

АМОРФНОЕ И ЖИДКОЕ СОСТОЯНИЯ

PACS numbers: 61.25.Mv, 61.72.Qq, 64.70.dg, 64.75.Ef, 81.05.Ni, 81.30.Fb, 81.40.Cd

Влияние концентрации тугоплавкого компонента в зоне несмешиваемости фаз в жидком состоянии сплава BiZn и скорости охлаждения микроэмульсии при затвердевании на количество ультрадисперсных включений

В. А. Середенко, Е. В. Середенко, А. А. Паренюк

*Физико-технологический институт металлов и сплавов НАН Украины,
бульв. Академика Вернадского, 34/1,
03142 Киев, Украина*

В работе исследовано влияние снижения концентрации более тугоплавкого компонента в зоне несмешиваемости сплава монотектической системы BiZn на дисперсность включений в структуре «замороженной микроэмульсии» металлических чешуек, полученных методом высокоскоростного охлаждения расплава. Определено, что закалка расплава приводит к увеличению дисперсности включений при сохранении плотности их распределения в структуре образцов и снижении диапазона размеров включений дисперсной фазы. Выявлены условия достижения 100% содержания ультрадисперсных включений и высокой плотности их распределения в структуре чешуек.

Ключевые слова: дисперсноупрочнённые сплавы, область несмешиваемости, «замороженная микроэмульсия», высокоскоростное охлаждение, ультрадисперсные включения.

В роботі досліджено вплив пониження концентрації більш тяжкотопкого компонента в області незмішуваності стопу монотектичної системи BiZn на дисперсність включень у структурі «замороженої мікроемульсії» ме-

Corresponding author: Oleksandr Anatoliyovych Parenjuk
E-mail: aleksandr.parenjuk@gmail.com

*Physico-Technological Institute of Metals and Alloys, N.A.S. of Ukraine,
34/1 Academician Vernadsky Blvd., UA-03142 Kyiv, Ukraine*

Please cite this article as: V. O. Seredenko, O. V. Seredenko, and O. A. Parenjuk, Influence of Concentration of a Refractory Component in a Zone of Immiscibility of Phases in Liquid State of a BiZn Alloy and Cooling Rate of a Microemulsion at Solidification on Amount of Ultradispersed Inclusions, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, 39, No. 9: 1253–1265 (2017) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.39.09.1253.

талевих лусочок, одержаних методом високошвидкісного охолодження розтопу. Визначено, що пониження концентрації більш тяжкотопкого компонента в зоні незмішуваності приводить до збільшення дисперсності включень при збереженні густини їх розподілу в структурі зразків і пониженні діяпазону розмірів включень дисперсної фази. З'ясовано умови досягнення 100% вмісту ультрадисперсних включень і високої густини їх розподілу в структурі лусочок.

Ключові слова: дисперснозміцнені стопи, область незмішуваності, «заморожена мікроемульсія», високошвидкісне охолодження, ультрадисперсні включення.

Influence of the refractory-components' concentration decreasing in the miscibility gap on the dispersion of inclusions in the structure of 'frozen microemulsion' of metal flakes obtained by high-speed melt cooling is investigated by the example of the monotectic BiZn system alloy. As determined, the refractory components' concentration decreasing leads to an increase of the inclusions' dispersion, maintaining the density of their distribution in the structure of samples, and reducing the size range of dispersed-phase inclusions. The conditions for achieving 100% content of ultradispersed inclusions and a high density of their distribution in the structure of flakes are ascertained.

Key words: dispersion-hardened alloys, miscibility gap, 'frozen microemulsion', high-speed cooling, ultradispersed inclusions.

(Получено 11 июля 2017 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие современной техники требует значительного улучшения свойств металлических материалов, в том числе композиционных и, в частности, дисперсноупрочнённых сплавов. Формирование в металлической матрице упрочняющей фазы с дисперсными и ультрадисперсными размерами (0,01–0,5 мкм [1]) включений позволяет существенно повысить её физико-механические свойства. В этом направлении непрерывно ведётся активный научный поиск, связанный с возрастающими потребностями аэрокосмической, автомобильной и электротранспортной отраслей промышленности.

