Физика низких температур, 2002, т. 28, № 5, с. 509–516

Низкочастотные квантовые осцилляции импеданса слоистых проводников в сильном магнитном поле

О. В. Кириченко, И. В. Козлов

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: kirichenko@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 17 декабря 2001 г.

Методом квантового кинетического уравнения исследовано распространение электромагнитных волн в слоистых проводниках. Вычислены квантовые осцилляции импеданса для упругого рассеяния на примесях. Получено выражение для низкочастотных осцилляций импеданса в широком диапазоне частот электромагнитной волны.

Методом квантового кінетичного рівняння досліджено поширення електромагнітних хвиль у шаруватих провідниках. Обчислено квантові осциляції імпедансу для пружного розсіяння на домішках. Знайдено вираз для низькочастотних осциляцій імпедансу у широкому діапазоні частот електромагнітної хвилі.

PACS: **73.61.–r**

Исследование распространения волн в органических проводниках, помещенных в сильное магнитное поле **B**, позволяет детально изучить энергетический спектр и релаксационные свойства носителей заряда [1]. В проводниках, обладающих слоистой структурой, электронный энергетический спектр носит квазидвумерный характер и энергия электрона $\varepsilon(\mathbf{p})$ слабо зависит от проекции импульса $p_z = \mathbf{pn}$ на нормаль **n** к слоям. При достаточно низких температурах в слоистых проводниках наиболее ярко проявляются квантовые осцилляционные эффекты де Гааза—ван Альфена и Шубникова—де Гааза [2–11]. Изучению осцилляций Шубникова—де Гааза статического сопротивления слоистых проводников посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ (см., например, обзорные статьи [12] и цитируемую там литературу). Экспериментальному исследованию распространения электромагнитных волн в органических проводниках уделено гораздо меньше внимания [13–17], хотя кинетические явления в переменном поле несут в себе довольно богатую информацию об электронной системе в проводящих средах. Среди упомянутых публикаций есть исследования соединений на основе тетратиафульвалена вида $(BEDT–TTF)_2X$ (X — набор различных анионов), когда волновой вектор **k** и постоянное магнитное поле направлены вдоль нормали к слоям. Ниже рассмотрим распространение электромагнитных волн в квазидвумерных слоистых проводниках в геометрии, используемой в части цитируемых работ, т.е. когда вектор Умова—Пойнтинга и магнитное поле параллельны **n**. В этом случае переменное электромагнитное поле ортогонально вектору квантующего магнитного поля и весьма важен учет квантовых осцилляций ядра оператора рассеяния носителей заряда. При этом амплитуда осцилляций Шубникова—де Гааза поверхностного импеданса имеет существенно другой порядок величин, чем при использовании в квантовом кинетическом уравнении для интеграла столкновений приближения времени релаксации τ, не зависящего от магнитного поля [18]. В отличие от осцилляций де Гааза—ван Альфена, период которых определяется экстремальными площадями $S_{\rm extr}$ сечения поверхности Ферми, осцилляции Шубникова—де Гааза содержат комбинированные частоты типа

$$\nu = \frac{(nS_{\max} + n'S_{\min})c}{e\hbar} ,$$

где n и n' — любые целые числа; c — скорость света; e — заряд электрона; $\hbar$ — постоянная Планка.

Распределение в проводнике электрического поля частотой ω нетрудно найти с помощью уравнений Максвелла

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_\alpha+\frac{4\pi i\omega}{c^2}j_\alpha=2E'_\alpha(0)\ ,$$

дополненных материальным уравнением, связывающим плотность тока $\mathbf{j}(z,t)$ с электрическим полем волны. Для определения плотности тока

$$\mathbf{j}=e\ \mathrm{Sp}\ (\hat{\mathbf{v}}\hat{f}\ )=\frac{2e^2B}{c(2\pi\hbar)^2}\sum_{n,n'=0}^{\infty}\int dp_z\mathbf{v}_{n'n}\,\hat{f}_{nn'} \quad (1)$$

