

*В.Г. Шерстюк<sup>1</sup>, М.В. Жарикова<sup>1</sup>, И.В. Сокол<sup>2</sup>, Е.Н. Тарасенко<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Херсонский национальный технический университет, Украина

Бериславское шоссе, 24, г. Херсон, 73008

<sup>2</sup>Морской институт последипломного образования, Украина

ул. Старообрядческая, 2, г. Херсон, 73000

## **ГИС-МОДЕЛЬ ТЕРРИТОРИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ РАЗМЫТЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ**

*V.G. Sherstjuk<sup>1</sup>, M.V. Zharikova<sup>1</sup>, I.V. Sokol<sup>2</sup>, E.N. Tarasenko<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Kherson National Technical University, Ukraine

Berislav Road, 24, c. Kherson, 73008

<sup>2</sup>Postgraduate Maritime Institute, Ukraine

Starobriadnytska Str., 2, c. Kherson, 73000

## **GIS MODEL OF A TERRITORIAL SYSTEM BASED ON BLURRED TOPOLOGICAL SPACES**

В статье рассматривается размытая пространственная модель для решения задач поддержки принятия решений в сложных динамических системах, включающих множество взаимодействующих быстротечных пространственно-распределенных процессов. Модель основана на наложении статических и динамических размытых топологических пространств и обеспечивает выполнение заданных требований к эффективности и быстродействию СППР.

**Ключевые слова:** топология, класс эквивалентности, отношение неразличимости, ячейка, геотаксон, процесс, параметр состояния.

The article deals with an approximate spatial model for solution of decision support problems in complex dynamic systems that include multiple interacting transient spatially distributed processes. The model is based on the imposition of static and dynamic blurred topological spaces, and ensures specified DSS performance requirements.

**Key words:** topology, equivalence class, indiscernibility relation, cell, geotaxon, process, state parameter.

### **Введение**

Существуют предметные области, представляющие собой сложные динамические системы (СДС), включающие множество взаимосвязанных процессов, развивающихся в пространстве и времени, для которых необходимо решать задачи поддержки принятия решений. К данной категории относятся, например, задачи управления совместным движением множества динамических объектов, задачи локализации и предотвращения чрезвычайных ситуаций, поисково-спасательные задачи и др. Как правило, в таких предметных областях взаимодействующие процессы являются распределенными на некоторой ограниченной территории, а для решения задач поддержки принятия решений используют геоинформационные системы (ГИС) реального времени, содержащие модель данной территории.

Поскольку одновременно на СДС воздействует значительное число факторов и событий, имеющих в том числе стохастическую природу, а развивающиеся при этом процессы, как правило, нелинейны, нестационарны и быстротечны, построение системы поддержки принятия решений (СППР) представляет собой сложную и нетривиальную задачу, которая еще больше усложняется неточностью, неполнотой и противоречивостью исходной информации, значительной территориальной распределенностью событий и дефицитом времени [1]. Исследование моделей и методов поддержки принятия решений на основе ГИС для СДС, формирующихся множеством взаимодействующих быстротечных пространственно-распределенных процессов, является актуальной научно-технической задачей.

### **Постановка проблемы**

Несмотря на активные исследования, применение устоявшихся подходов для рассматриваемого класса СДС не обеспечивает требуемого быстродействия и приемлемой эффективности СППР, основанных на ГИС [2]. Это обуславливает актуальность дальнейшего поиска нетрадиционных моделей и методов поддержки принятия решений, основанных на использовании геоинформационных систем реального времени и способных обеспечить выполнение предъявляемых к СППР требований по быстродействию и эффективности.

### **Анализ последних исследований и публикаций**

Принципиальной особенностью актуальных исследований СППР для рассматриваемого класса СДС является тесная взаимосвязь с ГИС, поскольку все их процессы и объекты имеют пространственную привязку (локацию) к географическим координатам. Поскольку объекты СДС вовлечены в протекающие процессы, их локация является динамической, что требует учета в СППР не только пространственной, но и временной составляющей.

В работах [3-5] для накопления информации о происходящих в СДС событиях в ГИС использовались ретроспективные базы данных, а анализ взаимосвязанных событий производился с использованием статистических методов. Однако, неполная наблюдаемость событий и недостаточная точность измерения параметров объектов и внешней среды в различных точках рассматриваемого пространства препятствуют выработке эффективных и своевременных решений, что снижает ценность самостоятельного применения статистических подходов. Кроме того, статистические методы требуют наличия репрезентативной выборки, достаточной для проведения анализа, что не всегда может быть обеспечено.

В работах [6-9] основное внимание уделяется получению для лиц, принимающих решения (ЛПР), оценок, связанных с измерением степени риска либо опасности ситуации, и предназначенных для обоснования возможных решений ЛПР. Для повышения достоверности таких оценок принято использовать математические модели протекающих в СДС процессов.

Одни из них [7,8] используют детальные математические модели процессов, протекающих при заданном состоянии внешней среды на однородных участках территории, что позволяет точно определять локацию объектов в заданные моменты времени. В то же время, нелинейность и нестационарность протекающих процессов зачастую препятствуют построению полных и адекватных моделей, а их основным недостатком является высокая вычислительная сложность, препятствующая достижению требуемого быстродействия СППР.

В других работах [9] модели протекающих процессов в значительной мере упрощаются, что позволяет несколько ускорить вычисления, но существенно снижает их точность, вследствие чего снижается и убедительность оценки ситуации. Указанные недостатки значительно усугубляются в условиях значительной динамики состояния внешней среды [10].

По результатам анализа литературных источников можно сделать вывод о том, что ключевым аспектом для обеспечения требуемого быстродействия рассматриваемого класса СППР является построение адекватной пространственной модели территории, на которой протекают процессы СДС. Поскольку указанные процессы обладают свойством неполной наблюдаемости, а неполнота и неточность измерения различных характеристик событий позволяют существенно смягчить требования по точности представления исходной информации, можно сделать

вывод, что требуемое быстродействие СППР может быть достигнуто с помощью некоторого огрубления (размывания) пространственной модели, при этом геолокация объектов будет иметь приближенный характер, вследствие чего границы и контуры процессов станут размывыми, что позволит значительно снизить требования к модели процессов СДС по точности.

