Физика низких температур, 2002, т. 28, № 2, с. 115–122

Самосогласованный расчет спектра квазичастиц в сверхтекучей бозе-жидкости с подавленным бозе-эйнштейновским конденсатом

Э. А. Пашицкий

Институт физики НАН Украины, пр. Науки, 46, г. Киев, 03650, Украина
E-mail: pashitsk@iop.kiev.ua

С. И. Вильчинский

Киевский университет им. Т. Шевченко, пр. Глушкова, 2, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: sivil@phys.univ.kiev.ua

С. В. Машкевич

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, ул. Метрологическая, 14-б, г. Киев, 03143, Украина
E-mail: mash@mashke.org

Статья поступила в редакцию 15 октября 2001 г.

Методом итераций проведен самосогласованный расчет нормальной Σ_{11} и аномальной Σ_{12} собственно-энергетических частей, поляризационного оператора бозонов Π на «массовой поверхности» и спектра квазичастиц $E(p)$ в сверхтекучей бозе-жидкости с подавленным за счет взаимодействия одночастичным бозе-эйнштейновским конденсатом (БЭК) при $T = 0$. Расчет базируется на системе «укороченных» интегральных уравнений для Σ_{11} и Σ_{12} с учетом членов первого порядка по плотности БЭК $n_0/n << 1$, а в качестве «затравочного» взаимодействия между бозонами использовался отталкивательный псевдопотенциал в модели «полупрозрачных сфер», фурье-компонента которого является осциллирующей знакопеременной функцией передаваемого импульса. Путем подбора единственного подгоночного параметра — амплитуды исходного псевдопотенциала отталкивания — удается получить вполне удовлетворительное согласие теоретического спектра квазичастиц $E(p)$ с измеренным в экспериментах по нейтронному рассеянию спектром элементарных возбуждений в сверхтекучем гелии в широкой области импульсов ($0 \le p \le p_{\max} \simeq 4$ Å^{-1}).

Методом ітерацій проведено самоузгоджений розрахунок нормальної Σ_{11} та аномальної Σ_{12} власно-енергетичних частин, поляризаційного оператора бозонів Π на «масовій поверхні» та спектра квазічастинок $E(p)$ у надплинній бозе-рідині з подавленим за рахунок взаємодії одночастинковим бозе-ейнштейнівським конденсатом (БЕК) при $T = 0$. Розрахунок базується на системі «скорочених» інтегральних рівнянь для Σ_{11} та Σ_{12} з врахуванням членів першого порядку по густині БЕК $n_0/n << 1$, а в якості «затравочної» взаємодії між бозонами використовано відштовхувальний псевдопотенціал в моделі «напівпрозорих сфер», фур'є-компонента якого є осцилюючою знакозмінною функцією імпульсу, що передається. Шляхом підбору єдиного підгоночного параметра — амплітуди вихідного псевдопотенціала відштовхування — вдається отримати досить задовільне узгодження теоретичного спектра квазічастинок $E(p)$ з виміряним в експерименті по нейтронному розсіюванню спектром елементарних збуджень у надплинному гелію у широкій області імпульсів ($0 \le p \le p_{\max} \simeq 4$ Å^{-1}).

PACS: **67.57.–z**

Введение

Точный расчет «ab initio» спектра элементарных возбуждений в сверхтекучей (СТ) бозе-жидкости с сильным взаимодействием между частицами представляет собой чрезвычайно сложную (если не безнадежную) задачу квантовой теории многих тел. Поэтому необходим поиск различных упрощенных (модельных) подходов к решению этой задачи с помощью тех или иных приближенных аналитических и численных методов с использованием имеющихся малых параметров. Одним из таких параметров для бозе-жидкости при температуре близкой к нулю ($T \to 0$) является отношение плотности n_0 подавленного за счет взаимодействия между бозонами одночастичного бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК) к полной плотности частиц n в бозе-жидкости. Согласно экспериментальным данным [1,2], в ^{4}He при $T << 1$ K отношение n_0/n не превышает 10% и может служить исходным малым параметром для построения приближенной теоретической модели СТ состояния бозе-жидкости.

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию методов численных расчетов спектра квазичастиц в СТ бозе-жидкости с подавленным БЭК в рамках предложенного в [3] подхода на основе «укороченных» уравнений Беляева [4]. Методом итераций проведены расчеты нормальной Σ_{11} и аномальной Σ_{12} собственно-энергетических частей и поляризационного оператора бозонов Π на «массовой поверхности». В качестве нулевой итерации при вычислении поляризационного оператора Π использовался боголюбовский спектр [5] для потенциала отталкивания в модели «полупрозрачных сфер» с последующей перенормировкой («экранировкой») этого взаимодействия за счет многочастичных (коллективных) эффектов в процессе самосогласованного расчета спектра квазичастиц. Показано, что в рамках рассмотренной модели путем подбора единственного подгоночного параметра — амплитуды псевдопотенциала отталкивания — удается получить вполне удовлетворительное согласие теоретического спектра с экспериментальным спектром элементарных возбуждений в жидком ^{4}He, измеренным по неупругому нейтронному рассеянию [6,7].