необходимо найти матрицу плотности $f_{nn'}$ с помощью квантового кинетического уравнения [19], здесь $\mathbf{v}_{n'n}$ — матричный элемент оператора скорости. Исключительно ради краткости вычислений воспользуемся достаточно простым законом дисперсии носителей заряда в виде

$$\varepsilon_n(p_z)=(n+\frac{1}{2})\ \hbar\Omega-A\cos\left(\frac{ap_z}{\hbar}\right),\ n=0,\ 1,\ 2,\ 3\ldots, \quad (2)$$

где a — расстояние между слоями; $\Omega=eB/mc$ — циклотронная частота; m — эффективная масса электронов проводимости; $A=\eta\varepsilon_f$, а параметр квазидвумерности η будем считать не слишком малым

$$\frac{\hbar\Omega}{\varepsilon_f}<<\eta<<1,$$

так что на поверхности Ферми $\varepsilon(\mathbf{p})=\varepsilon_f$ имеется достаточно уровней Ландау, и при вычислении импеданса можно воспользоваться квазиклассическим приближением. Ограничимся случаем нормального скин-эффекта, когда связь плотности тока $j_i=e\ \mathrm{Sp}\ (\hat{v}_i\hat{f})$ с электрическим полем $\mathbf{E}$ с достаточной степенью точности является локальной:

$$j_i(\mathbf{r},t)=\sigma_{ij}E_j(\mathbf{r},t)\ .$$

Приближение локальной связи вполне допустимо, когда дрейф электронов проводимости вдоль волнового вектора $\mathbf{k}$ за время свободного пробега носителей заряда τ много меньше глубины скин-слоя δ, т.е.

$$\eta v\tau<<\delta\ . \quad (3)$$

Вследствие симметрии спектра достаточно рассмотреть только компоненты тензора проводимости в плоскости слоев. При круговой поляризации волны $E^{\pm}=E_x\pm iE_y$ тензор проводимости становится диагональным.

Чтобы квантовые осцилляции были существенными, время свободного пробега носителей заряда должно быть много больше периода обращения электрона по орбите ($\Omega\tau>>1$). Будем учитывать только упругое рассеяние на примесях, считая, что радиус действия рассеивающего потенциала много меньше электронной длины волны де Бройля. Это позволяет вычислить тензор проводимости без предположения о малости потенциала взаимодействия электрона с примесью. Расчет ведется методом квантового кинетического уравнения, следуя работам [18–20].

Электронный газ описывается матрицей плотности, которая удовлетворяет квантовому кинетическому уравнению. Запишем его в виде, предложенном в работе [19]:

$$\begin{gathered}-i\omega\hat{f}_1+\frac{i}{\hbar}\,[\hat{\varepsilon};\hat{f}_1]+\frac{i}{\hbar}n_{\mathrm{imp}}\ \mathrm{Sp}_\alpha\ [\hat{V};\hat{F}_0(\hat{f}_1)]=\\ =\frac{i}{\hbar}\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{f}^{(0)}\right]-\frac{i}{\hbar}\,n_{\mathrm{imp}}\mathrm{Sp}_\alpha\ [\hat{V};\hat{F}_1];\\ \frac{\partial\hat{F}_0(\hat{f})}{\partial t}+\frac{i}{\hbar}\,[\hat{\varepsilon}+\hat{V};\hat{F}_0(\hat{f})]=-\frac{i}{\hbar}[\hat{V};\hat{f}]\ ;\\ \frac{\partial\hat{F}_1}{\partial t}+\frac{i}{\hbar}\,[\hat{\varepsilon}+\hat{V};\hat{F}_1]=\frac{i}{\hbar}\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{F}_0(\hat{f}^{(0)})\right],\end{gathered} \quad (4)$$