Для формирования территориальной системы (ТС), представляющей пространственную модель в СППР, будем использовать топологические пространства, а для ее размывания могут быть использованы методы теорий нечетких и приближенных множеств [11].

#### **Цель исследования**

В данной работе ставилась цель: построить приближенную пространственную модель, пригодную для решения задач поддержки принятия решений для СДС, включающих множество взаимодействующих быстротечных пространственно-распределенных процессов, и предоставляющую возможность тесной интеграции с современными ГИС реального времени при выполнении заданных требований к эффективности и быстродействию СППР.

#### **Изложение основного материала**

Под ТС будем понимать модель территории, на которой распространяется ЧСПХ. Часть территории  $X$ , используемую для моделирования территориальной структуры, представим в виде открытого связного подпространства двумерного Евклидова пространства, которое будет наделено топологическими свойствами [12].

Для построения топологического пространства на основе множества  $X$  введем отношение эквивалентности  $\mathfrak{R}_X \subseteq X \times X$  (рефлексивное, симметричное и транзитивное) на множестве всех точек пространства  $X$  [13].

Тогда пару  $apr_X = (X, \mathfrak{R}_X)$  назовем пространством аппроксимации и обозначим как  $X / \mathfrak{R}_X$  фактор-множество, состоящее из всех классов эквивалентности множества  $X$  по отношению  $\mathfrak{R}_X$  [14]. Пустое множество  $\emptyset$ , универсальное множество  $X$  и элементы  $X / \mathfrak{R}_X$  назовем элементарными множествами.

Конечное объединение одного или более элементарных множеств является составным множеством. Семейство всех составных множеств обозначим как  $Def(apr_X)$ , а класс эквивалентности, содержащий точку  $x \in X$ , как  $\mathfrak{R}_X(x)$ . Пространство аппроксимации однозначно определяет топологическое пространство  $T = (X, Def(apr_X))$ . Известно, что  $Def(apr_X)$  является топологией на  $X$ , когда его подмножества удовлетворяют следующим трем условиям [12]:

- 1)  $\emptyset \in Def(apr_X), X \in Def(apr_X)$ ,
- 2)  $A, B \in Def(apr_X) \Rightarrow A \cap B \in Def(apr_X)$ ,
- 3)  $A, B \in Def(apr_X) \Rightarrow A \cup B \in Def(apr_X)$ .

В этом случае  $Def(apr_X)$  является семейством открытых множеств,  $T = (X, Def(apr_X))$  – топологическим пространством, а  $x \in X$  – точками данного топологического пространства.

Введем метрику на топологическом пространстве. Пусть  $X$  – непустое множество, а  $d$  – функция  $X \times X \rightarrow R^{\geq 0}$  ( $R^{\geq 0}$  – множество неотрицательных действительных чисел), удовлетворяющая следующим условиям:

- 1)  $d(x, y) = 0$  тогда и только тогда, когда  $x = y$ ,
- 2)  $d(x, y) = d(y, x)$ ,
- 3)  $d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z)$

для всех  $x, y, z \in X$ . Пару  $(X, d)$  назовем метрическим пространством,  $d$  – функцией расстояния или метрикой, а  $d(x, y)$  – расстоянием между точками  $x$  и  $y$ . В качестве расстояния будем использовать Евклидово расстояние.

Пусть каждая точка  $x \in X$  имеет непустое конечное множество атрибутов  $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ ,  $V_a$  – область значений атрибута  $a \in A$ ,  $V = \cup_{a \in A} V_a$ , а  $f$  – всюду определенная функция, такая, что  $f: X \times A \rightarrow V$  для каждого  $x \in X$ ,  $a \in A$ . Тогда четверку  $I = (X, A, V, f)$  назовем *информационной таблицей* [14], состоящей из бесконечного количества строк и определяющей значение  $f(x, a)$  для каждого атрибута  $a \in A$  всякой точки  $x \in X$ .

Тогда каждая точка  $x \in X$  может быть описана вектором  $Des_I(x) = [f(x, a_1), \dots, f(x, a_m)]$ . Для любого непустого подмножества атрибутов  $P \subseteq A$  определим рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение эквивалентности на множестве  $X$  как

$$\mathfrak{R}_x^P = \{(x, y) \in X \times X \mid \forall a \in P, f(x, a) = f(y, a)\}$$

Отношение эквивалентности  $\mathfrak{R}_x^P$  является отношением  $P$ -неразличимости [14]. Если  $(x, y) \in \mathfrak{R}_x^P$ , то точки  $x$  и  $y$   $P$ -неразличимы относительно атрибутов, принадлежащих множеству  $P$ . Таким образом, отношение  $\mathfrak{R}_x^P$  разбивает множество  $X$  на семейство классов эквивалентности  $X / \mathfrak{R}_x^P$ .

Если обозначить класс эквивалентности, содержащий точку  $x$ , как  $\mathfrak{R}_x^P(x)$ , получим пространство аппроксимации  $apr_x^P = (X, \mathfrak{R}_x^P(x))$  на семействе составных множеств  $Def(apr_x^P)$ . Тогда

$$T_x^P = (X, Def(apr_x^P)) \quad (1)$$

есть топологическое пространство, порожденное отношением  $P$ -неразличимости на подпространстве двумерного Евклидова пространства  $X$ . Класс эквивалентности  $\mathfrak{R}_x^P(x) \in X / \mathfrak{R}_x^P$ , в общем случае, является несвязным подпространством пространства  $X$ , так как состоит из непустых открытых непересекающихся множеств (рис. 1).

Совокупность открытых подмножеств, принадлежащих семейству составных множеств  $Def(apr_x^P)$ , составляет *открытое покрытие* топологического пространства, так как объединение этих множеств составляет множество  $X$ :  $\cup_{X_i \in Def(apr_x^P)} X_i = X$ . Множество классов эквивалентности  $X / \mathfrak{R}_x^P \subset Def(apr_x^P)$  является *подпокрытием* топологического пространства, так как объединение этих множеств также является множеством  $X$ :  $\cup_{X_i \in X / \mathfrak{R}_x^P} X_i = X$  [14].

