УДК 519.712.3

З.Р. ДЖАМАЛОВ*

УЧЁТ И КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ СИСТЕМЫ НЕЧЁТКОГО ВЫВОДА

*Институт систем управления НАН Азербайджана, г. Баку, Азербайджан

Анотація. *Розглядаються два способи оцінки підсумкових оцінок студентів, реалізованих на основі експертних висновків щодо ступенів важливості оціночних ознак і на основі нечіткої логічної системи виведення, побудованої на базі вербальної моделі. На довільному прикладі академічної групи студентів проведений порівняльний аналіз результатів, отриманих із застосуванням даних методів.*
Ключові слова: *підсумкова оцінка студента, оцінна ознака, експертна оцінка, нечітка безліч, нечіткий висновок.*

Аннотация. *Рассматриваются два способа оценки итоговых оценок студентов, реализованных на основе экспертных заключений относительно степеней важности оценочных признаков и на основе нечёткой логической системы вывода, построенной на базе вербальной модели. На произвольном примере академической группы студентов проведён сравнительный анализ результатов, полученных с применением данных методов.*
Ключевые слова: *итоговая оценка студента, оценочный признак, экспертная оценка, нечёткое множество, нечёткий вывод.*

Abstract. *Two methods for assessing the students' final grades, implemented on the base of expert conclusions regarding the degree of importance of the evaluation characteristics and on the base of a fuzzy logical inference system of conclusion based on the verbal model are considered. An arbitrary example of the academic group of students it is conducted a comparative analysis of the results obtained with the application of these methods.*
Keywords: *student's final grade, assessing criterion, expert evaluation, fuzzy set, fuzzy conclusion.*

1. Введение

Совершенствование методов учёта и контроля текущих знаний студентов является одной из основных составляющих процесса повышения качества профессиональных знаний в университетах и важным гарантом качественного образования. Предоставление образовательных услуг – это не просто передача студентам знаний и умений со стороны преподавателей, но и систематический контроль их регулярной работы в течение семестра. Исходя из этого, становятся очевидным важность и актуальность усиления методов контроля как текущих, так и общих знаний студентов за пройдённый ими курс обучения по той или иной дисциплине.

2. Критерии оценки уровня освоения учебного материала студентами

Традиционные формы аттестации студентов не позволяют в полной мере обеспечить тотальный контроль уровня освоения ими учебного материала в течение семестра (или полного курса дисциплины). Собственно, и сама итоговая оценка, выставляемая студенту, лишена необходимой степени объективности, так как принятие решения по её выставлению всегда характеризуется субъективным началом и, что самое главное, недостаточным числом применяемых критериев оценки (или оцениваемых признаков).

При выставлении итоговых оценок преподаватели, как правило, пользуются двумя критериями оценки: показателями усвоения теоретического материала и практических навыков и умений студента по решению типовых контекстных задач. В конечном итоге общая оценка выставляется в виде усреднения частных оценок за каждый вопрос текущего коллоквиума.

Современные требования, связанные с повышением общенаучных и профессиональных компетенций, диктуют применение многомерных критериальных оценок уровня усвоения студентом курса дисциплины при промежуточной аттестации посредством проведения коллоквиумов.

Традиционные подходы к многокритериальной оценке текущей успеваемости студентов предполагают исследования по нахождению весовых коэффициентов рассматриваемых критериев оценки с целью формирования взвешенной итоговой оценки студента по дисциплине на промежуточном этапе аттестации. По сути, принятие решения относительно итоговой оценки студента сводится к многокритериальной оценке на предмет соответствия студента оцениваемым признакам аттестации. Исходя из этого и опыта преподавательской деятельности, в качестве оцениваемых признаков (ОП) можно выбрать 8 критериев оценки студента по следующим позициям: x_1 – посещаемость занятий, оцениваемая на основе справки о реальном уровне посещаемости занятий студентами и факторов, на него влияющих; x_2 – уровень знаний, приобретённых в результате усвоения теоретического материала; x_3 – приобретённые навыки на предмет решения тематических ситуационных задач; x_4 – умения, выявленные на основании результатов тестирования; x_5 – бонусы, заработанные студентом за счёт ответов на дополнительные вопросы преподавателя; x_6 – самостоятельная работа с дополнительным рекомендованным учебным материалом; x_7 – полнота конспекта лекций; x_8 – поведение, соответствующее этическим нормам академической среды.

3. Традиционный подход к формированию итоговой оценки на основе взвешенных критериев оценки

Итоговая взвешенная оценка (TE) уровня освоения учебного материала курса дисциплины при промежуточной аттестации студентов на основе взвешенных критериев оценки может быть определена путём сопоставления выставляемой преподавателем оценки с заданным максимальным уровнем в системе применяемых критериев оценки успеваемости студента. Соответствующая взвешенная оценка может быть определена по формуле [1]

$$TE = \frac{\sum_{i=1}^{K} \alpha_i \frac{e_{ti}}{e_{mi}}}{\sum_{i=1}^{K} \alpha_i}, \qquad (1)$$

где K – число критериев оценки успеваемости студентов; α_i – вес i-го критерия оценки успеваемости, определяющий степень важности оцениваемого признака; e_{mi} – максимальная оценка успеваемости студента согласно i-му признаку оценки успеваемости; e_{ti} – выставляемая преподавателем оценка согласно i-му признаку оценки успеваемости. Определение отношения выявленной оценки с заданной максимально возможной в системе применяемых критериев оценки успеваемости $e_i = e_{ti} / e_{mi}$ осуществляется преподавателем и/или группой преподавателей, ответственных за проведение данного академического курса дисциплины, а выявление весовых коэффициентов (весов) признаков успеваемости α_i

