

Л. Ф. Купченко, А. С. Рыбьяк, О. А. Гурин

Харьковский национальный университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба

77/79, ул. Сумская, Харьков, 61023, Украина

E-mail: anattoliy@meta.ua

ОЦЕНКА СОГЛАСОВАННОСТИ ОПТИМАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ ОБНАРУЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ

Статья посвящена изучению свойств оптико-электронных систем с согласованной динамической спектральной фильтрацией. Обычно полагают, что оптимальный обнаружитель оптических сигналов синтезирован в предположении о наличии априорных сведений о статистических характеристиках сигналов объекта и фона, а корреляционные матрицы объекта и фона равны между собой. Однако на практике всегда существует несоответствие между входными и опорными (ожидаемыми) оптическими сигналами. Целью настоящей статьи является обобщение и развитие методов оценки согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией, позволяющих исследовать влияние различия между входными и опорными сигналами на качество обработки. В работе в качестве меры согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией используется информационный критерий – нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера, которая представляет собой отношение дивергенций Кульбака–Лейблера на выходе и входе динамического спектрального фильтра. Произведен анализ свойств предложенного авторами информационного показателя согласованности и сравнение его с показателем – вероятностью правильного обнаружения. Построена математическая модель процесса оптимальной динамической спектральной фильтрации в оптико-электронных системах. На примерах показано, в какой степени отличия статистических характеристик входных и опорных сигналов влияют на информационный показатель согласованности. В частности, поставлены и решены три задачи, иллюстрирующие процесс оптимальной спектральной фильтрации в следующих ситуациях: 1) статистические свойства входного и опорного сигналов полностью совпадают; 2) изменилось значение средней яркости оптического излучения объекта и фона на входе оптико-электронной системы; 3) статистические характеристики входного сигнала фона отличаются от опорных значений. Ил. 6. Библиогр.: 11 назв.

Ключевые слова: оптико-электронная система, динамическая спектральная фильтрация, критерий согласованности оптимальной обработки сигналов.

Принципы построения оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией оптического излучения изложены в работах [1, 2], в которых рассмотрена структура обнаружителя и его физическая реализация, принципы формирования аппаратной функции, а также результаты физического эксперимента.

Обычно полагают, что оптимальный обнаружитель синтезирован в предположении о наличии априорных сведений о статистических характеристиках сигналов объекта и фона, а корреляционные матрицы объекта и фона равны между собой [1]. Однако на практике всегда существует несоответствие между входными и опорными сигналами, а предположение о равенстве корреляционных матриц является не всегда оправданным [3].

Известно, что эффективность оптимальных устройств обнаружения, реализующих алгоритмы для идеальной модели, зависит от

величины отклонений от модели [4]. Поэтому разработка математического аппарата оценки влияния отклонений входных сигналов от априорных на качество оптимального обнаружителя оптических сигналов является актуальной задачей.

Обычно в качестве критерия оценки качества оптимального обнаружителя используется вероятность ошибки. Однако вычисление вероятности ошибки в большинстве случаев является трудоемким процессом и требует знания априорных вероятностей появления или отсутствия сигнала объекта, информация о которых при решении задачи обнаружения отсутствует.

В работе [5] для оценки согласованности оптимальной обработки сигналов с динамической спектральной фильтрацией предложено использовать одну из информационных мер [6, 7], обычно применяемых в задачах статистической обработки и распознавания

сигналов – информационную дивергенцию Кульбака–Лейблера. Дивергенция является мерой удаленности друг от друга вероятностных распределений. Оценка согласованности осуществляется по величине нормированной дивергенции, представляющей собой отношение дивергенции Кульбака–Лейблера на выходе согласованного фильтра к дивергенции на его входе.

Целью статьи является обобщение и развитие методов оценки согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией, позволяющих исследовать влияние различия между входными и опорными сигналами на качество обработки.

1. Информационный критерий согласованности оптимальной обработки сигналов. В работе исследуется предложенный авторами [5] информационный критерий согласованности оптимальной обработки оптических сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией, который позволяет оценить влияние различия между входными и опорными сигналами на качественные показатели оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией.

Поскольку информация о разделимости оптических сигналов, принадлежащих объекту и фону, содержится в логарифме отношения правдоподобия

$$\ln \ell(\vec{X}) = \ln p_o(\vec{X}) - \ln p_\phi(\vec{X}), \quad (1)$$

где $p_o(\vec{X})$, $p_\phi(\vec{X})$ – плотности вероятности принятой реализации при наличии сигнала объекта и фона соответственно, то ее количество может быть определено через информационную дивергенцию Кульбака–Лейблера, которая представляет собой информационное расстояние между двумя ансамблями распределений сигналов, принадлежащих объекту и фону, и характеризует взаимную меру разделимости (несходства) двух вероятностных распределений сигналов.

Информационная дивергенция Кульбака–Лейблера записывается в виде разности условных математических ожиданий логарифмов отношения правдоподобия, соответствующих сигналам объекта и фона [6, 7]:

$$\begin{aligned} D &= M_o(\ln \ell(\vec{X})) - M_\phi(\ln \ell(\vec{X})) = \\ &= \int_{\mathcal{R}} [p_o(\vec{X}) - p_\phi(\vec{X})] \ln \left(\frac{p_o(\vec{X})}{p_\phi(\vec{X})} \right) d\vec{X}. \end{aligned} \quad (2)$$

Под согласованностью оптимальной обработки сигналов обычно понимают степень соответствия входных и опорных сигналов. Для оценки согласованности оптимальной обработки предложено производить вычислительные дивергенции на выходе $D_{\text{вых}}$ и входе $D_{\text{вх}}$ устройства с последующим их сравнением.

