

УДК 621.314

В.І.ГУДИМ, докт.техн.наук, О.В.САМБОРСЬКИЙ (Львівський держ. ун-т "Безпеки життєдіяльності", Львів),
Б.М.ЮРКІВ (ВАТ "Львівобленерго"), А.Я.ПОСТОЛЮК (ІВНКТІ "УКРЗАХІДЕНЕРГОПРОЕКТ", Львів)

Метод контурно-вузлових координат для електрично незв'язаних кіл із взаємоіндуктивними зв'язками

У статті розвинено метод контурно-вузлових координат для аналізу розгалужених електрично незв'язаних електромагнітних кіл з довільною структурою взаємоіндуктивних зв'язків між вітками. Розроблено алгоритм формування рівнянь стану у контурно-вузлових координатах для аналізу режимів електричних кіл на рівні діючих значень напруг та струмів стосовно розгалужених електричних кіл складної структури. Даний алгоритм може бути успішно застосований для формування рівнянь стану з метою аналізу режимів електричних кіл у миттєвих координатах.

В статье развит метод контурно-узловых координат для анализа разветвленных электрически несвязанных электромагнитных цепей с произвольной структурой взаимноиндуктивных связей между ветками. Разработан алгоритм формирования уравнений состояния в контурно-узловых координатах для анализа режимов электрических цепей на уровне действующих значений напряжений и токов применительно к разветвленным электрическим цепям сложной структуры. Данный алгоритм может быть успешно применен для формирования уравнений состояния с целью анализа режимов электрических цепей в мгновенных координатах.

Вступ. З розвитком електричних мереж та появою нового парку електроустановок проблема параметричної електромагнітної сумісності виступає з новою гостротою і вимагає свого вирішення. На етапі проектування систем електропостачання спрогнозувати рівень електромагнітної сумісності параметрів силового електрообладнання і навіть оцінити шляхом наближених розрахунків неможливо. Достатньо задовільні результати можна отримати шляхом математичного моделювання, яке на сучасному етапі є найперспективнішим. Однак до таких моделей встановлюються достатньо високі вимоги з погляду адекватності [3].

На сьогодні достатньо розробленими є математичні моделі електротехнічних комплексів з використанням контурних струмів і магнітних потоків, а для електроенергетичних систем — вузлових напруг [1]. Однак, реалізація математичних моделей на основі цих методів характеризується відомими труднощами, зокрема в сенсі формування та розмірності моделі.

Мета роботи. Враховуючи вказані особливості методів у даній роботі поставлена мета розвинути метод контурно-вузлових координат (на основі поєднання методу вузлових напруг та методу кон-

турних струмів) для розгалужених електрично незв'язаних електромагнітних кіл з довільною структурою взаємоіндуктивних зв'язків між вітками. Мета роботи полягає у тому, щоб на основі класичної системи рівнянь сформувані математичну модель для розгалуженого електричного кола, яке можна поділити на окремі підкола через взаємоіндуктивні зв'язки, при цьому порядок системи рівнянь повинен бути якомога нижчим [2].

Постановка задачі. Існуюча математична модель у контурно-вузлових координатах, отримана для випадку ділення загальної електричної схеми на підсхеми через електричні зв'язки, не забезпечує пониження порядку системи рівнянь у порівнянні з методом контурних струмів. У цьому випадку взаємоіндуктивні зв'язки залишаються, як правило, у підсхемі, яка описується контурними струмами [4].

На практиці зустрічаються електричні кола, які складаються з кількох взаємоіндуктивно зв'язаних підсхем, але не зв'язаних гальванічно. При цьому, для аналізу режимів одних підсхем даної схеми доцільно використовувати метод контурних струмів, а для решти — метод вузлових напруг. У зв'язку з цим впливає доцільність запису системи рівнянь в контурних струмах та вузлових напругах як

єдиного вектора невідомих.

Таким чином, метод контурно-вузлових координат полягає в тому, що вибравши для розрахунку одних підсхем метод контурних струмів, а для решти метод вузлових напруг і сформувавши необхідні рівняння, розв'язуємо їх як систему рівнянь, виділивши в результаті вектор невідомих контурних струмів і вузлових напруг.

