить, что минимум  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  достигается на рассчитанной выше частоте  $\omega_r = 2\pi \cdot 540,7$  МГц.

Докажем последнее утверждение аналитически. Приравняем нулю производную (13)

$$\frac{d}{d\omega} \alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega) = 0$$

и найдем решение уравнения

$$[x_L(\omega) - x_C(\omega)] \frac{d}{d\omega} [x_L(\omega) - x_C(\omega)] = 0.$$

Физически это уравнение означает согласование обеих реактивностей эквивалентного колебательного контура, или условие резонанса. Причем второй сомножитель физического смысла не имеет, ибо он обращается в нуль при  $\omega = -1/\sqrt{LC} = -\omega_r$  и может быть опущен.

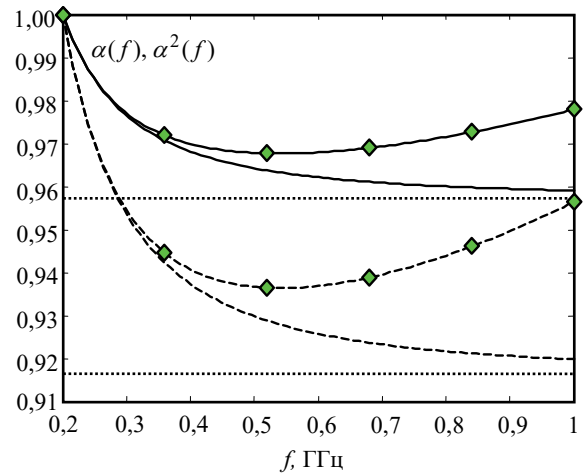


Рис. 3. Графики зависимости от частоты  $\alpha(f_0, f)$  (сплошная линия) и  $\alpha^2(f_0, f)$  (штриховая линия) с учетом индуктивности (кривые с маркерами) и без ее учета (кривые без маркеров)

Отсюда следует, что функция  $\alpha^{(L \neq 0)}$  (13) действительно имеет минимум на резонансной частоте, определяемой по классической формуле Томсона  $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$ . При этом значение  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  на частоте  $\omega = \omega_r$  будет

$$\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega = \omega_r) = \left\{ 1 + \left[ \frac{x_L(\omega_0) - x_C(\omega_0)}{R_d} \right]^2 \right\}^{-1/2}. \quad (17)$$

Или, что то же самое, согласно (14), –  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega = \omega_r) =$

$$= \left\{ 1 + \left[ \frac{x_C(\omega_0)}{R_d} \left( 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_r^2} \right) \right]^2 \right\}^{-1/2}.$$

При  $L \rightarrow 0$ , очевидно,  $x_L(\omega) \rightarrow 0$ , а  $\omega_r \rightarrow \infty$ . Тогда выражение (17) совпадает с выражением (15) для найденной ранее асимптоты  $\alpha^{(L=0)}(\omega_0, \omega \rightarrow \infty)$  (см. также выражение (10) в работе [27]).

В случае  $L \neq 0$  значения  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega) > \alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega = \omega_r)$  (17) и тем более лежат выше асимптоты  $\alpha^{(L=0)}(\omega_0, \omega \rightarrow \infty)$  (15). Это позволяет записать третье, более точное оценочное выражение для  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$ , чем полученные ранее (10) и (15) (см. также неравенства (7) и (14), (15) в работе [27]).

Таким образом, третье оценочное выражение для  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  записывается в виде

$$\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega = \omega_r) < \alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega) < 1. \quad (18)$$

Кроме того, исходя из наличия минимума функции  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  на резонансной частоте  $\omega_r$ , в ходе детального численного анализа рассматриваемого метода [30], в дальнейшем окажется возможным получить оценку значений  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  еще более точную, чем (18). Для этого будет полезной запись выражения (13) в виде (14).

Для вывода четвертой оценки потребуется аналитически связать между собою частоты  $\omega_r$  – резонансную и  $\omega_{\max}$  – устанавливающую верхнюю границу применимости теории цепей. В частности, будет показано, что эти частоты приблизительно пропорциональны и  $\omega_r > \omega_{\max}$ .

Тем не менее стоит заметить, что обсуждавшиеся в [27] оценочные неравенства, полученные в предположении  $L \equiv 0$ , или найденное в данной работе неравенство (18) для случая  $L \neq 0$ , при всех своих преимуществах и недостатках остаются полезными в некоторых частных случаях.