Если значения дивергенций равны $D_{\text{вх}} = D_{\text{вых}}$, то на выходе и входе устройства обработки сохраняется равенство информационных мер, определяющих различие вероятностных распределений принятых реализаций при наличии сигналов объекта и фона соответственно, и, следовательно, имеется согласованность между входными и опорными сигналами.

Критерием согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией будем считать признак, состоящий в равенстве единице нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера, представляющей собой отношение дивергенции на выходе устройства обработки к дивергенции на его входе:

$$R = D_{\text{вых}} / D_{\text{вх}}. \quad (3)$$

Далее нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера будет использоваться в качестве показателя согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией.

Определим выражение для нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера при нормальных распределениях сигналов на входе оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией, которую представим как последовательность двух операций: разложение оптического излучения по спектральным компонентам и весовая обработка принятого излучения.

На первом этапе формируется k -мерный вектор входного сигнала $\vec{X} = \|x_i\|$, который на втором этапе подвергается весовой обработке $Y = \vec{F}_n^T \vec{X}$, с коэффициентами f_i , являющимися составляющими вектора фильтра

$$\vec{F}_H = \|f_i\|.$$

Пусть принимаемые k -мерные реализации при условиях наличия сигналов объекта и фона подчинены нормальному закону с соответствующими плотностями:

$$p_{O_{BX}}(\vec{X}) = N(\vec{\mu}_{O_{BX}}, \Gamma_{O_{BX}});$$

$$p_{\Phi_{BX}}(\vec{X}) = N(\vec{\mu}_{\Phi_{BX}}, \Gamma_{\Phi_{BX}}),$$

где $\vec{\mu}_{O_{BX}}$ и $\vec{\mu}_{\Phi_{BX}}$ – математические ожидания сигналов объекта и фона; $\Gamma_{O_{BX}}$ и $\Gamma_{\Phi_{BX}}$ – корреляционные матрицы сигналов объекта и фона. Тогда, воспользовавшись (2), получим выражение для дивергенции Кульбака–Лейблера на входе динамического спектрального фильтра

$$D_{BX} = \frac{1}{2} \left[\vec{\xi}_{BX}^T (\Gamma_{O_{BX}}^{-1} + \Gamma_{\Phi_{BX}}^{-1}) \vec{\xi}_{BX} + \text{tr}(\Gamma_{O_{BX}} \Gamma_{\Phi_{BX}}^{-1} + \Gamma_{\Phi_{BX}} \Gamma_{O_{BX}}^{-1} - 2\mathbf{I}) \right], \quad (4)$$

где $\vec{\xi}_{BX} = \vec{\mu}_{O_{BX}} - \vec{\mu}_{\Phi_{BX}}$ – вектор разности математических ожиданий сигналов объекта и фона на входе фильтра; \mathbf{I} – единичная матрица; $\text{tr}(\bullet)$ – след матрицы.

Поскольку динамическая спектральная фильтрация является линейным преобразованием входного сигнала, то сигналы на выходе фильтра также будут распределены по нормальному закону и могут быть представлены в следующем виде: $p_{O_{VIX}}(Y) = N(m_o, \sigma_o)$, $p_{\Phi_{VIX}}(Y) = N(m_\phi, \sigma_\phi)$. Тогда после подстановки в (2) статистических распределений, отображающих свойства выходных сигналов $p_{O_{VIX}}(Y)$ и $p_{\Phi_{VIX}}(Y)$, получим следующее выражение для дивергенции на выходе фильтра:

$$D_{VIX} = \frac{1}{2\sigma_o^2\sigma_\phi^2} \left[(\sigma_o^2 + \sigma_\phi^2)\zeta^2 + (\sigma_o^2 - \sigma_\phi^2)^2 \right], \quad (5)$$

где $\zeta = \vec{F}_H^T \vec{\xi}_{BX}$ – разность математических ожиданий сигналов объекта и фона на выходе фильтра; $\sigma_o^2 = \vec{F}_H^T \Gamma_o \vec{F}_H$ и $\sigma_\phi^2 = \vec{F}_H^T \Gamma_\phi \vec{F}_H$ – дисперсия объекта и фона на выходе фильтра соответственно.

Покажем, что если априорные вероятностные характеристики опорных сигналов объекта и фона полностью соответствуют характеристикам случайных сигналов на входе фильтра, то нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера равна единице.

Предположим, что корреляционные матрицы входных сигналов объекта и фона равны $\Gamma_{O_{BX}} = \Gamma_{\Phi_{BX}} = \Gamma_{BX}$. Тогда выражение для дивергенции на входе фильтра (4) существенно упрощается:

$$D_{BX} = \vec{\xi}_{BX}^T \Gamma_{BX}^{-1} \vec{\xi}_{BX} = q^2, \quad (6)$$

где q^2 есть не что иное, как отношение сигнал/помеха [1, 8]. Дивергенция на выходе фильтра (5) при тех же условиях представляет собой отношение сигнал/помеха в скалярной форме:

$$D_{VIX} = \frac{\zeta^2}{\sigma^2}, \quad (7)$$

где $\sigma^2 = \vec{F}_H^T \Gamma_{BX} \vec{F}_H$ – дисперсия на выходе фильтра.

Выражение для аппаратной функции фильтра (нормированного вектора фильтра \vec{F}_H), полученное в работе [1] из отношения правдоподобия (1) при равенстве корреляционных матриц объекта и фона, имеет следующий вид:

$$\vec{F}_H = r \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}_{оп}, \quad (8)$$

где $\vec{\xi}_{оп} = \vec{\mu}_{ооп} - \vec{\mu}_{\phiоп}$ – разностный вектор математических ожиданий опорных сигналов объекта и фона; $\Gamma_{оп} = \Gamma_{ооп} = \Gamma_{\phiоп}$ – корреляционная матрица опорных сигналов; $r = 1/\bar{s}_{max} \vec{\xi}$ – нормирующий множитель, приводящий максимальное значение пропускания фильтра в одном из спектральных каналов к максимальному значению.

