

моделювання в процесі проектування та експериментальних досліджень асинхронних двигунів необхідно виявити найефективніші схеми обмоток.

1. Гаврилюк Р.Б. Множество неэквивалентных симметричных токовых слоев машин переменного тока // Электромеханика. — 1989. — Т.7. — С. 28—35.

2. Гаврилюк Р.Б. Множини структур схем обмоток електричних машин змінного струму. Івано-Франківськ: Видавн. центр Львівського нац. ун-ту. — 2003. — 396 с.

3. Гаврилюк Р.Б. Схеми симетричних трифазних двошарових обмоток з перемиканням кількості пар полюсів у співвідношенні 1:2 (кількість пар полюсів $= 24$) // Промелектро. — 2007. — №5. — С. 21—28.

4. Дартау А.А. Общая методика составления схем многофазных двухскоростных обмоток // Электричество. — 1970. — Т.3. — С. 43—47.

5. Дегтев В.Г., Радилтов И.Н. Сдвиг модуляционной волны при построении двухскоростных обмоток методом полюсно-амплитудной модуляции // Электромашиностроение и элект-

трооборудование. — 1973. — Т.16. — С. 87—96.

6. Захаров М.К. Сравнительная оценка образования многоскоростных обмоток методом амплитудного и фазного модулирования // Электричество. — 1977. — Т.2. — С. 70—81.

7. Попов В.И. Трехфазные обмотки асинхронных машин серии RA: систематизация схем и оптимизация параметров // Электричество. — 2001. — №6. — С. 22—32.

8. Такахаши Т. Современные асинхронные двигатели с переключением числа полюсов: перевод № 3030, Свердловск, 1982. — 17 с.

9. Dahlander R. Drehstrommotoren mit variabler polzahl // ETZ. — 1897. — №18. — Pp. 257—259.

10. Rawcliffe G. H. Induction motor speed-changing by pole-amplitude modulation // Proc. IEE. — 1958. — №22. — Pp. 411—419.

11. Rawcliffe G.H. Speed changing induction motors: father developments for pole-amplitude modulation // Proc. IEE. — 1960. — №36. — С. 513—528.

Надійшла 18.01.2008

УДК 62-83-52:62.276.53

А.В.МАЛЯР, канд.техн.наук (Національний університет "Львівська політехніка", Львів)

Алгоритм розрахунку стаціонарних режимів електропривода штангових нафтовидобувних установок

Запропоновано алгоритм розрахунку періодичних залежностей електричних та механічних координат в стаціонарних режимах роботи асинхронного електропривода штангової нафтовидобувної установки методом розв'язування крайової задачі. При цьому враховується залежність моменту інерції та моменту навантаження установки від кута повороту кривошипа, а також насичення магнітопровода та витіснення струму в стержнях ротора приводного двигуна.

Предложен алгоритм расчета периодических зависимостей электрических и механических координат в стационарных режимах работы асинхронного электропривода штанговой нефтедобывающей установки методом решения краевой задачи. При этом учитывается зависимость момента инерции и момента нагрузки установки от угла поворота кривошипа, а также насыщения магнитопровода и вытеснения тока в стержнях ротора приводного двигателя.

Вступ. Видобування нафти здебільшого здійснюють штанговими нафтовидобувними установками (ШНВУ), в яких приводним двигуном є асинхронний двигун (АД) з короткозамкненим ротором [1,2], причому для забезпечення успішного запуску використовують двигуни з підвищеним пусковим моментом, які мають глибокі пази або по-

двійну клітку на роторі. Прикладений до валу двигуна момент навантаження має циклічно-змінний характер, що зумовлено особливістю роботи верстата-гойдалки ШНВУ, який приводить у рух глибинну плунжерну помпу. Крім того, момент інерції установки залежить як від кута повороту кривошипа, так і швидкості його обертання. Отже, для

© Маляр А.В., 2009

аналізу роботи електропривода ШНВУ методами математичного моделювання необхідно враховувати всі перелічені чинники.

Суть проблеми. Під час проектування та аналізу режимів роботи електропривода ШНВУ швидкість обертання ротора АД протягом циклу роботи плунжерної помпи приймається постійною [1,2], що далеко не відповідає дійсності, тому вдаються до різних таблиць та номограм, складених на підставі експериментальних досліджень. Такий підхід не може задовольнити сучасним вимогам до створення енергоощадних електроприводів і не дає змоги з достатньою точністю визначати швидкості і прискорення різних елементів установки та механічні сили, які на них діють. Отримати періодичні залежності усіх електричних та механічних координат в ustalених режимах роботи ШНВУ можна лише на підставі повної системи диференціальних рівнянь (ДР), яка описує динамічний режим роботи електропривода.