2. Выбор исходного потенциала взаимодействия между бозонами

Как было показано в [3] (см. также [8]), при малой плотности БЭК ($n_0 << n$) в бозе-жидкости можно получить замкнутую самосогласованную систему интегральных уравнений для нормальной $\Sigma_{11}(\mathbf{p},\omega)$ и аномальной $\Sigma_{12}(\mathbf{p},\omega)$ собственно-энергетических частей путем обрыва бесконечных рядов теории возмущений по степеням $\sqrt{n_0}$ (т.е. по числу конденсатных линий) с сохранением только главных членов первого порядка по малому параметру n_0/n.

В аналитическом виде эта система «укороченных» уравнений Беляева—Дайсона [4] имеет вид [3,8]

$$\tilde{\Sigma}_{11}(\mathbf{p},\varepsilon) = n_0\Lambda(\mathbf{p},\varepsilon)\tilde{V}(\mathbf{p},\varepsilon) + n_1 V(0) + \Phi(\mathbf{p},\varepsilon) \; ; \quad (1)$$

$$\tilde{\Sigma}_{12}(\mathbf{p},\varepsilon) = n_0\Lambda(\mathbf{p},\varepsilon)\tilde{V}(\mathbf{p},\varepsilon) + \Psi(\mathbf{p},\varepsilon) \; . \quad (2)$$

Здесь $\tilde{V}(\mathbf{p},\varepsilon)$ — перенормированное («экранированное») за счет многочастичных коллективных эффектов парное взаимодействие между бозонами:

$$\tilde{V}(\mathbf{p},\varepsilon) = \frac{V(p)}{1 - V(p)\,\Pi(\mathbf{p},\varepsilon)} \; ; \quad (3)$$

$V(p)$ — фурье-компонента исходного («затравочного») потенциала парного взаимодействия бозонов; $\Pi(\mathbf{p},\varepsilon)$ — поляризационный оператор бозонов (см. ниже); $\Gamma(\mathbf{p},\varepsilon;\mathbf{k},\omega)$ — вершинная часть (трехполюсник), описывающая многочастичные корреляции типа эффектов локального поля; $\Lambda(\mathbf{p},\varepsilon) = \Gamma(\mathbf{p},\varepsilon,0,0)$ — вершинная часть с нулевыми значениями входящих импульса и энергии, соответствующих взаимодействию с БЭК; $n_1 = n - n_0$ — число «надконденсатных» частиц, а функции Φ и Ψ с учетом вклада полюсов одночастичных нормальной $G_{11}(\mathbf{p},\varepsilon)$ и аномальной $G_{12}(\mathbf{p},\varepsilon)$ функций Грина определяются интегральными соотношениями:

$$\Phi(\mathbf{p},\varepsilon) = -\frac{1}{2}\int \frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3}\,\Gamma(\mathbf{p},\varepsilon;\mathbf{p}',E(\mathbf{p}')) \times$$

$$\times\, \tilde{V}(\mathbf{p}-\mathbf{p}',\varepsilon - E(\mathbf{p}'))\left[\frac{A(\mathbf{p}',E(\mathbf{p}'))}{E(\mathbf{p}')} - 1\right]; \quad (4)$$

$$\Psi(\mathbf{p},\varepsilon) = -\frac{1}{2}\int \frac{d^3\mathbf{p}'}{(2\pi)^3}\Gamma(\mathbf{p},\varepsilon;\mathbf{p}',E(\mathbf{p}'))\,\tilde{V}(\mathbf{p}-\mathbf{p}',\varepsilon - E(\mathbf{p}'))\times$$

$$\times\, \frac{n_0\Lambda(\mathbf{p}',E(\mathbf{p}'))\tilde{V}(\mathbf{p}',E(\mathbf{p}')) + \Psi(\mathbf{p}',E(\mathbf{p}'))}{E(\mathbf{p}')} \; , \quad (5)$$

где

$$A(\mathbf{p},E(\mathbf{p})) = n_0\Lambda(\mathbf{p},E(\mathbf{p}))\tilde{V}(\mathbf{p},E(\mathbf{p})) + \frac{\mathbf{p}^2}{2m} +$$

$$+ \Phi(\mathbf{p},E(\mathbf{p})) - \Phi(0,0) + \Psi(0,0) \ , \qquad (6)$$

а $E(\mathbf{p})$ — спектр квазичастиц, который соответствует полюсам функций G_{11} и G_{12} и в общем виде определяется следующим соотношением [9]:

$$E(\mathbf{p}) = \left\{ \left[\frac{\mathbf{p}}{2m} + \Sigma^s_{11}(\mathbf{p},E(\mathbf{p})) - \mu \right]^2 - |\Sigma_{12}(\mathbf{p},E(\mathbf{p}))|^2 \right\}^{1/2} +$$

$$+ \tilde{\Sigma}^a_{11}(\mathbf{p},E(\mathbf{p})) \ , \qquad (7)$$

где

$$\tilde{\Sigma}^{s,a}_{11}(\mathbf{p},\varepsilon) = \frac{1}{2}\,[\Sigma_{11}(\mathbf{p},\varepsilon) \pm \Sigma_{11}(-\mathbf{p},-\varepsilon)], \qquad (8)$$

$$\mu = \Sigma_{11}(0,0) - \Sigma_{12}(0,0) \ . \qquad (9)$$

В рамках рассматриваемого приближения с учетом (1), (2) и (6) выражение (7) принимает вид

$$E(p) = \Big\{ A^2(\mathbf{p},E(p)) - [n_0\Lambda(\mathbf{p},E(p))\tilde{V}(\mathbf{p},E(p)) +$$

$$+ \Psi(\mathbf{p},E(p))]^2 \Big\}^{1/2} + \frac{1}{2}\,[\Phi(p,E(p)) - \Phi(-p,-E(p))] \ . \qquad (10)$$