**Выводы.** 1) С учетом индуктивности ФР получены формулы, позволяющие найти активное сопротивление  $R_d$  ФР, а также построить частотную зависимость функции  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  как отношения напряжений  $U_G^{(L \neq 0)}(\omega_0)$  и  $U_G^{(L \neq 0)}(\omega)$ , при которых ФР сохраняет свои электрические и геометрические характеристики при измерениях на двух частотах  $\omega_0$  и  $\omega = \omega_1$ .

2) Получено неравенство для оценки значений  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$ , допустимых при ис-

пользовании формулы для  $R_d$ , т. е. область определения  $R_d$  как функции  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$ . Однако эта область определения несколько шире, чем допускают границы применимости теории цепей для описания ФР. Кроме того, в рассмотренном случае  $L \neq 0$  неравенство для области определения  $R_d$  дает оценку значений  $\alpha$  более грубую, чем в частном случае для безындукционной модели. Поэтому, в сущности, полученное здесь неравенство для области определения  $R_d$  как функции  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  практического значения не имеет.

3) Установлено, что частотная зависимость  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  имеет минимум на резонансной частоте разрядной цепи  $\omega_r$ , который в пределе, с уменьшением влияния индуктивности ФР, превращается в асимптоту для  $\alpha^{(L=0)}(\omega_0, \omega)$  [27]. Показано, что в случаях, когда влиянием индуктивности ФР пренебрегать нельзя, значение минимума  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega_r)$  функции  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega)$  по оси ординат лежит выше указанной асимптоты.

4) На основании описанного в разд. 3 результата получено оценочное выражение, более точное, чем представленные в работе [27].

5) Очерчены предпосылки к нахождению еще более точной оценки, чем полученная в данной работе (разд. 4).

6) Необходимость рассматриваемых оценочных неравенств следует из того, что при измерениях значение  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega_1)$  должно согласовываться с точностью измерительного вольтметра, а также оборудования для контроля неизменности геометрических характеристик ФР при его возбуждении на двух частотах. Отсюда сделан вывод, что значение  $\alpha^{(L \neq 0)}(\omega_0, \omega_1)$  должно быть по возможности меньшим (т. е. измеряемые напряжения отличаться как можно больше), а значит, частоты  $\omega_0$  и  $\omega_1$  должны отстоять одна от другой достаточно далеко.

Заметим также, что использование оценочных неравенств для значений  $\alpha$  предполагает наличие хотя бы приблизительной априорной информации о свойствах исследуемого ФР.

Актуальность предложенного метода обусловлена возможностью применения ФР для решения множества полезных прикладных задач и значительным отставанием практико-ориентированных теоретических его исследований, в частности, направленных на развитие методов измерения электрических характеристик ФР.