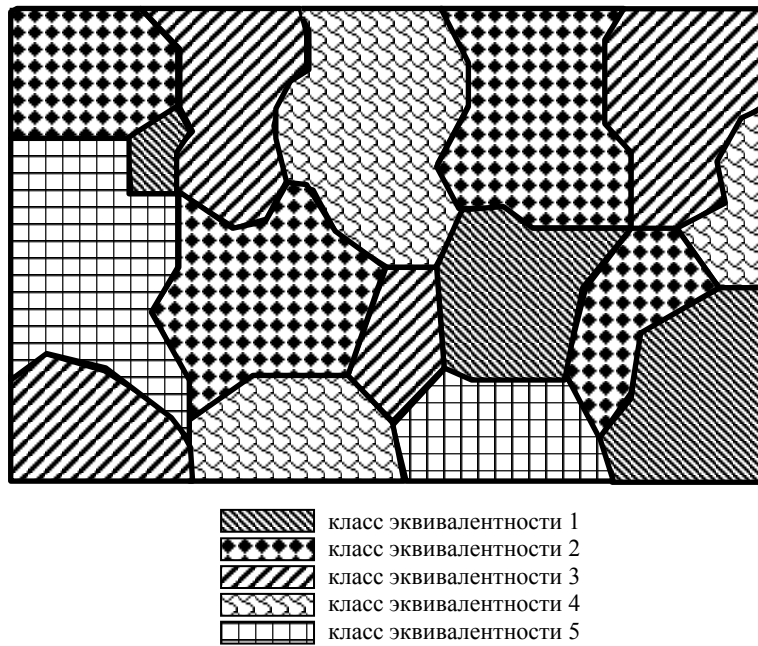


Рис. 1. Топологическое пространство, порожденное классами эквивалентности

Особый интерес представляют компоненты связности – связанные множества, из которых состоит каждый класс эквивалентности. Компонентой связности топологического пространства называется всякое его связное подмножество, не содержащееся ни в каком строго большем связном подмножестве топологического пространства [14]. Таким образом, компонента связности является замкнутым множеством. В свою очередь, множество компонент связности является подпокрытием топологического пространства, т.е. всякое топологическое пространство может быть представлено в виде объединения попарно-непересекающихся компонент связности.

Пусть множество атрибутов  $A$  любой точки подразделяется на два подмножества: статических атрибутов  $A_S$  (не изменяющихся во времени) и динамических атрибутов  $A_D$  (изменяющихся во времени),  $A = A_S \cup A_D$ .

В отдельное множество выделим совокупность параметров окружающей среды  $A_E$ , таких как скорость и направление ветра, влажность и температура воздуха. Отличительной особенностью этих атрибутов является то, что их значения не зависят от местоположения точки.

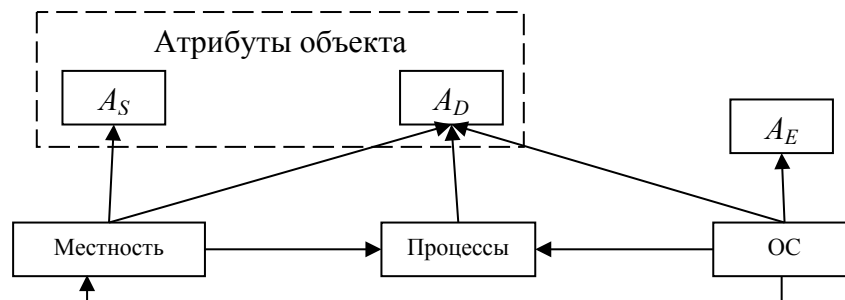


Рис. 2. Топологическое пространство, порожденное классами эквивалентности

Если  $P \subseteq A_S$ , то классы эквивалентности семейства  $X / \mathfrak{R}_X^P$ , порожденные отношением  $P$ -неразличимости, представляют собой статические множества, не изменяющиеся во времени, и соответственно топологическое пространство  $T_X^P$  (1) является статическим. Если  $P \cap A_D \neq \emptyset$ , классы эквивалентности семейства  $X / \mathfrak{R}_X^P$  представляют собой динамические множества, и топологическое пространство  $T_X^P$  (1) является динамическим.

Рассмотрим территориальную систему, основываясь на подмножестве статических атрибутов  $A_S$ . Пусть  $P$  является подмножеством статических атрибутов,  $P = A_S$ . Основным структурным элементом ТС  $\Xi$ , а также и основным звеном в задаче геолокации, представления и анализа информации является статический объект, являющийся компонентой связности [14] топологического пространства  $T_X^{A_S}$ , построенного с помощью отношения  $A_S$ -неразличимости на основе подмножества статических атрибутов  $A_S$ . Очевидно, такой структурный элемент должен быть объективно существующим ограниченным участком, которому может быть приписан вектор параметров состояния, характеризующий его физико-технические параметры в привязке к географическим координатам, и должен обладать следующими свойствами [1]: а) привязки к координатам пространства  $X$ ; б) наглядности (представляют объекты, с которыми ЛППР привык иметь дело); в) однородности (все точки геотаксона являются  $A_S$ -неразличимыми); г) связности (является компонентой связности для  $T_X^{A_S}$ ); д) статичности (отношение неразличимости основано на подмножестве статических атрибутов); е) множество геотаксонов является подпокрытием топологического пространства; ж) сравнимости (описания объектов должны позволить осуществить их адекватное сравнение).

В качестве такого структурного элемента будем использовать *геотаксон*  $g^{A_S}$  – статический объект, находящийся в пределах исследуемой пространственной области и представляющий собой подпространство двумерного Евклидова пространства. Так как все точки  $x \in X$ , принадлежащие геотаксону  $g^{A_S}$ , являются  $A_S$ -неразличимыми, геотаксон является связным подмножеством определенного класса эквивалентности, причем  $x \in g^{A_S} \rightarrow g^{A_S} \subseteq \mathfrak{R}_X^{A_S}(x) \in X / \mathfrak{R}_X^{A_S}$ . Класс эквивалентности, к которому принадлежит геотаксон  $g^{A_S}$ , обозначим  $\mathfrak{R}_X^{A_S}(g^{A_S})$ . Внутри одного класса эквивалентности геотаксоны являются  $A_S$ -неразличимыми.