В металлических сплавах монотектических систем существует область несмешивания фаз в жидком состоянии, благодаря которой в расплаве может формироваться эмульсия. При соответствующих условиях охлаждения и затвердевания данное состояние фиксируется в твёрдом сплаве и образуется структура «замороженной эмульсии». Сплавы с такой структурой обладают высокой прочностью, тепло- и электропроводностью, износостойкостью и применяются в современной технике для эксплуатации в условиях повышенных и высоких температур [2, 3]. Для обеспечения необходи-

мых свойств сплавов в структуре «замороженной эмульсии» должны присутствовать включения с размерами ~ 10 мкм, которые фиксируются в основе материала при скорости охлаждения $v_0 \sim 10^2$ К/с [3, 4]. Актуальной задачей современной науки и техники является улучшение свойств сплавов за счёт создания структуры «замороженной микроэмульсии» с ультрадисперсными размерами (не более 0,5 мкм) тугоплавких включений [4]. Применение высоких и сверхвысоких скоростей охлаждения (10^3 – 10^8 К/с) расплавленного металла в современном материаловедении является одним из основных приёмов для получения металлических композиционных материалов с набором свойств, недостижимым при традиционных подходах (производство порошков, лент, чешуек, волокон) [5, 6]. Чешуйки (тонкие пластинки) из сплава со структурой «замороженной микроэмульсии» могут использоваться как материал для получения изделий методами порошковой металлургии.

Для сплавов со структурой «замороженной микроэмульсии» имеются только отдельные сведения по зависимости дисперсности включений от скорости охлаждения расплава. Перспектива получения сплавов, упрочнённых включениями с размерами < 1 мкм, появилась в результате обнаружения над областью макрорасслоения жидких фаз монотектических систем зоны микрорасслоения с наноразмерными микрогруппировками [7]. Экспериментально установлено, что снижение доли диспергируемой фазы в зоне несмешиваемости ведёт к смещению максимума распределения размеров в сторону мелких капель [8].

Для изучения особенностей формирования структуры эмульгированных сплавов применяются сплавы с невысокой температурой плавления, прежде всего цинк–висмут с обширным куполом несмешивания от 16 до 98% масс. цинка [9]. В работе [10] были установлены особенности формирования структур сплава висмута с 30% масс. цинка (14% масс. цинка в зоне несмешивания) с учётом условий теплоотвода. В условиях эксперимента на стальной подложке при скорости охлаждения $v_0 = 3,56 \cdot 10^5$ К/с достигнута дисперсность включений $b_{cp} = 1,40 \pm 0,13$ мкм с плотностью распределения $q = 1,78 \cdot 10^5$ мм⁻².

Целью данной работы является изучение влияния снижения концентрации второго (более тугоплавкого) компонента в зоне несмешиваемости сплава на структуру чешуек, установление зависимости дисперсности включений от скорости охлаждения и определение условий получения сплава со структурой «замороженной микроэмульсии» с ультрадисперсными размерами включений.

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводили на замонотектическом сплаве висмута с

25% масс. цинка (9% масс. цинка в зоне несмешивания). Использовали цинк марки ЧДА и висмут технической чистоты. Расплав готовили в печи электросопротивления и перегревали до 833 К, что на 323 К выше температуры области несмешивания сплава [9]. Расплав перемешивали алундовым стержнем. Пробы расплава отбирали предварительно подогретой алундовой ложечкой и сбрасывали порцию сплава с высоты 0,20–0,35 м на стальную полированную подложку, где металл охлаждался и затвердевал. В результате были получены чешуйки в диапазоне толщин $b_{\text{ч}}$ от 320 до 36 мкм (образцы №№ 1–9). При помощи металлографического микроскопа выполнялась фотофиксация поверхности контакта полученных чешуек с подложкой. На фото накладывали размерную сетку с фиксированным шагом и определяли площадь поверхности контакта.

Скорость охлаждения рассчитывали по методике, приведённой в работе [10], с использованием уравнения Ньютона–Рихмана при коэффициенте теплоотдачи от образца к подложке $\alpha = 1,42 \cdot 10^5$ Вт/м²·К, с учётом контактного сопротивления воздуха, замкнутого между неровностями на подложке. При анализе влияния тепловых процессов на формирование структуры чешуек применяли безразмерные числа Био (Bi) и Фурье (Fo) [11]. Первое из них представляет собой отношение термического сопротивления теплопроводности в образце (чешуйке) к сопротивлению теплоотдачи между его поверхностью и охлаждающей подложкой, т.е. безразмерный коэффициент теплообмена. Число Био характеризует не абсолютную, а относительную интенсивность теплообмена, и для геометрически подобных тел равенство чисел Био определяет подобие распределений температуры (температурных полей). Число Фурье характеризует соотношение скорости изменения тепловых условий в окружающей среде и скорости перестройки поля температуры внутри рассматриваемого образца в процессе охлаждения (зависит от размеров тела и коэффициента его теплопроводности). Некоторые данные для расчёта Bi и Fo взяты из [10].