Задача розрахунку стаціонарного процесу може бути вирішена шляхом розв'язування еволюційної задачі при деяких, зазвичай нульових, початкових умовах. Однак часовий період обертання вала кривошипа в кількаторазів більший від періоду зміни напруги живлення, а внаслідок значної інерційності установки перехідний процес триває надто довго, а це призводить до накопичення похибок розрахунку під час чисельного інтегрування ДР. Оскільки процес установлюється надто повільно, то значення координат у момент часу t мало відрізняються від таких для моменту часу $t+T_M$, тому виникає проблема ідентифікації моменту закінчення перехідного процесу. Крім того, метод усталення практично непридатний для оптимізаційних розрахунків. Перелічені проблеми зумовлюють необхідність застосування спеціальних методів розрахунку, які б давали змогу отримати періодичний розв'язок, не вдаючись до розрахунку перехідного процесу.

Залежності координат режиму від часу на періоді T_M зміни моменту навантаження найбільш ефективно можна отримати шляхом розв'язування нелінійної двоточкової крайової задачі для системи ДР першого порядку з періодичними крайовими умовами диференціальним сплайн-методом [5].

В математичній моделі АД використовуються основні положення, викладені в [7,8]. З метою врахування скін-ефекту в стержнях ротора разом з насиченням магнітопровода на шляхах розсіювання пазову частину стержня, а також короткозамикаючі кільця ротора розділено по висоті на n шарів, в межах яких густина струму вважається постійною. В результаті отримуємо на роторі n короткозамкнених обмоток, між якими існують взаємодуктивні зв'язки як за рахунок основного магнітного потоку, так і потоків розсіювання.

Мета статті. В статті викладено алгоритм розрахунку функціональних залежностей електричних і механічних координат уздовж періоду повороту

кривошипа в стаціонарному режимі роботи електропривода ШНВУ методом розв'язування крайової задачі на підставі апроксимації змінних стану кубічними сплайнами та шляхи вирішення основних проблем, які виникають при цьому, що дає змогу отримати результат, не вдаючись до розрахунку перехідного процесу, тобто в позачасовій області.

Суть методу. Стаціонарні режими електроприводу ШНВУ є динамічними. Вони описуються системою ДР електричної рівноваги, яка в ортогональних осях x, y з урахуванням розбиття стержня на n елементів має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sx}}{dt} &= \omega_0 \psi_{sy} - r_s i_{sx} + u_{sx}; \\ \frac{d\psi_{sy}}{dt} &= -\omega_0 \psi_{sx} - r_s i_{sy} + u_{sy}; \\ \frac{d\psi_{1x}}{dt} &= (\omega_0 - \omega) \psi_{1y} - r_1 i_{1x}; \\ \frac{d\psi_{1y}}{dt} &= -(\omega_0 - \omega) \psi_{1x} - r_1 i_{1y}; \\ &\dots \dots \dots \quad (1a) \\ \frac{d\psi_{nx}}{dt} &= (\omega_0 - \omega) \psi_{ny} - r_n i_{nx}; \\ \frac{d\psi_{ny}}{dt} &= -(\omega_0 - \omega) \psi_{nx} - r_n i_{ny}, \end{aligned}$$

де ψ_j, i_j, u_j — потокозчеплення, струми та напруги перетворених контурів ($j = sx, sy, 1x, 1y, \dots, nx, ny$); r_s, r_1, \dots, r_n — активні опори контурів; ω_0, ω — частота напруги живлення та обертання ротора, виражена в електр. рад./с.

Для розрахунку стаціонарного режиму роботи ШНВУ при заданому періодичному законі зміни моменту навантаження систему (1a) необхідно доповнити рівнянням руху ротора, яке з урахуванням змінного моменту інерції має вигляд [6]

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{P_0}{J(\alpha)} \left[\frac{3}{2} P_0 (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) - M_B(\alpha) \right] - \frac{\omega^2}{2J(\alpha)} \frac{dJ(\alpha)}{d\alpha}, \quad (16)$$

де p_0 — кількість пар полюсів, α — кут повороту кривошипа.

