

---

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.02.034>

УДК 533.6.011

**В.И. Тимошенко**, член-корреспондент НАН Украины

Институт технической механики НАН Украины и  
Государственного космического агентства Украины, Днепр  
E-mail: vitymoshenko@nas.gov.ua

## **Квазигомогенная модель газодисперсных течений с химическими реакциями и фазовыми переходами**

*Дана формулировка и приведено описание квазигомогенной математической модели газодисперсных течений при наличии неравновесных газофазных и гетерогенных химических реакций. Рассмотрен случай, когда в квазигомогенной газодисперсной смеси присутствуют кроме мелких частиц и относительно крупные частицы дисперсной фазы.*

**Ключевые слова:** газодисперсные течения, термогазодинамические и теплообменные процессы, фазовые переходы, гетерогенные химические реакции.

Газодисперсные течения — течения двухфазных смесей, состоящих из газа и взвешенных в нем твердых частиц или жидких капель, широко встречаются во многих технических приложениях. Это системы газоочистки и пневмотранспорта, химические реакторы со взвешенными частицами, различные энергетические установки с двухфазным рабочим телом и многое другое. Такие течения сопровождаются гетерогенными химическими реакциями и фазовыми переходами. При этом к чисто газодинамическим и физико-химическим процессам добавляется большой комплекс вопросов, связанных с описанием динамического, теплового, химического и массообменного взаимодействий высокотемпературного газа с твердыми или жидкими частицами. Задача о течении высокотемпературных газозвесей должна рассматриваться в сопряженной постановке, учитывающей как динамическое и тепловое взаимодействие газа и частиц, так и высокотемпературные термогазодинамические и теплообменные гетерогенные процессы.

При описании газодисперсных течений для определения параметров несущей фазы используются уравнения газовой динамики — уравнения Навье — Стокса и всевозможные их упрощения, дополненные слагаемыми учитывающими изменение массы, количества движения и энергии в единице объема несущей фазы вследствие ее взаимодействия с частицами дисперсной фазы. Для дисперсной фазы используется либо дискретно траекторная модель (модель пробных частиц), либо континуальная модель. В рамках континуальной

© В.И. Тимошенко, 2018

модели — модель взаимопроникающих континуумов — вводится понятие среднеобъемной плотности (масса частиц в единице объема области течения) и скорости дисперсной фазы и дисперсная фаза рассматривается как некоторая сплошная среда без собственного давления. В рамках этой модели описание движения монодисперсной двухфазной среды сводится к двум группам уравнений: уравнения, описывающие движение газа, и уравнения, описывающие осредненные по элементарному объему параметры частиц — плотность, температуру, скорость. Уравнения, описывающие движение частиц, отличаются от уравнений газовой динамики отсутствием членов, порождаемых градиентом давления. Взаимодействие между фазами учитывается включением в уравнения обеих групп слагаемых, отражающих обмен массой, импульсом и энергией между фазами.

В результате обмена импульсом и энергией частиц и газа при межфазном взаимодействии на некотором участке траектории частиц скорости, а в некоторых случаях и температура частиц и газа принимают одинаковые значения. Длину этого участка называют длиной скоростной или температурной релаксации в зависимости от того, какие параметры представляют интерес для конкретной ситуации — скорости частиц или их температура. Отметим, что при стремлении диаметра частиц  $d_s$  к нулю длины скоростной и температурной релаксации убывают пропорционально  $d_s^2$ . Если длина скоростной релаксации намного меньше характерного размера области течения, то скорость скольжения частиц мала по сравнению со скоростью газа. В этом случае можно считать, что скорость частиц и скорость газа одинаковы и задача о течении двухфазного потока значительно упрощается: вместо двух связанных систем уравнений, описывающих течение газа и движение частиц [1, 2], можно получить одну систему уравнений, описывающую движение некоторой сплошной среды, являющейся смесью газа и частиц:

$$\frac{\partial \rho^g u}{\partial z} + \frac{\partial \rho^g v}{\partial r} + \frac{\rho^g v}{r} = 0 \quad (1)$$

$$\rho^g u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho^g v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + U_\mu; \quad (2)$$

$$\rho^g u \frac{\partial v}{\partial z} + \rho^g v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + V_\mu; \quad (3)$$

$$\rho^g u \frac{\partial H^g_0}{\partial x} + \rho^g v \frac{\partial H^g_0}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial H^g_0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \mu \left(1 - \frac{1}{Pr}\right) u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h^g_p}{\partial r}. \quad (4)$$

Эта система уравнений дополняется термическим и калорическим уравнениями состояния для смеси совершенных газов  $p = R\rho T$ , которое для газодисперсной смеси может быть переписано в виде  $p = \bar{R}\rho^g T$ .

В приведенных уравнениях принято  $\rho^g = (\rho + \rho_p) = \rho(1 + \kappa)$ ,  $p, u, v, H^g_0 = h^g + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$  — плотность, давление, продольная и радиальная составляющие скорости и полная энтальпия газодисперсной смеси;  $R = \frac{R_0}{m}$ ,  $\bar{R} = \frac{R}{1 + \kappa}$ ,  $R_0$  — газовая постоянная;  $m$  — молярная масса газовой смеси;  $\rho_p$  и  $\kappa$  — масса и массовая доля дисперсной фазы в единице объема смеси;  $h^g = \frac{h(T) + \kappa \cdot h_p(T_S)}{1 + \kappa}$

статическая энтальпия единицы массы газодисперсной смеси;  $T$  и  $T_S$  — температура несущего газа и материала дисперсной фазы;  $h_p^g = \frac{\kappa}{1+\kappa}(h-h_p)$ . При равенстве скоростей газовой и дисперсной фаз последнее вытекает из определения  $h^g$  и следующих соотношений  $h_p^g = H_0 - H_0^g = h - h^g$ ;  $\mu$  — эффективный коэффициент динамической вязкости. Для оценочного учета влияния мелкой дисперсной фазы при определении этого коэффициента можно использовать формулу Эйнштейна  $\mu = \mu_1(1 + 2,5C)$ , где  $\mu_1$  — коэффициент динамической вязкости несущего газа,  $C = \kappa \cdot \rho / \rho_S$  — объемная концентрация “мелкой” дисперсной фазы.

Слагаемые  $U_\mu$ ,  $V_\mu$  в уравнениях (2) и (3) связаны с влиянием вектора вязких напряжений вдоль осей координат  $Oz$  и  $Or$ . При расчете струйных течений и течений в каналах переменного сечения можно принять приближение “вязкого слоя”, в рамках которого  $U_\mu = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \mu \frac{\partial u}{\partial r}$ ,  $V_\mu = 0$  [3]. В этом же приближении записаны слагаемые в правой части уравнения (4). Для дозвуковых течений вместо в струях и каналах уравнения (3) можно

использовать соотношение  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ .

Следует отметить, что при записи этих уравнений было принято только условие, что  $u = u_p$ ,  $v = v_p$ , и не накладывались никакие ограничения на значения температуры несущего газа и частиц дисперсной фазы. Если и длина температурной релаксации намного меньше характерного размера области течения, то можно принять, что не только скорости, но и температура несущего газа и частиц дисперсной фазы совпадают. В этом случае при описании газодисперсных смесей применяется гомогенная модель, в рамках которой для определения параметров течения используются уравнения (1)–(4), по форме совпадающие с обычными уравнениями газовой динамики, и видоизмененные отношения для коэффициентов удельной теплоемкости при постоянном давлении и при постоянном объеме и безразмерных комплексов: показателя адиабаты, чисел Рейнольдса, Прандтля и Маха [2, 4]. В частности, принимая в некотором диапазоне температур  $h = h(T^*) + C_p(T - T^*)$ ,  $h_p = h_p(T^*) + C_S(T - T^*)$ , получим  $h^g = h^g(T^*) + \bar{C}_p(T - T^*)$ , где  $\bar{C}_V = \frac{C_V + \kappa C_S}{1 + \kappa}$  — коэффициент удельной теплоемкости при постоянном давлении гомогенной смеси. Из аналогичных соотношений для внутренней энергии гомогенной смеси следует соотношение для удельной теплоемкости при постоянном объеме  $\bar{C}_V = \frac{C_V + \kappa C_S}{1 + \kappa}$ .