Аналіз великої кількості топологічних структур електричних кіл із взаємоіндуктивними зв'язками показав, що кількість рівнянь за цими трьома методами знаходиться у співвідношенні $n_{\text{к.с.}} \geq n_{\text{к.в.к.}} \geq n_{\text{в.н.}}$.

Розв'язання задачі. З метою спрощення викладок розглядається лінійне електричне коло, що певною мірою полегшує формування алгоритму і, відповідно, розв'язання поставленої задачі, хоча даний метод може бути використаний для аналізу і нелінійних електричних кіл.

Відомо, що для розрахунку будь-якої електричної схеми за методом контурних струмів потрібно сформувати матрицю опорів \underline{Z} , що можна зробити безпосередньо зі схеми. Щодо методу вузлових напруг, то для електричних схем, які не мають взаємоіндуктивних зв'язків між вітками, він класично реалізовується за допомогою матриці провідностей \underline{Y} , яка дорівнює оберненій матриці опорів \underline{Z}^{-1} , при цьому провідності віток чисельно дорівнюють оберненим опорам віток схеми. Якщо в схемі вітки пов'язані взаємоіндуктивними зв'язками, то формування матриці провідності безпосередньо зі схеми, особливо якщо електрична схема досить розгалужена і насичена взаємоіндуктивними зв'язками, є досить складною задачею.

В результаті розрахунку і аналізу багатьох схем різної структури встановлено, що для схем, в яких вітки мають між собою по одному взаємоіндуктивному зв'язку, алгоритм безпосереднього запису матриці провідностей \underline{Y} на основі параметрів схеми є наступним.

1. Власна провідність k -тої вітки схеми для випадку, коли вона має взаємоіндуктивний зв'язок з l -тою віткою схеми, записується наступним чином:

$$\underline{Y}_{kk} = \left(\underline{Z}_k - \frac{\underline{Z}_{kl} \underline{Z}_{lk}}{\underline{Z}_l} \right)^{-1}, \quad (1)$$

де $\underline{Z}_k, \underline{Z}_l$ — власні комплексні опори віток підсхеми, $\underline{Z}_{kl}, \underline{Z}_{lk}$ — комплексні опори, що описують взаємозв'язок між вітками підсхеми.

2. Якщо вітка електричного кола не має взаємоіндуктивного зв'язку з іншою віткою, то

$$\underline{Y}_{kk} = \left(\underline{Z}_k \right)^{-1}. \quad (2)$$

3. Взаємна провідність k -тої вітки схеми для випадку, коли вона має взаємоіндуктивний зв'язок з l -тою віткою схеми, записується наступним чи-

ном:

$$\underline{Y}_{kl} = \left(\underline{Z}_{kl} - \frac{\underline{Z}_k \underline{Z}_{lk}}{\underline{Z}_k} \right)^{-1}. \quad (3)$$

Як під час формування матриці опорів \underline{Z} , так і під час формування матриці провідностей \underline{Y} , потрібно враховувати узгодженість напрямів струмів у вітках, які мають між собою взаємоіндуктивні зв'язки. У випадку її неузгодженості у відповідних вітках біля елементів, що описують взаємоіндуктивний зв'язок між ними, ставиться знак мінус.

В загальному випадку для будь-якої електричної схеми, що складається з декількох гальванічно ізольованих підсхем, пов'язаних між собою взаємоіндуктивними зв'язками, рівняння віток у матричній формі записуються у вигляді:

$$\underline{E}_I - \underline{Z}_{I-I} \underline{I}_I - \underline{Z}_{I-II} \underline{I}_{II} - \underline{Z}_{I-III} \underline{I}_{III} - \dots - \underline{Z}_{I-m} \underline{I}_m = \underline{U}_I;$$

$$\underline{E}_{II} - \underline{Z}_{II-I} \underline{I}_I - \underline{Z}_{II-II} \underline{I}_{II} - \underline{Z}_{II-III} \underline{I}_{III} - \dots - \underline{Z}_{II-m} \underline{I}_m = \underline{U}_{II};$$

$$\underline{E}_{III} - \underline{Z}_{III-I} \underline{I}_I - \underline{Z}_{III-II} \underline{I}_{II} - \underline{Z}_{III-III} \underline{I}_{III} - \dots - \underline{Z}_{III-m} \underline{I}_m = \underline{U}_{III};$$