В стаціонарних режимах роботи ШНВУ процеси є періодичними, причому часовий період T_M зміни моменту навантаження дорівнює періоду обертання кривошипа, який відповідає подвійному ходові плунжера глибинної помпи. Однак часове значення цього періоду наперед не відоме, тому не-

обхідно здійснити перехід від похідних по часу t до похідних по куту α повороту кривошипа. Це зумовлено тим, що повороту кривошипа на кут $\alpha=2\pi$ відповідає періодична залежність моменту навантаження $M_B(\alpha)=M_B(\alpha+2\pi)$ та моменту інерції $J(\alpha)=J(\alpha+2\pi)$, а значить, і координат режиму (потокозчеплень, струмів, швидкості обертання тощо). Таким чином, для аналізу стаціонарного режиму роботи ШНВУ методом розв'язування крайової задачі необхідно замінити в системі (1) оператор диференціювання по часу t на оператор диференціювання по куту α повороту кривошипа за формулою

$$\frac{d}{dt} = \frac{\omega}{p_0 k_i} \frac{d}{d\alpha}, \quad (2)$$

де k_i — передавальне число від валу двигуна до осі обертання кривошипа.

В результаті отримаємо систему рівнянь, яка в нормальній формі Коші має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sx}}{d\alpha} &= \frac{p_0 k_i (\omega_0 \psi_{sy} - r_s i_{sx} + u_{sx})}{\omega}; \\ \frac{d\psi_{sy}}{d\alpha} &= \frac{p_0 k_i (-\omega_0 \psi_{sx} - r_s i_{sy} + u_{sy})}{\omega}; \\ \frac{d\psi_{1x}}{d\alpha} &= \frac{p_0 k_i (\omega_0 \psi_{1y} - r_1 i_{1x})}{\omega} - p_0 k_i \psi_{1y}; \\ \frac{d\psi_{1y}}{d\alpha} &= \frac{p_0 k_i (-\omega_0 \psi_{1x} - r_1 i_{1y})}{\omega} + p_0 k_i \psi_{1x}; \\ &\dots \dots \dots \quad (3a) \\ \frac{d\psi_{nx}}{d\alpha} &= \frac{p_0 k_i (\omega_0 \psi_{ny} - r_n i_{nx})}{\omega} - p_0 k_i \psi_{ny}; \\ \frac{d\psi_{ny}}{d\alpha} &= \frac{p_0 k_i (-\omega_0 \psi_{nx} - r_n i_{ny})}{\omega} + p_0 k_i \psi_{nx}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p_0^2 k_i}{\omega J(\alpha)} (M_e - M_B(\alpha)) - \frac{\omega}{2J(\alpha)} \frac{dJ(\alpha)}{d\alpha}, \end{aligned} \quad (3b)$$

де $M_e = 1,5(\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx})$ — електромагнітний момент АД.

Надалі для спрощення запишемо систему (3) у векторній формі

$$\frac{d\vec{y}(\vec{x}, \alpha)}{d\alpha} = \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, \vec{u}), \quad (4)$$

де відповідні вектори мають наступний зміст:
 $\vec{y} = (\vec{\psi}, \omega)^T$; $\vec{x} = (\vec{i}, \omega)^T$; $\vec{u} = (u_{sx}, u_{sy}, 0, 0, \dots, 0, 0)^T$;
 $\vec{\psi} = (\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{1x}, \psi_{1y}, \dots, \psi_{nx}, \psi_{ny})^T$;

$$\vec{i} = (i_{sx}, i_{sy}, i_{1x}, i_{1y}, \dots, i_{nx}, i_{ny})^T;$$

$\vec{z} = (z_1, \dots, z_{2n+2}, z_m)^T$ — вектор, компонентами якого є праві частини системи (3), (верхній індекс "T" означає транспонування).

Здійснивши сплайн-апроксимацію координат на сітці $N+1$ вузлів періоду у відповідності з викладеним в [5], отримаємо алгебричний аналог системи (4) $m=(2n+1)$ -го порядку у вигляді нелінійного алгебричного рівняння Nm -го порядку

$$H_C \vec{Y}_C - \vec{Z}_C = \vec{0}, \quad (5)$$

де H_C — блочно-діагональна матриця, яка складається з N однакових блоків (підматриць H) розміру $m \times m$, елементи яких визначаються лише відстанями між вузлами [5]; $\vec{Y}_C = (\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_N)^T$, $\vec{Z}_C = (\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_N)^T$ — вектори, компонентами яких є N векторів розмірності m вузлових значень відповідних змінних.