Декомпозиция подпространства  $X$  Евклидова пространства с помощью геотаксонов также является топологическим пространством, при этом геотаксоны являются попарно непересекающимися множествами:  $(\forall x \in X)(\forall g_i^{A_S}, g_j^{A_S} \in \mathfrak{R}_X^{A_S}(x)) g_i^{A_S} \cap g_j^{A_S} = \emptyset$ . Множество геотаксонов является подпокрытием пространства  $X$ , так как их дизъюнктивное объединение совпадает с множеством  $X$ :  $X = \bigcup_{(X/\mathfrak{R}_X^{A_S}) \in X/\mathfrak{R}_X^{A_S}} \bigcup_{g^{A_S} \in (X/\mathfrak{R}_X^{A_S})} g^{A_S}$ , где  $(X/\mathfrak{R}_X^{A_S})_i$  –  $i$ -й класс эквивалентности, порожденный отношением  $A_S$ -неразличимости, который состоит из множества  $A_S$ -неразличимых геотаксонов.

Обозначим как  $G_X^{A_S}$  множество всех геотаксонов, полученных разбиением подпространства  $X$  на классы эквивалентности с помощью отношения  $A_S$ -неразличимости и выделения связных множеств (компонент связности) в каждом классе,  $G_{X_i}^{A_S}$  - подмножество геотаксонов, принадлежащих  $i$ -му классу эквивалентности,  $g_{X_{ij}}^{A_S}$  -  $j$ -й геотаксон, принадлежащий  $G_{X_i}^{A_S}$ . Тогда  $G_X^{A_S} = \bigcup_{i=1}^{|X/\mathfrak{R}_X^{A_S}|} G_{X_i}^{A_S}$ ,  $G_{X_i}^{A_S} = \bigcup_{j=1}^{n_i} g_{X_{ij}}^{A_S}$ , где  $n_i$  - количество геотаксонов в  $i$ -м классе эквивалентности,  $\sum_{i=1}^{|X/\mathfrak{R}_X^{A_S}|} n_i = |G_X^{A_S}|$ . Заметим, что для каждого геотаксона  $g$  можно построить замыкание  $\bar{g}$  в пространстве  $X$ . Разность  $\sigma g = \bar{g} - g$  называется границей  $g$ . Граница каждого геотаксона содержит вершины (подпространства пространства  $X$  размерности 0) и грани (подпространства пространства  $X$  размерности 1), имеющие начальную и конечную вершины, определяющие ее ориентацию. На рис. 3 изображен пример множества из трех геотаксонов  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g_3$ , являющихся подпространством двумерного Евклидова пространства.

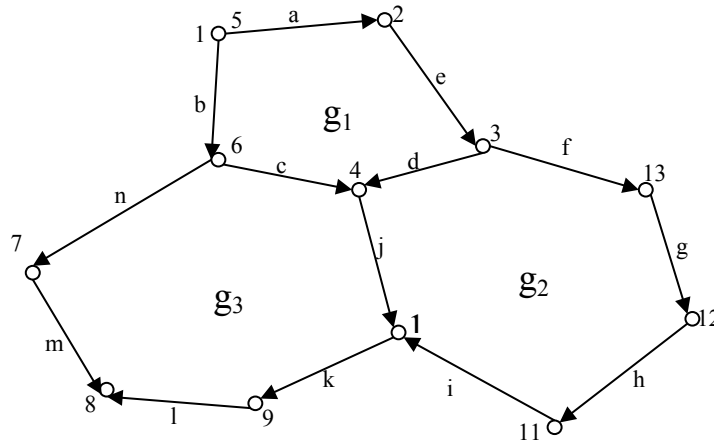


Рис. 3. Границы геотаксонов

Для того, чтобы декомпозиция пространства  $X$  с помощью множества геотаксонов представляла собой топологическое пространство, необходимо и достаточно, чтобы каждый геотаксон  $g$  удовлетворял следующим свойствам [12]:

- 1) каждая одномерная грань имеет начальную и конечную 0-мерные вершины;
- 2) для каждой одномерной грани слева и справа существует два смежных геотаксона;
- 3) каждый двумерный геотаксон имеет замкнутую границу, состоящую из последовательности чередующихся вершин и граней;
- 4) к каждой 0-мерной вершине примыкает последовательность чередующихся граней и геотаксонов.

В рамках ТС  $\Xi$  геотаксоны не могут перекрывать либо покрывать друг друга, но могут соприкасаться (быть смежными, примыкать друг к другу). Геотаксоны  $g_i$  и  $g_j$ , границы которых  $\sigma g_i$  и  $\sigma g_j$  имеют общие отрезки ненулевой длины,  $\sigma g_i \cap \sigma g_j \neq \emptyset$ , называются смежными. Свойство смежности может играть значительную роль для описания динамики процессов.

Пусть  $Def(G_X^{A_S})$  – семейство всех составных множеств, полученных из множества геотаксонов  $G_X^{A_S}$ . Тогда декомпозиция подпространства  $X$  Евклидова пространства с помощью геотаксонов формирует топологическое пространство  $T_{G_X}^{A_S} = (X, Def(G_X^{A_S}))$ , наложенное на топологическое пространство  $T_X^{A_S}$ , при этом геотаксоны являются попарно непересекающимися множествами, являющимися компонентами связности топологического пространства  $T_X^{A_S}$ , а их дизъюнктивное объединение совпадает с множеством  $X$ , то есть является его подпокрытием:  $\forall i \neq j, g_i \cap g_j = \emptyset, X = \cup_{g_i \in G_X^{A_S}} g_i$ . Таким образом, топологическое пространство  $T_{G_X}^{A_S}$  формируется на основе  $T_X^{A_S}$  путем разбиения каждого класса эквивалентности, порожденного отношением  $A_S$ -неразличимости на множестве  $X$ , на компоненты связности (геотаксоны).