В работе [10] методом итераций был проведен численный расчет спектра квазичастиц $E(p)$ с использованием в качестве исходного потенциала взаимодействия $V(p)$ перенормированной фурье-компоненты бесконечного отталкивания $V(r) \to \infty$ при $r \le a$ в модели «твердых сфер» (рис. 1), полученной в [11,12] в рамках «лестничного» приближения:

$$V(p) = V_0\,\frac{\sin pa}{pa} \ . \qquad (11)$$

Заметим что наличие исключенного объема при $r < a$ приводит к ограничению применимости потенциала (11) областью импульсного пространства $p \le 2\pi/a$, которая соответствует доступному объему $r \ge a$.

При численных расчетах в [10] при вычислении поляризационного оператора $\Pi(\mathbf{p},\varepsilon)$ в качестве нулевой итерации для спектра $E_0(p)$ выбирался боголюбовский спектр [5]

$$E_B(p) = \left\{ \frac{p^2}{2m} \left[\frac{p^2}{2m} + 2nV(p) \right] \right\}^{1/2} \qquad (12)$$

с осциллирующим знакопеременным потенциалом (11), максимально приближенный к экспериментальному спектру элементарных возбуждений $E_{\exp}(p)$ в жидком ^{4}He путем подбора двух параметров V_0 и a (рис. 2).

В частности, для такого спектра $E_B(p) \simeq E_{\exp}(p)$ были проведены вычисления подынтегральной функции в выражении для $\Pi(\mathbf{p},\omega)$ на «массовой поверхности» $\varepsilon = E(p)$:

$$\Pi(\mathbf{p},E(p)) = \frac{1}{2}\int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\,\frac{[I_{11}(\mathbf{p},\mathbf{k}) + I_{12}(\mathbf{p},\mathbf{k})]}{E(\mathbf{k}) - E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) - E(\mathbf{p})}\,\Gamma(\mathbf{p},\mathbf{k}), \qquad (13)$$

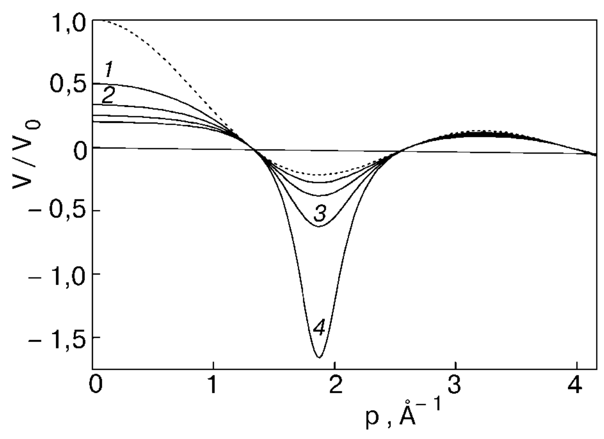

Рис. 1. Затравочное взаимодействие (11) в модели «твердых сфер» (штриховая кривая) и перенормированная («экранированная») фурье-компонента парного взаимодействия бозонов в приближении постоянного параметра экранирования (22) для разных значений α (сплошные кривые): $\alpha = 1$ (*1*); 2 (*2*); 3 (*3*); 4 (*4*).

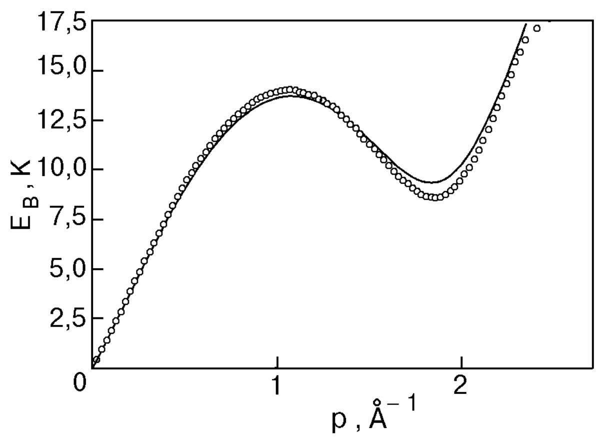

Рис. 2. Боголюбовский спектр (12) (сплошная кривая), максимально приближенный к экспериментальному (точечная кривая) для $V_0/a^3 = 169$ К при $a = 2{,}44$ Å.