здесь $\hat{f}^{(0)}$ — функция распределения Ферми—Дирака; $\hat{f}_1$ — линейная по полю поправка к матрице плотности; $\hat{V}$ — оператор примеси; $\hat{F}=\hat{F}_0+\hat{F}_1$ — бинарный коррелятивный оператор электрона и одной примеси; n_{imp} — концентрация примесей; Sp_α берется по состояниям примеси; α — набор квантовых чисел, характеризующих состояние примеси, в дальнейшем индекс α будем опускать во всех обозначениях, кроме Sp_α. Система уравнений (4) представляет собой цепочку уравнений Боголюбова, оборванную на двухпримесном коррелятивном операторе. Примесь предполагается однородно распределенной и бесконечно тяжелой. Воспользуемся калибровкой

$$\mathbf{A}=(0,Bx,0)+\frac{c\mathbf{E}}{i\omega}\ ,\ \varphi=0\ .$$

Энергия электрона в поле волны имеет вид $\hat{H}_1=-(e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}})/(i\omega)$ и содержит оператор скорости, который запишем в представлении $|n, P_y, P_z\rangle$, естественном для данной калибровки. P_y определяет координату центра орбиты электрона $x_0 = (cP_y)/(eB)$, а P_z совпадает с компонентой кинематического импульса p_z. В отличие от оператора координаты, который входил бы в гамильтониан при использовании калибровки $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$, $\varphi = -\mathbf{Er}$, матричные элементы оператора скорости не зависят от P_y:

$$v_x \pm iv_y = v^{\pm} = v_0^{\pm} - \frac{eE^{\pm}}{i\omega m}, \qquad (5)$$

где

$$v^{+}_{0nn'} = -\frac{i\hbar}{m}\left(\frac{2eB\hbar}{c}n'\right)^{1/2}\delta_{n+1,n'},$$

$$v^{-}_{0nn'} = \frac{i\hbar}{m}\left(\frac{2eB\hbar}{c}n\right)^{1/2}\delta_{n-1,n'}.$$

Таким образом, учет электрического поля с помощью вектор-потенциала позволяет избежать дополнительного суммирования в выражениях для матрицы плотности и существенно упрощает вычисления.

Уравнения (4) можно представить в следующем виде:

$$-i\omega\hat{X} + \frac{i}{\hbar}[\hat{\varepsilon} + \hat{V}; \hat{X}] = \hat{Y}, \qquad (6)$$

где $\hat{X}$ — искомый оператор, а $\hat{Y}$ — правая часть соответствующего уравнения. Как было показано в [19], уравнение (6) имеет решение вида

$$\hat{X} = \frac{\hbar}{2\pi}\int dz\hat{G}^{+}\left(z + \frac{\omega}{2} + \hat{V}\right)\hat{Y}\hat{G}^{-}\left(z - \frac{\omega}{2} + \hat{V}\right). \qquad (7)$$

Функция Грина $\hat{G}^{\pm}$ удовлетворяет соотношению

$$\hat{G}^{\pm}(z - \hat{V}) = \hat{G}^{\pm}(z) + \hat{G}^{\pm}(z)\hat{T}^{\pm}(z)\hat{G}^{\pm}(z), \qquad (8)$$

где $T_{\nu\mu} = \langle\varphi_\nu|\hat{V}|\psi_\mu\rangle$ — T-матрица; φ_ν — собственная функция гамильтониана без учета примеси; ψ_ν — волновая функция электрона при наличии примеси.

Вычислим функцию Грина для слоистого проводника. Следуя работе [20], можно показать, что для короткодействующей примеси при

$$x, y << \frac{r_L}{n_f}, \quad z << a, \qquad (9)$$

где $n_f = \varepsilon_f/(\hbar\Omega)$; r_L — ларморовский радиус, функцию Грина можно представить в виде

$$G^{\pm}(r, r', E) = \sum_\nu \frac{\phi_\nu(r)\phi^*_\nu(r')}{E - \varepsilon_\nu \pm i\delta} =$$

$$= \Phi(r, r')[G_{\mathrm{cl}}(r - r', E) + G_q^{\pm}], \qquad (10)$$

где

$$\Phi(r, r') = \exp\left[\frac{i\hbar c}{2eB}(x + x')(y - y')\right];$$

G_{cl} — вещественная часть функции Грина в отсутствие магнитного поля, а зависимостью G_q от $(r - r')$ можно пренебречь. В случае квазидвумерного спектра G_{cl} достаточно сложна для расчета в явном виде. В отличие от случая квадратичного спектра G_{cl} зависит от E и сложным образом зависит от $(r - r')$. Однако для дальнейших вычислений явный вид ее нам не понадобится. При вычислении G_q воспользуемся формулой суммирования Пуассона, в результате выражение для G_q примет следующий вид:

$$G_q^{\pm}(\varepsilon) = \mp\frac{im}{2\hbar^2 a}\left[1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left(\pm\frac{2\pi ik\varepsilon}{\hbar\Omega}\right)J_0\left(\frac{2\pi kA}{\hbar\Omega}\right)\right], \qquad (11)$$