.....

$$\underline{E}_m - \underline{Z}_{m-I} \underline{I}_I - \underline{Z}_{m-II} \underline{I}_{II} - \underline{Z}_{m-III} \underline{I}_{III} - \dots - \underline{Z}_{m-m} \underline{I}_m = \underline{U}_m, \quad (4)$$

де m — кількість гальванічно ізольованих підсхем загальної схеми; $\underline{Z}_{I-I}, \underline{Z}_{II-II}, \underline{Z}_{III-III}, \underline{Z}_{m-m}$ — матриці комплексних опорів, які описують власні опори окремих віток та взаємоіндуктивний зв'язок між ними кожної з підсхем; $\underline{Z}_{I-II}, \dots, \underline{Z}_{I-m}, \dots, \underline{Z}_{m-I}, \dots, \underline{Z}_{m-(m-1)}$ — комплексні опори, які описують вплив однієї підсхеми на іншу через взаємоіндуктивні зв'язки.

Під час формування моделі важливим етапом є вибір координат для окремих підсхем.

На практиці доведено, що з погляду ефективності використання комп'ютерних ресурсів метод вузлових напруг слід застосовувати, якщо кількість незалежних вузлів кола менша від кількості його незалежних контурів ($q-s < p-(q-s)$). У протилежному випадку належить користуватись методом контурних струмів навіть при ($q-s = p-(q-s)$), оскільки останній забезпечує простіше обчислення струмів віток за контурними струмами, ніж метод вузлових напруг за вузловими напругами [3].

У випадку застосування методу вузлових напруг для розрахунку підсхем загальної схеми методом контурно-вузлових координат, в яких вітки мають по одному внутрішньому взаємоіндуктивному зв'язку між собою, незалежно від того, скільки та ж сама вітка має зв'язків з вітками інших підсхем,

замість запису матриці комплексних опорів Z_{m-m} і подальшого її обернення, доцільно одразу формувати матрицю провідностей Y_{m-m} на основі параметрів схеми.

Тому для вибору координат, які доцільно застосувати для цієї чи іншої підсхеми, пропонуємо наступні критерії.

1. Якщо $\frac{p_I}{q_I} = \frac{p_{II}}{q_{II}} = \frac{p_{III}}{q_{III}} = \dots = \frac{p_m}{q_m}$, то для підсхем, в

яких вітки не пов'язані між собою взаємоіндуктивними зв'язками або мають по одному взаємоіндуктивному зв'язку, доцільно застосовувати метод вузлових напруг, а для решти підсхем — метод контурних струмів. В іншому випадку метод вузлових напруг застосовуємо для тих підсхем, де p_m чи q_m має найбільше значення. Тут p_m — кількість віток кожної з підсхем, q_m — кількість вузлів у кожній з підсхем.

2. Якщо $p_I = p_{II} = p_{III} = \dots = p_m$ і $q_I = q_{II} = q_{III} = \dots = q_m$, то, як і в попередньому випадку, для підсхем, в яких вітки не пов'язані між собою взаємоіндуктивними зв'язками або мають по одному взаємоіндуктивному зв'язку, доцільно використовувати метод вузлових напруг, а для решти підсхем — метод контурних струмів. В іншому випадку метод вузлових напруг застосовуємо для будь-яких підсхем загальної схеми.

3. Якщо $\frac{p_i}{q_i} \leq \left(\sum_{i=1}^m \frac{p_i}{q_i} \right) / m$, то для тих підсхем, де ця умова виконується, застосовуємо метод контурних струмів, а для решти підсхем — метод вузлових напруг.

Для прикладу сформуємо систему рівнянь в контурно-вузлових координатах для електричної схеми, в якій є три гальванічно ізольовані підсхеми, зв'язані між собою взаємоіндуктивними зв'язками (рис. 1). Припустимо, що за вищенаведеним алгоритмом для першої і третьої підсхем потрібно застосувати метод контурних струмів, а для другої — метод вузлових напруг, при цьому всі вектори і матриці розіб'ємо на блоки відповідно до підсхем.