проводится с использованием экспертного опроса методом шкальных оценок. При этом обобщённый показатель консолидированного мнения всех экспертов относительно α_i должен удовлетворять следующим требованиям [1]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} w_i \alpha_i \to \max, \\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \end{cases} \qquad (2)$$

где w_i – значение весового коэффициента показателя α_i важности i-го критерия оценки успеваемости студента. В этом случае результирующее значение α_i определяется в виде усреднения:

$$\alpha_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}\,, \qquad (3)$$

где m – число привлечённых экспертов; α_{ij} – вес i-го критерия оценки успеваемости, выставленный со стороны j-го эксперта. При этом степень согласованности (W) мнений групп экспертов в целом по совокупности всех оцениваемых n признаков определяется как [1]

$$W = \frac{12}{n^2 - n} \sum_{;=1}^{n} \left(\alpha_i - \frac{n+1}{2} \right)^2 . \qquad (4)$$

4. Метод нечёткого логического вывода

Пусть U является универсальным множеством, а A – его нечётким подмножеством, принадлежность к которому элементов из U определяется соответствующими значениями из отрезка [0; 1] так называемой функции принадлежности (ФП) [2]. Предположим, что нечёткие множества A_j описывают возможные значения (термы) лингвистической переменной (ЛП) x. В нашем случае это оцениваемые признаки: $x_1, x_2, \ldots, x_8$. Тогда множество решений (альтернатив) относительно, например, уровня успеваемости студента можно характеризовать совокупностью критериев оценки, то есть значениями ЛП x_k, «НИЗКОЕ», «СРЕДНЕЕ», «ВЫСОКОЕ», «СУЩЕСТВЕННОЕ», «ПРИЕМЛЕМОЕ» и т.д. Совокупность термов ЛП (или критериев), принимающих подобные значения, могут характеризовать представление о достаточности уровня приобретённых студентом знаний, навыков и умений в рамках данного курса дисциплины. Тогда, полагая S=*итоговая оценка* также ЛП, типовое правило может выглядеть как

«Если x_1=НИЗКОЕ и x_2=СУЩЕСТВЕННОЕ, тогда S=УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНОЕ».

В общем случае импликативные рассуждения преподавателя можно представить в следующем виде [4]:

e_i: «Если x_1=A_{1i} и x_2=A_{2i} и … x_p=A_{pi}, то S=B_i». (5)

где A_{ki} $(k = 1 \div p)$ и B_i $(i = 1, 2, ...)$ – нечёткие множества, отражающие термы входных и выходных ЛП соответственно.

С целью компьютерной реализации правил вида (5) для термов из их левых частей применим процедуру фаззификации. Согласно подходу, описанному в [3], каждый терм может быть отражён в виде нечёткого подмножества конечной совокупности оцениваемых альтернатив (в нашем случае студентов) $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ в следующем виде:

$$A_k = \frac{\mu_{A_k}(a_1)}{a_1} + \frac{\mu_{A_k}(a_2)}{a_2} + \ldots + \frac{\mu_{A_k}(a_n)}{a_n}, \tag{6}$$

где $\mu_{A_k}(a_t)$ $(t = 1 \div n)$ – значение функции принадлежности, восстанавливающей нечёткое множество A_k, то есть определяющее отношение студента a_t к критерию оценки A_k. В качестве таковой нами выбрана гауссовская функция вида [3]

$$\mu_{A_k}(a_t) = \exp\left\{ -\frac{[e_k(a_t) - 10]^2}{\sigma_k^2} \right\}, \tag{7}$$

где $e_k(a_t)$ – оценка студента $a_t\,(t = 1 \div n)$, данная ему преподавателем по десятибалльной шкале на предмет соответствия студента критерию оценки по k-му оцениваемому признаку; σ_k^2 – плотность расположения ближайших элементов, которую мы выбираем единой для всех случаев процесса фаззификации как равной 25.

Далее находим пересечение $A_i = A_{1i} \cap x_2 = A_{2i} \cap \ldots \cap x_p = A_{pi}$. В дискретном случае операция пересечения нечётких множеств определяется нахождением минимума соответствующих значений их функций принадлежности [3], то есть в виде

$$\mu_{A_i}(v) = \min\{\mu_{A_i}(u_1), \mu_{A_i}(u_2), \ldots, \mu_{A_i}(u_p)\}, \tag{8}$$

где $V = U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_p$, $v = (u_1, u_2, \ldots, u_p)$, $\mu_{A_i}(u_j)$ – степень принадлежности элемента u_j нечёткому множеству A_i. Тогда правила (5) можно представить в более компактном виде:

$$d_i\text{: «Если } x = A_i\text{, то } S = B_i\text{».} \tag{9}$$

Для реализации нечётких импликативных правил используются различные операторы нечёткой импликации, например, импликация Лукасевича [3], которую в принятых обозначениях сформулируем как

$$\mu_H(w,i) = \min\{1; 1 - \mu_A(w) + \mu_B(i)\}, \tag{10}$$

где H – нечёткое подмножество на $W \times I$; $w \in W$ и $i \in I$. Аналогичным образом правила $e_1, e_2, \ldots, e_p$ транспонируются в соответствующие нечёткие множества $H_1, H_2, \ldots, H_p$. При этом, обозначая их произведение как $D = H_1 \cap H_2 \cap \ldots \cap H_p$, для каждой пары $(w, i) \in W \times I$ получим [3]

$$\mu_D(w,i) = \min\{\mu_{H_j}(w,i)\},\ j = 1 \div p. \tag{11}$$

В этом случае вывод об удовлетворительности альтернативы, описанной нечётким подмножеством A из W, можно определить через композиционное правило