где J_0 — функция Бесселя. Ряд, входящий в (11), условно сходится, но можно показать, что при учете дингловского размытия уровней Ландау в осциллирующей части функции Грина появляется малый множитель $C_D^k = \exp(-k/\Omega\tau)$, при этом ряд становится абсолютно сходящимся.

Как показано в работе [20], волновая функция электрона в поле примеси удовлетворяет уравнению Дайсона:

$$\psi_\nu(r) = \varphi_\nu(r) + \int G(r, r', E)V(r')\psi_\nu(r')d^3r'.$$

При подстановке функции Грина в виде (11) $\psi_\nu(r)$ в области, заданной неравенствами (9), можно представить в виде

$$\psi_\nu(r) = \frac{\varphi_\nu(R_{\mathrm{imp}})}{1 - (2\pi\hbar^2/m)\, f_{\mathrm{imp}}\, G_q^{\pm}(E)}\,\psi_0(r), \qquad (12)$$

где $\psi_0(r)$ удовлетворяет уравнению

$$\psi_0(r) = 1 + \int G_{\rm cl}(r,r',E)V(r')\psi_0(r')d^3r' \ ,$$

$R_{\rm imp}$ — координата примеси; полная амплитуда рассеяния $f_{\rm imp}$ определяется выражением

$$f_{\rm imp} = \frac{m}{2\pi\hbar^2}\int V(r)\psi(r)d^3r \ ; \qquad (13)$$

$G_{\rm cl}(r,E)$ плавно зависит от E и существенно изменяется в интервалах энергии $\Delta E \sim \varepsilon_f$. Однако при расчете гальваномагнитных коэффициентов существенна область энергии только вблизи уровня Ферми:

$$\Delta E = E - \varepsilon_f \sim \max(\hbar\Omega,\hbar\omega) << \varepsilon_f \ .$$

Таким образом, зависимостями $G_{\rm cl}(r,E)$ и $\psi_0(r)$ от E можно пренебречь, считая $E \simeq \varepsilon_f$. Выражение для T-матрицы в случае квазидвумерного спектра можно записать в виде

$$T^{\pm}_{\mu\nu}(E) = t^{\,\pm}(E)\varphi^*_\mu(R_0)\varphi_\nu(R_0) \ ,$$

$$t^{\pm}(E) = \frac{(2\pi\hbar^2/m)f_{\rm imp}}{1-(2\pi\hbar^2/m)\,f_{\rm imp}G^{\pm}_q(E)} \ , \qquad (14)$$

что совпадает с формулой (7) из работы [20] для случая квадратичного закона дисперсии. Существенно, что зависимость от энергии входит только в ядро T-матрицы.

При вычислении осциллирующей части тензора проводимости важны только недиагональные элементы оператора скорости. Вклад от диагональной части $\hat{v}$ в формуле для тока

$$\mathbf{j}_{\rm diag} = e\ {\rm Sp}(\hat{\mathbf{v}}_{\rm diag}\hat{f}) = -\frac{e^2\mathbf{E}}{i\omega m}\,{\rm Sp}\,(\hat{f}) = -\frac{e^2\mathbf{E}}{i\omega m}\,n_e$$