Подставляя в (3) соотношения (6), (7) и учитывая (8), получим аналитическое выражение для нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера при равенстве корреляционных матриц:

$$R = \frac{\zeta^2}{\sigma^2 q^2} = \frac{(\vec{\xi}_{оп}^T \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}_{BX})^2}{\vec{\xi}_{оп}^T \Gamma_{оп}^{-1} \vec{\xi}_{оп} \cdot \vec{\xi}_{BX}^T \Gamma_{BX}^{-1} \vec{\xi}_{BX}}. \quad (9)$$

Очевидно, что при равенстве $\vec{\xi}_{BX} = \vec{\xi}_{оп}$ и $\Gamma_{оп} = \Gamma_{BX}$ нормированная дивергенция равна единице $R = 1$.

Таким образом, критерием согласованности оптимальной обработки сигналов можно считать признак, состоящий в равенстве единице нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера, представляющей собой отношение информационных мер на выходе и входе динамического спектрального фильтра.

2. Свойства нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера. Рассмотрим основные свойства показателя согласованности оптимальной динамической спектральной фильтрации, в качестве которого предложено использовать нормированную дивергенцию Кульбака–Лейблера. Анализ свойств нормированной дивергенции осуществлялся при нормальных распределениях сигналов на входе оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией [5].

Свойство 1. Нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера принимает значения из множества $[0, 1]$, т. е. $\forall \vec{\xi}_{\text{вх}}, \vec{\xi}_{\text{оп}}, \Gamma_{\text{овх}}, \Gamma_{\text{фвх}}, \Gamma_{\text{ооп}}, \Gamma_{\text{фоп}} R \in [0, 1]$.

Свойство 2. При равенстве разностных векторов математических ожиданий опорных и входных сигналов объекта и фона $\vec{\xi}_{\text{оп}} = \vec{\xi}_{\text{вх}}$, а так же при равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}}$ (где $\Gamma_{\text{вх}} = \Gamma_{\text{овх}} = \Gamma_{\text{фвх}}$; $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{ооп}} = \Gamma_{\text{фоп}}$) нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера равна единице ($R = 1$).

Свойство 3. При равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}} = \Gamma$ нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера не зависит от различия в размерах разностных векторов математических ожиданий входных $\vec{\xi}_{\text{вх}}$ и опорных $\vec{\xi}_{\text{оп}}$ сигналов, т. е. если $\vec{\xi}_{\text{вх}} = \varepsilon \vec{\xi}_{\text{оп}}$ (где ε – коэффициент, характеризующий отличие между разностями математических ожиданий векторов входных и опорных сигналов), то

$$R = \frac{(\vec{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \varepsilon \vec{\xi}_{\text{оп}})^2}{\vec{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{\text{оп}} \cdot \varepsilon^2 \vec{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{\text{оп}}} = 1. \quad (10)$$

Следовательно, нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера инвариантна к амплитудным характеристикам входного сигнала.

Следствием данного свойства является то, что при равенстве входных и опорных корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}} = \Gamma$ нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера не зависит от амплитудных характеристик как входных, так и опорных сигналов. Представим разностные вектора в виде произведения нормы на орт: $\vec{\xi}_{\text{вх}} = \|\vec{\xi}_{\text{вх}}\| \cdot \vec{\xi}_{\text{вх}}^0$, $\vec{\xi}_{\text{оп}} = \|\vec{\xi}_{\text{оп}}\| \cdot \vec{\xi}_{\text{оп}}^0$.

Тогда выражение (10) примет следующий вид:

$$R = \frac{(\vec{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{\text{вх}})^2}{\vec{\xi}_{\text{оп}}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{\text{оп}} \cdot \vec{\xi}_{\text{вх}}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}_{\text{вх}}}.$$

Таким образом, при равенстве корреляционных матриц $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}}$ нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера инвариантна к амплитудным характеристикам как опорного, так и входного сигналов, и зависит только от направления их ортов.

Свойство 4. При равенстве разностных векторов математических ожиданий $\vec{\xi}_{\text{оп}} = \vec{\xi}_{\text{вх}} = \vec{\xi}$ нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера не зависит от величины различия корреляционных матриц ε , т. е. если корреляционные матрицы опорных и входных сигналов отличаются на постоянную величину $\Gamma_{\text{вх}} = \varepsilon^2 \Gamma_{\text{оп}}$ (в двумерном спектральном пространстве это соответствует различию в радиусах эллипсоидов рассеяния $r_{\text{вх}} = \varepsilon r_{\text{оп}}$), то

$$R = \frac{(\vec{\xi}^T \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \vec{\xi})^2}{\vec{\xi}^T \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \varepsilon^2 \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \vec{\xi}} \frac{1}{\vec{\xi}^T \frac{1}{\varepsilon^2} \Gamma_{\text{оп}}^{-1} \vec{\xi}} = 1.$$

Свойство 5. Нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера не равна единице в следующих случаях:

- различно пространственное положение векторов характеризующих разности математических ожиданий входных и опорных сигналов $\vec{\xi}_{\text{вх}}^0 \neq \vec{\xi}_{\text{оп}}^0$;

- различны входная и опорная корреляционные матрицы $\Gamma_{\text{оп}} \neq \Gamma_{\text{вх}}$;

- различны корреляционные матрицы объекта и фона $\Gamma_{\text{о}} \neq \Gamma_{\text{ф}}$;

- во всех случаях, когда проявляются сочетания перечисленных условий.

Свойство 6. Нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера сигналов обладает свойством симметрии: если поменять местами условные плотности вероятностей объекта и фона, то отношение дивергенции Кульбака–Лейблера на выходе фильтра к значению дивергенции на его входе не изменится, т. е. $R_{\text{оф}} = R_{\text{фо}}$.