В общем случае при наличии химических реакций (как газофазных так и гетерогенных) или фазовых переходов (конденсация, испарение материала частиц) температуры газа и частиц не совпадают. Кроме того меняются компонентный состав газовой фазы, относительная масса частиц в единице объема и их размеры. В связи с этим система уравнений (1)–(4) должна быть дополнена уравнениями для определения температуры  $T_S$ , массовой доли  $\kappa$  и размеров частиц  $d_S$  дисперсной фазы, а также уравнениями для определения компонентного состава несущей газовой смеси. Для полученной в результате этого системы уравнений введем термин квазигомогенная модель газодисперсной смеси.

Остановимся на изложении основных положений квазигомогенной модели.

Для определения концентраций  $K$  компонент газовой смеси  $X_k$  используется уравнение

$$\frac{\partial \rho u X_k}{\partial x} + \frac{\partial \rho v X_k}{\partial y} + \frac{\rho v X_k}{y} = \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left( y^v \left( \frac{\mu}{Sm} \right)_{ef} \frac{\partial X_k}{\partial y} \right) + \overline{W}_k + M^p_k \quad (k = 1, 2, \dots, K), \quad (5)$$

где  $\tilde{W}_k$ ,  $M^p_k$  – скорости изменения массы  $k$ -й компоненты в единице объема вследствие газодисперсных реакций и гетерогенных химических реакций между несущим газом и частицами и испарения или конденсации материала частиц.

Температура несущего газа определяется при заданной температуре частиц  $T_p$ , исходя из найденных в результате решения уравнений (4), (5) значений  $H_0^g$  и  $X_k$ . При этом учитывается, что энтальпия газовой смеси определяется соотношением  $h(T) = \sum_{k=1}^{N_k} X_k(p, T) h_k(T)$ .

В свою очередь для определения температуры частиц дисперсной фазы можно использовать уравнение

$$\kappa \rho u C_S \frac{\partial T_p}{\partial z} + \kappa \rho v C_S \frac{\partial T_p}{\partial r} = N_p S_{бок} \alpha (T - T_p) + Q_r, \quad (6)$$

где  $Q_r$  – суммарная теплота процессов на поверхности частицы при физико-химическом взаимодействии единицы массы материала частиц с газом.

При записи этого уравнения принимается, что размеры частиц настолько малы, что можно пренебречь изменением температуры в пределах частицы при их нагреве горячим газовым потоком – изотермическая частица [1, 2]. Однако при большом коэффициенте теплоотдачи и малой теплопроводности материала частиц процессы, связанные химическими реакциями на поверхности частицы и массопереносом и фазовыми переходами в объеме частицы при ее нагреве также могут заметно изменить характер прогрева и воспламенения частиц, несмотря на их размер.