выражается через концентрацию электронов n_e и не может осциллировать при изменении магнитного поля. В выражении для матрицы плотности диагональной частью $\hat{v}_\pm$ можно также пренебречь. Действительно, $\hat{\mathbf{v}}$ в выражение для $\hat{f}$ входит только в виде комбинации $e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}/i\omega$, но так как диагональные компоненты скорости линейны по полю $\mathbf{E}$, то соответствующая им поправка к $\hat{f}$ будет квадратична по полю. Поскольку мы пренебрегаем диагональными компонентами $\hat{\mathbf{v}}$ в уравнении для тока, нас будет интересовать только недиагональная часть матрицы плотности $\hat{f}$. Как показано в работе [19], для недиагональных компонент матрицы плотности интеграл столкновений $in_{\rm imp}{\rm Sp}_\alpha\,[V_\alpha; F_0(f_1)]_{nm}/\hbar$, входящий в систему уравнений (4), сводится к умножению f_1 на величину

$$\frac{1}{\tau_{nm}} = \frac{i}{\hbar}\,n_{\rm imp}\,[t^+(\varepsilon_m+\hbar\omega) - t^-(\varepsilon_n-\hbar\omega)] \ . \qquad (15)$$

Уравнение для $\hat{F}_0$ системы (4) содержит в правой части коммутатор с оператором примеси. Поэтому в явном выражении для $\hat{F}_0$ наряду с T-матрицей будет присутствовать оператор $\hat{V}$, однако он сокращается, если при приведении подобных воспользоваться уравнением Дайсона:

$$\hat{T}^{\pm} = \hat{V} + \hat{V}\hat{G}^{\pm}\hat{T}^{\pm} = \hat{V} + \hat{T}^{\pm}\hat{G}^{\pm}\hat{V} \ , \qquad (16)$$

при этом выражение для $\hat{F}_0$ можно записать в виде

$$\hat{F}_0 = \frac{i}{2\pi}\int dz\ [-\hat{G}^+(z)\hat{T}^+(z)\hat{f}^{(0)}\hat{G}^-(z) +$$

$$+\hat{G}^+(z)\hat{f}^{(0)}\hat{T}^-(z)\hat{G}^-(z) - \hat{G}^+(z)\hat{T}^+(z)\hat{f}^{(0)}\hat{G}^-(z)\hat{T}^-(z)\hat{G}^-(z) +$$

$$+\hat{G}^+(z)\hat{T}^+(z)\hat{G}^+(z)\hat{f}^{(0)}\hat{T}^-(z)\hat{G}^-(z)] . \qquad (17)$$

Заметим, что $\hat{F}_0(\hat{f}^{(0)})$ имеет смысл примесной поправки к функции Ферми—Дирака

$$\hat{f}^{(0)}(\hat{\varepsilon}+\hat{V}) = \hat{f}^{(0)}(\hat{\varepsilon}) + \hat{F}_0(\hat{f}^{(0)}) \ .$$

Расчет $\hat{f}_1$ можно свести к вычислению $\hat{F}_1$. Для этого представим $\hat{F}_1$ и $\hat{f}_1$ в виде сумм

$$\hat{F}_1 = \hat{F}_a + \hat{F}_b \ , \ \hat{f}_1 = \hat{f}_a + \hat{f}_b \ ,$$

для которых система (4) будет иметь вид

$$\begin{aligned}
&-i\omega\hat{F}_a + \frac{i}{\hbar}[\hat{\varepsilon};\hat{F}_a] = \frac{i}{\hbar}\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{F}_0\right],\\
&-i\omega\hat{F}_b + \frac{i}{\hbar}[\hat{\varepsilon};\hat{F}_b] = -\frac{i}{\hbar}[\hat{V};\hat{F}_1] \ ,\\
&-i\omega\hat{f}_a + \frac{i}{\hbar}[\hat{\varepsilon};\hat{f}_a] + \hat{\tau}^{-1}\hat{f}_a = \frac{i}{\hbar}\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{f}^{(0)}\right],\\
&-i\omega\hat{f}_b + \frac{i}{\hbar}[\hat{\varepsilon};\hat{f}_b] + \hat{\tau}^{-1}\hat{f}_b = -\frac{i}{\hbar}\,n_{\rm imp}\,{\rm Sp}_\alpha\,[\hat{V};\hat{F}_1] \ .
\end{aligned} \qquad (18)$$