Зададим в подпространстве  $X$  базис  $e_1, e_2$  так, чтобы метрика  $d$  оставалась равномерной, а разложение любого вектора  $v = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2$  давало координаты  $v(\alpha_1, \alpha_2)$  в пространстве  $X$ . Пусть в  $g^{A_S}$  задана точка  $b$  со статическими (неизменными во времени) координатами  $(x_b, y_b)$ ,  $b = (x_b, y_b) \in g^{A_S}$ . Назовем точку  $b$  реперной точкой геотаксона  $g^{A_S}$ , определяющей его координаты в пространстве  $X$ . Каждой точке  $c = (x_c, y_c)$  подпространства  $g^{A_S}$  путем наблюдения (измерения) могут быть сопоставлены одинаковые значения параметров из подмножества  $A_S \subset A$ ,  $(\forall g^{A_S} \in G^{A_S})(\forall c_1, c_2 \in g^{A_S})(\forall a \in A_S)[f(c_1, a) = f(c_2, a)]$ , множество значений которых назовем описанием геотаксона  $g^{A_S}$ . Так как реперная точка  $b \in g^{A_S}$ , то описание геотаксона  $g^{A_S}$  можно задать как  $Des_t(g^{A_S}) = \{f(b, a) | a \in A_S\}$ .

Связное подпространство двумерного Евклидова пространства  $g^{A_S} \subset X$ , принадлежащее определенному классу эквивалентности, порожденному отношением  $A_S$ -неразличимости на основе подмножества статических атрибутов  $A_S$ ,  $x \in g^{A_S} \rightarrow g^{A_S} \in \mathcal{R}_X^{A_S}(x)$ , имеющее реперную точку  $b \in g^{A_S}$ , определяющую координаты  $g^{A_S}$  в  $X$  и задающую его описание, как раз и является геотаксоном. Очевидно, что геотаксоны являются удобным инструментом «мгновенной» диагностики ситуации в СППР, поскольку дают возможность оценивать параметры состояния для каждого геотаксона в целом по состоянию в некоторый момент времени  $t$ .

Для дальнейшего изложения множество геотаксонов, являющихся компонентами связности топологического пространства, порожденного отношением  $A_S$ -неразличимости, обозначим как  $G$ . Для моделирования динамики процессов ТС  $\Xi$ , состоящая из совокупности геотаксонов  $g_i \in G$ , дискретизируется на более мелкие элементы с помощью сетки равновеликих координатно-ориентированных элементов (ячеек) квадратной формы (рис. 4), что позволяет осуществить переход от непрерывной формы представления геоинформации внутри геотаксона к дискретной – в масштабе отдельных ячеек. Ячейка представляет собой объект, который может обладать динамическими свойствами. Тогда геотаксоны будут являться объектами,



описывающими первый слой ТС, а квадратные ячейки – объектами, описывающими второй слой ТС.

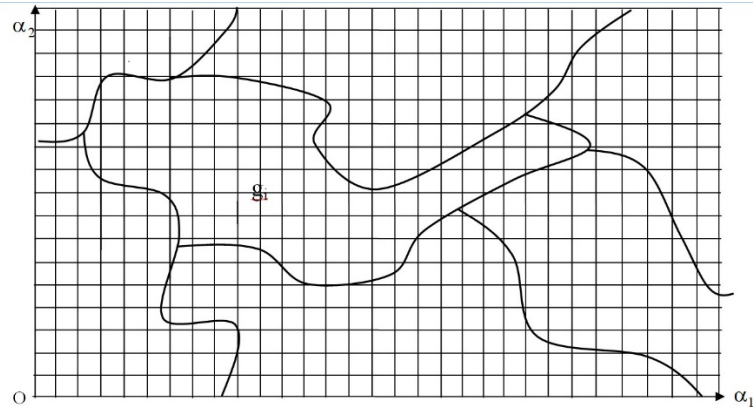


Рис. 4. Дискретизация территориальной системы

Наложим с помощью линейного отображения  $w: X \rightarrow C$  метрическую сеть координатных линий с  $\delta = \Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2$ , образующую множество  $C$  квадратных ячеек размером  $\delta \times \delta$ , на пространство  $X$  в начальной точке с координатами  $\Delta\alpha_1 = 0, \Delta\alpha_2 = 0$ ). Таким образом, каждой ячейке  $c \in C$  будут соответствовать координаты в пространстве  $X$ , являющиеся координатами ее центра  $O_c$ . Так как в пространстве  $X$  определено топологическое пространство геотаксонов  $T_{G_X}^{A_S}$ , построенное на основе отношения  $A_S$ -неразличимости, то каждому геотаксону будет соответствовать аппроксимация с помощью множества ячеек, определенная с помощью функции  $v: G \rightarrow C$ . Функция  $v$  позволяет для каждого геотаксона  $g_i$  определить множество  $C_i$  аппроксимирующих ячеек.

Декомпозиция подпространства  $X$  Евклидова пространства с помощью ячеек является топологическим пространством  $T_{G_X}^{A_S} = (X, Def(C))$ , наложенным на топологическое пространство геотаксонов  $T_{G_X}^{A_S}$ . В отличие от  $T_{G_X}^{A_S}$ , формируемого на основе отношения  $A_S$ -неразличимости, топологическое пространство ячеек формируется простой дискретизацией пространства  $X$  на равновеликие участки (ячейки). При этом ячейки являются попарно-непересекающимися множествами, а их дизъюнктивное объединение совпадает с множеством  $X$ , то есть является его подпокрытием:  $(\forall i \neq j) c_i \cap c_j = \emptyset, X = \cup_{c_i \in C} c_i$ .