У загальному випадку векторні рівняння напруг віток у матричній формі для даної схеми із врахуванням взаємоіндуктивних зв'язків між підсхемами запишуться у вигляді

$$\vec{E}_I - Z_{I-I} \vec{I}_I - Z_{I-II} \vec{I}_II - Z_{I-III} \vec{I}_III = \vec{U}_I; \quad (5)$$

$$\vec{E}_{II} - Z_{II-II} \vec{I}_II - Z_{II-I} \vec{I}_I - Z_{II-III} \vec{I}_III = \vec{U}_{II}; \quad (6)$$

$$\vec{E}_{III} - Z_{III-III} \vec{I}_III - Z_{III-I} \vec{I}_I - Z_{III-II} \vec{I}_II = \vec{U}_{III}. \quad (7)$$

Замінивши струми віток першої і третьої підсхем контурними [3] $\vec{I}_I = \Gamma_I \vec{I}_k$, $\vec{I}_{III} = \Gamma_{III} \vec{I}_k$ та напруги віток другої підсхеми вузловими напру-

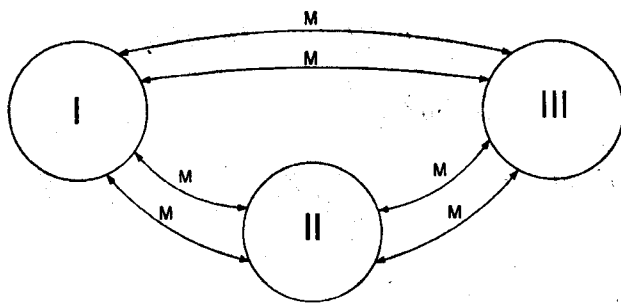


Рис. 1

гами $\vec{U}_{II} = \Pi_{III} \vec{U}_{e_{II}}$ і підставивши у (5)–(7) та врахувавши, що $\Gamma_I \vec{U}_I = 0$, $\Gamma_{III} \vec{U}_{III} = 0$, отримаємо

$$\Gamma_I \vec{E}_I - \Gamma_I (Z_{I-I} \Gamma_I \vec{I}_k + Z_{I-II} \vec{I}_II + Z_{I-III} \Gamma_{III} \vec{I}_k) = 0; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{II} - Z_{II-I} \Gamma_I \vec{I}_k - Z_{II-II} \vec{I}_II - Z_{II-III} \Gamma_{III} \vec{I}_k = \\ = \Pi_{III} \vec{U}_{e_{II}}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{III} \vec{E}_{III} - \Gamma_{III} (Z_{III-III} \Gamma_{III} \vec{I}_k + Z_{III-I} \Gamma_I \vec{I}_k + \\ + Z_{III-II} \vec{I}_II) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Виразивши із (9) вектор струму \vec{I}_II , підставивши його у (8) і (10) та врахувавши, що $\Pi_{III} \vec{I}_k = 0$, остаточно отримуємо математичну модель у вигляді

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \vec{I}_k \\ \vec{U}_{e_{II}} \\ \vec{I}_k \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} \Gamma_I & -\Gamma_I Z_{I-II} Z_{II-II}^{-1} & 0 \\ 0 & \Pi_{III} Z_{II-II}^{-1} & 0 \\ 0 & -\Gamma_{III} Z_{III-II} Z_{II-II}^{-1} & \Gamma_{III} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \vec{E}_I \\ \vec{E}_{II} \\ \vec{E}_{III} \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (11)$$

де $a_{11} = \Gamma_I Z_{I-I} \Gamma_I - \Gamma_I Z_{I-II} Z_{II-II}^{-1} Z_{II-I} \Gamma_I$;

$$a_{21} = \Pi_{III} Z_{II-II}^{-1} Z_{II-I} \Gamma_I$$
;

$$a_{31} = \Gamma_{III} Z_{III-I} \Gamma_I - \Gamma_{III} Z_{III-II} Z_{II-II}^{-1} Z_{II-I} \Gamma_I$$
;

$$a_{12} = -\Gamma_I Z_{I-II} Z_{II-II}^{-1} \Pi_{III}; \quad a_{22} = \Pi_{III} Z_{II-II}^{-1} \Pi_{III}$$
;