где

$$I_{11}(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \frac{F_{11}(\mathbf{p},\mathbf{k})}{E(\mathbf{k})[E(\mathbf{k}) + E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) - E(\mathbf{p})]} - $$

$$- \frac{D_{11}(\mathbf{p},\mathbf{k})}{E(\mathbf{k}-\mathbf{p})[E(\mathbf{k}) + E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) + E(\mathbf{p})]}, \quad (14)$$

$$I_{12}(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \frac{F_{12}(\mathbf{p},\mathbf{k})}{E(\mathbf{k})[E(\mathbf{k}) + E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) - E(\mathbf{p})]} - $$

$$- \frac{D_{12}(\mathbf{p},\mathbf{k})}{E(\mathbf{k}-\mathbf{p})[E(\mathbf{k}) + E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) + E(\mathbf{p})]}, \quad (15)$$

а функции F_{11} , F_{12} , D_{11} , D_{12} определяются соотношениями

$$F_{11}(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \left[E(\mathbf{k}) + \frac{k^2}{2m} - \mu + \Sigma_{11}(-\mathbf{k},-E(\mathbf{k}))\right] \times$$

$$\times \left[E(\mathbf{k}) - E(\mathbf{p}) + \frac{(\mathbf{k}-\mathbf{p})^2}{2m} - \mu + \right.$$

$$\left. + \Sigma_{11}(-\mathbf{k}+\mathbf{p},-E(\mathbf{k}) + E(\mathbf{p}))\right]; \quad (16)$$

$$D_{11}(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \left[E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) + \frac{(\mathbf{k}-\mathbf{p})^2}{2m} - \mu + \right.$$

$$\left. + \Sigma_{11}(-\mathbf{k}+\mathbf{p},-E(\mathbf{k}-\mathbf{p}))\right] \times$$

$$\times \left[E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}) + \frac{\mathbf{k}^2}{2m} - \mu + \right.$$

$$\left. + \Sigma_{11}(-\mathbf{k},-E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) + E(\mathbf{p}))\right]; \quad (17)$$

$$F_{12}(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \Sigma_{12}(\mathbf{k},E(\mathbf{k}))\Sigma_{12}(\mathbf{k}-\mathbf{p},E(\mathbf{k}) - E(\mathbf{p})); \quad (18)$$

$$D_{12}(\mathbf{p},\mathbf{k}) = \Sigma_{12}(\mathbf{k}-\mathbf{p},E(\mathbf{k}-\mathbf{p}))\Sigma_{12}(\mathbf{k},E(\mathbf{k}-\mathbf{p}) - E(\mathbf{p})). \quad (19)$$

В работе использовано приближение нераспадного спектра He II, которое выполняется при $\varepsilon > \varepsilon_c \sim 10$ К. Такой подход оправдан, так как данная модель не претендует на детальное описание фононной части спектра при малых энергиях фонона. Поскольку

$$E(\mathbf{k}) < E(\mathbf{p}) + E(\mathbf{k}-\mathbf{p}), \quad (20)$$

общий знаменатель в подынтегральном выражении в (13) отрицателен при всех импульсах, тогда как функции $I_{11}(\mathbf{p},\mathbf{k})$ и $I_{12}(\mathbf{p},\mathbf{k})$ положительны, так что $\Pi(\rho) \equiv \Pi(\mathbf{p},E(p)) < 0$. Благодаря этому в перенормированном («экранированном») за счет коллективных эффектов парном взаимодействии между бозонами

$$\tilde{V}(p) \equiv \tilde{V}(\mathbf{p},E(p)) = \frac{V(p)}{1 - V(p)\Pi(p)} \quad (21)$$

происходит ослабление отталкивания в области $0 \le pa \le \pi$, где $V(p) > 0$, и усиление эффективного притяжения в области $\pi < pa \le 2\pi$, где $V(p) < 0$ (см. рис. 1). Для упрощения расчетов в [10] выражение для $V(p)$ с учетом (11) аппроксимировалось потенциалом

$$\tilde{V}(p) = \frac{V(p)\sin(pa)}{pa + \alpha\sin(pa)}, \quad (22)$$

где $\alpha = V_0\,\overline{|\Pi(p)|}$ — положительный безразмерный параметр, определяющийся средним значением модуля $\Pi(p)$ в области $0 \le pa \le 2\pi$. На рис. 1 показана зависимость $\tilde{V}(p)$ для разных значений α.

Итерационные численные расчеты были проведены в [10] для разных значений подгоночных параметров V_0 и α при фиксированном значении величины $a = 2{,}44$ Å, равной удвоенному квантовому радиусу атома гелия ^{4}He, и при $n_0 = 0{,}09n$ в соответствии с экспериментальными данными [1,2]. Третьим подгоночным параметром была эффективная масса бозонов m^* в бозе-жидкости, которую подставляли в выражение (6) вместо массы m атома ^{4}He. Наилучшее согласие с $E_{\exp}(p)$ было достигнуто при значениях $V_0/a^3 = 147$ К и $\alpha = 3{,}65$ (рис. 3). При этом было получено близкое к экспериментальному значение

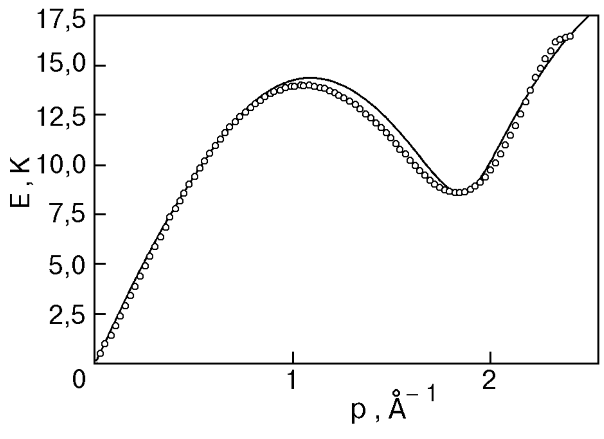

Рис. 3. Вычисленный в [10] спектр квазичастиц в модели «твердых сфер» (сплошная кривая) при значениях параметров $V_0/a^3 = 147$ К, $\alpha = 3{,}65$, $a = 2{,}44$ Å и $m^* = 550m$. Точечной кривой показан экспериментальный спектр в ^{4}He.