В отличие от геотаксонов, которые являются статическими объектами, ячейки, вовлеченные в процессы СДС являются динамическими объектами (с изменяющимися значениями параметров из подмножества  $A_D$ ). По аналогии с отношением неразличимости на множестве точек пространства  $X$ , на множестве ячеек  $C$  также можно построить отношения  $A_i$ -неразличимости для любого подмножества атрибутов  $A_i \subseteq A$  следующим образом:

$$(\forall A_i \subseteq A) \mathfrak{R}_C^A = \{(c_m, c_n) \in C \times C \mid \forall a \in A_i, f(c_m, a) = f(c_n, a)\}.$$

Обозначим как  $\mathfrak{R}_C^{A_i}(c)$  класс эквивалентности на множестве ячеек, порожденный отношением  $A_i$ -неразличимости, которому принадлежит ячейка  $c$ . Все ячейки, принадлежащие одному классу эквивалентности из множества классов эквивалентности, порожденных отношением  $A_i$ -неразличимости, имеют одинаковые значения атрибутов из подмножества

$$A_i \subseteq A: (\forall A_i \subseteq A)(\forall a \in A_i)(\forall c_m, c_n \in C) \left[ (\mathfrak{R}_C^{A_i}(c_m) = \mathfrak{R}_C^{A_i}(c_n)) \Leftrightarrow f(c_m, a) = f(c_n, a) \right],$$

где  $apr_C^{A_i} = (C, \mathfrak{R}_C^{A_i})$  - пространство аппроксимации во множестве ячеек,  $Def(apr_C^{A_i})$  - семейство всех составных множеств пространства аппроксимации на множестве ячеек,  $T_C^{A_i} = (C, Def(apr_C^{A_i}))$  - топологическое пространство, порожденное отношением  $A_i$ -неразличимости во множестве ячеек.

Таким образом, ячейка  $c \in C$  обладает следующими свойствами: а) привязки к координатам пространства  $X$ , так как множество ячеек наложено на множество геотаксонов в единой системе координат; б) ячейка является связным подпространством пространства  $X$ ; в) множество ячеек является подпокрытием пространства  $X$ ; г) ячейка является минимальным по размерам объектом ТС; д) ячейки имеют одинаковую фиксированную геометрическую форму квадрата и одинаковый размер; е) в общем случае ячейка не является статическим объектом, так как ее состояние описывается множеством атрибутов, включающим в т.ч. статические и динамические; ж) ячейка представляет собой однородный участок местности с точки зрения значений атрибутов из множества  $A$ , то есть все точки ячейки являются  $A$ -неразличимыми:

$$(\forall c_1, c_2 \in c)(\forall a \in (A_s \cup A_d)) [f(c_1, a) = f(c_2, a)].$$

Таким образом, каждой ячейке  $c \in C$  сопоставляется набор значений атрибутов  $\{f(c, a) | a \in A\}$ , множество которых будем называть состоянием ячейки.

Территориальная система  $\Xi$  есть область значений линейного отображения  $f$  множества ячеек  $C$  на множество геотаксонов  $G = \{g_j\}_{j=1}^r$ , представляющая собой совокупность топологических пространств с единым носителем  $X$  (расслоенное пространство с базой  $X$ ). Матрица ячеек  $C$  образует нижний слой ТС  $\Xi$ , а совокупность геотаксонов  $G$  образует верхний слой ТС  $\Xi$ . Таким образом, статическая составляющая ТС  $\Xi$  может быть задана множеством геотаксонов  $G$ , множеством ячеек  $C$  и линейным биективным изометрическим отображением  $f$ :  $\Xi = \langle C, G, f \rangle$ .

Моделирование динамики протекающих процессов на сетке из ячеек может быть сведено к моделированию смены состояния ячеек. Для этого может быть, по аналогии с вышеизложенным, построено отношение неразличимости состояний ячеек  $A_w$ , позволяющее найти все ячейки  $c \in C$ , являющиеся  $A_w$ -неразличимыми, и выделен класс эквивалентности  $\mathfrak{R}_C^{A_w}(g^{A_s})$ . Если состояние каждой ячейки в момент времени  $t$  отобразить на втором слое ТС некоторым цветом, соответствующим классу ее эквивалентности (рис. 5), то второй слой будет отображать области ТС, вовлеченные в определенные процессы в момент времени  $t$ , в виде пространственно-

распределенных совокупностей ячеек. Отображение таких областей в каждый момент времени будет представлять изменения в состоянии СДС в ходе протекающих в ней процессов, т.е. визуализировать динамику процессов в СДС. На основании классов эквивалентности можно оценить состояния ячеек в каждый момент времени, что необходимо для решения задачи диагностики СДС в рамках СППР. Сложившуюся в СДС ситуацию можно отобразить на третьем слое ГИС в виде зон опасности, угрозы, риска и т.д. Визуальная картина ситуации, соответственно, может служить основой для поддержки принятия решений.