Полученные чешуйки с помощью пластмассы фиксировали в обойме и делали шлиф поперечного сечения. Размеры и толщину чешуек определяли по ГОСТ 1778-70 Сталь.

Металлографические методы определения неметаллических включений: Метод Л: Вариант Л2 (для увеличения 500–520): с помощью оптического микроскопа МЕТАМ Р-1 определяли средний размер дисперсных включений упрочняющей фазы ($b_{\text{ср}}$) и их количество на единице площади шлифа (q). Подсчёт количества включений производился в 16 местах в чешуйках толщиной 120–320 мкм на площади 156 мкм², а в чешуйках 36–105 мкм на площади 81 мкм². Обработка результатов измерений осуществлялась согласно [12], а также с помощью интервальной оценки истинного значения определяемой величины по методике, приведённой в работе [13] для

задач, в которых число измерений (наблюдений) не превосходит 20 [14].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В результате проведенных экспериментов и расчетов была определена скорость охлаждения чешуек и её связь с их толщиной, которая представлена на рис. 1.

Как видно из рис. 1 эта зависимость существенно нелинейна и может быть приближённо описана уравнением $v_o = 4,40 \cdot 10^7 \cdot b_{\text{ч}}^{-1}$. При этом скорость охлаждения резко возрастает при достижении толщиной чешуек значений менее 100 мкм. Даже при относительно незначительном возрастании скорости охлаждения (правый участок кривой на рис. 1) структура образцов значительно изменилась — резко выросла дисперсность включений и однородность их распределения (рис. 2).

Чешуйки различались по толщине: для образцов № 1 (320 мкм) и № 2 (180 мкм) — 140 мкм, для образцов № 3 (155 мкм) и № 7 (90 мкм) — 15 мкм, и для образцов № 8 (75 мкм) и № 9 (36 мкм) — 39 мкм. Соответственно, отношение скоростей охлаждения первого и последнего образца составило 8,89.

При изучении структур полученных чешуек в поперечных сечениях установлена существенная зависимость распределения размеров включений дисперсной фазы от скорости охлаждения. Наиболее характерные типы распределений включений по размерам

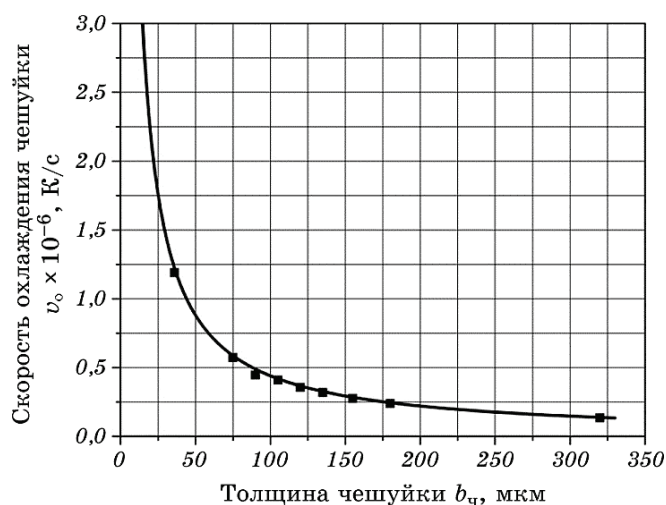


Рис. 1. Связь скорости охлаждения чешуек с их толщиной.

Fig. 1. The relationship between the cooling rate of flakes and their thickness.

представлены на рис. 3.

Анализ данных представленных на рис. 3 показывает, что количество более мелких включений дисперсной фазы растёт с увеличением скорости охлаждения и при этом наблюдается сужение общего диапазона размеров включений (с 0,4–9,0 до 0,1–3,1 мкм). Для чешуек, полученных при скорости охлаждения $0,13 \cdot 10^6$ К/с (рис. 3, а), чётко прослеживались три диапазона распределения включений по толщине образца, и такая тенденция сохранялась до v_0 $0,24 \cdot 10^6$ К/с. Данные особенности структуры чешуек по толщине совпадали с типом структуры образцов сплава BiZn с концентрацией дисперсного компонента (Zn) большей в 1,6 раза [10]. Образцы, полученные в указанной работе при $v_0 = 0,14 \cdot 10^6$ К/с, также имели три зоны (нижняя — у стальной подложки, верхняя — со стороны воздуха и средняя зона между ними), неоднородные по распределению включений и по их размерам.