Данное свойство является следствием симметрии дивергенции Кульбака–Лейблера [7].

3. Связь между информационным показателем и вероятностью правильного обнаружения. Обычно считают, что с появлением нового критерия его возможности необходимо сравнивать с известным критерием, используемым на практике. Этот вопрос, в частности, обсуждается в работе, посвященной статистической теории распознавания образов [6].

Произведем сравнение введенного показателя согласованности оптимальной обработки сигналов – нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера с общепринятым показателем – вероятностью правильного обнаружения.

Как следует из соотношений (6) и (7), при равенстве корреляционных матриц входных сигналов объекта и фона отношение взаимной информационной меры на выходе динамического спектрального фильтра $D_{\text{вых}}$ к ее величине на входе $D_{\text{вх}}$ представляет собой отношение величин отношений сигнал/помеха на выходе $q_{\text{вых}}^2$ и входе $q_{\text{вх}}^2$ устройства обработки:

$$R = \frac{D_{\text{вых}}}{D_{\text{вх}}} = \frac{q_{\text{вых}}^2}{q_{\text{вх}}^2}. \quad (11)$$

Чтобы установить зависимость между нормированной дивергенцией Кульбака–Лейблера и вероятностным показателем, воспользуемся результатами работы [9], в которой приведено соотношение для условной вероятности правильного обнаружения в зависимости от значения ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ при различных значениях отношения сигнал/помеха на выходе оптоэлектронной системы $q_{\text{вых}}$

$$P_{\text{по}} = 1 - \Phi(\Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}}) - q_{\text{вых}}), \quad (12)$$

где $\Phi(\bullet)$ – интеграл вероятности; $\Phi^{-1}(\bullet)$ – функция, обратная интегралу вероятности.

Используя выражения (11) и (12), получим зависимость, устанавливающую связь вероятностного критерия и критерия нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера при фиксированных значениях ложной тревоги и отношения сигнал/помеха на входе системы [10],

$$P_{\text{по}} = 1 - \Phi(\Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}}) - q_{\text{вх}}\sqrt{R}). \quad (13)$$

Графики, представленные на рис. 1, построены с использованием выражения (13)

при различных значениях отношения сигнал/помеха на входе динамического спектрального фильтра $q_{\text{вх}}$. Полученные зависимости отражают связь между вероятностным показателем оптимального приема $P_{\text{по}}$ при различных значениях вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ и показателем, отражающим согласованность оптимальной обработки сигналов в оптоэлектронных системах – нормированной дивергенцией Кульбака–Лейблера R .

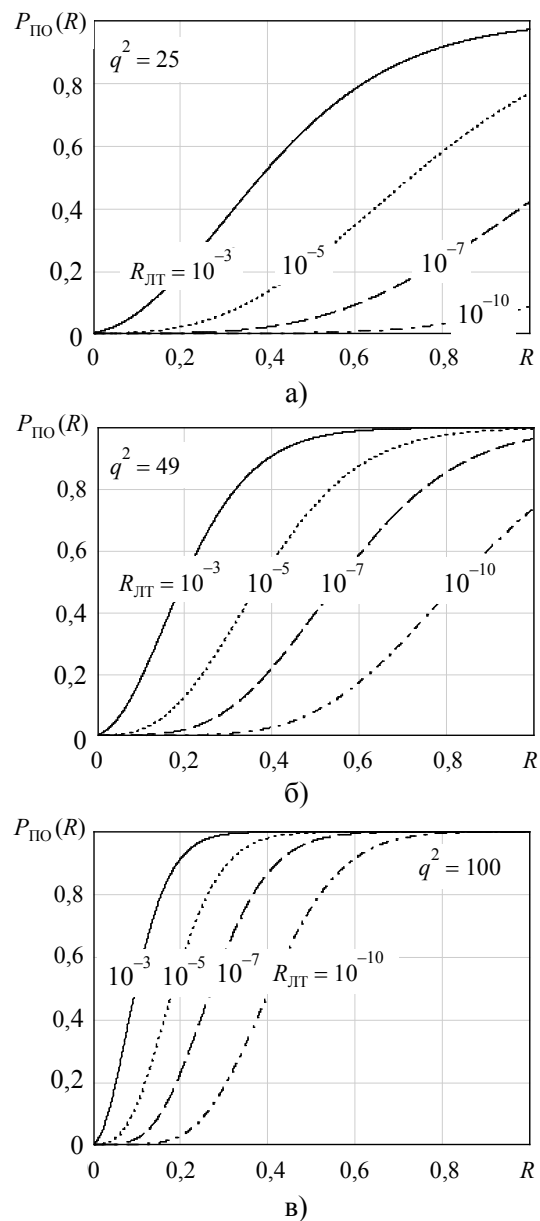


Рис. 1. Графики зависимости вероятности правильного обнаружения от нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера при различных значениях ложной тревоги и следующих значениях отношения сигнал/помеха: а) $q_{\text{вх}}^2 = 25$; б) $q_{\text{вх}}^2 = 49$; в) $q_{\text{вх}}^2 = 100$

Таким образом, получена зависимость, устанавливающая связь между показателем согласованности оптимальной обработки оптических сигналов – нормированной дивергенцией Кульбака–Лейблера с вероятностью правильного обнаружения с учетом предположения равенства корреляционных матриц входных сигналов объекта и фона $\Gamma_o = \Gamma_\phi = \Gamma$.

4. Математическое моделирование динамической спектральной фильтрации и исследование ее свойств. С целью исследования свойств оптимальной спектральной фильтрации разработана математическая модель, которая позволяет, помимо моделирования процесса оптимальной преддетекторной обработки оптических сигналов, проверить работоспособность информационного критерия при различных параметрах математической модели.