### Библиографический список

1. Зилитинкевич С. И. Электрическое факельное истечение. *Телеграфия и телефония без проводов*. 1928. № 9. С. 20–27.
2. Нейман М. С. О факельном разряде. *Изв. электропромышленности слабого тока*. 1935. № 7. С. 38–48.
3. Капцов Н. А. *Электроника*. Москва: Гос. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1956. С. 383–384.
4. Сергейчев К. Ф., Душик В. В., Иванов В. А., Лаптева В. Г., Лахоткин Ю. В., Лукина Н. А., Борисенко М. А., Поддубная Л. В. Газофазный плазменно-химический синтез поликристаллического алмазного покрытия рабочей поверхности твердосплавных режущих инструментов в плазме факельного СВЧ-разряда (обзор). *Успехи прикладной физики*. 2014. Т. 2, № 5. С. 453–475.
5. Шишковский В. И. Методические основы моделирования высокочастотных разрядов в курсе физики. *Вестник Томского гос. педагогического ун-та. Естественные науки*. 2000. № 2(18). С. 42–46.
6. Тихомиров И. А., Тихомиров В. В., Шишковский В. И., Сергеев В. Н., Соловьев А. А., Шкуркин В. В. О функции распределения электронов по энергиям в ВЧ-факельном разряде. *Изв. вузов. Физика*. 1974. № 4. С. 34–37.
7. Тихомиров И. А. Экспериментальное определение ФРЭЭ в плазме ВЧ-факельного разряда. *II Всесоюз. совещ. «Плазменные процессы и технологии»*: тез. докл. Москва: ИМЕТ АН, 1976. С. 7–12.
8. *Аппаратура и методы исследований плазмы ВЧ-разрядов*. Под ред. И. А. Тихомирова. Томск: Изд-во ТГУ, 1976. 64 с.
9. Тихомиров И. А., Власов В. А., Луценко Ю. Ю. *Физика и электрофизика высокочастотного факельного разряда и плазмотроны на его основе*. Москва: Энергоатомиздат, 2002. 196 с.
10. Тихомиров И. А., Власов В. А., Луценко Ю. Ю., Зорин А. А. Электродинамика высокочастотного факельного разряда. *Изв. Томского политех. ун-та. Естественные науки*. 2003. Т. 306, № 1. С. 21–29.
11. Луценко Ю. Ю. Особенности электромагнитного поля высокочастотного емкостного разряда шнурового вида, горящего при атмосферном давлении. *Журн. техн. физики*. 2005. Т. 75, № 11. С. 124–127.
12. Луценко Ю. Ю., Власов В. А., Тихомиров И. А. О характере затухания электромагнитного поля в плазме высокочастотного факельного разряда. *Письма в Журн. техн. физики*. 2006. Т. 32, № 9. С. 23–27.
13. Власов В. А., Луценко Ю. Ю., Зеленецкая Е. П. Волновое число электромагнитной волны, распространяющейся вдоль канала высокочастотного факельного разряда. *V Всерос. конф. «Физическая электроника»*: тез. докл. (Махачкала, 26–30 окт. 2008). Махачкала: ИПЦ Дагестанский Гос. ун-т, 2008. С. 100–103.
14. Луценко Ю. Ю., Власов В. А., Зеленецкая Е. П. О характере распространения электромагнитной волны вдоль канала высокочастотного факельного разряда. *V Всерос. конф. «Физическая электроника»*: тез. докл. (Махачкала, 26–30 окт. 2008). Махачкала: ИПЦ Дагестанский Гос. ун-т, 2008. С. 104–107.
15. Луценко Ю. Ю., Власов В. А., Зеленецкая Е. П. Амплитудно-частотные характеристики электромагнитного поля высокочастотного факельного разряда. *Журн. техн. физики*. 2010. Т. 80, № 6. С. 128–130.
16. Луценко Ю. Ю. *Физика высокочастотных разрядов емкостного типа*. Томск: Изд-во Томского политех. ун-та, 2011. 122 с.
17. Trunecsek V. Unipolar and electrodeless capacitively coupled high-frequency discharges excited at atmospheric pressure and their applications. *Acta Phys. Slovaca*. 1979. Vol. 29, N 2. P. 180–183.
18. Качанов А. В. Лабораторный высокочастотный факельный плазмотрон и электродинамические параметры в нем. *VIII Всесоюз. конф. по генераторам низкотемпературной плазмы*: тез. докл. Новосибирск, 1980. С. 107–110.
19. Петров П. Н. *Акустика. Электроакустические преобразователи*. СПб.: СПбГУАП, 2003. 80 с.
20. Мехтизаде Р. Н. Электрический разряд факельного вида как средство технологического воздействия на материалы. *Проблемы энергетики*. 2005. № 2. С. 49–55.
21. Бочкарев Н. Н., Гавриленко С. М. Широкополосный излучатель акустических волн на принципе модуляции одноэлектродного факельного разряда. *Докл. ТУСУРа. Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь*. 2010. № 2(22), ч. 2. С. 206–208.
22. Моралев И. А. Взаимодействие газоразрядной плазмы с закрученными течениями: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук; Учреждение Рос. акад. наук. Объединенный ин-т высоких температур РАН. Москва, 2010. 24 с.
23. Efimov B. P., Kuleshov A. N., Khorunzhii M. O., Mos'pan L. P. The Properties of Microwave Discharge in the Goubau Line. *High Temp.* 2008. Vol. 46, Iss. 6. P. 874–880.
24. Ефимов Б. П., Кулешов А. Н., Хорунжий М. О., Пузанов А. О. Возбуждение факельного СВЧ разряда в однопроводной линии. *Радиофизика и электроника*: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. Харьков, 2009. Т. 14, № 3. С. 267–274.
25. Puzanov A. O., Khorunzhiy M. O., Kuleshov A. N. and Yefimov B. P. Research Results and Applications of Torch Discharge in the Goubau Line. *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2011. Vol. 39, N 11, part 1. P. 2878–2879. DOI 10.1109/TPS.2011.2166407
26. Ефимов Б. П., Кулешов А. Н., Пузанов А. О., Хорунжий М. О. Факельный СВЧ-разряд в однопроводной линии: экспериментальная установка и результаты исследований. *Радиотехника: науч.-техн. сб. Нац. ун-т радиоэлектрон. Харьков, Украина*, 2013. № 172. С. 125–133.
27. Пузанов А. О., Ефимов Б. П., Кулешов А. Н. Активное сопротивление факельного разряда и частотная зависимость минимального для его поддержания напряжения генератора, найденные по результатам