В рассматриваемом диапазоне скоростей охлаждения можно выделить следующие диапазоны распределения включений по размерам: первая группа, самая многочисленная, была представлена в диапазоне 0,4–2,5 мкм (см. рис. 3, а), затем следовала вторая группа (20% от общего количества включений), но в очень узком диапазоне размеров 2,8–3,1 мкм, третья группа представлена малым количеством включений (10–15%), рассеянных в достаточно широком диапазоне размеров — от 3,4 мкм до 6,0 мкм (скорость охлаждения $0,13 \cdot 10^6$ К/с). При скорости охлаждения $0,45 \cdot 10^6$ К/с зафиксировано минимальное количество включений второй группы ($\cong 1\%$) (см. рис. 3, в). При дальнейшем росте скорости охлаждения включения второй группы в структуре чешуек не наблюдались. В

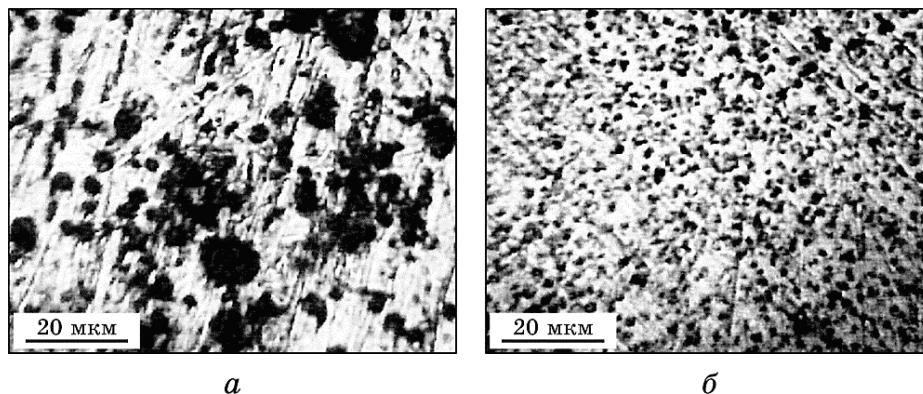


Рис. 2. Структуры образцов (чешуйки толщиной 320 и 120 мкм), полученных при разных скоростях охлаждения v_0 : $0,13 \cdot 10^6$ К/с (а), $0,36 \cdot 10^6$ К/с (б).

Fig. 2. The structures of samples (flakes with thickness of 320 and 120 μm) obtained at different cooling rates, v_0 : $0,13 \cdot 10^6$ К/s (а), $0,36 \cdot 10^6$ К/s (б).

первой группе включений при повышении скорости охлаждения доля ультрадисперсных включений непрерывно возрастала и была наибольшей при максимально достигнутой скорости охлаждения в $1,19 \cdot 10^6$ К/с (см. рис. 3, *з*).

Согласно полученным экспериментальным данным построена зависимость количества ультрадисперсных включений от скорости охлаждения — рис. 4.