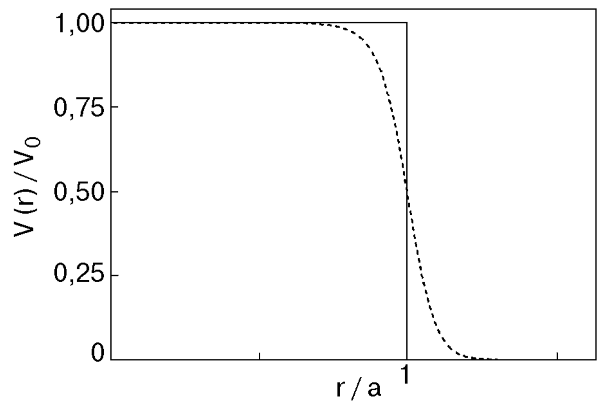

Рис. 4. Потенциал конечного отталкивания в модели «полупрозрачных сфер» (сплошная кривая) и в виде «линхардовской» функции (25) (штриховая кривая) в реальном пространстве.

полной плотности частиц $2{,}2{\cdot}10^{22}$ см$^{-3}$, вычисленное по формуле

$$n = n_0 + n_1 = n_0 + \frac{1}{2}\int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}\left[\frac{A(\mathbf{p},E(\mathbf{p}))}{E(\mathbf{p})} - 1\right]. \tag{23}$$

Однако для согласования групповой скорости квазичастиц при $p \to 0$ со скоростью первого (гидродинамического) звука $c_1 = 236$ м/с требовалась аномально большая величина отношения $m^*/m \simeq 550$. Это указывает на неудовлетворительную ситуацию, возникающую при использовании упрощенного потенциала (22) с постоянным значением «экранирующего» параметра α. Кроме того, непоследовательным является вычисление взаимодействия в рамках модели «твердых сфер» с использованием формулы (11), поскольку последняя была получена в «лестничном» приближении [5,12], которое справедливо только для разреженных бозе-систем.

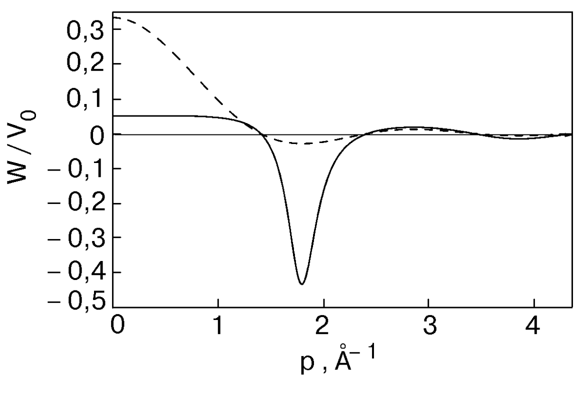

Рис. 5. Фурье-компонента затравочного взаимодействия $W(p)$ в модели «полупрозрачных сфер» (24) (штриховая кривая) и перенормированное взаимодействие $\widetilde{W}(p)$ с учетом импульсной зависимости поляризационного оператора Π на «массовой» поверхности (сплошная кривая).

Для бозе-жидкости более адекватным представляется подход, который аналогичен методу псевдопотенциала в теории твердого тела и учитывает эффекты квантовой дифракции при рассеянии частиц друг на друге. Простейшим примером такого «квантового псевдопотенциала» является модель «полупрозрачных сфер» с конечным отталкиванием $V(r) = V_0 = \text{const}$ в области $r \le a$ и $V(r) = 0$ при $r > a$ (рис. 4). Фурье-компонента такого потенциала имеет вид (рис. 5)

$$W(p) = W_0\,\frac{\sin(pa) - pa\cos(pa)}{(pa)^3}\,, \tag{24}$$

где $W_0 = 3W(0) = 6\pi V_0/a^3$. Следует подчеркнуть, что точно такую фурье-компоненту имеет более плавный потенциал в виде «линдхардовской» функции от радиуса r [13] (см. рис. 4):

$$W(r) = \frac{V_0}{2}\left[1 + \frac{1 - r^2/a^2}{2r/a}\ln\left|\frac{a+r}{a-r}\right|\right], \tag{25}$$

который имеет точку перегиба с бесконечной производной при $r = a$. Это существенно расширяет класс псевдопотенциалов, характеризующихся знакопеременными фурье-компонентами с осцилляциями в импульсном пространстве, которые формально аналогичны известным осцилляциям Рудермана—Киттеля и Фриделя в реальном пространстве [13,14].

Заметим, что осциллирующий псевдопотенциал «полупрозрачных сфер» (24) использовался ранее в [15] для вычисления боголюбовского спектра (12) с «ротонным» минимумом и оказался более удобным, чем потенциал «твердых сфер» (11), как с точки зрения устойчивости спектра, так и его подобия эмпирическому спектру в ^{4}He.