$$G = A^\circ D, \tag{12}$$

где G является нечётким подмножеством единичного интервала I; «°» обозначает операцию композиции правил, которую в принятых выше обозначениях выберем как [3]

$$\mu_G(i) = \max\{\min[\mu_A(u), \mu_D(w,i)]\}. \tag{13}$$

Сравнение альтернатив осуществляется на основе их точечных оценок. С этой целью вначале для нечёткого подмножества $C \subset I$ определяются α-уровневые множества ($\alpha \in [0;\ 1]$) в виде $C_\alpha = \{i | \mu_C(i) \geq \alpha,\ i \in I\}$. Затем для каждого из них определяются средние значения соответствующих элементов (мощности) $M(C_\alpha)$. В общем случае для множества, состоящего из n элементов [3],

$$M(C_\alpha)=\sum_{j=1}^{n}\frac{i_j}{n},\ i\in C_\alpha. \tag{14}$$

В итоге численную оценку нечёткого множества C, отражающего степень удовлетворительности соответствующей альтернативы, можно получить из равенства [3]

$$F(C)=\frac{1}{\alpha_{\max}}\int_0^{\alpha_{\max}}M(C_\alpha)d\alpha. \tag{15}$$

6. Формирование итоговой оценки методом нечёткого вывода

Рассмотрим случай выставления итоговой оценки в академической группе, состоящей из 15-ти студентов, которую в символьной форме обозначим как $a_1, a_2, \ldots, a_{15}$. С точки зрения принятия решений на предмет их аттестации, эти студенты представляют собой альтернативы, уровень успеваемости которых оценивается по вышеуказанным восьми признакам: $x_1, x_2, \ldots, x_8$. Предположим, что опросы, проведённые по десятибалльной шкале оценивания, дали предварительные результаты успеваемости студентов по каждому из ОП. Данные опросов сведены в табл. 1.

Таблица 1. Данные предварительных опросов по оцениваемым признакам

Студент	Оцениваемые признаки							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
a_1	7	10	10	10	10	10	10	10
a_2	6	5	4	3	8	2	10	0
a_3	5	5	4	8	8	4	0	0
a_4	8	7	7	8	8	10	10	10
a_5	10	10	10	10	10	10	10	10
a_6	10	9	9	10	10	10	10	6
a_7	2	4	3	2	0	0	0	0
a_8	4	4	4	4	8	0	0	10
a_9	3	4	3	3	0	0	0	10
a_{10}	5	5	4	5	6	4	0	6
a_{11}	4	5	4	6	2	0	0	10
a_{12}	8	8	7	9	6	8	10	10
a_{13}	10	10	10	10	10	10	10	10
a_{14}	4	5	6	5	2	0	0	0
a_{15}	6	8	7	8	6	8	10	10

Для выставления итоговой оценки студенту по результатам предварительных опросов по оцениваемым признакам x_k $(k=1 \text{ ч } 8)$ за основу выбраны следующие непротиворечивые и достаточно логичные рассуждения:

d_1: «Если посещаемость студентом занятий высокая, выявленные на основании результатов тестирования его умения предпочтительные, самостоятельная работа с дополнительным рекомендованным учебным материалом убедительная и к тому же его конспект лекций отличается полнотой пройденного учебно-теоретического материала, то его итоговая оценка удовлетворительная»;

d_2: «Если в добавок к вышеописанным требованиям студент отличается высоким уровнем знаний, приобретённых в результате усвоения теоретического материала, то его итоговая оценка более чем удовлетворительная»;

d_3: «Если дополнительно к условиям d_2 студент успел приобрести высокие навыки в решении тематических ситуационных задач, заработал дополнительные бонусы в результате ответов на дополнительные вопросы преподавателя и его академическое поведение не вызывает нареканий, то его итоговая оценка безупречная»;

d_4: «Если студент отличается всеми оговоренными в d_3 требованиями, кроме заработанных бонусов по результатам ответов на дополнительные вопросы преподавателя, а также отменным академическим поведением, то его итоговая оценка очень удовлетворительная»;

d_5: «Если студент отличается высоким уровнем знаний, приобретённых в результате усвоения теоретического материала, высокими навыками в решении тематических ситуационных задач, убедительностью своей самостоятельной работы с дополнительным рекомендованным учебным материалом и отменным академическим поведением, но при этом его посещаемость занятий низкая, то его итоговая оценка все же будет удовлетворительной»;

d_6: «Если посещаемость студентом занятий низкая, уровни приобретённых им знаний по теоретическому материалу и навыков по решению тематических ситуационных задач низкие, а конспект его лекций не отличается полнотой учебно-теоретического материала, то в этом случае его итоговая оценка будет неудовлетворительной».

Анализ этих информационных фрагментов на предмет наличия причинно-следственных связей между характеристиками ОП, с одной стороны, и уровнями итоговой оценки студента, с другой, позволяет рассматривать эти рассуждения в качестве вербальной модели для принятия решения относительно итоговой оценки конкретного студента. Тогда в контексте приведённых рассуждений не трудно сформировать базовый набор лингвистических переменных и правил для построения системы нечёткого вывода. Для удобства все переменные сведены в табл. 2.