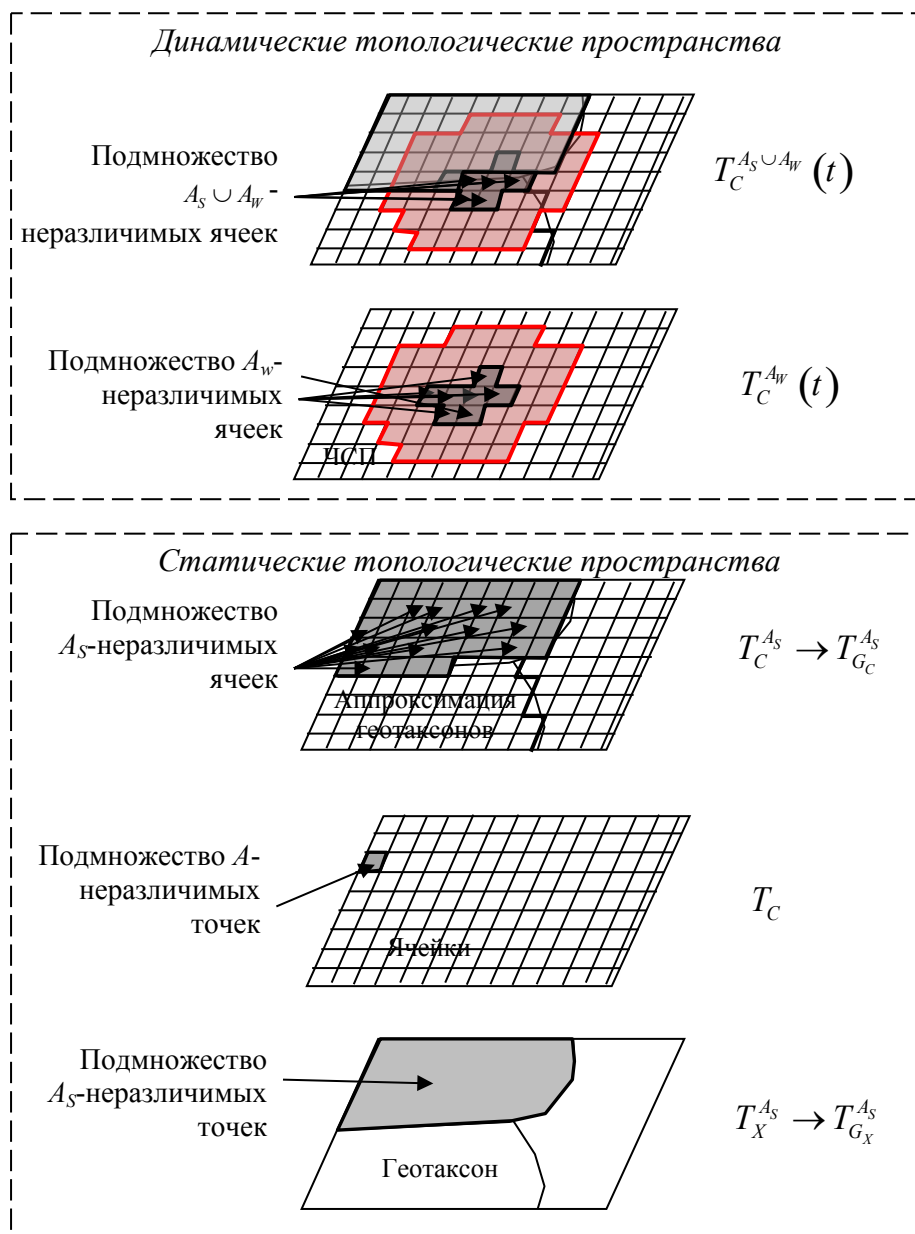


Рис. 5. Наложение топологических пространств в ТС

В табл. 1 сведены свойства рассмотренных в работе топологических пространств, образующих территориальную систему.

Таблица 1. Свойства топологических пространств, образующих ТС

Топологи- ческое пространство	Формируется на основе	Свойства пространства
Геотаксоны	Отношение $A_S$ - неразличимости	Статическое (неизменные значения атрибутов), статическое (неизменяющееся в пространстве), элементы каждого класса эквивалентности однородны в смысле множества атрибутов $A_S$
Ячейки	Дискретизация пространства	Динамическое (в смысле изменяющихся во времени значений атрибутов), статическое (неизменяющееся в пространстве), элементы каждого класса эквивалентности однородны в смысле множества атрибутов $A_S \cup A_W$
Процессы	Отношение $A_W$ - неразличимости	динамическое (изменяющиеся во времени значений атрибутов), динамическое (изменяющееся в пространстве), элементы каждого класса эквивалентности однородны в смысле множества атрибутов $A_W$

### Выводы

В работе представлена приближенная пространственная модель территориальной системы, выполненная в виде наложения статических и динамических топологических пространств, динамических размытых топологических пространств, порожденных отношениями неразличимости точек, ячеек и геотаксонов, что позволяет адекватно представлять в СППР, основанных на ГИС реального времени, различной геолокационной и атрибутивной информации об объектах и процессах, вовлеченных в СДС. Размытие топологических пространств выполнено с использованием формального аппарата теории приближенных множеств, что позволило существенно снизить вычислительную сложность задачи.

Декомпозиция ТС выполнена, исходя из разбиения рассматриваемого пространства с помощью отношения неразличимости на конечное множество непересекающихся классов эквивалентности, каждый из которых представлен в виде множества попарно непересекающихся однородных с точки зрения набора атрибутов компонент связности, геометрически представленных в виде полигонов, и дискретной аппроксимации рассматриваемого пространства на конечное множество равновеликих координатно-ориентированных элементарных ячеек, геометрически представленных в виде квадратов.

Предложенная модель может быть использована в СППР, основанных на ГИС реального времени, и за счет снижения вычислительной сложности обеспечивает достаточные показатели СППР по точности и быстродействию.

### Литература

1. Zharikova M. Development of the model of natural emergencies in decision support system / M. Zharikova, V. Sherstjuk // Eastern European Journal of Enterprise Technologies. – 2015. – Vol. 4(73). – No. 1. – Pp. 62-69.
2. Tolhurst K. Phoenix: development and application of a bushfire risk management tool [Text] / K. Tolhurst, B. Shields, D. Chong // The Australian Journal of Emergency Management. – 2008. – №23(4). – P.47-54.
3. Martinez J. Human-caused wildfire risk rating for prevention planning in Spain / J. Martinez, C. Vega-Garcia, E. Chuvieco // Journal of Environmental Management. – 2009. – №90. – P.1241-1252.
4. Atkinson D. Implementation of quantitative bushfire risk analysis in a GIS environment / D. Atkinson, M. Chladil, V. Janssen, A. Lucieer // International Journal of Wildland Fire. – 2010. – №19. – P.649-658.