В связи с изложенным выше в данной работе при вычислении спектра квазичастиц (10) в бозе-жидкости путем самосогласованного решения системы нелинейных интегральных уравнений (4)–(6) с помощью итераций был использован псевдопотенциал (24).

3. Итерационная схема и спектр квазичастиц

Для вычисления спектра квазичастиц сначала был проведен численный расчет в первом приближении функций $\Phi_1(p) \equiv \Phi(p,E_0(p))$ и $\Psi_1(p) \equiv \Psi(p,E_0(p))$ с использованием нулевого приближения для «экранированного» псевдопотенциала

$$\widetilde{W}_0(p) = \frac{W(p)}{1 - W(p)\Pi_0} \qquad (26)$$

при некотором постоянном отрицательном значении Π_0 и с учетом потенциала (24) и боголюбовского спектра (12), близкого к $E_{\text{exp}}(p)$. Затем на основе полученных зависимостей $\Phi_1(p)$ и $\Psi_1(p)$ и соответствующих им функций $\Sigma^1_{11}(p)$ и $\Sigma^1_{12}(p)$ в первом приближении вычислялся поляризационный оператор $\Pi_1(0)$ с помощью соотношений (13)–(19) при $\Gamma = 1$. Причем на этом этапе вычислений, как и в [10], в качестве нулевой итерации для спектра $E(p)$ выбираем боголюбовский спектр (12), наилучшим образом согласованный с эмпирическим спектром $E_{\text{exp}}(p)$ для жидкого ^{4}He, но с использованием потенциала (24) вместо (11).

Проведено сравнение предельного значения $\Pi_1(0)$ с точным термодинамическим значением поляризационного оператора бозе-жидкости ^{4}He при $p = 0$ и $\omega = 0$ [16], определяющим сжимаемость бозе-системы:

$$\Pi(0,0) = -\frac{n}{mc_1^2}\,. \qquad (27)$$

Абсолютная величина (27) оказалась почти в полтора раза больше, чем вычисленная величина $|\Pi_1(0)|$. Это позволило оценить среднее значение вершины Γ_1 в первом приближении.

Второе приближение $\Phi_2(p)$ и $\Psi_2(p)$ было получено на основе (4), (5) с полученным постоянным

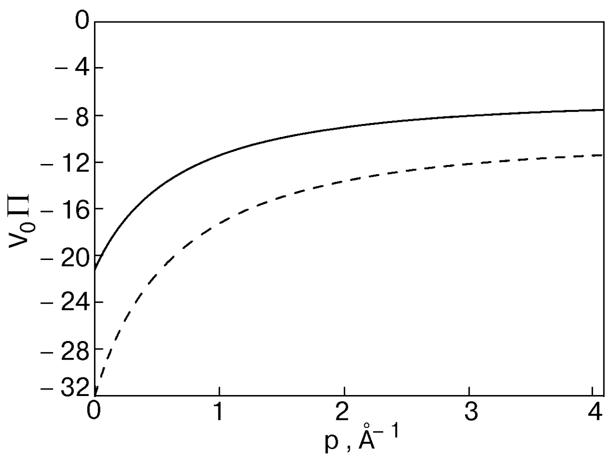

Рис. 6. Импульсная зависимость умноженного на V_0 поляризационного оператора бозонов на «массовой» поверхности $\Pi(p) \equiv \Pi(\mathbf{p},E(p))$, полученная в результате самосогласованных расчетов при $\Gamma = 1$ (сплошная кривая). Штриховой кривой показана зависимость $V_0\Pi(p)\Gamma$ при $\Gamma = 1{,}5$.