- измерений на двух частотах. *Радиофизика и электроника*. 2014. Т. 5(19), № 3. С. 61–70.
28. Terman F. E. *Radio engineers' Handbook*. New York: McGraw-Hill Company, Inc., 1943. 1021 p.
  29. *Справочник по радиотехнике*. Под ред. Б. А. Смирнина. Москва-Ленинград: Гос. энергетич. изд-во, 1950. С. 87.
  30. Пузанов А. О. Численный анализ двухчастотного метода измерения активного сопротивления факельного разряда с учетом и без учета его эквивалентной индуктивности. *Радиофизика и электроника*. 2018. Т. 23, № 1. С. 71–81.
- ### REFERENCES
1. Zilitinkevich, S. I., 1928. Electric torch outflow. *Telegrafiya i telefoniya bez provodov*, 9, pp. 20–27 (in Russian).
  2. Neiman, M. S., 1935. On the torch discharge. *Izvestiya elektropromyshlennosti slabogo toka*, 7, pp. 38–48 (in Russian).
  3. Kaptsov, N. A., 1956. *Electronics*. Moscow: Gos. izdvo tekhniko-teoretich. lit-ry Publ. (in Russian).
  4. Sergeychev, K. F., Dushik, V. V., Ivanov, V. A., Lapteva, V. G., Lakhokin, Yu. V., Lukina, N. A., Borisenko, M. A., Poddubnaya, L. V., 2014. MPACVD plasma-chemical synthesis of polycrystalline diamond coating on the working surface of carbide cutting tools in the microwave plasma torch discharge. *Uspekhi Prikladnoi Fiz.*, 2(5), pp. 453–475 (in Russian).
  5. Shishkovsky, V. I., 2000. Methodical basis of high-frequency charges modeling in physics education courses. *Tomsk State Pedagogical University Bulletin. Natural Sciences*, 2(18), pp. 42–46 (in Russian).
  6. Tichomirov, I. A., Tichomirov, V. V., Shishkovskiy, V. I., Sergeev, V. N., Solov'ev, A. A., Shkurkin, V. V., 1974. On the function of electron energy distribution in a HF torch discharge. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Fiz.*, 4, pp. 34–37 (in Russian).
  7. Tichomirov, I. A., 1976. Experimental definition of torch electron energy distribution in the plasma of a HF torch discharge. In: *2<sup>nd</sup> All-Union Consultation "Plasma Processes and Technologies"*. Moscow: IMET Publ., pp. 7–12 (in Russian).
  8. Tichomirov, I. A., ed., 1976. *Hardware and technology of HF discharge plasma research*. Tomsk: TSU Publ. (in Russian).
  9. Tichomirov, I. A., Vlasov, V. A. and Lutsenko, Yu. Yu., 2002. *Physics and electrophysics of a high-frequency torch discharge and its implementation in plasmatoms*. Moscow: Energoatomizdat Publ. (in Russian).
  10. Tichomirov, I. A., Vlasov, V. A., Lutsenko, Yu. Yu. and Zorin, A. A., 2003. Electrodynamics of high-frequency torch discharge. *Tomsk State Polytech. University Bulletin. Natural Sciences*, 306(1), pp. 21–29 (in Russian).
  11. Lutsenko, Yu. Yu., 2005. Characteristics of the electromagnetic field of a high-frequency capacitive constricted discharge burning at the atmospheric pressure. *Zh. Tekh. Fiz.*, 75(11), pp. 124–127 (in Russian).
  12. Lutsenko, Yu. Yu., Vlasov, V. A. and Tichomirov, I. A., 2006. On the nature of electromagnetic field attenuation in plasma of a high-frequency torch discharge. *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.*, 32(9), pp. 23–27 (in Russian).