Нетрудно заметить, что

$$f^b_{nm} = \frac{-i\omega + i(\varepsilon_n-\varepsilon_m)/\hbar}{-i\omega + i(\varepsilon_n-\varepsilon_m)/\hbar + 1/\tau_{nm}}\,n_{\rm imp}\,{\rm Sp}_\alpha F^b_{nm} \ . \qquad (19)$$

Можно показать, что $\hat{F}_a$ отвечает за сдвиг уровней энергии из-за наличия примеси, и им можно пренебречь. Действительно, соответствующий вклад в проводимость

$$\sigma_{F_a} \sim \mathrm{Sp}\,[\hat{v};\hat{F}_0]\hat{v} \sim \int dP_z \sum_n (F^0_{n+1,n+1} - F^0_{n,n})n \sim \int dP_z \sum_n F^0_{n,n} \sim \mathrm{Sp}\,(\hat{f}^{(0)}(\hat{\varepsilon} + \hat{V}) - \hat{f}^{(0)}(\hat{\varepsilon}))$$

пропорционален разности концентраций электронов в присутствии примеси и без нее, т.е. не зависит от магнитного поля **B**. Таким образом, получаем

$$f^1_{nm} = \frac{\frac{i}{\hbar}\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{-i\omega};f^{(0)}\right]_{nm}}{-i\omega + \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_n - \varepsilon_m) + \frac{1}{\tau_{nm}}} + \frac{-i\omega + \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_n - \varepsilon_m)}{-i\omega + \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_n - \varepsilon_m) + \frac{1}{\tau_{nm}}}\, n_{\mathrm{imp}}\, \mathrm{Sp}_\alpha F^b_{nm}\,. \tag{20}$$

Поскольку только часть слагаемых, входящих в $\hat{F}^b$, оказывается существенной, представим его в следующем виде:

$$\begin{aligned}\hat{F}_b = \frac{i}{2\pi}\int dz_1 \Bigg\{ &\hat{G}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{F}_0(\hat{f}^{(0)})\right]\hat{G}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right) + \\
&+ \hat{G}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\hat{T}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\hat{G}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{F}_0(\hat{f}^{(0)})\right]\hat{G}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right) + \\
&+ \hat{G}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{F}_0(\hat{f}^{(0)})\right]\hat{G}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right)\hat{T}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right)\hat{G}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right) + \\
&+ \hat{G}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\hat{T}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\hat{G}^+\left(z_1 + \frac{\omega}{2}\right)\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{F}_0(\hat{f}^{(0)})\right]\hat{G}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right)\hat{T}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right)\hat{G}^-\left(z_1 - \frac{\omega}{2}\right)\Bigg\}\,.\end{aligned} \tag{21}$$

Первое слагаемое в (21) отвечает за сдвиг уровней энергии из-за наличия примеси, и им можно пренебречь. Последнее содержит выражение вида $\hat{T}\hat{\mathbf{v}}\hat{T}$, которое обращается в нуль при суммировании по P_y в (20) вследствие ортогональности полиномов Эрмита. По этой же причине в остальных слагаемых существенна только часть коммутатора $\left[\frac{e\mathbf{E}\hat{\mathbf{v}}}{i\omega};\hat{F}_0\right]$.

Упрощенное таким образом выражение для $\hat{f}_1$ нужно подставить в уравнение для тока (1). Заметим, что T-матрица недиагональна по P_y, P_z, и каждое её появление в формуле (21) приводит к необходимости суммирования по этим квантовым числам. Таким образом, для упрощения дальнейших вычислений было бы желательно привести выражение (21) к виду, где T-матрица входила бы в каждое слагаемое один раз. Это можно сделать, если воспользоваться следующими соображениями.

1. Как известно, тензор рассеяния удовлетворяет оптической теореме, которую в нашем случае удобно записать в виде

$$\begin{aligned}&\hat{T}^+(a)(\hat{G}^+(a) - \hat{G}^-(b))\hat{T}^-(b) = \hat{T}^+(a) - \hat{T}^-(b);\\
&-2\pi i\hat{T}^+(a)\delta(\hat{\varepsilon} - a)\hat{T}^-(a) = \hat{T}^+(a) - \hat{T}^-(a),\end{aligned} \tag{22}$$

что можно легко получить из борновского разложения T-матрицы, или же подставив функцию Грина и T-матрицу в явном виде.