Таблица 2. Переменные системы нечёткого вывода итоговой оценки

Входные лингвистические переменные	x_1	Имя переменной	Посещаемость занятий
		Терм-множество	$\{\neg X_1$=НИЗКАЯ, X_1=ВЫСОКАЯ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
	x_2	Имя переменной	Уровень знаний
		Терм-множество	$\{\neg X_2$=НИЗКИЙ, X_2=ВЫСОКИЙ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
	x_3	Имя переменной	Приобретённые навыки
		Терм-множество	$\{\neg X_3$=НИЗКИЕ, X_3=ВЫСОКИЕ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
	x_4	Имя переменной	Умения
		Терм-множество	$\{X_4$=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫЕ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
	x_5	Имя переменной	Заработанные бонусы
		Терм-множество	$\{X_5$=ВЫСОКИЕ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
	x_6	Имя переменной	Самостоятельная работа

Продолж. табл. 2

		Терм-множество	$\{X_6$=УБЕДИТЕЛЬНАЯ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
	x_7	Имя переменной	Конспект лекций
		Терм-множество	$\{\neg X_7$=НЕПОЛНЫЙ, X_7=ПОЛНЫЙ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
	x_8	Имя переменной	Поведение
		Терм-множество	$\{X_8$=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОЕ$\}$
		Универсум	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
Выходная перемен-ная	y	Имя переменной	Итоговая оценка
		Терм-множество	{НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ, УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ, БОЛЕЕ ЧЕМ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ, ОЧЕНЬ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ, БЕЗУПРЕЧНАЯ}
		Универсум	[0; 1]

Тогда в термах лингвистических переменных правила $d_1 \div d_6$ запишутся в следующем виде:

d_1: «Если x_1=ВЫСОКАЯ и x_4=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫЕ и x_6=УБЕДИТЕЛЬНАЯ и x_7=ПОЛНЫЙ, то y=УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ»;

d_2: «Если x_1=ВЫСОКАЯ и x_2=ВЫСОКИЙ и x_4=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫЕ и x_6=УБЕДИТЕЛЬНАЯ и x_7=ПОЛНЫЙ, то y=БОЛЕЕ ЧЕМ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ»;

d_3: «Если x_1=ВЫСОКАЯ и x_2=ВЫСОКИЙ и x_3=ВЫСОКИЕ и x_4=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫЕ и x_5=ВЫСОКИЕ и x_6=УБЕДИТЕЛЬНАЯ и x_7=ПОЛНЫЙ и x_8=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОЕ, то y=БЕЗУПРЕЧНАЯ»;

d_4: «Если x_1=ВЫСОКАЯ и x_2=ВЫСОКИЙ и x_3=ВЫСОКИЕ и x_4=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫЕ и x_6=УБЕДИТЕЛЬНАЯ и x_7=ПОЛНЫЙ, то y=ОЧЕНЬ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ»;

d_5: «Если x_1=НИЗКАЯ и x_2=ВЫСОКИЙ и x_3=ВЫСОКИЕ и x_6=УБЕДИТЕЛЬНАЯ и x_8=ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНОЕ, то y=УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ»;

d_6: «Если x_1=НИЗКАЯ и x_2=НИЗКИЙ и x_3=НИЗКИЕ и x_7=НЕПОЛНЫЙ, то y=НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ».

Руководствуясь формулами (6) и (8), а также данными предварительных оценок по оценочным признакам x_k ($k = 1$ ч 8) (см. табл. 1), для формализации термов (или критериев оценки) из левых частей правил $d_1 \div d_6$ (см. табл. 2) на универсальном дискретном множестве {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, определяемом десятибалльной шкалой оценивания, построим соответствующие нечёткие множества в следующем виде:

– $X_1=\{0{,}6977/a_1;\ 0{,}5273/a_2;\ 0{,}3679/a_3;\ 0{,}8521/a_4;\ 1/a_5;\ 1/a_6;\ 0{,}0773/a_7;\ 0{,}2369/a_8;\ 0{,}1409/a_9;\ 0{,}3679/a_{10};\ 0{,}2369/a_{11};\ 0{,}8521/a_{12};\ 1/a_{13};\ 0{,}2369/a_{14};\ 0{,}5273/a_{15}\}$;

– $X_2=\{1/a_1;\ 0{,}3679/a_2;\ 0{,}3679/a_3;\ 0{,}6977/a_4;\ 1/a_5;\ 0{,}9608/a_6;\ 0{,}2369/a_7;\ 0{,}2369/a_8;\ 0{,}2369/a_9;\ 0{,}3679/a_{10};\ 0{,}3679/a_{11};\ 0{,}8521/a_{12};\ 1/a_{13};\ 0{,}3679/a_{14};\ 0{,}8521/a_{15}\}$;

– $X_3=\{1/a_1;\ 0{,}2369/a_2;\ 0{,}2369/a_3;\ 0{,}6977/a_4;\ 1/a_5;\ 0{,}9608/a_6;\ 0{,}1409/a_7;\ 0{,}2369/a_8;\ 0{,}1409/a_9;\ 0{,}2369/a_{10};\ 0{,}2369/a_{11};\ 0{,}6977/a_{12};\ 1/a_{13};\ 0{,}5273/a_{14};\ 0{,}6977/a_{15}\}$;

– $X_4=\{1/a_1;\ 0{,}1409/a_2;\ 0{,}8521/a_3;\ 0{,}8521/a_4;\ 1/a_5;\ 1/a_6;\ 0{,}0773/a_7;\ 0{,}2369/a_8;\ 0{,}1409/a_9;\ 0{,}3679/a_{10};\ 0{,}5273/a_{11};\ 0{,}9608/a_{12};\ 1/a_{13};\ 0{,}3679/a_{14};\ 0{,}8521/a_{15}\}$;

– $X_5=\{1/a_1;\ 0{,}8521/a_2;\ 0{,}8521/a_3;\ 0{,}8521/a_4;\ 1/a_5;\ 1/a_6;\ 0{,}0183/a_7;\ 0{,}8521/a_8;\ 0{,}0183/a_9;\ 0{,}5273/a_{10};\ 0{,}0773/a_{11};\ 0{,}5273/a_{12};\ 1/a_{13};\ 0{,}0773/a_{14};\ 0{,}5273/a_{15}\}$;