$$a_{32} = -\Gamma_{III} Z_{III-II} Z_{II-II}^{-1} \Pi_{III}$$
;

$$a_{13} = \Gamma_I Z_{I-III} \Gamma_{III} - \Gamma_I Z_{I-II} Z_{II-II}^{-1} Z_{II-III} \Gamma_{III};$$

$$a_{23} = \Pi_{II} Z_{II-II}^{-1} Z_{II-III} \Gamma_{III};$$

$$a_{33} = \Gamma_{III} Z_{III-III} \Gamma_{III} - \Gamma_{III} Z_{III-II} Z_{II-II}^{-1} Z_{II-III} \Gamma_{III}.$$

Розв'язавши систему рівнянь (11), отримуємо контурні струми першої та третьої підсхем і вузлові напруги другої підсхеми, які перераховуємо у струми і напруги віток відповідних підсхем.

Для підтвердження адекватності отриманої математичної моделі наведемо чисельний приклад розрахунку складного електричного кола, котре складається з трьох гальванічно ізольованих підсхем, що мають між собою лише взаємоіндуктивні зв'язки (рис. 2).

Для даної схеми згідно з алгоритмом вибору координат розрахунку підсхем до першої і третьої підсхем застосовуємо метод контурних струмів, а для другої — метод вузлових напруг, при цьому кількість рівнянь за методом контурно-вузлових координат становить $n_{к.в.к.} = 8$. Для порівняння: за методом вузлових напруг для даної схеми кількість рівнянь становить $n_{в.н.} = 7$, а за методом контурних струмів — $n_{к.с.} = 11$. Оскільки в другій підсхемі вітки мають по одному взаємоіндуктивному зв'язку між собою, матрицю провідностей формуємо безпосередньо зі схеми.

На схемі (рис. 2) у кружечках позначено номери вузлів, які нумеруються наскрізно в довільному порядку, а як базові можуть бути вибрані будь-які вузли у кожній із підсхем.

Для забезпечення наглядності розв'язання прийнято, що вектори ЕРС кожної з підсхем мають наступні значення:

$$\vec{E}_I = \begin{pmatrix} 260 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 400 \\ 150 \end{pmatrix}; \quad \vec{E}_{II} = \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \\ 0 \\ 180 \\ 360 \end{pmatrix}; \quad \vec{E}_{III} = \begin{pmatrix} 80 \\ 0 \\ 120 \\ 110 \\ 0 \\ 0 \\ 240 \end{pmatrix}.$$

Матриці комплексних власних і взаємних опорів та провідностей підсхем із врахуванням узгодженості щодо умовних напрямів струмів віток (на схемі це показано символом "*" та коефіцієнтом взаємоіндуктивного зв'язку між вітками $k_{зв} = 0,9$ запишуться у вигляді

$$Z_{I-I} = \begin{pmatrix} 2+j8 & 0 & 0 & -j6,735 & 0 & 0 \\ 0 & 4+j3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6+j7 & 0 & 0 & 0 \\ -j6,735 & 0 & 0 & 1+j7 & j4,762 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j4,762 & 2+j4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7+j2 \end{pmatrix};$$

$$Z_{I-II} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j1,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j2,846 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