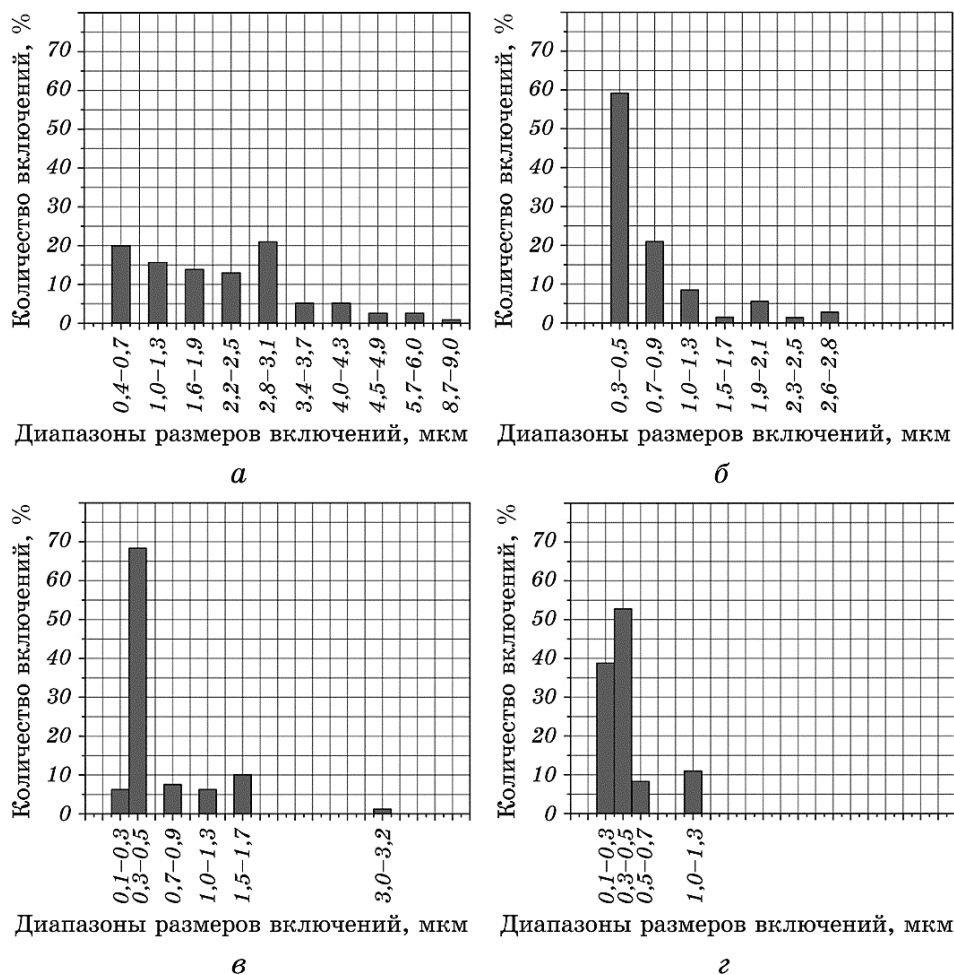


Рис. 3. Распределение включений по количеству (в процентах от их общего числа) в разных диапазонах размеров в зависимости от скорости охлаждения v_c : $0,13 \cdot 10^{-6}$ К/с (*а*), $0,36 \cdot 10^{-6}$ К/с (*б*), $0,45 \cdot 10^{-6}$ К/с (*в*), $1,19 \cdot 10^{-6}$ К/с (*з*).

Fig. 3. Distribution of inclusions by the percentages of their total number for different size ranges in dependence on the rate of cooling, v_c : $0,13 \cdot 10^{-6}$ K/s (*a*), $0,36 \cdot 10^{-6}$ K/s (*b*), $0,45 \cdot 10^{-6}$ K/s (*v*), $1,19 \cdot 10^{-6}$ K/s (*z*).

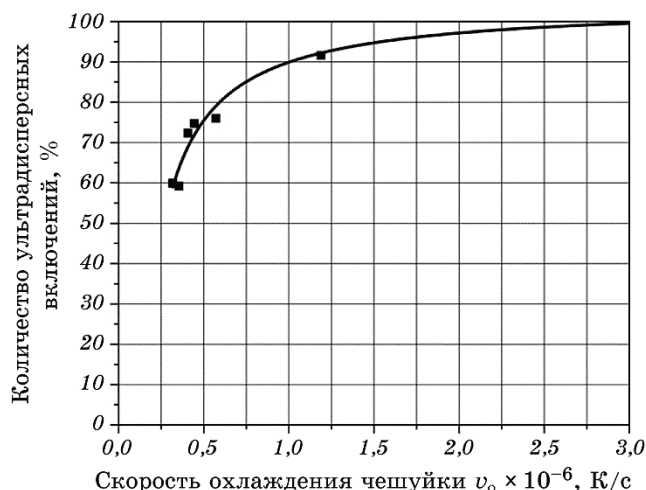


Рис. 4. Зависимость количества ультрадисперсных включений в образцах от скорости их охлаждения.

Fig. 4. Dependence of the amount of ultradispersed inclusions in the samples on the rate of their cooling.

Как видно из рис. 4, темп возрастания количества ультрадисперсных включений резко снижается при достижении скорости охлаждения более $1 \cdot 10^6$ K/c и их содержания 90% от общего количества включений. Согласно полученной прогнозной зависимости, 100% ультрадисперсных включений можно достигнуть при скорости охлаждения $\cong 3 \cdot 10^6$ K/c.

С целью обобщения полученных результатов средние размеры включений b_{cp} в образцах представлены в безразмерном виде, т.е. их значения отнесены к числовой характеристике верхней границы диапазона ультрадисперсности (0,5 мкм) — $k_b = b_{cp}/0,5$. Зависимость k_b от числа Фурье (критерия тепловой гомохронности, характеризующего сходственные временные моменты — когда отношение между подобными интервалами времени течения процесса, что имеет место в двух системах, постоянно [11]) представлена на рис. 5.