  13. Vlasov, V. A., Lutsenko, Yu. Yu. and Zelenetskaya, E. P., 2008. Wave number of an electromagnetic wave propagating along a channel of a high-frequency torch discharge. In: *5<sup>th</sup> All-Rus. Conf. on "Physical Electronics"*: proc. Makhachkala, Russia, 26–30 Oct. 2008, pp. 100–103. IPTs Dagestan State Univer. Publ. (in Russian).
  14. Lutsenko, Yu. Yu., Vlasov, V. A. and Zelenetskaya, E. P., 2008. On the characteristics of an electromagnetic field propagation along a high-frequency torch discharge channel. In: *5<sup>th</sup> All-Rus. Conf. «Physical electronics»*: proc. Makhachkala, Russia, 26–30 Oct. 2008, pp. 104–107. IPTs Dagestan State Univer. Publ. (in Russian).
  15. Lutsenko, Yu. Yu., Vlasov, V. A. and Zelenetskaya, E. P., 2010. Amplitude-frequency response of an electromagnetic field of a HF torch discharge. *Zh. Tekh. Fiz.*, 80(6), pp. 128–130 (in Russian).
  16. Lutsenko, Yu. Yu., 2011. *Physics of high-frequency capacitive discharges*. Tomsk: Tomskiy Politekh. Univer. Publ. (in Russian).
  17. Truneczek, V., 1979. Unipolar and electrodeless capacitively coupled high-frequency discharges excited at atmospheric pressure and their applications. *Acta Phys. Slovaca*, 29(2), pp. 180–183.
  18. Kachanov, A. V., 1980. Laboratory high-frequency torch plasmatron and its electrodynamics characteristics. In: *8<sup>th</sup> All-Union Conf. on Generators of Low-Temperature Plasma*: proc. Novosibirsk, USSR, pp. 107–110 (in Russian).
  19. Petrov, P. N., 2003. *Acoustics. Electroacoustic transducers*. St.-Petersburg: Sain.-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation Publ. (in Russian).
  20. Mechtizade, R. N., 2005. Electric torch discharge as an instrument of materials processing. *Problemy energetiki*, 2, pp. 49–55 (in Russian).
  21. Bochkarev, N. N., Gavrilenko, S. M., 2010. Wide-band sonic wave radiator utilizing the concept of a single-electrode torch discharge. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki. Elektronika, izmeritel'naya tekhnika, radiotekhnika i svyaz'*, 2(22), part 2, pp. 206–208 (in Russian).
  22. Moralyov, I. A., 2010. Interaction between a gas-discharge tube and swirled flows. PhD thesis ed. Institution of Russian Acad. of Science United Institute for High Temperatures of RAS, Moscow, Russia (in Russian).
  23. Efimov, B. P., Kuleshov, A. N., Khorunzhii, M. O. and Mos'pan, L. P., 2008. The Properties of Microwave Discharge in the Goubau Line. *High Temp.*, 46(6), pp. 874–880.
  24. Yefimov, B. P., Kuleshov, A. N., Khorunzhiy, M. O. and Puzanov, A. O., 2009. Excitation of MW torch discharge at the edge of single-conductor line. In: V. M. Yakovenko, ed. 2009. *Radiofizika i elektronika*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. 14(3), pp. 267–274 (in Russian).
  25. Puzanov, A. O., Khorunzhiy, M. O., Kuleshov, A. N. and Yefimov, B. P., 2011. Research Results and Applications of Torch Discharge in the Goubau Line. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 39(11), part 1., pp. 2878–2879. DOI: 10.1109/TPS.2011.2166407