– X_6={1/a_1; 0,0773/a_2; 0,2369/a_3; 1/a_4; 1/a_5; 1/a_6; 0,0183/a_7; 0,0183/a_8; 0,0183/a_9; 0,2369/a_{10}; 0,0183/a_{11}; 0,8521/a_{12}; 1/a_{13}; 0,0183/a_{14}; 0,8521/a_{15}};

– X_7={1/a_1; 1/a_2; 0,0183/a_3; 1/a_4; 1/a_5; 1/a_6; 0,0183/a_7; 0,0183/a_8; 0,0183/a_9; 0,0183/a_{10}; 0,0183/a_{11}; 1/a_{12}; 1/a_{13}; 0,0183/a_{14}; 1/a_{15}};

– X_8={1/a_1; 0,0183/a_2; 0,0183/a_3; 1/a_4; 1/a_5; 0,5273/a_6; 0,0183/a_7; 1/a_8; 1/a_9; 0,5273/a_{10}; 1/a_{11}; 1/a_{12}; 1/a_{13}; 0,0183/a_{14}; 1/a_{15}}.

Для описания термов из правых частей правил в качестве универсума выберем дискретное множество U={0, 0,1, 0,2, …, 1}. Тогда, согласно принятому в нечётких приложениях правилу описания нечётких множеств, $\forall u \in U$ в качестве ФП выберем следующие [5]:

• для оценки S=УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ: $\mu_S(u)=u$;

• для оценки MS=БОЛЕЕ ЧЕМ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ: $\mu_{MS}(u)=\sqrt{u}$;

• для оценки VS=ОЧЕНЬ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ: $\mu_{VS}(u)=u^2$;

• для оценки P=БЕЗУПРЕЧНАЯ: $\mu_P(u)=\begin{cases}1, \text{если } u=1,\\ 0, \text{если } u<1;\end{cases}$

• для оценки US=НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНАЯ: $\mu_{US}(u)=1–u$.

Тогда, с учётом введённых формализмов, правила $d_1 \div d_6$ запишутся в более компактном виде:

d_1: «Если $x_1=X_1$ и $x_4=X_4$ и $x_6=X_6$ и $x_7=X_7$, то $y=S$»;

d_2: «Если $x_1=X_1$ и $x_2=X_2$ и $x_4=X_4$ и $x_6=X_6$ и $x_7=X_7$, то $y=MS$»;

d_3: «Если $x_1=X_1$ и $x_2=X_2$ и $x_3=X_3$ и $x_4=X_4$ и $x_5=X_5$ и $x_6=X_6$ и $x_7=X_7$ и $x_8=X_8$, то $y=P$»;

d_4: «Если $x_1=X_1$ и $x_2=X_2$ и $x_3=X_3$ и $x_4=X_4$ и $x_6=X_6$ и $x_7=X_7$, то $y=VS$»;

d_5: «Если $x_1=\neg X_1$ и $x_2=X_2$ и $x_3=X_3$ и $x_6=X_6$ и $x_8=X_8$, то $y=S$»;

d_6: «Если $x_1=\neg X_1$ и $x_2=\neg X_2$ и $x_3=\neg X_3$ и $x_7=\neg X_7$, то $y=US$».

Согласно (9), для левых частей правил $d_1 \div d_6$ соответственно имеем:

• $\mu_{M1}(u)=\min\{\mu_{X1}(a), \mu_{X4}(a), \mu_{X6}(a), \mu_{X7}(a)\}$, M_1={0,6977/a_1; 0,0773/a_2; 0,0183/a_3; 0,8521/a_4; 1/a_5; 1/a_6; 0,0773/a_7; 0,2369/a_8; 0,1409/a_9; 0,3679/a_{10}; 0,2369/a_{11}; 0,8521/a_{12}; 1/a_{13}; 0,2369/a_{14}; 0,5273/a_{15}};

• $\mu_{M2}(u)=\min\{\mu_{X1}(a), \mu_{X2}(a), \mu_{X4}(a), \mu_{X6}(a), \mu_{X7}(a)\}$, M_2={0,6977/a_1; 0,0773/a_2; 0,0183/a_3; 0,6977/a_4; 1/a_5; 0,9608/a_6; 0,0183/a_7; 0,0183/a_8; 0,0183/a_9; 0,0183/a_{10}; 0,0183/a_{11}; 0,8521/a_{12}; 1/a_{13}; 0,0183/a_{14}; 0,5273/a_{15}};

• $\mu_{M3}(u)=\min\{\mu_{X1}(a), \mu_{X2}(a), \mu_{X3}(a), \mu_{X4}(a), \mu_{X5}(a), \mu_{X6}(a), \mu_{X7}(a), \mu_{X8}(a)\}$, M_3={0,6977/a_1; 0,0183/a_2; 0,0183/a_3; 0,6977/a_4; 1/a_5; 0,5273/a_6; 0,0183/a_7; 0,0183/a_8; 0,0183/a_9; 0,0183/a_{10}; 0,0183/a_{11}; 0,5273/a_{12}; 1/a_{13}; 0,0183/a_{14}; 0,5273/a_{15}};

• $\mu_{M4}(u)=\min\{\mu_{X1}(a), \mu_{X2}(a), \mu_{X3}(a), \mu_{X4}(a), \mu_{X6}(a), \mu_{X7}(a)\}$, M_4={0,6977/a_1; 0,0773/a_2; 0,0183/a_3; 0,6977/a_4; 1/a_5; 0,9608/a_6; 0,0183/a_7; 0,0183/a_8; 0,0183/a_9; 0,0183/a_{10}; 0,0183/a_{11}; 0,6977/a_{12}; 1/a_{13}; 0,0183/a_{14}; 0,5273/a_{15}};