В условиях проведённых исследований средние значения размеров включений в образцах достигли ультрадисперсности при выполнении условия $Fo > 1$ (рис. 5). При превышении числом Фурье значения равного 1 темп уменьшения размеров в зоне ультрадисперсности резко снижается.

Взаимосвязь величины k_b со значениями числа Bi , представленная на рис. 6, показала, что размеры включений в образцах достигали ультрадисперсного диапазона при значениях числа $Bi < 0,7$.

Поскольку полученное значение Bi близко к 1, то это означает, что температурный перепад является величиной того же порядка,

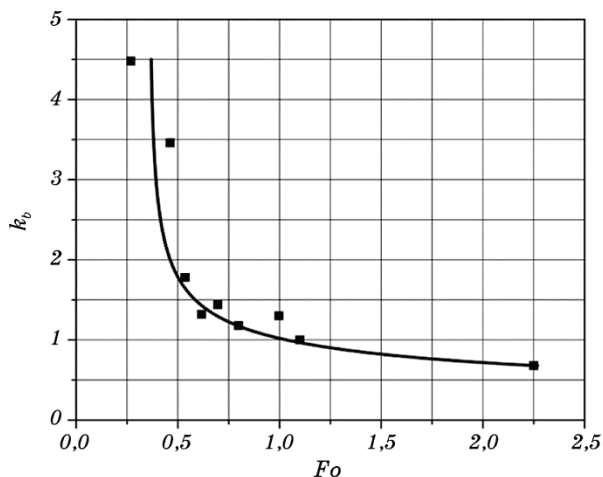


Рис. 5. Зависимость отношения k_b от числа Фурье (Fo).

Fig. 5. Dependence of the ratio k_b on the Fourier number (Fo).

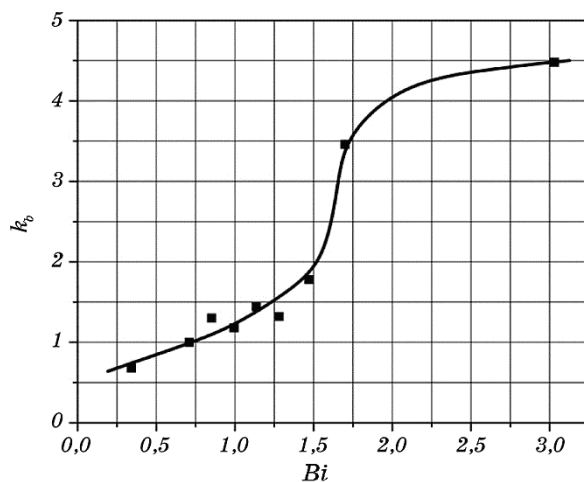


Рис. 6. Зависимость безразмерной величины k_b от относительной интенсивности теплообмена в образцах — числа Био (Bi).

Fig. 6. Dependence of the dimensionless quantity k_b on the relative intensity of heat transfer in the samples—the Biot number (Bi).

что и температурный напор, и при исследовании нестационарных процессов этот случай представляет наибольшие трудности для теоретического анализа.

Изучение связи плотности распределения включений в чешуйках от числа Фурье показало её существенную нелинейность (рис. 7).

При увеличении числа Fo от 0,3 до 1,0 плотность распределения включений в полученных образцах выросла в 4 раза. При дальней-

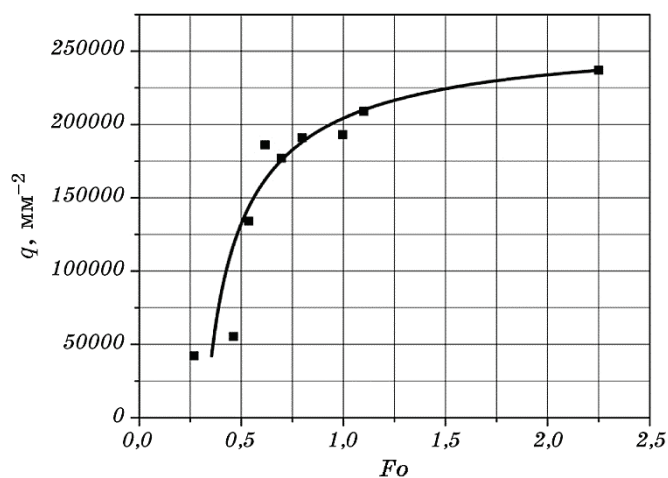


Рис. 7. Зависимость плотности распределения включений в образцах от числа Фурье.

Fig. 7. Dependence of the distribution density of inclusions in samples on the number Fo .