Особенностью воспламенения и горения таких частиц является параллельное прохождение процессов прогрева частиц, испарения воды внутри частиц, химических реакций на их поверхности. Для определения температуры частиц в условиях их нагрева в горячем потоке несущего газа используется нестационарное уравнение теплопроводности, описывающее изменение температуры внутри частиц. При этом в частице вводятся две области, разделенные поверхностью испарения, положение которой определяется в процессе решения уравнения. На внешней поверхности частицы ставятся условия теплового баланса с учетом теплового эффекта гетерогенных химических реакций на поверхности частицы. При численном решении задачи о течении газодисперсной смеси рассматривается набор частиц с координатами в узлах разностной сетки  $(z_i, r_j)$ , которая вводится в поле течения. При определении температуры внутри частиц используются элементы дискретно-траекторного метода. При применении маршевых по координате  $z$  конечно-разностных методов в рамках этого метода рассматриваются процессы нагрева и испарения частиц при движении их вдоль участка траектории между плоскостями  $z_i = \text{const}$  и  $z_{i+1} = \text{const}$ , расположенными на расстоянии  $\Delta z$  ( $\Delta z$  – шаг разностной сетки по маршевой переменной). При переходе на пло-

скорость  $z_{i+1} = z_i + \Delta z$  определяются параметры частиц и их координаты  $r_j^1$  на этой плоскости. Для определения параметров в частицах в узлах  $(z_{i+1}, r_j)$  используется линейная интерполяция по  $r$ . Детально вопросы учета объемного распределения температуры в частицах рассмотрены в [5, 6] на примере горения угольных частиц в емкости и в струе.

При расчете параметров газодисперсных течений с фазовыми переходами и гетерогенными химическими реакциями необходимо, как уже отмечалось, рассмотреть перечень задач, связанных с определением размеров и массовой доли частиц дисперсной фазы.

Уравнение для определения массовой доли дисперсной фазы вытекает из уравнения для изменения массы частиц в единице объема вследствие межфазного физико-химического взаимодействия и может быть записано в виде

$$\frac{\partial \rho_p u}{\partial z} + \frac{\partial \rho_p v}{\partial r} + \frac{\rho_p v}{r} = -m_p \quad \text{или с учетом (1)} \quad \rho u \frac{\partial \kappa}{\partial z} + \rho v \frac{\partial \kappa}{\partial r} = -(1 + \kappa) \dot{m}_p, \quad (7)$$

где  $\dot{m}_p = N_p \dot{K} S_{\text{бок}}$  — скорость изменения массы частиц в единице объема гомогенной смеси вследствие гетерогенных химических реакций и испарения;  $\dot{K}$  — скорость образования газовых компонент на единице поверхности частицы;  $S_p = \pi d_s^2$  — площадь боковой поверхности частицы;  $d_s$  — диаметр частицы;  $N_p = \frac{6}{\pi d_p^3} \frac{\kappa \rho}{\rho_s}$  — количество частиц в единице объема.

Особенность в соотношении  $S_p N_p = \frac{6}{d_s} \frac{\kappa \rho}{\rho_s}$  при  $d_s \rightarrow 0$  устраняется раскрытием неопределенности  $[0/0]$ , так как  $\kappa \rightarrow 0$  как  $d_s^3$  при конечном значении  $N_p$ , а именно:

$$\kappa = \kappa^0 \frac{\rho^0}{\rho} \left( \frac{d_s}{d_s^0} \right)^3 \frac{N_p}{N_p^0} \frac{\rho_s}{\rho_s^0}. \quad \text{С учетом этого получаем } S_p N_p = \frac{6}{d_\kappa^0} \frac{\rho_p^0}{\rho_k^0} \left( \frac{d_\kappa}{d_\kappa^0} \right)^2 \bar{N}_p, \quad \text{где } \bar{N}_p = \frac{N_p}{N_p^0},$$

верхний индекс “0” относится к параметрам компонент газодисперсной смеси в исходном состоянии.

Для определения диаметра частиц  $d_s$  и их количества в единице объема  $\bar{N}_p$  можно использовать соотношения.

$$u \frac{\partial d_s}{\partial x} + v \frac{\partial d_s}{\partial y} = -2 \frac{\dot{K}}{\rho_s}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{N}_p u}{\partial z} + \frac{\partial \bar{N}_p v}{\partial r} + \frac{\bar{N}_p v}{r} = 0. \quad (9)$$

Первое уравнение вытекает из очевидного соотношения  $\rho_s S_{\text{бок}} \frac{\Delta d_s}{2} = -\frac{\dot{m}_p}{N_p} \Delta \tau$  ( $\Delta \tau$  — элементарный отрезок времени), а второе — из баланса количества частиц в элементарном объеме газодисперсной смеси.