Невідомим в системі (5) є значення сіткового вектора $\vec{X}_C = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_N)^T$, компонентами якого, в свою чергу, є вектори вузлових значень струмів контурів та швидкості обертання ротора АД. Беручи до уваги, що $\vec{Z}_C = \vec{Z}_C(\vec{Y}_C, \vec{X}_C)$, матриця Якобі має вигляд

$$W = \left(H_C - \frac{\partial \vec{Z}_C}{\partial \vec{Y}_C} \right) \frac{\partial \vec{Y}_C}{\partial \vec{X}_C} - \frac{\partial \vec{Z}_C}{\partial \vec{X}_C}.$$

Внаслідок нелінійної залежності потокозчеплень контурів від струмів, а також наявності в рівнянні руху ротора добутку координат режиму система (5) — нелінійна, як і вихідна система ДР (4), тому її розв'язування може бути здійснене одним із ітераційних методів. Серед них найбільш ефективним є метод Ньютонa, який є локально збіжним, тому існує проблема отримання початкового наближення вектора невідомих. Отримати його можна методом продовження по параметру. В літературі відомі два способи введення параметра до системи нелінійних алгебричних рівнянь [3, 9]. Викладений в [3] спосіб параметризації доцільно застосовувати у тих випадках, коли збурююча дія представлена окремим членом або вектором, значення якого залежить тільки від однієї змінної [7]. Фізична суть цього методу полягає в дискретному нарощуванні вимушуючих сил, якими в нашому випадку є вузлові значення прикладених напруг та моменту навантаження, від нуля до заданих значень. Очевидно, що одночасно нарощувати напруги живлення та момент навантаження пропорційної до деякої координати неможливо, оскільки ці величини пов'язані між собою нелінійно. Тому задачу розрахунку стаціонарного періодичного режиму необхідно розв'язувати в наступній послідовності.

Використовуючи систему ДР (1a) електричної рівноваги, визначаємо значення координат при де-

якому близькому до нуля значенні ковзання $s=s_0$. Очевидно, що такий режим роботи АД відповідає неробочому режимові, тобто відсутності навантаження. Для цього запишемо (1а) в матрично-векторній формі, виділивши в правих частинах вектор \vec{u} прикладених напруг,

$$d\vec{\psi}/dt = \vec{z} + \vec{u}, \quad (6)$$

де $\vec{z} = \vec{z}(\vec{\psi}, \vec{i}, s)$ — вектор правих частин, крім вектора \vec{u} прикладених напруг.

З метою універсальності алгоритмів розрахунку здійснимо сплайн-апроксимацію системи ДР (6) та отримаємо її алгебричний аналог у вигляді

$$H_C \vec{Y}_C - \vec{Z}_C = \vec{U}_C, \quad (7)$$

де $\vec{\Psi}_C = (\vec{\psi}_1, \dots, \vec{\psi}_N)^T$, $\vec{Z}_C = (\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_N)^T$, $\vec{U}_C = (\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_N)^T$.

Для визначення вектора вузлових значень струмів $\vec{I}_C = (\vec{i}_1, \dots, \vec{i}_N)^T$, який відповідає ковзанню $s=s_0$, введемо в систему (7) параметр ϵ шляхом множення на цей параметр вектора \vec{U}_C та продиференціюємо отримане рівняння по цьому параметру. В результаті отримаємо

$$W_C \frac{d\vec{I}_C}{d\epsilon} = \vec{U}_C, \quad (8)$$

де $W_C = \left(H_C - \frac{\partial \vec{Z}_C}{\partial \vec{\Psi}_C} \right) \frac{\partial \vec{\Psi}_C}{\partial \vec{I}_C} - \frac{\partial \vec{Z}_C}{\partial \vec{I}_C}$ — матриця Якобі системи (8), в якій похідна $\frac{\partial \vec{\Psi}_C}{\partial \vec{I}_C}$ — це блочно-діагональна матриця, в якій кожен блок є матрицею диференціальних параметрів, перетворених до осей x, y контурів АД [7].