• $\mu_{M5}(u)=\min\{1-\mu_{X1}(a), \mu_{X2}(a), \mu_{X3}(a), \mu_{X6}(a), \mu_{X8}(a)\}$, M_5={0,3023/a_1; 0,0183/a_2; 0,0183/a_3; 0,1479/a_4; 0/a_5; 0/a_6; 0,0183/a_7; 0,0183/a_8; 0,0183/a_9; 0,2369/a_{10}; 0,0183/a_{11}; 0,1479/a_{12}; 0/a_{13}; 0,0183/a_{14}; 0,4727/a_{15}};

• $\mu_{M6}(u)=\min\{1-\mu_{X1}(a), 1-\mu_{X2}(a), 1-\mu_{X3}(a), 1-\mu_{X7}(a)\}$, M_6={0/a_1; 0/a_2; 0,6321/a_3; 0/a_4; 0/a_5; 0/a_6; 0,7631/a_7; 0,7631/a_8; 0,7631/a_9; 0,6321/a_{10}; 0,6321/a_{11}; 0/a_{12}; 0/a_{13}; 0,4727/a_{14}; 0/a_{15}}.

В результате правила $d_1 \div d_6$ запишутся в ещё более компактном виде:

d_1: «Если $X=M_1$, то $Y=S$»; d_2: «Если $X=M_2$, то $Y=MS$»; d_3: «Если $X=M_3$, то $Y=P$»;

d_4: «Если $X=M_4$, то $Y=VS$»; d_5: «Если $X=M_5$, то $Y=S$»; d_6: «Если $X=M_6$, то $Y=US$».

Для преобразования этих правил воспользуемся импликацией Лукасевича (10), то есть для каждой пары $(x, u)X \times U$ на $X \times U$ получим соответствующие нечёткие отношения: R_1, R_2,…, R_6. В частности, правило d_1 трансформируется в нечёткое отношение R_1 в виде следующей матрицы:

$$R_1 = \left[\begin{array}{c|ccccccccccc}
 & 0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,9 & 1 \\ \hline
0,6977 & 0,3023 & 0,4023 & 0,5023 & 0,6023 & 0,7023 & 0,8023 & 0,9023 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,0773 & 0,9227 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,0183 & 0,9817 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,8521 & 0,1479 & 0,2479 & 0,3479 & 0,4479 & 0,5479 & 0,6479 & 0,7479 & 0,8479 & 0,9479 & 1 & 1 \\
1,0000 & 0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,9 & 1 \\
1,0000 & 0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,9 & 1 \\
0,0183 & 0,9817 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,0183 & 0,9817 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,0183 & 0,9817 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,0183 & 0,9817 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,0183 & 0,9817 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,8521 & 0,1479 & 0,2479 & 0,3479 & 0,4479 & 0,5479 & 0,6479 & 0,7479 & 0,8479 & 0,9479 & 1 & 1 \\
1,0000 & 0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,9 & 1 \\
0,0183 & 0,9817 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0,5273 & 0,4727 & 0,5727 & 0,6727 & 0,7727 & 0,8727 & 0,9727 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}\right].$$

В результате пересечения этих отношений путём нахождения минимума, согласно (11), получим общее функциональное решение в виде следующей матрицы:

$$R = \left[\begin{array}{c|ccccccccccc}
 & 0 & 0,1 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,5 & 0,6 & 0,7 & 0,8 & 0,9 & 1 \\ \hline
a_1 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 1 \\
a_2 & 0,9227 & 0,9327 & 0,9627 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 1 \\
a_3 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9679 & 0,8679 & 0,7679 & 0,6679 & 0,5679 & 0,4679 & 0,3679 \\
a_4 & 0,1479 & 0,2479 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 0,3023 & 1 \\
a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
a_6 & 0 & 0,0492 & 0,0792 & 0,1292 & 0,1992 & 0,2892 & 0,3992 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 1 \\
a_7 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9369 & 0,8369 & 0,7369 & 0,6369 & 0,5369 & 0,4369 & 0,3369 & 0,2369 \\
a_8 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9369 & 0,8369 & 0,7369 & 0,6369 & 0,5369 & 0,4369 & 0,3369 & 0,2369 \\
a_9 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9369 & 0,8369 & 0,7369 & 0,6369 & 0,5369 & 0,4369 & 0,3369 & 0,2369 \\
a_{10} & 0,7631 & 0,8631 & 0,9631 & 0,9817 & 0,9679 & 0,8679 & 0,7679 & 0,6679 & 0,5679 & 0,4679 & 0,3679 \\
a_{11} & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9679 & 0,8679 & 0,7679 & 0,6679 & 0,5679 & 0,4679 & 0,3679 \\
a_{12} & 0,1479 & 0,2479 & 0,3423 & 0,3923 & 0,4623 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 1 \\
a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
a_{14} & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9817 & 0,9273 & 0,8273 & 0,7273 & 0,6273 & 0,5273 \\
a_{15} & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 0,4727 & 1
\end{array}\right].$$

Согласно равенствам (12) – (13), нечёткий вывод относительно итоговой оценки k-го студента в зависимости от данных опроса по оценочным признакам отражается в виде нечёткого подмножества E_k универсума U={0; 0,1; 0,2;…; 1} с соответствующими значениями функции принадлежности из k-ой строки матрицы R. Для численных оценок этих выводов применим процедуру дефаззификации. Так, для итоговой оценки 8-го студента имеем:

$$E_8=\{0,9817/0;\ 0,9817/0,1;\ 0,9817/0,2;\ 0,9369/0,3;\ 0,8369/0,4;\ 0,7369/0,5;\ 0,6369/0,6;\ 0,5369/0,7;\ 0,4369/0,8;\ 0,3369/0,9;\ 0,2369/1\}.$$