Математическая модель оптико-электронной системы с преддетекторной обработкой сигналов включает: цветные фотоснимки земной поверхности, имитирующие опорные и входные сигналы объекта и фона; алгоритмы определения статистических характеристик сигналов фона и объекта; алгоритмы вычисления аппаратной функции селективного устройства. Свойства согласованности модели оптимальной обработки сигналов определялись с использованием аналитических выражений для нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера.

За основу при построении математической модели процесса динамической спектральной фильтрации взяты следующие положения:

- RGB-модель цифровых цветных изображений [11];
- независимость обработки излучения, поступающего от элементов разрешения оптико-электронной системы [11];
- представление преддетекторной обработки оптического излучения элементов изображения в виде скалярного произведения входного сигнала и аппаратной функции оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией [2].

В соответствии с используемой RGB-моделью каждый элемент исходного цветного изображения с координатами (i, j) представляется в виде вектора в трехмерном евклидовом

пространстве $\vec{X}_{i,j} = [x_R(i,j), x_G(i,j), x_B(i,j)]^T$, где x_R, x_G, x_B – значения яркости, измеренные в красном (R), зеленом (G) и синем (B) спектральных каналах.

Математическое моделирование включает следующие операции:

1. Формирование изображений, имитирующих входные и опорные оптические сигналы. В качестве опорного использовалось исходное изображение, а характеристики входного изображения формировались в соответствии с задачами исследования математической модели.

2. Вычисление статистических характеристик опорного и входного сигналов – векторов математического ожидания объекта $\vec{\mu}_o$ и фона $\vec{\mu}_\phi$, а также корреляционной матрицы фона Γ_ϕ с использованием следующих соотношений:

$$\vec{\mu}_o = \frac{1}{z_{об}} \sum_{n=1}^{z_{об}} \vec{X}_n, \quad \vec{\mu}_\phi = \frac{1}{z_\phi} \sum_{n=1}^{z_\phi} \vec{X}_n; \quad (14)$$

$$\Gamma_\phi = \frac{1}{z_\phi - 1} \sum_{n=1}^{z_\phi} (\vec{X}_n - \vec{\mu}_\phi)(\vec{X}_n - \vec{\mu}_\phi)^T, \quad (15)$$

где \vec{X}_n – трехмерный вектор n -го элемента репрезентативной выборки; z – объем соответствующей репрезентативной выборки. При вычислении статистических характеристик опорное и входное изображения разделялись на изображения объекта и фона.

3. Вычисление вектора фильтра с использованием полученных опорных статистических характеристик сигналов объекта и фона: $\vec{F} = \Gamma_{\phi оп}^{-1} \vec{\xi}_{оп}$.

4. Осуществление спектральной селекции оптического излучения, которая состоит в вычислении значений яркости на выходе динамического фильтра для каждого элемента входного изображения $Y_{i,j}$:

$$Y_{i,j} = \vec{F}^T \vec{X}_{i,j}.$$

5. Определение статистических характеристик выходных сигналов объекта и фона – вектора разности математических ожиданий объекта и фона, $\vec{\xi}_{вых} = \vec{\mu}_{о вых} - \vec{\mu}_{\phi вых}$, а также дисперсии фона, $\sigma_\phi^2 = \vec{F}^T \Gamma_\phi \vec{F}$.

6. Определение степени согласованности оптимальной обработки оптического излу-

ния путем вычисления нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера R . В рассматриваемом случае, когда корреляционные матрицы входных сигналов объекта и фона равны $\Gamma_{\text{овх}} = \Gamma_{\text{фвх}} = \Gamma_{\text{вх}}$, аналитическое выражение для нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера имеет вид:

$$R = \frac{D_{\text{вых}}}{D_{\text{вх}}} = \frac{\zeta^2}{\sigma^2 \bar{\zeta}_{\text{вх}} \Gamma_{\text{вх}} \bar{\zeta}_{\text{вх}}}. \quad (16)$$

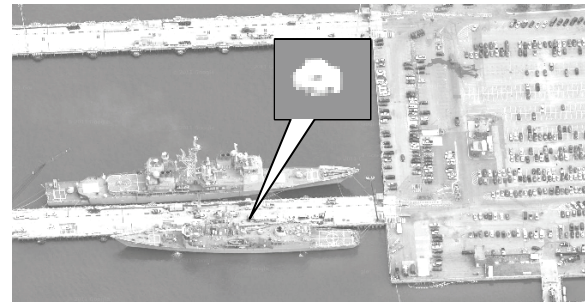
Обсуждение моделирования процесса оптимальной спектральной фильтрации начнем с рассмотрения трех ситуаций, для которых производилось исследование свойств согласованности оптимальной обработки: 1) статистические свойства входного и опорного сигналов совпадают; 2) изменилось значение средней яркости оптического излучения объекта и фона на входе оптико-электронной системы; 3) статистические характеристики входного сигнала фона отличаются от опорных значений.

При математическом моделировании использовалось цветное изображение, приведенное на рис. 2, а, на котором изображен фрагмент морского порта, а в качестве объекта обнаружения выбран желтый автомобиль на одном из причалов. Яркостная гистограмма исходного цветного изображения в трех спектральных каналах $n_R(L)$, $n_G(L)$, $n_B(L)$ представлена на рис. 2, б. Увеличенное изображение объекта, подлежащего обнаружению, приведено в отдельном окне на рис. 2, а.