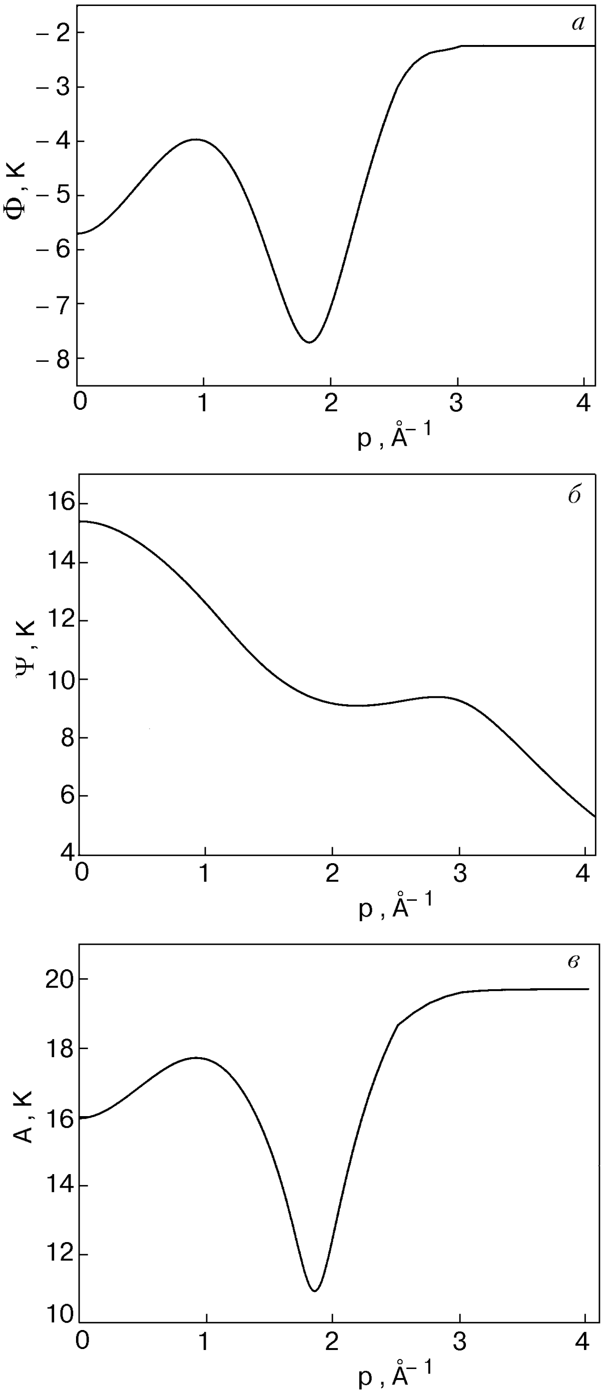

Рис. 7. Импульсные зависимости функций $\Phi(p)$ (*а*), $\Psi(p)$ (*б*) и $A(p)$ (*в*), полученные в результате самосогласованных вычислений при значении параметра $V_0/a^3 = 1552$ К.

значением $\Gamma_1 \equiv \Lambda_1$ и с применением первого приближения для перенормированного псевдопотенциала:

$$\widetilde{W}_1(p) = \frac{W(p)}{1 - W(p)\Pi_1(p)\Gamma_1}\,. \qquad (28)$$

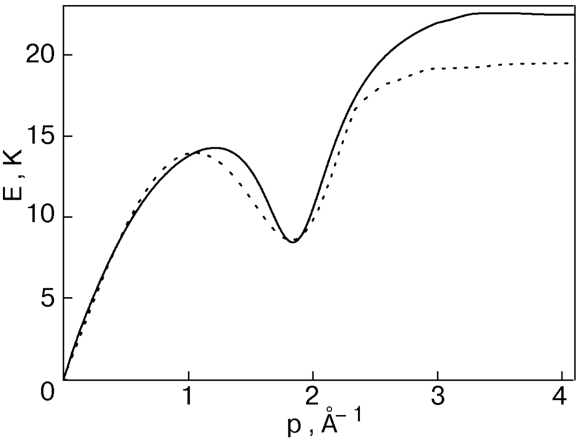

Рис. 8. Теоретический спектр квазичастиц $E(p)$, полученный в результате самосогласованных вычислений в рамках модели «полупрозрачных сфер». Точечная кривая — эмпирический спектр элементарных возбуждений в жидком ^{4}He.

Такая итерационная процедура повторялась несколько раз (от 4 до 6) и использовалась для уточнения поляризационного оператора. На каждом этапе по формулам (6) и (10) воспроизводился спектр квазичастиц $E(p)$ и прослеживалась скорость сходимости итераций и степень близости $E(p)$ к эмпирическому спектру для $E_{\text{exp}}(p)$.

Единственным подгоночным параметром была амплитуда V_0 исходного псевдопотенциала (24) при $a = 2{,}44$ Å и $n_0 = 0{,}09n$ в (23). В результате проведенных компьютерных расчетов удалось получить вполне удовлетворительное согласие теоретического спектра $E(p)$ с $E_{\text{exp}}(p)$. На Рис. 6 и 7 показаны окончательные (после 5 итераций) зависимости $\Pi(p)$, а также найденные с помощью соотношений (4)–(6) самосогласованные зависимости функций $\Phi(p)$, $\Psi(p)$ и $A(p)$.

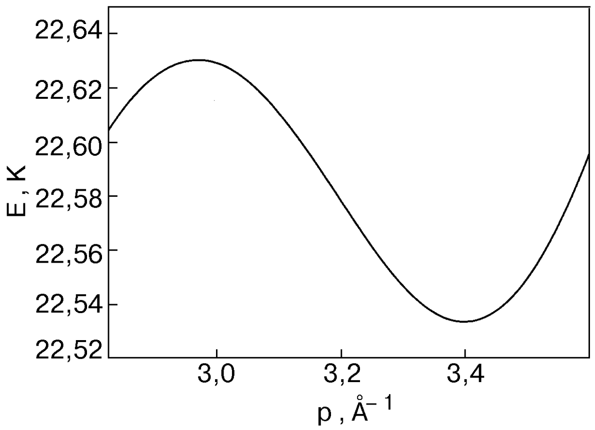

Рис. 9. Дополнительные осцилляции теоретического спектра квазичастиц $E(p)$ в области больших импульсов (в увеличенном масштабе).