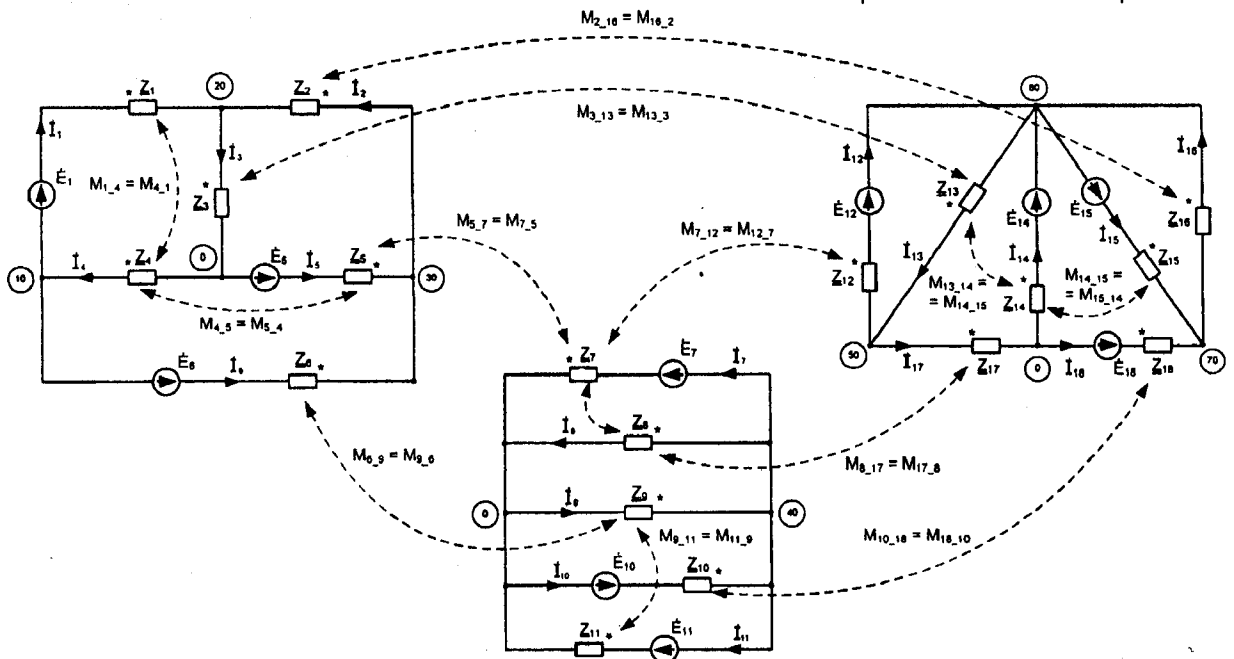


Рис. 2

$$\underline{Z}_{I-III} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -j4,409 & 0 & 0 \\ 0 & -j7,144 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\underline{Z}_{II-I} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & j1,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j2,846 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\underline{Y}_{II-II} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & a_{35} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} \end{vmatrix},$$

где $a_{11} = 0,224 - j0,027$; $a_{12} = 0,053 + j0,035$;

$a_{21} = 0,053 + j0,035$; $a_{22} = 0,087 - j0,081$;

$a_{33} = 0,129 - j0,099$; $a_{35} = 0,07 + j0,024$

$a_{44} = 0,065 - j0,041$;

$a_{53} = 0,07 + j0,024$; $a_{55} = 0,086 - j0,019$;

$$\underline{Z}_{II-III} = \begin{vmatrix} j2,381 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j3,118 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j7,144 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\underline{Z}_{III-I} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j7,144 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j4,409 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\underline{Z}_{III-II} = \begin{vmatrix} j2,381 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j3,118 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j7,144 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\underline{Z}_{III-III} = \begin{vmatrix} 4+j7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6+j9 & j6,037 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j6,037 & 2+j5 & a_{34} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j4,025 & a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{77} \end{vmatrix},$$

где $a_{34} = -j4,025$, $a_{44} = 5 + j4$, $a_{55} = 4 + j8$,

$a_{66} = 17 + j2$, $a_{77} = 10 + j9$.

Для першої та третьої підсхем матриці контурів мають наступний вигляд:

$$\Gamma_I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}; \quad \Gamma_{III} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Матриця вузлових сполучень для другої підсхеми записується у вигляді

$$\Pi_{II} = (-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1).$$

Реалізуючи модель (11) на основі вищевказаних матриць та векторів для схеми рис. 2 з використанням відомого програмного комплексу MathCAD 2001, було виконано розрахунок усталеного процесу. Розраховані значення вектора координат режиму розрахункової схеми:

$$\dot{I}_{k1} = 7,797 - j15,595 \text{ А}, \quad \dot{I}_{k2} = 9,871 - j5,677 \text{ А},$$

$$\dot{I}_{k3} = -12,88 + j2,162 \text{ А}, \quad \dot{U}_{400} = -112,797 - j5,893 \text{ В},$$

$$\dot{I}_{k8} = 2,008 - j7,697 \text{ А}, \quad \dot{I}_{k9} = 7,552 - j1,549 \text{ А},$$

$$\dot{I}_{k10} = -0,006 + j5,088 \text{ А}, \quad \dot{I}_{k11} = 8,232 - j5,59 \text{ А}.$$

Використавши отримані значення контурних струмів та вузлової напруги, обчислюємо значення напруг і струмів віток розрахункової схеми, які наведені у таблиці.