Для замыкания уравнений (7)–(9) нужно в каждом конкретном случае рассмотреть вопросы определения скорости горения или испарения частиц  $\dot{K}$  и теплоты процессов  $Q_r$  на единице поверхности частицы. Проиллюстрируем это на конкретном примере горения в

воздухе углерода в частицах угля. Ограничимся рассмотрением следующих реакций:



В определенных условиях можно считать, что газ является смесью, состоящей из семи компонентов,  $O_2$ ,  $C$ ,  $O$ ,  $CO_2$ ,  $H_2$ ,  $H_2O$ ,  $N_2$ . Тогда в соответствии с приведенным перечнем реакций для определения скоростей исчезновения и образования компонент на единице поверхности частицы  $\dot{K}_k$  можно записать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{K}_{O_2} &= -k_{\text{эф},1} X_{O_2}, \quad \dot{K}_{CO_2} = \frac{\mu_{CO_2}}{\mu_{O_2}} k_{\text{эф},1} X_{O_2} - k_{\text{эф},2} X_{CO_2}, \\ \dot{K}_{CO} &= k_{\text{эф},2} \frac{2\mu_{CO}}{\mu_{CO_2}} X_{CO_2} + k_{\text{эф},3} \frac{\mu_{CO}}{\mu_{H_2O}} X_{H_2O}, \\ \dot{K}_{H_2O} &= -k_{\text{эф},3} X_{H_2O}, \quad \dot{K}_{H_2} = k_{\text{эф},3} \frac{\mu_{H_2}}{\mu_{H_2O}} X_{H_2O}. \end{aligned}$$

где  $\mu_k$  — молярная масса  $k$ -й компоненты;  $k_{\text{эф}}$  — эффективные константы скоростей реакций (индексы 1, 2, 3 — номера реакций из (10)),  $k_{\text{эф}} = \frac{1}{1/k + (1 + \epsilon_s)/\beta}$ ,  $k = k_0(T) \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$  — кинетическая константа скорости реакции;  $\beta = \alpha/\bar{C}_p$  — коэффициент массопереноса, выражающий влияние диффузионных процессов.

Использование эффективной константы скорости реакции  $k_{\text{эф}}$  позволяет учесть соотношение между кинетическим и диффузионным режимами реагирования.

Скорость уноса массы углерода с единицы поверхности частицы определяется соотношением  $\dot{K}_C = \dot{K}_{O_2} + \dot{K}_{CO_2} + \dot{K}_{CO} + \dot{K}_{H_2O} + \dot{K}_{H_2}$ .

Количество теплоты, передаваемой газу с единицы поверхности частиц, отражающее влияние теплоты гетерогенных химических реакций на температуру газа и частиц, определяется параметром  $Q_r = \sum_k \sum_{\alpha} \dot{m}_{pk}^{\alpha} h_k(T)/\mu_k$ , где индексы  $k$  и  $\alpha$  — номер компоненты и номер химической реакции;  $h_k$  — молярная энтальпия компоненты;  $\dot{m}_{pk}^{\alpha}$  — скорость образования  $k$ -й компоненты газовой смеси в  $\alpha$ -й гетерогенной химической реакции.