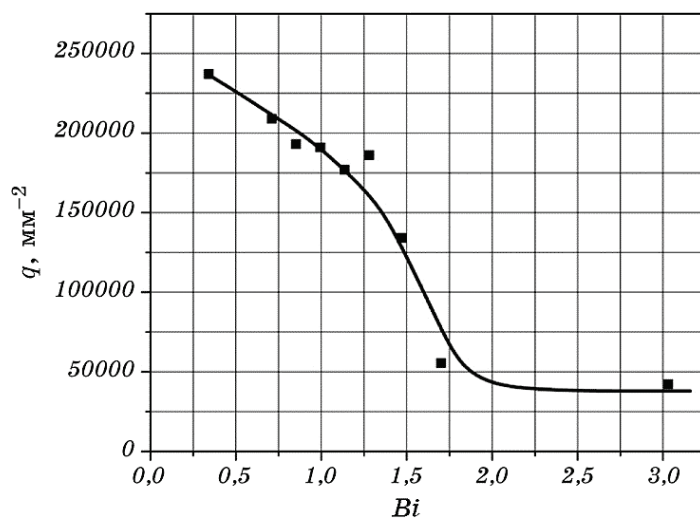


Рис. 8. Зависимость плотности распределения включений в образцах от числа Био.

Fig. 8. Dependence of the distribution density of inclusions in samples on the Biot number.

шем увеличении числа Fo наблюдалось резкое замедление темпа прироста плотности распределения q , что свидетельствует о менее благоприятных условиях образования новых включений.

Зависимость плотности распределения включений в чешуйках от числа Био представлена на рис. 8. Из которого видно, что снижение числа Био от 3,0 до 2,0 не сопровождается заметным увеличением величины q . При дальнейшем уменьшении числа Био характер зависимости резко меняется и демонстрирует существенный рост плотности распределения включений. Однако при значениях числа Био меньше 1,3 темп возрастания q несколько снижается.

В результате проведённых экспериментов на сплаве BiZn с уменьшенным в 1,6 раза содержанием цинка в зоне несмешивания (на 5% масс.) по сравнению с данными работы [10] было выяснено, что дисперсность включений выросла в 1,9 раза в образцах, полученных при одинаковых скоростях охлаждения, при сохранении значения плотности распределения включений на уровне $1,8 \cdot 10^5 \text{ мм}^{-2}$.

4. ВЫВОДЫ

Установлено, что снижение в 1,6 раза концентрации второго (более тугоплавкого) компонента в сплаве BiZn в зоне несмешиваемости сплава приводит к увеличению в 1,9 раза дисперсности включений при сохранении плотности их распределения в структуре образцов.

Определено, что зависимость скорости охлаждения чешуек, полученных из расплава Bi с 25% Zn (9% Zn в зоне несмешиваемости жидких компонентов), от их толщины существенно нелинейна и приближённо описывается уравнением $v_0 = 4,4 \cdot 10^7 \cdot b_{\text{ч}}^{-1}$. При этом скорость охлаждения резко возрастает при достижении толщиной образца значений менее 100 мкм.

Выяснено, что с увеличением скорости охлаждения с $0,13 \cdot 10^6$ до $1,19 \cdot 10^6 \text{ К/с}$ диапазон размеров включений сужается с 0,4–9,0 до 0,1–3,1 мкм, при этом количество более мелких включений дисперсной фазы растёт. Однако темп возрастания количества ультрадисперсных включений резко снижается при достижении скорости охлаждения более $1 \cdot 10^6 \text{ К/с}$ и их содержания около 90% от общего количества включений. Определено, что 100% ультрадисперсных включений можно достичь при скорости охлаждения $\cong 3 \cdot 10^6 \text{ К/с}$.

Установлено, что средние значения размеров включений в образцах достигали диапазона ультрадисперсности при выполнении условий $Fo > 1$, $Bi < 0,7$.