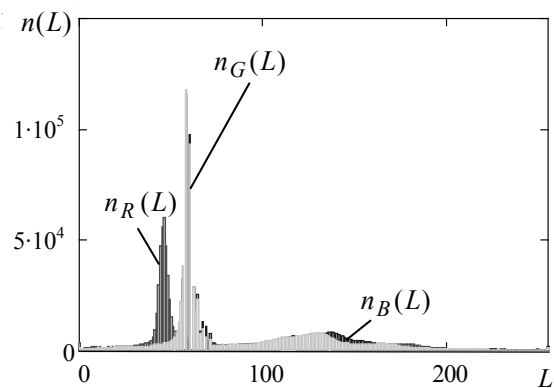
Рассмотрим первую ситуацию, когда статистические характеристики входных и опорных сигналов объекта и фона совпадают и, следовательно, обеспечивается согласованная фильтрация. При математическом моделировании процесса динамической спектральной фильтрации в данном случае используются одинаковые изображения, имитирующие входные и опорные сигналы. Следовательно, равны разностные вектора математических ожиданий опорных и входных сигналов объекта и фона $\bar{\zeta}_{\text{оп}} = \bar{\zeta}_{\text{вх}} = \bar{\zeta}$, а также равны корреляционные матрицы $\Gamma_{\text{оп}} = \Gamma_{\text{вх}}$.

Полученное в результате математического моделирования изображение представлено на рис. 3. На данном изображении объект (цель) имеет наибольшую яркость, что сви-

детельствует об эффективном выделении его излучения в результате динамической спектральной фильтрации.



а)



б)

Рис. 2. Исходное изображение (а) и его гистограмма (б)

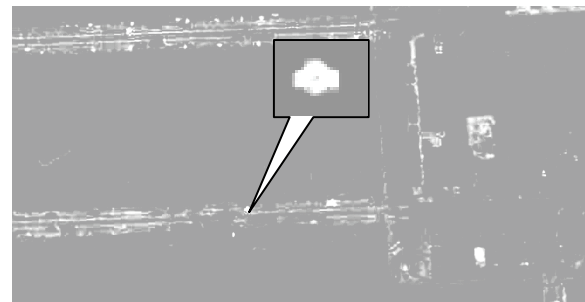


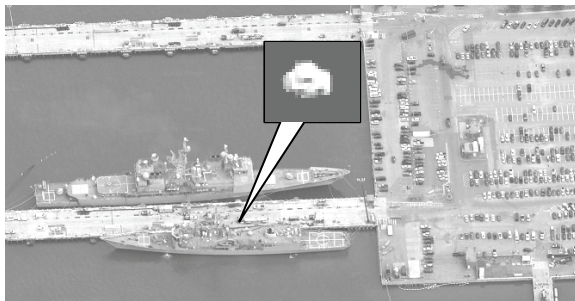
Рис. 3. Выходное изображение

С использованием выражения (5) вычислено значение нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера, которая равна $R = 0,98$. Незначительное отличие информационного показателя согласованности от единичного значения, по-видимому, объясняется сходимостью оценок статистических характеристик.

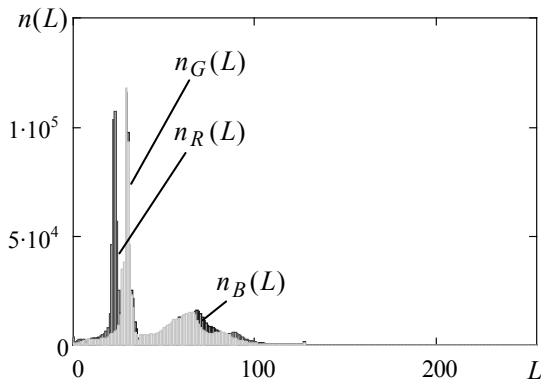
Рассмотрим вторую ситуацию, когда статистические характеристики входного и опорного сигналов объекта и фона отличаются друг от друга вследствие изменения

освещенности в ε раз при ведении наблюдения. В рассматриваемом случае разность математических ожиданий входных сигналов равна $\bar{\xi}_{\text{вх}} = \varepsilon \bar{\xi}_{\text{оп}}$, а корреляционная матрица входного сигнала фона определяется как $\Gamma_{\text{вх}} = \varepsilon^2 \Gamma_{\text{оп}}$.

В процессе математического моделирования при формировании входного изображения яркость каждого элемента исходного изображения умножалась на величину ε . Гистограмма полученного изображения (рис. 4) отличается от гистограммы, приведенной на рис. 2, уменьшенным в два раза диапазоном значений яркости.



а)



б)

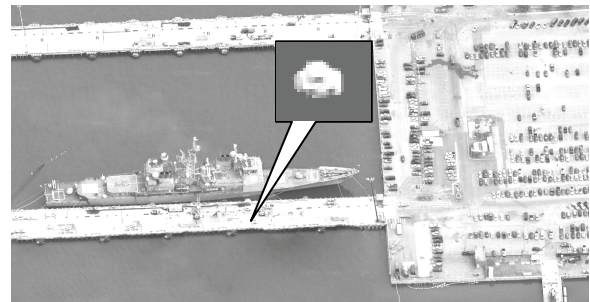
Рис. 4. Входное изображение, яркость которого уменьшена относительно опорного значения (а), и его гистограмма (б)

В результате математического моделирования оптимальной обработки получено изображение, которое аналогично выходному изображению, приведенному на рис. 3. На данном изображении объект (цель) имеет наибольшую яркость, что свидетельствует об эффективном выделении его излучения.

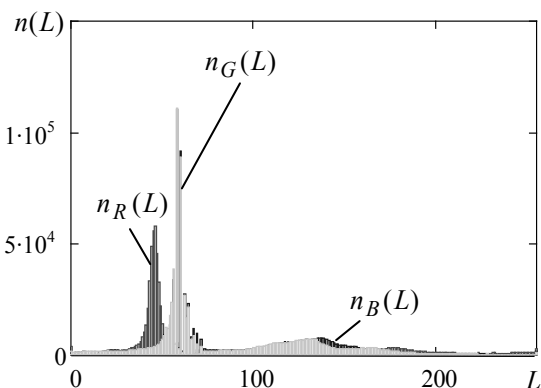
С использованием выражения (5) вычислена нормированная дивергенция Кульбака–

Лейблера, величина которой равна $R = 0,98$. Это соответствует ранее сделанному выводу, что нормированная дивергенция Кульбака–Лейблера инвариантна к амплитудным характеристикам как опорного, так и входного сигналов [5].