Інтегруючи векторне рівняння (8) по ϵ в межах від $\epsilon=0$ до $\epsilon=1$ за нульових початкових умов, знаходимо достатньо близьке (у залежності від кількості зроблених кроків) значення вектора \vec{I}_C , яке уточнюється за ітераційною схемою метода Ньютона згідно з формулами

$$\vec{I}_C^{(k+1)} = \vec{I}_C^{(k)} - \Delta \vec{I}_C^{(k)}; \quad W \Delta \vec{I}_C^{(k)} = \vec{Q}^{(k)}, \quad (9)$$

де $\vec{Q}^{(k)}$ — вектор нев'язок системи (7) при значенні вектора $\vec{I}_C = \vec{I}_C^{(k)}$.

Значення вектора \vec{I}_C струмів контурів та швидкості $\omega = (1-s_0)\omega_0$ є початковими умовами для визначення періодичних залежностей координат режиму при заданому періодичному законі зміни навантаження, які отримуємо шляхом розв'язування нелінійної системи (5). При цьому використовується спосіб параметризації, суть якого полягає

в наступному.

Вважаючи вектор прикладених напруг незмінним, обчислюємо вектор нев'язок при значенні вектора $\vec{X}_C = \vec{X}_C^{(0)}$, компоненти якого визначені з першого етапу розрахунку, за формулою

$$\vec{Q}^{(0)} = H_C \vec{Y}_C(\vec{X}_C^{(0)}) - \vec{Z}_C(\vec{Y}_C(\vec{X}_C^{(0)}), \vec{X}_C^{(0)}). \quad (10)$$

Скалярний параметр ϵ вводимо в систему алгебричних рівнянь за схемою

$$H_C \vec{Y}_C - \vec{Z}_C = (1-\epsilon) \vec{Q}^{(0)}. \quad (11)$$

Зміна параметра ϵ від $\epsilon=0$ до $\epsilon=1$ еквівалентна зменшенню вектора нев'язок $\vec{Q}^{(0)}$ до нуля, а сітковий вектор \vec{X}_C змінюється при цьому від $\vec{X}_C = \vec{X}_C^{(0)}$ до значення, яке відповідає розв'язку векторного рівняння (5). Знайти залежність вектора \vec{X}_C від параметра ϵ можна шляхом чисельного інтегрування векторного ДР [9]

$$W_C \frac{d\vec{X}_C}{d\epsilon} = -\vec{Q}^{(0)} \quad (12)$$

в межах від $\epsilon=0$ до $\epsilon=1$, уточнюючи його на кожному кроковий методом Ньютона. Прирости при цьому обчислюються за формулами

$$W_C \Delta \vec{X}_C^{(k)} = \vec{Q}^{(k)}, \quad (13)$$

де $\vec{Q}^{(k)}$ — вектор нев'язок системи (11) при значенні вектора $\vec{I}_C = \vec{I}_C^{(k)}$.

Таким чином, алгоритм розрахунку стаціонарних процесів роботи ШНВУ викладеним вище методом розв'язування крайової задачі складається з двох етапів. Суть першого з них полягає в нарощуванні напруги від нуля до заданого значення. Він виконується за рівняннями електричної рівноваги. Другий етап здійснюється за рівняннями електро-механічної рівноваги. Його суть полягає в нарощуванні прикладеного моменту від його значення при неробочому режимі до заданих вузлових значень. Послідовність розрахунку складається з наступних операцій.

Перший етап.

1. Використовуючи математичну модель верстата-гойдалки, розрахувати вузлові значення $J_j = J_j(\alpha_j)$ моменту інерції установки [6] та його похідної $\left. \frac{dJ(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_j}$ а також вибрати вузлові значення ($j = \overline{1, N}$) момента $M_{vj} = M_{vj}(\alpha_j)$ навантаження та утворити з них відповідні масиви даних.

2. Задатися нульовими початковими значеннями компонент вектора $\vec{I}_C = 0$ і значенням ковзан-

ня $s=s_0$ та здійснити інтегрування методом Ейлера системи ДР (8) по ϵ від нуля до одиниці за кілька кроків, отримавши наближене значення вектора \vec{I}_C . Як свідчить практика розрахунків, воно знаходиться в околі збіжності ітераційного методу Ньютона.

3. Здійснити ітераційне уточнення вектора \vec{I}_C згідно з формулами (9).

Другий етап.