На рис. 8 сплошной кривой показан полученный после 5 итераций теоретический спектр квазичастиц $E(p)$, а точечная кривая — экспериментальные данные [7] по неупругому рассеянию нейтронов в жидком ^{4}He вплоть до импульсов $p \simeq 4$ Å^{-1}. Как видим, наблюдается вполне удовлетворительное согласие $E(p)$ с $E_{\text{exp}}(p)$ в области $p \le 2{,}5$ Å^{-1}. В области $p > 2{,}5$ Å^{-1} теоретический спектр $E(p)$ лежит несколько выше $E_{\text{exp}}(p)$, что связано, по-видимому, с тем, что убывающая с ростом p вершинная функция $\Gamma(\mathbf{k},\mathbf{p})$ заменялась постоянным значением $\tilde{\Gamma} \simeq 1{,}5$ во всем диапазоне p. Характерной особеностью полученного спектра является наличие слабых осцилляций в области $p > 2$ Å^{-1} (с максимумом $E_{\max} = 22{,}63$ К при $p > 2{,}98$ Å^{-1} и минимумом $E_{\min} = 22{,}53$ К при $p = 3{,}39$ Å^{-1}). Соответствующий участок спектра изображен в увеличенном виде на рис. 9. Наличие «повторных» максимума и минимума обусловлено осциллирующим характером исходного потенциала (24) при больших p.

Параметр V_0 подобран таким образом, чтобы фазовая скорость $E(p \to 0)/p$ совпала со скоростью гидродинамического звука $c_1 \simeq 236$ м/с в жидком ^{4}He, и соответствует значению $V_0/a^3 = 1552$ К при $a = 2{,}44$ Å. При этом найденное с помощью (22) значение полной плотности частиц $2{,}12 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$ при $n_0 = 0{,}09n$ близко к экспериментальному значению полной плотности частиц в жидком гелии ^{4}He.

4. Выводы

Таким образом, в данной работе реализована самосогласованная итерационная процедура компьютерных расчетов спектра квазичастиц в бозе-жидкости на основе развитой в [3,8,10] замкнутой модели СТ состояния с подавленным БЭК ($n_0 << n$) и с простым псевдопотенциалом парного взаимодействия в приближении «полупрозрачных сфер». Показано, что такое приближение гораздо лучше, чем модель «твердых сфер», поскольку оно позволяет получить вполне удовлетворительное согласие теоретического спектра квазичастиц $E(p)$ с эмпирическим спектром $E_{\text{exp}}(p)$ для жидкого ^{4}He в широкой области импульсов всего лишь с одним подгоночным параметром.

Авторы выражают благодарность И. Н. Адаменко, Э. Я. Рудавскому, И. В. Сименогу и П. И. Фомину за полезные дискуссии.

Один из авторов (В. С. И.) благодарен фонду DAAD (Германия) за финансовую поддержку данной работы.

1. H. R. Glyde and E. C. Swensson, in: *Neutron Scattering*, D. L. Price and K. Skold (eds.), *Methods of Experimental Physics*, vol. 23, p. B, Academic Press, New York (1987), p. 303.
2. A. F. G. Wyatt, *Nature* **391**, 56 (1998).
3. Ю. А. Непомнящий, Э. А. Пашицкий, *ЖЭТФ* **98**, 178 (1990).
4. С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 417, 433 (1958).
5. Н. Н. Боголюбов, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **11**, 77 (1947); *Physica* **9**, 23 (1947).
6. H. R. Glyde and W. G. Stirling, *Phys. Rev.* **B42**, 4224 (1990).
7. K. H. Andersen, W. G. Stirling, R. Scherm, A. Stanault, B. Fak, H. Godfrin, and A. J. Dianoux, *J. Phys.: Condens. Matter* **6**, 821 (1994).
8. Э. А. Пашицкий, *ФНТ* **25**, 115 (1999).
9. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, П. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
10. С. И. Вильчинский, Э. А. Пашицкий, *ФНТ* **27**, 253 (2001).
11. K. A. Bruckner and K. Sawada, *Phys. Rev.* **106**, 1117, 1128 (1957).
12. К. Бракнер, *Теория ядерной материи*, Мир, Москва (1964).
13. Дж. Шриффер, *Теория сверхпроводимости*, Наука, Москва (1970).
14. Р. Уайт, *Квантовая теория магнетизма*, Мир, Москва (1985).
15. Э. А. Пашицкий, *УФЖ* **18**, 1439 (1973).
16. Ю. А. Непомнящий, А. А. Непомнящий, *ЖЭТФ* **75**, 976 (1978).

Self-consistent calculation of quasi-particle spectrum in superfluid Bose-liquid with a Bose-Einstein quenched condensate

E. A. Pashitskii, S. I. Vilchinskyy, and S. V. Mashkevich

The iteration method was used to made a self-consistent calculation of normal, Σ_{11} , and abnormal, Σ_{12} , self-energy parts, boson polarization operator Π on a «mass surface» and quasi-particle spectrum $E(p)$ in a superfluid Bose-liquid with a quenched single-particle Bose-Einstein condensate (BEC) at $T = 0$. The calculation was based on a set of "shorbened" integral equations for Σ_{11} and Σ_{12} with due account of the first-order terms by the BEC density $n_0/n << 1$. As a «seed» interaction between bosons the repulsive pseudo-potential in the model of «semitransparent spheres» was employed the Fourier component of which is an oscillating sign-changing function of the momentum transferred. By fitting the unique fitting parameter — the initial repulsive pseudo-potential amplitude — we succeeded in obtaining quite reasonable agreement between the theoretical quasi-particle spectrum $E(p)$ and the empirical spectrum of elementary excitation in superfluid helium measured by neutron scattering in a wide momentum range ($0 \le p \le p_{\max} \simeq \simeq 4$ Å^{-1}).