Для рассматриваемой системы реакций имеем

$$\begin{aligned} Q_r &= (h_{CO_2}(T_S) - h_{O_2}(T)) \frac{k_{\text{эф},1} X_{O_2}}{m_{O_2}} + (2h_{CO}(T_S) - h_{CO_2}(T)) \frac{k_{\text{эф},2} X_{CO_2}}{m_{CO_2}} + \\ &+ (h_{H_2}(T_S) + h_{CO}(T_S) - h_{H_2O}(T)) m \frac{k_{\text{эф},3} X_{H_2O}}{m_{H_2O}}. \end{aligned}$$

При оценке влияния фазовых переходов можно принять простейшую модель испарения капли. Испарение начинается при нагреве капли до температуры кипения  $T_f$ . После

этого температура частиц дисперсной фазы остается неизменной  $T_S = T_f$ , и все подводимое тепло расходуется на испарение. В этих предположениях скорость уноса массы с единицы поверхности капли вследствие испарения определяется соотношением  $\dot{K} = \alpha \frac{T_g - T_f}{\dot{r}}$ , где  $T_g$  и  $\lambda_g$  — температура и коэффициент теплопроводности несущего газа;  $\dot{r}$  — теплота парообразования;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи.

В рамках модели квазигомогенной среды представляет интерес рассмотреть и более общий случай, когда в газодисперсной смеси присутствуют мелкие и относительно крупные (далее “крупные”) частицы дисперсной фазы, для которых длина скоростной релаксации соизмерима с характерным линейным размером рассматриваемого течения. Мелкие частицы рассматриваются в рамках гомогенной модели, “крупные” частицы нужно рассматривать в рамках двухскоростной двухтемпературной сплошной среды. Частицы и мелкой и “крупной” фракций могут испаряться или вступать в химическое взаимодействие с несущим газом.

Принимая, что  $m_p$  — скорость перехода частиц “крупной” фракции дисперсной фазы в газ вследствие гетерогенных химических реакций или фазовых переходов, уравнения для гомогенной смеси несущего газа и мелких частиц дисперсной фазы (несущая среда) запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^g u}{\partial z} + \frac{\partial \rho^g v}{\partial r} + \frac{\rho^g v}{r} &= m_p; \\ \rho^g u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho^g v \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + U_\mu + \dot{m}_p (u_p - u) - F_{p,z}; \\ \rho^g u \frac{\partial v}{\partial z} + \rho^g v \frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial r} + V_\mu + \dot{m}_p (v_p - v) - F_{p,r}; \\ \rho^g u \frac{\partial H^g_0}{\partial x} + \rho^g v \frac{\partial H^g_0}{\partial y} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial H^g_0}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \mu \left( 1 - \frac{1}{Pr} \right) u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h^g_p}{\partial r} - \\ &\quad - f_T \alpha (T - T_p) + \dot{m}_p (H_{p,g} - H^g_0) - \frac{1}{2} \dot{m}_p (\bar{V}_p - \bar{V})^2 - \bar{V}_p \cdot \bar{F}_p; \\ \frac{\partial \rho u X_k}{\partial x} + \frac{\partial \rho v X_k}{\partial y} + \frac{\rho v X_k}{y} &= \frac{1}{y^v} \frac{\partial}{\partial y} \left( y^v \left( \frac{\mu}{Sm} \right)_{ef} \frac{\partial X_k}{\partial y} \right) + \bar{W}_k + M^p_k + M_k; \\ \rho u \frac{\partial \kappa}{\partial z} + \rho v \frac{\partial \kappa}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \mu_p \frac{\partial \kappa}{\partial r} + \mu_p \frac{1}{r} \frac{\partial \kappa}{\partial r} - (1 + \kappa) \dot{m}_p^g - \kappa \dot{m}_p \end{aligned}$$

Уравнения для переноса “крупных” частиц дисперсной фазы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_p u_p}{\partial z} + \frac{\partial \rho_p v_p}{\partial r} + \frac{\rho_p v_p}{r} &= -\dot{m}_p, \quad \rho_p u_p \frac{\partial u_p}{\partial z} + \rho_p v_p \frac{\partial u_p}{\partial r} = F_{p,z}, \\ \rho_p u_p \frac{\partial v_p}{\partial z} + \rho_p v_p \frac{\partial v_p}{\partial r} &= F_{p,r}, \quad \rho_p u_p C_S \frac{\partial T_p}{\partial z} + \rho_p v_p C_S \frac{\partial T_p}{\partial r} = f_T \alpha (T - T_p) - m_p Q_r. \end{aligned}$$