4. Сформувати початкове значення вектора $\vec{X}_C = \vec{X}_C^{(0)}$, в якому кутова швидкість вважається постійною, підставити його в рівняння (5) та обчислити вектор нев'язок $\vec{Q}^{(0)}$.

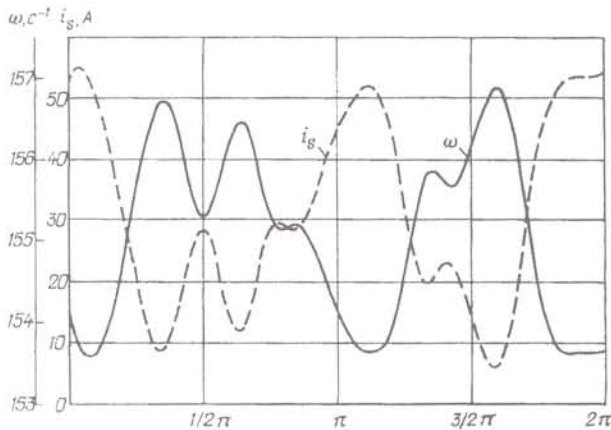
5. Сформувати матрицю Якобі системи (12) та здійснити один крок інтегрування методом Ейлера.

6. Підставити знайдене нове значення вектора $\vec{X}^{(k)}$ у рівняння (11), обчислити нев'язки і уточнити його методом Ньютона.

7. Надати приріст скалярній координаті ϵ і перейти до п. "5".

Відзначимо, що для чисельного інтегрування пропонується застосовувати метод Ейлера з тієї причини, що на кожному крокові вектор змінних уточнюється ітераційним методом. Це дає змогу отримати розв'язок за 5–10 кроків, тобто з невеликим обсягом обчислень.

Як приклад на рисунку показано залежності від кута повороту кривошипа діючого значення струму статора та кутової швидкості обертання ротора двигуна 4AP160S4Y3, який приводить у рух верстат-гойдалку 7СК8-3,5-4000, в стаціонарному режимі роботи ШНВУ, розраховані у відповідності з викладеним вище алгоритмом.



Висновки.

Розроблений алгоритм розрахунку дає змогу отримати періодичні залежності електричних та механічних координат в стаціонарних режимах роботи асинхронного електропривода штангової нафтовидобувної установки в позачасовій області методом розв'язування крайової задачі, що значно скорочує обсяг обчислень і є основою для виконання оптимізаційних розрахунків. Задача розв'язується у два етапи, що забезпечує збіжність ітераційного процесу. При цьому враховується залежність приведенного момента інерції системи електроприводу та момента навантаження установки від кута повороту кривошипа, а також насичення магнітопровода асинхронного двигуна та витіснення струму в стержнях ротора.

1. Бак С.И., Читипаховян С.П. Электрификация блочно-комплектных установок нефтяной промышленности. — М.: Недра, 1989. — 183 с.

2. Бойко В.С. Розробка та експлуатація нафтових родовищ. — К.: Реал Прінт, 2004. — 695 с.

3. Давиденко Д.Ф. Об одном новом методе численного решения систем нелинейных уравнений // ДАН СССР. — 1953. — т.88. — № 4. — С. 601–602.

4. Маляр А.В. Динаміка електроприводу штангової нафтовидобувної установки // Техн. електродинаміка. — 2007. — №2. — С. 50–54.

5. Маляр В.С., Маляр А.В. Математическое моделирование периодических режимов работы электротехнических устройств // Электронное моделирование. — 2005. — Т.27. — №3. — С. 39–53.

6. Справочник по проектированию автоматизированного электропривода и систем управления технологическими процессами / Под ред. В.И. Круповича, Ю.Г. Барыбина, М.Л. Самовера. — М.: Энергоиздат, 1982. — 416 с.

7. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. — К.: Наукова думка, 1979. — 208 с.

8. Фильц Р.В., Оньшико Е.А., Плахтына Е.Г. Алгоритм расчета переходных процессов в асинхронной машине с учетом насыщения и вытеснения тока // Преобразователи частоты для электропривода. — Кишинев: Штиинца, 1979. — С. 11–22.

9. Яковлев М.Н. К решению систем нелинейных уравнений методом дифференцирования по параметру // ЖВМ и МФ. Т.4. — 1964. — № 1. — С. 146–149.

Надійшла 24.07.08