Устанавливая уровневые множества $E_{8\alpha}$ и вычисляя по формуле (14) соответствующие им мощности $M(E_{8\alpha})$:

- для $0<\alpha<0,2369$: $\Delta\alpha=0,2369$, $E_{8\alpha}$={0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1}, $M(E_{8\alpha})=0,50$;
- для $0,2369<\alpha<0,3369$: $\Delta\alpha=0,1$, $E_{8\alpha}$={0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9}, $M(E_{8\alpha})=0,45$;
- для $0,3369<\alpha<0,4369$: $\Delta\alpha=0,1$, $E_{8\alpha}$={0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8}, $M(E_{8\alpha})=0,40$;
- для $0,4369<\alpha<0,5369$: $\Delta\alpha=0,1$, $E_{8\alpha}$={0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7}, $M(E_{8\alpha})=0,35$;
- для $0,5369<\alpha<0,6369$: $\Delta\alpha=0,1$, $E_{8\alpha}$={0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6}, $M(E_{8\alpha})=0,30$;
- для $0,6369<\alpha<0,7369$: $\Delta\alpha=0,1$, $E_{8\alpha}$={0; 0,1;0,2; 0,3, 0,4, 0,5}, $M(E_{8\alpha})=0,25$;

• для $0{,}7369<\alpha<0{,}8369$: $\Delta\alpha=0{,}1$, $E_{8\alpha}=\{0; 0{,}1; 0{,}2; 0{,}3, 0{,}4\}$, $M(E_{8\alpha})=0{,}20$;
• для $0{,}8369<\alpha<0{,}9369$: $\Delta\alpha=0{,}1$, $E_{8\alpha}=\{0; 0{,}1; 0{,}2; 0{,}3\}$, $M(E_{8\alpha})=0{,}15$;
• для $0{,}9369<\alpha<0{,}9817$: $\Delta\alpha=0{,}0448$, $E_{8\alpha}=\{0; 0{,}1; 0{,}2\}$, $M(E_{8\alpha})=0{,}10$.

В соответствии с формулой (15) точечную оценку итоговой оценки 8-го студента получим как

$$F(E_8)=\frac{1}{0{,}9817}\int_0^{0{,}9817}[0{,}2369\cdot 0{,}5+0{,}1\cdot 0{,}45+0{,}1\cdot 0{,}4+0{,}1\cdot 0{,}35+0{,}1\cdot 0{,}3+0{,}1\cdot 0{,}25+$$
$$+0{,}1\cdot 0{,}2+0{,}1\cdot 0{,}15+0{,}0448\cdot 0{,}1]=0{,}3392.$$

Аналогичными действиями устанавливаем точечные итоговые оценки и для остальных студентов: $F(E_1)=0{,}8488$; $F(E_2)=0{,}5155$; $F(E_3)=0{,}3881$; $F(E_4)=0{,}8593$; $F(E_5)=1$; $F(E_6)=0{,}8718$; $F(E_7)=0{,}3392$; $F(E_9)=0{,}3392$; $F(E_{10})=0{,}4062$; $F(E_{11})=0{,}4113$; $F(E_{12})=0{,}8022$; $F(E_{13})=1$; $F(E_{14})=0{,}4352$; $F(E_{15})=0{,}7636$.

Путём тривиального линейного преобразования $a=10t$, где $t\in[0; 1]$ и $a\in[0; 10]$, полученные значения итоговых оценок в масштабе единичного отрезка можно легко спроецировать на десятибалльную шкалу оценивания.

7. Заключение

На основании произвольных данных предварительного опроса 15-ти студентов по 8-ми оценочным признакам (табл. 1) были получены их итоговые оценки с применением системы нечёткого вывода. Тем не менее, было бы полезным провести аналогичные вычисления и с учётом экспертных оценок оценочных признаков.

Предположим, что для определения экспертных оценок важности рассматриваемых нами оценочных признаков $x_1 \div x_8$ было проведено независимое анкетирование 10-ти экспертов – ведущих преподавателей университетов. Каждый из экспертов в соответствии с требованиями (2) установил нормированные значения весов оценочных признаков, которые сведены в табл. 3. Там же приведены рассчитанные по формуле (3) консолидированные экспертные оценки весов оценочных признаков.

Таблица 3. Значения нормированных оценок весов оценочных признаков

У/о эксперта	Веса оценочных признаков							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
e_1	0,25	0,25	0,15	0,10	0,10	0,05	0,05	0,05
e_2	0,20	0,25	0,20	0,10	0,05	0,10	0,05	0,05
e_3	0,15	0,20	0,25	0,10	0,05	0,10	0,05	0,10
e_4	0,25	0,35	0,05	0,05	0,15	0,05	0,05	0,05
e_5	0,05	0,35	0,25	0,10	0,10	0,05	0,05	0,05
e_6	0,15	0,35	0,10	0,05	0,10	0,10	0,05	0,10
e_7	0,20	0,25	0,20	0,05	0,10	0,10	0,05	0,05
e_8	0,35	0,20	0,20	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
e_9	0,10	0,30	0,20	0,05	0,15	0,10	0,05	0,05
e_{10}	0,20	0,25	0,20	0,10	0,05	0,10	0,05	0,05
Консолидированное мнение экспертов	0,19	0,275	0,18	0,075	0,09	0,125	0,05	0,06

Степень согласованности мнений этих экспертов по совокупности всех оценочных признаков $x_1 \div x_8$, рассчитанная по формуле (4), составила 32,82. Кроме того, для полного анализа степени согласованности воспользуемся коэффициентом ранговой корреляции мнений экспертов – коэффициентом конкордации Кендалла. Согласно [4, 5], этот коэффициент определяется как

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n)}, \tag{16}$$

где S – переменная, характеризующая сумму квадратов разностей рангов (отклонения мнений эксперта от среднего значения), m – число экспертов, n – число оценочных признаков.