Определено, что увеличение числа Fo от 0,3 до 1,0 и уменьшение числа Био от 2,0 до 1,3 ведёт к резкому росту плотности распределения включений q , а при $Fo > 1$ темп прироста q резко замедляется, и почти не меняется при $Bi > 2,0$.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Сабуров, Е. Н. Хлыстов, Г. Н. Миннеханов, *Металлы*, № 2: 168 (1992).
2. W. B. Wang, E. G. Wang, L. Zhang, X. W. Zuo, and J. C. He, *Journal of Iron and Steel Research, International*, **19**, Suppl. 1–2: 821 (2012).
3. Б. А. Кириевский, В. В. Христенко, Л. М. Трубаченко, *Металлургия машиностроения*, № 4: 20 (2008).
4. Ю. С. Аврамов, А. Д. Шляпин, *Сплавы на основе систем с ограниченной растворимостью в жидком состоянии (теория, технология, структура и свойства)* (Москва: Интерконтакт наука: 2002).
5. Д. А. Калашник, В. А. Шаповалов, И. В. Шейко, Ю. А. Никитенко, В. В. Якуша, *Современная электрометаллургия*, **120**, № 3: 27 (2015).
6. А. Ф. Белов, А. А. Бочвар, *Металловедение и обработка цветных сплавов* (Москва: Наука: 1992).
7. П. С. Попель, *Расплавы*, № 1: 22 (2005).
8. Е. В. Сучков, С. М. Попель, А. А. Жуков, М. А. Коннова, *Расплавы*, № 5: 24 (1995).
9. М. Хансен, К. Андерко, *Структуры двойных сплавов* (Ред. И. И. Новиков, И. Л. Рогельберг) (Москва: Metallurgizdat: 1962), т. 2 (пер. с англ.).
10. В. О. Середенко, О. В. Середенко, О. А. Паренюк, *Металознавство та обробка металів*, № 3: 39 (2014).
11. С. С. Кутателадзе, *Основы теории теплообмена* (Москва: Атомиздат: 1979).
12. К. К. Рего, *Метрологическая обработка результатов технических измерений: Справочное пособие* (Киев: Техника: 1987).
13. Э. Павловский, *Введение в математическую статистику* (Москва: Статистика: 1967).
14. Г. Корн, Т. Корн, *Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров* (Москва: Наука: 1970) (пер. с англ.).

REFERENCES

1. V. P. Saburov, E. N. Khlystov, and G. N. Minnekhanov, *Metally*, No. 2: 168 (1992) (in Russian).
2. W. B. Wang, E. G. Wang, L. Zhang, X. W. Zuo, and J. C. He, *Journal of Iron and Steel Research, International*, **19**, Suppl. 1–2: 821 (2012).
3. B. A. Kirievskiy, V. V. Khristenko, and L. M. Trubachenko, *Metallurgiya Mashinostroeniya*, No. 4: 20 (2008) (in Russian).
4. Yu. S. Avramov and A. D. Shlyapin, *Splavy na Osnove Sistem s Ogranichennoy Rastvorimost'yu v Zhidkom Sostoyanii (Teoriya, Tekhnologiya, Struktura i Svoystva)* (Moscow: Interkontakt Nauka: 2002) (in Russian).
5. D. A. Kalashnik, V. A. Shapovalov, I. V. Sheyko, Yu. A. Nikitenko, and V. V. Yakusha, *Sovremennaya Elektrometallurgiya*, **120**, No. 3: 27 (2015) (in Russian).
6. A. F. Belov and A. A. Bochvar, *Metallovedenie i Obrabotka Tsvetnykh Splavov* (Moscow: Nauka: 1992) (in Russian).
7. P. S. Popel', *Rasplavy*, No. 1: 22 (2005) (in Russian).
8. E. V. Suchkov, S. M. Popel', A. A. Zhukov, and M. A. Konnova, *Rasplavy*,

- No. 5: 24 (1995) (in Russian).
9. M. Hansen and K. Anderko, *Struktury Dvoynykh Splavov* [Constitution of Binary Alloys] (Eds. I. I. Novikov and I. L. Rogel'berg) (Moscow: Metallurgizdat: 1962), vol. 2 (Russian translation).
 10. V. O. Seredenko, O. V. Seredenko, and O. A. Parenjuk, *Metaloznavstvo ta Obrobka Metaliv*, No. 3: 39 (2014) (in Ukrainian).
 11. S. S. Kutateladze, *Osnovy Teorii Teploobmena* (Moscow: Atomizdat: 1979) (in Russian).
 12. K. K. Rego, *Metrologicheskaya Obrabotka Rezul'tatov Tekhnicheskikh Izmereniy: Spravochnoe Posobie* (Kiev: Tekhnika: 1987) (in Russian).
 13. Z. Pavlovskiy, *Vvedenie v Matematicheskuyu Statistiku* (Moscow: Statistika: 1967) (in Russian).
 14. G. A. Korn and T. M. Korn, *Spravochnik po Matematike dlya Nauchnykh Sotrudnikov i Inzhenerov* [Mathematical Handbook for Scientists and Engineers] (Moscow: Nauka: 1970) (Russian translation).