26. Yefimov, B. P., Kuleshov, A. N., Puzanov, A. O. and Khorunzhiy, M. O., 2013. Torch microwave discharge in a single-conductor line: experimental setup and research results. In: N. I. Slipchenko, ed. 2013. *Radiotekhnika*. Kharkov: National Univ. Radioelectronics Publ. 172, pp. 125–133 (in Russian).
27. Puzanov, A. O., Yefimov, B. P., and Kuleshov, A. N., 2014. Resistance of torch discharge and frequency dependence of HF generator minimal voltages required to sustaining torch discharge combustion. *Radiofizika i elektronika*, **5(19)**(3), pp. 61–70 (in Russian).
28. Terman, F. E., 1943. *Radio engineers' Handbook*. New York: McGraw-Hill Company, Inc. Publ.
29. Smirenin, B. A. ed., 1950. *Reference book on radio engineering*. Moscow-Leningrad: Energetich. State Publ. P. 87 (in Russian).
30. Puzanov, A. O., 2018. Numerical analysis of two-frequency technique for a measurement of an active resistance of a torch discharge with or without accounting of its equivalent inductance. *Radiofiz. Elektron.*, **23**(1), pp. 71–81 (in Russian).

*Рукопись поступила 27.12.2017.*

A. O. Puzanov

TWO-FREQUENCY APPROACH  
FOR DETERMINATION OF A TORCH  
DISCHARGE RESISTANCE WITHIN  
M. S. NEIMAN EQUIVALENT SCHEME  
WITH ADDED EQUIVALENT INDUCTANCE  
OF THE DISCHARGE

The relevance of the study presented is caused by the possibility to use a torch discharge (TD) in many useful applications along with a substantial lag in its practice-oriented theoretical studies. In this paper, the proposed by the author original method for measuring the resistance of the TD ( $R_d$ ) taking into account the discharge inductance  $L$  is considered. The formula for calculation of  $R_d$  from the data measured at two frequencies is proposed. The data measured are the values of the function  $\alpha$ , namely the ratio of voltages at which the electrical and geometrical characteristics of the torch discharge remain unchanged. In particular, an inequality for estimation of definition area of  $\alpha$ , when the formula for  $R_d$  is used, is found. It is established that the frequency dependency of  $\alpha$  has a minimum at the resonant frequency of the discharge circuit  $\omega_r$ . At  $L \rightarrow 0$  the minimum becomes an asymptote for a similar dependency of  $\alpha$  at  $L \equiv 0$ . It is shown that the minimum of  $\alpha$  is always located above the indicated asymptote at the ordinate axis if the influence of  $L$  has to be accounted. It is concluded that the measured value of  $\alpha$

has to correlate with the accuracy of the measuring equipment including devices for controlling the constancy of geometrical parameters of the torch discharge excited at two frequencies. Therefore, the measured value of  $\alpha$  has to be as less as possible. It can be achieved if the frequencies of excitation are significantly different. The approach proposed results in more effective using of industrial resources.

**Key words:** torch discharge, Neiman's model, torch discharge inductance, torch discharge resistance.

О. О. Пузанов

ДВОЧАСТОТНИЙ МЕТОД  
ВИЗНАЧЕННЯ АКТИВНОГО ОПОРУ  
ФАКЕЛЬНОГО РОЗРЯДУ В РАМКАХ  
ЕКВІВАЛЕНТНОЇ СХЕМИ М. С. НЕЙМАНА,  
ДОПОВНЕНОЇ ЕКВІВАЛЕНТНОЮ  
ІНДУКТИВНІСТЮ РОЗРЯДУ

Актуальність розглянутої задачі зумовлена можливістю застосування факельного розряду (ФР) для розв'язання безлічі корисних прикладних задач і значним відставанням практико-орієнтованих теоретичних його досліджень. У цій роботі продовжено розгляд запропонованого автором оригінального методу вимірювання активного опору ФР ( $R_d$ ), тепер з урахуванням індуктивності  $L$  розрядного каналу. Виведено формули, що дозволяють обчислити  $R_d$  за результатами вимірювань на двох частотах значення функції  $\alpha$  – відношення напруг, за яких ФР зберігає свої електричні та геометричні характеристики. Зокрема, знайдено нерівність для оцінки області визначення  $\alpha$  під час використання указаної формули для  $R_d$ . Установлено, що частотна залежність  $\alpha$  має мінімум на резонансній частоті  $\omega_r$  розрядного кола, який при  $L \rightarrow 0$  перетворюється в асимптоту для аналогічної залежності  $\alpha$  при  $L \equiv 0$ . Показано, що у випадках, коли впливом  $L$  нехтувати неможна, мінімум функції  $\alpha$  по осі ординат завжди лежить вище указаної асимптоти. Зроблено висновок, що значення  $\alpha$ , яке вимірюється, має узгоджуватись з точністю вимірювального устаткування, в тому числі приладів, котрі контролюють незмінність геометричних характеристик ФР при його збудженні на двох частотах; таким чином, значення  $\alpha$ , яке вимірюється, повинно бути якомога меншим. Це можливо, якщо частоти збудження достатньо далеко відстоять одна від одної. Розглянутий метод сприяє більш продуктивному використанню промислових ресурсів.

**Ключові слова:** факельний розряд, модель Неймана, індуктивність факельного розряду, активний опір факельного розряду.