З метою перевірки достовірності отриманих результатів схему рис. 2 було також розраховано за методом контурних струмів з аналогічними значеннями параметрів схеми. Розраховані значення контурних струмів розрахункової схеми:

$$\dot{I}_{k1} = 7,797 - j15,595 \text{ А}, \quad \dot{I}_{k2} = 9,871 - j5,677 \text{ А},$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{k3} &= -12,88 + j2,162 \text{ A}, & \dot{I}_{k4} &= 28,063 - j21,352 \text{ A}, \\ \dot{I}_{k5} &= 25,47 - j11,754 \text{ A}, & \dot{I}_{k6} &= -11,576 - j10,877 \text{ A}, \\ \dot{I}_{k7} &= 28,411 + j0,696 \text{ A}, & \dot{I}_{k8} &= 2,008 - j7,697 \text{ A}, \\ \dot{I}_{k9} &= 7,552 - j1,549 \text{ A}, & \dot{I}_{k10} &= -0,006 + j5,088 \text{ A}, \\ \dot{I}_{k11} &= 8,232 - j5,59 \text{ A}. \end{aligned}$$

Струми і напруги віток	$\dot{I}_p, \text{ A}$	$\dot{U}_p, \text{ B}$
Номер вітки, p		
1	7,797 - j15,596	210,116 - j65,481
2	9,871 - j5,677	-31,87 + j29,392
3	17,668 - j21,272	-188,867 + j72,243
4	-5,082 - j13,433	-21,249 - j6,824
5	22,751 - j7,839	220,737 - j101,635
6	-12,88 + j2,162	241,987 - j94,811
7	28,063 - j21,352	112,797 + j5,893
8	-2,593 + j9,598	112,797 + j5,893
9	37,046 - j0,877	-112,797 + j5,893
10	16,835 - j10,181	-112,797 - j5,893
11	28,411 + j0,696	112,797 + j5,893
12	2,008 - j7,697	-32,75 - j50,094
13	9,56 - j9,246	32,75 + j50,094
14	7,546 + j3,539	68,803 - j69,412
15	8,226 - j0,502	52,617 - j0,024
16	8,232 - j5,59	-52,617 + j0,024
17	7,552 - j1,549	-101,553 + j19,317
18	-0,006 - j5,088	121,42 - j69,436

Порівнюючи отримані результати за методом контурно-вузлових координат та методом контурних струмів для першої та третьої підсхем, від-

значаємо повне співпадіння, що свідчить про належну адекватність математичної моделі в сенсі точності.

Даний метод було застосовано для аналізу електричних схем, які складаються з двох, трьох, чотирьох і більшої кількості ізольованих підсхем. Результати виконаних розрахунків підтвердили висновок про адекватність методу контурно-вузлових координат.

Висновки. 1. Порядок системи рівнянь в методі контурно-вузлових координат знаходиться в межах між порядками системи рівнянь в методі контурних струмів та системи рівнянь в методі вузлових напруг.

2. Адекватність отриманої математичної моделі підтверджена шляхом порівняння результатів, отриманих шляхом розрахунку електричного кола за методом контурних струмів. Порівняння показали, що за умови однакових параметрів схеми результати абсолютно співпадають.

3. Запропоновану математичну модель доцільно використовувати для аналізу режимів та процесів електроустановок, які містять асинхронні машини та їм подібне електрообладнання, що містить індуктивно пов'язані електричні кола з суттєвою відмінністю кількості незалежних контурів та вузлів.

1. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. — М.: Энергоатомиздат, 1988. — 288 с.

2. Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ.: Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова, — М.: Сов. Радио, 1978. — 720 с.

3. Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. З-вид. Переп. і доп. — Львів: Вища школа. — 1989. — 464 с.

4. Dudurych I., Gudym V. Mesh-nodal network analysis // IEEE Transaction on Power Systems. — 1999. — Vol. 14. — № 4.

Надійшла 25.09.06