Рассмотрим третью ситуацию, когда статистические характеристики входного оптического сигнала фона отличаются от характеристик опорного сигнала, что является следствием структурных изменений на изображении фона. Этот случай имитируется уменьшением количества кораблей на входном изображении, а также изменением цвета одного из них (рис. 5, а). Гистограмма изображения для этого случая представлена на рис. 5, б. Ее сравнение с гистограммой опорного изображения (рис. 2, б) показывает незначительные изменения в распределении яркости в канале $n_R(L)$ в диапазоне значений от 200 до 250 относительных единиц.



а)



б)

Рис. 5. Входное изображение при различных значениях опорных и входных сигналов фона (а) и его гистограмма (б)

В результате структурных изменений на входном изображении вектор математиче-

ского ожидания входного сигнала фона отличается по направлению от опорного на угол $2,5^\circ$. Направление наибольшей оси эллипсоида рассеивания реализаций фона также отклонилось на угол $2,5^\circ$ от наибольшей оси опоры.

Полученное в результате математического моделирования процесса оптимальной обработки изображение (рис. 6) свидетельствует о снижении качества решения задачи селекции сигнала объекта. Как видно на изображении, кроме сигнала объекта на выход оптико-электронной системы с минимальным ослаблением проходит сигнал корабля.

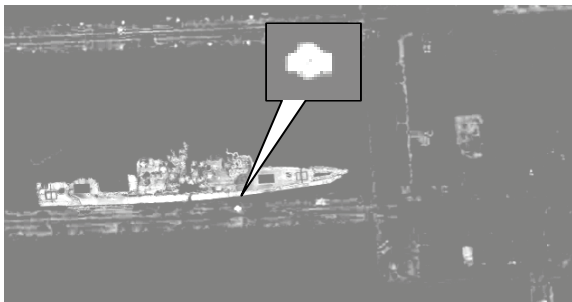


Рис. 6. Выходное изображение при отличии статистических характеристик входного оптического сигнала фона от характеристик опорного сигнала

Вычисленное значение нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера $R = 0,46$ количественно подтверждает снижение эффективности оптимальной обработки оптического излучения для случая, когда статистические характеристики входного и опорного сигналов отличаются.

Таким образом, полученные в ходе математического моделирования результаты подтверждают работоспособность информационного критерия оценивания согласованности оптимальной обработки оптических сигналов.

Выводы. В качестве меры согласованности оптимальной обработки сигналов предложено использовать нормированную дивергенцию Кульбака–Лейблера, представляющую собой отношение дивергенций на выходе и входе динамического спектрального фильтра. В отличие от использования в этом случае показателя вероятности ошибки, нормированная дивергенция не предполагает наличие сведений о вероятностях появления сигналов объекта и фона.

Проведен анализ основных свойств нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера при нормальных распределениях оптических сигналов на входе оптико-электронной системы. Получены соотношения, которые позволяют произвести сравнение введенного показателя согласованности оптимальной обработки сигналов – нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера с показателем – вероятностью правильного обнаружения.

Разработана и исследована математическая модель процесса оптимальной динамической спектральной фильтрации в оптико-электронных системах, которая подтверждает возможность использования информационного показателя для оценки согласованности оптимальной обработки сигналов.

Библиографический список

1. Купченко Л. Ф., Рыбьяк А. С., Проклов В. В., Антонов С. Н. Обнаружение объектов по спектральным признакам в оптико-электронных системах с использованием принципов динамической фильтрации. *Прикладная радиоэлектроника*. 2011. Т. 10, № 1. С. 22–26.
2. Купченко Л. Ф., Рыбьяк А. С. Динамическая спектральная фильтрация оптического излучения в оптико-электронных системах. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2011. Т. 16, вып. 4. С. 32–43.
3. Manolakis D., Marden D., Shaw G. A. Hyperspectral image processing for automatic target detection applications. *Lincoln Laboratory Journal*. 2003. Vol. 14, N 1. P. 79–113.
4. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
5. Купченко Л.Ф., Рыбьяк А.С. Критерий согласованности оптимальной обработки сигналов в оптико-электронных системах с динамической спектральной фильтрацией. *Системы озброєння і військова техніка*. 2015. № 1(41). С. 120–123.
6. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов. Пер. с англ. М.: Наука, 1979. 367 с.
7. Ту Дж. Принципы распознавания образов. Пер. с англ. М.: Мир, 1978. 411 с.
8. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
9. Рыбьяк А. С. Обнаружение субпиксельных объектов по спектральным признакам в оптико-электронных системах с использованием принципов динамической фильтрации. *Наука і техніка Повітряних Сил*. 2013. Том 10, № 1. С. 75–78.
10. Купченко Л. Ф., Рыбьяк А. С., Гуринов О. А. Установление связи между информационным показателем нормированной дивергенции Кульбака–Лейблера и вероятностью правильного обнаружения. *Системы озброєння і військова техніка*. 2016. № 1. С. 160–162.
11. Гонсалес Р., Вудс Р. *Цифровая обработка изображений*. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.