В этих уравнениях  $\bar{F}_p$  – вектор силового взаимодействия гомогенной смеси и частиц “крупной” фракции. В простейшем случае при учете только лобового сопротивления частиц компоненты этого вектора определяются соотношениями  $F_{p,z} = f_q(u - u_p)$ ,  $F_{p,r} = f_q(v - v_p)$ . Параметры  $\dot{m}_p = N_p \dot{K} S_{\text{бок}}$ ,  $\dot{K}_p$ ,  $S_p$ ,  $d_S$ ,  $N_p$ ,  $\tilde{W}_k$ ,  $M_k$  для “крупных” частиц имеют тот же смысл что и соответствующие параметры для частиц в гомогенной газодисперсной смеси и определяются по параметрам “крупных” частиц.

К этим уравнениям нужно добавить уравнения типа (8) и (9) для определения характеристик “крупных” частиц: диаметра частиц и их количества.

В уравнениях переноса компонент газовой смеси изменение концентраций  $X_k$  как вследствие газофазных химических реакций, так и гетерогенных реакций между несущим газом и частицами и испарения или конденсации материала частиц учитывается слагаемыми  $\tilde{W}_k$ ,  $M_k^g$  и  $M_k$ . Слагаемое  $\tilde{W}_k$  представляет собой скорость изменения массы данной компоненты в единице объема вследствие газофазных химических реакций. Слагаемые  $M_k^g$  и  $M_k$  отражают изменение массы  $k$ -й компоненты вследствие физико-химического взаимодействия газа с материалом частиц в гомогенной смеси и частиц “крупной” фракции, параметры которых определяются в рамках модели двухскоростной, двухтемпературной сплошной среды. При этом имеем:  $M_k^p = m_p^g X_k^g$ ,  $M_k = m_p X_k^p$ , где  $\dot{m}_p^g$  – скорость изменения массы мелких частиц дисперсной фазы в гомогенной смеси,  $X_k^g$  и  $X_k^p$  – концентрации  $k$ -й компоненты в продуктах физико-химического взаимодействия материала мелких и “крупных” частиц с несущим газом. Скорость изменения массы гомогенной смеси определяется соотношением  $\dot{m}_p = \sum_k M_k$ .

При записи уравнения относительно массовой доли дисперсной фазы  $\mu$  использовано второе уравнение из (7), в которое по аналогии с уравнением для концентраций компонент газовой смеси введен эффективный “коэффициент вязкости”  $\mu_p$ . Подбором значения этого коэффициента можно менять степень влияния турбулентного перемешивания на изменение массовой доли мелких частиц дисперсной фазы. При  $\mu_p = 0$  дисперсная фаза не увлекается в турбулентное перемешивание, при  $\mu_p = \frac{\mu}{Sm}$  дисперсная фаза подвергается перемешиванию наравне с компонентами смеси газовой фазы.

Следует отметить, что вопросы определения параметров взаимодействия дисперсной и газовой фаз (в частности для полидисперсных течений) при их турбулентном перемешивании требуют отдельного рассмотрения [7].

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Стернин П.Е., Шрайбер А.А. Многофазные течения газа с частицами. Москва: Машиностроение, 1994. 320 с.
2. Тимошенко В.И. Теоретические основы технической газовой динамики. Киев: Наук. думка, 2013. 426 с.
3. Белоцерковец И.С., Тимошенко В.И. Маршевый расчет течения при взаимодействии сверхзвуковой турбулентной струи со спутным ограниченным дозвуковым потоком. *Вісн. Дніпропетров. ун-ту. Механіка*. 2008. Вип.11, 1, № 5. С. 30–41.
4. Марбл Ф. Динамика запыленных газов. Механика. *Период. сборник переводов иностранных статей*. 1971. № 6. С. 48–89.