В нашем случае переменная S вычисляется по формуле [5]

$$S = \sum_{i=1}^{n=8} \left(\sum_{j=1}^{m=10} r_{ij} - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2, \tag{17}$$

где $r_{ij} \in \{1, 2, ..., n\}$ – ранг i-го оценочного признака в выборке X_j.

Теперь расположим экспертные оценки весов оценочных признаков в порядке предпочтения: наиболее важный с точки зрения эксперта обозначим цифрой один, следующие за ним по важности – цифрами два и т.д. Полученные на основе данных табл. 3 приоритетные значения оценочных признаков сведены в табл. 4.

Таблица 4. Экспертные оценки приоритетности оценочных признаков

У/о эксперта	Оценочные признаки							
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
e_1	1	1	2	3	3	4	4	4
e_2	2	1	2	3	4	3	4	4
e_3	3	2	1	4	5	4	5	4
e_4	2	1	4	4	3	4	4	4
e_5	4	1	2	3	3	4	4	4
e_6	2	1	3	4	3	3	4	3
e_7	2	1	2	4	3	3	4	4
e_8	1	2	2	3	3	3	3	3
e_9	4	1	2	5	3	4	5	5
e_{10}	2	1	2	3	4	3	4	4
$\sum r_{ij}$	23	12	22	36	34	35	41	39

Таким образом, значение коэффициента конкордации Кендалла, рассчитанного по формуле (16), при величине $S = 2456$ и полученной на основании данных из табл. 4, будет

$$W = \frac{12 \cdot S}{m^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 2456}{10^2(8^3 - 8)} = 0{,}584762 .$$

Теперь, после того как проведены предварительные расчёты, по формуле (1) можно установить взвешенные итоговые оценки успеваемости студентов на основе полученных, согласно (2) и (3), консолидированных оценок экспертов относительно важности оценочных признаков $x_1 \div x_8$. Полученные результаты помещены в табл. 5, куда сведены и оценки, полученные с применением системы нечёткого вывода.

Как видно из табл. 5, результаты, полученные обоими методами, совпадают местами. Это объясняется, прежде всего, невысокой степенью согласованности экспертов, полученной по формулам (4) и (16). Тем не менее, считаем, что подход, основанный на применении метода нечёткого вывода, позволяет более взвешенно оценивать итоговые оценки студентов на основе данных промежуточной аттестации их текущей успеваемости. Кроме того, вербальная модель как прообраз системы нечёткого вывода составляется один раз на все случаи аттестации студентов по всем дисциплинам. Для её настройки и адаптации на начальном этапе привлекаются эвристические знания как ведущих преподавателей, так и экспертов-методистов.

Таблица 5. Сравнение итоговых оценок

Студент	Итоговая оценка с применением экспертных заключений		Итоговая оценка с применением системы нечёткого вывода	
	Оценка	Ранг	Оценка	Ранг
a_1	9,430	2	0,8488	4
a_2	4,840	7	0,5155	7
a_3	4,685	8	0,3881	11
a_4	7,925	5	0,8593	3
a_5	10,000	1	1,0000	1
a_6	9,305	3	0,8717	2
a_7	2,170	14	0,3392	12
a_8	4,200	10	0,3392	12
a_9	3,035	13	0,3392	12
a_{10}	4,640	9	0,4062	10
a_{11}	4,085	11	0,4113	9
a_{12}	7,935	4	0,8022	5
a_{13}	10,000	1	1,0000	1
a_{14}	3,770	12	0,4352	8
a_{15}	7,480	6	0,7636	6

Другой, более объективный, способ структурной и параметрической оптимизации системы нечёткого вывода возможен путём реализации нечётких импликативных правил в логическом базисе пятислойной нейронной сети (см., например, [6]). Но для этого необходима достаточно большая выборка статистических данных о результатах промежуточной аттестации для построения, тестирования и валидации подобной гибридной (нейро-нечёткой) системы вычисления итоговых оценок студентов. Но это уже тема другого исследования.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Кострова В.Н. Оптимизация управления вузом на основе экспертно-мониторингового анализа структурно-функциональных компонентов образовательного процесса: автореф. дис. на соискание науч. степени доктора техн. наук / В.Н. Кострова. – Воронеж: ВГТУ, 2004. – 33 с.
2. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. Математика. Новое в зарубежной науке / Заде Л.А.; под ред. Н.Н. Моисеева, С.А. Орловского; пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 166 с.
3. Рзаев Р.Р. Аналитическая поддержка принятия решений в организационных системах / Рзаев Р.Р. – Saarbruchen (Germany): Palmerium Academic Publishing, 2016. – 306 с.
4. Орлов А.И. Эконометрика: учеб. для вузов / Орлов А.И. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. – 586 с.
5. Тельнов Г.В. Подход к формированию итоговой оценки уровня освоения материала учебной дисциплины при промежуточной аттестации обучаемых на основе взвешенных коэффициентов оцениваемых признаков / Г.В. Тельнов // Вестник АГУ. – 2015. – Вып. 1 (154). – С. 119 – 127.
6. Lin C.T. Supervised, and unsupervised learning with fuzzy similarity for neural network-based fuzzy logic control systems. Fuzzy sets, Neural Networks, and Soft Computing / C.T. Lin, G.C.S. Lee; ed. by R.R. Yager, L.A. Zadeh. – N.-Y.: Van Nostrand Reinhold, 1994. – P. 85 – 125.

Стаття надійшла до редакції 15.12.2017