REFERENCE

1. Kupchenko, L. F., Ryb'yak, A. S., Proklov, V. V., Antonov, S. N., 2011. Detection of objects by spectral features in optoelectronic systems using the principles of dynamic filtering. *Prikladnaya radioelektronika*, **10**(1), pp. 22–26 (in Russian).
2. Kupchenko, L. F., Ryb'yak, A. S., 2011. The dynamic spectral filtration of optical radiation in electro-optical systems. *Electromagnetic waves and electronic systems*, **4**(16), pp. 32–43 (in Russian).
3. Manolakis, D., Marden, D., Shaw, G. A., 2003. Hyperspectral image processing for automatic target detection applications. *Lincoln Laboratory Journal*, **14**(1), pp. 79–113.
4. Tikhonov, V. I., 1983. *Optimal signal reception*. Moscow: Radio and communication Publ. (in Russian).
5. Kupchenko, L. F., Ryb'yak, A. S., 2015. The matching criterion of optimal signal processing in electro-optical systems with dynamic spectral filtration. *Systems of Arms and Military Equipment*, **1**(40), pp. 120–123 (in Russian).
6. Fukunaga, K., 1979. *Introduction to the statistical theory of pattern recognition*. Translated from English. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
7. Tu, Dzh., Gonsales, R., 1978. Principles of pattern recognition. Translated from English. Moscow: Mir Publ. (in Russian).
8. Shirman, Ya. D., Manzhos, V. N., 1981. Theory and technique of radar information processing against background noise. Moscow: Radio and communication Publ. (in Russian).
9. Ryb'yak, A. S., 2013. Detecting of subpixel objects by spectral features in electro-optical systems by using principles of dynamic filtration. *Science and Technology of the Air Force of Ukraine*, **10**(1), pp. 75–78 (in Russian).
10. Kupchenko, L. F., Ryb'yak, A. S., Goorin, O. A., 2016. Affiliation between information index Kullback–Leibler normed divergence and probability of correct detection. *Systems of Arms and Military Equipment*, **1**(40), pp. 160–162 (in Russian).
11. Gonsales, R., Vuds, R., 2005. *Digital image processing*. Moscow: Tekhnosfera Publ. (in Russian).

Рукопись поступила 16.09.2017.

L. F. Kupchenko, A. S. Rybiak, O. O. Goorin

ESTIMATION OF MATCHING OF OPTIMAL DYNAMIC SPECTRAL FILTRATION IN ELECTRO-OPTICAL SYSTEM OF TARGET DETECTION

The article is devoted to the study of the properties of the electro-optical systems with matched spectral dynamic filtration. It is usually supposed that the optimal optical signal detector is synthesized under the assumption of a priori information about the statistical characteristics of the target and background signals and the equality of the target and the background correlation matrices. However, in prac-

tice, there is always a mismatch between the input and the reference (expected) optical signals. The purpose of this article is to generalize and develop the methods for estimation of matching of the optimal signal processing in electro-optical systems with dynamic spectral filtration, which makes it possible to study the effect of the difference between the input and reference signals on the processing quality. In this paper, the information criterion – the normalized Kullback–Leibler divergence, which is the ratio of the divergences at the output and input of the dynamic spectral filter – is used as a measure of matching of the optimal signal processing in electro-optical systems with dynamic spectral filtration. The analysis of the properties of the suggested information matching indicator and its comparison with the probability of correct detection is carried out. A mathematical model of the process of optimal dynamic spectral filtration in electro-optical systems is constructed. The examples show the extent to which the differences in the statistical characteristics of input and reference signals affect the information matching indicator. In particular, the article poses and solves three problems that illustrate the process of optimal spectral filtration in the following situations: 1) the statistical properties of the input and the reference signals coincide completely; 2) the mean brightness of the optical radiation of the target and the background at the input of the electro-optical system has changed; 3) the statistical characteristics of the background input signal differ from the reference values.

Key words: electro-optical system, dynamic spectral filtration, matching criterion of optimal signal processing.

Л. Ф. Купченко, А. С. Риб'як, О. О. Гурін

ОЦІНЮВАННЯ УЗГОДЖЕНОСТІ ОПТИМАЛЬНОЇ ДИНАМІЧНОЇ СПЕКТРАЛЬНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ В ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМАХ ВИЯВЛЕННЯ ОБ'ЄКТІВ

Статтю присвячено вивченню властивостей оптико-електронних систем з узгодженою динамічною спектральною фільтрацією. Зазвичай вважають, що оптимальний виявлювач оптичних сигналів синтезований з припущенням про наявність апріорних відомостей про статистичні характеристики сигналів об'єкта та фону, а кореляційні матриці об'єкта та фону рівні між собою. Однак на практиці завжди існує невідповідність між вхідними та опорними (очікуваними) оптичними сигналами. Метою цієї статті є узагальнення та розвиток методів оцінювання узгодженості оптимальної обробки сигналів в оптико-електронних системах з динамічною спектральною фільтрацією, що дозволяють досліджувати вплив відмінності між вхідними та опорними сигналами на якість обробки. У роботі в якості міри узгодженості оптимальної обробки сигналів в оптико-електронних системах з динамічною спектральною фільтрацією використовується інформаційний критерій – нормована дивергенція Кульбака–Лейблера, яка являє собою відношення дивергенції на виході та вході динамічного спектрального фільтра. Проведено аналіз властивостей запропонованого авторами інформаційного показника узгодженості та порівняння його з по-

казником – ймовірністю правильного виявлення. Побудовано математичну модель процесу оптимальної динамічної спектральної фільтрації в оптико-електронних системах. На прикладах показано, якою мірою відмінності статистичних характеристик вхідних і опорних сигналів впливають на інформаційний показник узгодженості. Зокрема, поставлені і розв'язані три задачі, що ілюструють процес оптимальної спектральної фільтрації в таких ситуаціях: 1) статистичні властивості

вхідного і опорного сигналів повністю співпадають; 2) змінилося значення середньої яскравості оптичного випромінювання об'єкта і фону на вході оптико-електронної системи; 3) статистичні характеристики вхідного сигналу фону відрізняються від опорних значень.

Ключові слова: оптико-електронна система, динамічна спектральна фільтрація, критерій узгодженості оптимальної обробки сигналів.