5. Тимошенко В.И. Влияние объемного распределения температуры в угольных частицах на их прогрев и воспламенение в газодисперсном потоке. *Инж.-физ. журн.* 2014. **87**, № 4. С. 767–771.
6. Тимошенко В.И. Численное моделирование прогрева и воспламенения сухих и водонасыщенных угольных частиц в газодисперсном потоке. *Прикл. гидромеханика.* 2015. **17** (89), № 2. С. 64–72.
7. Шрайбер А.А., Гавин Л.Б., Наумов В.А., Яценко В.П. Турбулентные течения газовзвеси. Киев: Наук. думка, 1987. 240с.

Поступило в редакцию 26.10.2017

#### REFERENCES

1. Sternin, P. E. & Shraiber, A. L. (1994) Multiphase flows of a gas with particles. Moscow: Mechanical Engineering (in Russian).
2. Timoshenko, V. I. (2013) Theoretical foundations of technical gas dynamics. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
3. Belotserkovets, I. S. & Timoshenko, V. I. (2008) March flow calculation for the interaction of a supersonic turbulent jet with a confined limited subsonic flow. Bulletin of the Dnipropetrovsk University. Mechanics, Iss. 11, 1, No. 5, pp. 30 (in Russian).
4. Marble, F.E. (1970) Dynamics of dusty gases. Annual Rev. Fluid Mechanics, 2, pp. 397-446.
5. Timoshenko, V. I. (2014). Influence of the volume distribution of temperature in coal particles on their heating and ignition in a gas-dispersed flow. J. Engineering Physics and Thermophysics, 87, No. 4, pp. 767-771 (in Russian).
6. Timoshenko, V. I. (2015). Numerical simulation of heating and ignition of dry and water-saturated carbon particles in a gas-dispersed stream. Applied hydromechanics, 17 (89), No. 2, pp. 64-72 (in Russian).
7. Shrayber, A. A., Gavin, L.B., Naumov, V. A. & Yatsenko, V. P. (1987). Turbulent flows of a gas suspension. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).

Received 26.10.2017

В.И. Тимошенко

Інститут технічної механіки НАН України і Державного космічного агентства України, Дніпро

E-mail: vitymoshenko@nas.gov.ua

#### КВАЗІГОМОГЕННА МОДЕЛЬ ГАЗОДИСПЕРСНИХ ТЕЧІЙ З ХІМІЧНИМИ РЕАКЦІЯМИ ТА ФАЗОВИМИ ПЕРЕТВОРЮВАННЯМИ

Наводиться формулювання і дається стислий опис квазігомогенної математичної моделі газодисперсних течій за наявності нерівноважних газофазних і гетерогенних хімічних реакцій. Розглянуто випадок, коли в квазігомогенній газодисперсній суміші присутні крім дрібних частинок і відносно великі частинки дисперсної фази.

**Ключові слова:** газодисперсні течії, термогазодинамічні і тепло-масообмінні процеси, фазові переходи, гетерогенні хімічні реакції.

V.I. Timoshenko

Institute of Technical Mechanics of the NAS of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Dnieper

E-mail: vitymoshenko@nas.gov.ua

#### QUASIHOMOGENEOUS MODEL OF GAS-DISPENSED FLOWS WITH CHEMICAL REACTIONS AND PHASE TRANSITIONS

The formulation and description of a quasihomogeneous mathematical model of gas-dispersed flows in the presence of a nonequilibrium gas-phase and heterogeneous chemical reactions is given. The case where, in addition to fine particles, relatively large particles of a dispersed phase are present in a quasihomogeneous gas-dispersed mixture is considered.

**Keywords:** gas-dispersed flows, thermogasdynamic, heat and mass transfer processes, phase transitions, heterogeneous chemical reactions.