5. Chuvieco E. Development of a framework for fire risk assessment using remote sensing and geographic information system technologies / E. Chuvieco, I. Aguadoa, M. Yebraa [and others] // *Ecological Modelling*. – 2010. – №221. – P.46-58.
6. Prestemon J. Understanding broadscale wildfire risks in a human-dominated landscape / J. P. Prestemon, J. M. Pye, D. T. Butry [and others] // *Forest Science*. – 2002. – №48. – P.685-693.
7. Preisler H. Probability based models for estimating wildfire risk / H. K. Preisler, D. R. Brillinger, R. E. Burgan [and others] // *International Journal of Wildland Fire*. – 2004. – №13. – P.133-142.
8. Genton M. Spatiotemporal analysis of wildfire ignitions in the St. Johns River Water Management District, Florida / M. G. Genton, D. T. Butry, M. L. Gumpertz, J. P. Prestemon // *International Journal of Wildland Fire*. – 2006. – №15. – P.87-97.
9. Baranovskiy N. A web-oriented geoinformation system for forest fire danger prediction in typical forests of the Ukraine / N. Baranovskiy, M. Zharikova // *Thematic cartography for the society. Lecture notes in geoinformation and cartography*. – Springer. – 2014. – P. 13-22
10. Lee J. Forest fire risk assessment: an illustrative example from Ontario, Canada [Электронный ресурс] / J. S. W. Lee, W. J. Braun, B. L. Jones, D. G. Woolford, B. Mike // *Journal of Probability and Statistics*. – 2010. – Режим доступа: URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2010/823018>.
11. Zharikova M. Threat assessment method for intelligent disaster decision support system / M. Zharikova, V. Sherstjuk // *Advances in Int. Systems and Computing*. – Springer, 2016. – Vol. 512. – Pp. 81-99.
12. Kainz W. The mathematics of GIS [Электронный ресурс] / W. Kainz. - Department of Geography and Regional Research, University of Vienna, 2010. – 170 p. Режим доступа: URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2010/823018>.
13. Yao Y. Two views of the theory of rough sets in finite universes / Y.Y. Yao // *Int. J. of Approximate Reasoning*. – 1996. – Vol. 15. – №4. – Pp. 291-317.
14. Slowinski R. Rough set and rule-based multicriteria decision aiding / R. Slowinski // *Pesqui. Oper.* – 2012. – Vol. 32. – №2. – Pp. 213-270.

## Literatura

1. Zharikova M. Development of the model of natural emergencies in decision support system / M. Zharikova, V. Sherstjuk // *EasternEuropean Journal of Enterprise Technologies*. – 2015. – Vol. 4(73). – No. 1. – Pp. 62-69.
2. Tolhurst, K. Phoenix: development and application of a bushfire risk management tool / K. Tolhurst, B. Shields, D. Chong // *The Australian Journal of Emergency Management*. – 2008. – №23(4). – P.47-54.
3. Martinez J. Human-caused wildfire risk rating for prevention planning in Spain / J. Martinez, C. Vega-Garcia, E. Chuvieco // *Journal of Environmental Management*. – 2009. – №90. – P.1241-1252.
4. Atkinson D. Implementation of quantitative bushfire risk analysis in a GIS environment / D. Atkinson, M. Chladil, V. Janssen, A. Lucieer // *International Journal of Wildland Fire*. – 2010. – №19. –P.649-658.
5. Chuvieco E. Development of a framework for fire risk assessment using remote sensing and geographic information system technologies / E. Chuvieco, I. Aguadoa, M. Yebraa [and others] // *Ecological Modelling*. – 2010. – №221. – P.46-58.
6. Prestemon J. Understanding broadscale wildfire risks in a human-dominated landscape / J. P. Prestemon, J. M. Pye, D. T. Butry [and others] // *Forest Science*. – 2002. – №48. – P.685-693.
7. Preisler H. Probability based models for estimating wildfire risk / H. K. Preisler, D. R. Brillinger, R. E. Burgan [and others] // *International Journal of Wildland Fire*. – 2004. – №13. – P.133-142.
8. Genton M. Spatiotemporal analysis of wildfire ignitions in the St. Johns River Water Management District, Florida / M. G. Genton, D. T. Butry, M. L. Gumpertz, J. P. Prestemon // *International Journal of Wildland Fire*. – 2006. – №15. – P.87-97.
9. Baranovskiy N. A web-oriented geoinformation system for forest fire danger prediction in typical forests of the Ukraine / N. Baranovskiy, M. Zharikova // *Thematic cartography for the society. Lecture notes in geoinformation and cartography*. – Springer. – 2014. – P. 13-22
10. Lee J. Forest fire risk assessment: an illustrative example from Ontario, Canada [Elektr. Resurs] / J. S. W. Lee, W. J. Braun, B. L. Jones, D. G. Woolford, B. Mike // *Journal of Probability and Statistics*. – 2010. – Режим доступа: URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2010/823018>.
11. Zharikova M. Threat assessment method for intelligent disaster decision support system / M. Zharikova, V. Sherstjuk // *Advances in Int. Systems and Computing*. – Springer, 2016. – Vol. 512. – Pp. 81-99.
12. Kainz W. The mathematics of GIS [Elektr. Resurs] / W. Kainz. - Department of Geography and Regional Research, University of Vienna, 2010.–170p.Режим доступа: URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2010/823018>.
13. Yao Y. Two views of the theory of rough sets in finite universes / Y.Y. Yao // *Int. J. of Approximate Reasoning*. – 1996. – Vol. 15. – №4. – Pp. 291-317.
14. Slowinski R. Rough set and rule-based multicriteria decision aiding / R. Slowinski // *Pesqui. Oper.* – 2012. – Vol. 32. – №2. – Pp. 213-270.

**RESUME**

**V.G. Sherstjuk, M.V. Zharikova, I.V. Sokol, E.N. Tarasenko**  
**GIS Model of a Territorial System Based on Blurred Topological Spaces**

An approximate spatial model for solution of decision support problems in the complex dynamic systems that include multiple interacting transient spatially distributed processes is discussed in the paper. The model is based on the imposition of static and dynamic blurred topological spaces, and ensures specified DSS performance requirements.

Imposition of static and dynamic blurred topological spaces, generated by the indiscernibility relations at the levels of points, geotaxons, and cells, provides for an adequate representation of various geolocation and attributive information about objects and processes in DSS based on real-time GIS. Blurring the topological spaces is made using the rough set theory, which provides an opportunity to reduce significantly the computational complexity of the problem.

Decomposition of the territorial system is made based on the space decomposition using indiscernibility relations on a finite set of disjoint equivalence classes, each of which is described as a set of disjoint homogeneous components with respect to a set of connected attributes, geometrically represented as polygons, and a discrete space approximation by a finite set of unit cells, geometrically represented as squares.

Modeling the dynamics of the processes on the grid of cells can be reduced to modeling the change of the cells' states. The proposed model can be used in the DSS based on real-time GIS, and provides sufficient DSS performance in terms of accuracy and speed by reducing the computational complexity.

*Надійшла до редакції 28.09.2016*