2. Из явного вида T-матрицы следует, что для последней справедливо равенство

$$\hat{T}^\pm(a) = \frac{t^\pm(a)}{t^+(b)}\,\hat{T}^+(b)\,, \tag{23}$$

которое вместе с оптической теоремой дает эффективный способ упрощения тензорных выражений.

После всех преобразований выражение для матрицы плотности становится весьма громоздким, и мы его выписывать не будем. Проделав некоторые вычисления, тензор проводимости можно записать в виде $\sigma^\pm = \sigma^\pm_a + \sigma^\pm_b$, где

$$\sigma_a^{\pm} = \pm\frac{ie^2}{2\pi^2\hbar^2\omega}\sum_n\int dP_z\,\frac{n\,[f^{(0)}(\varepsilon_n \pm \hbar\Omega) - f^{(0)}(\varepsilon_n)]}{\omega \mp \Omega - \dfrac{n_{\text{imp}}}{\hbar}\,[t^+(\varepsilon_n + \hbar\omega) - t^-(\varepsilon_n - \hbar\omega)]},$$

$$\sigma_b^{\pm} = \pm\frac{ie^2 n_{\text{imp}}}{2\pi^2\hbar^2\omega(\omega \mp \Omega)}\sum_n\int dP_z\,\frac{n}{\omega\mp\Omega - \dfrac{n_{\text{imp}}}{\hbar}\,[t^+(\varepsilon_n + \hbar\omega) - t^-(\varepsilon_n - \hbar\omega)]}\times \quad (24)$$

$$\times\left[-\frac{i}{2\pi}(\omega \pm \Omega)\int dz\,\frac{t^+(z) - t^-(z)}{\varepsilon_n + \omega \mp \Omega - z + i\delta}\,\frac{f^{(0)}(z) - f^{(0)}(\varepsilon_n)}{z - \varepsilon_n - i\delta} + \right.$$

$$\left. + \frac{i}{2\pi}(\omega \pm \Omega)\int dz\,\frac{t^+(z) - t^-(z)}{\varepsilon_n - \omega \pm \Omega - z - i\delta}\,\frac{f^{(0)}(z) - f^{(0)}(\varepsilon_n)}{z - \varepsilon_n + i\delta}\right], \quad (25)$$

где n_e — концентрация электронов, а $\sigma_a^{\pm}$, $\sigma_b^{\pm}$ соответствуют $\hat{f}_a$, $\hat{f}_b$ в матрице плотности. Для сокращения записи здесь опущены некоторые слагаемые, существенные для классической части $\sigma^{\pm}$, но не вносящие вклад в осциллирующую часть проводимости. Данное выражение позволяет вычислить проводимость для любых значений ω, однако элементарные оценки глубины проникновения электромагнитной волны в проводник показывают, что для исследуемых слоистых проводников область резонанса $(\omega - \Omega \sim 1/\tau)$ соответствует случаю аномального скин-эффекта и не может рассматриваться в рамках приближения локальной связи. В отсутствие резонанса и при $\omega \neq 0$ основной вклад в квантовые осцилляции тензора проводимости дает поправка, линейная по $1/\tau$. Второй порядок по $1/\tau$ становится существенным только для статического случая $\omega << \Omega$, поэтому в выражениях, квадратичных по обратному времени релаксации, можно положить $\Omega - \omega \simeq \Omega$. Заметим, что при взятии Sp в выражениях (24), (25) плотность состояний $\nu(\varepsilon)$, входящая в Sp в формуле для тока (1), выражается через функцию Грина (11):

$$\frac{eB}{c(2\pi\hbar)^2}\sum_n\int dP_z \ldots = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\int \nu(\varepsilon)d\varepsilon \ldots =$$

$$= \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i}[G_q^- - G_q^+]\ldots \quad (26)$$

Чтобы несколько упростить дальнейшие вычисления, считаем осцилляции ядра тензора рассеяния малыми, т.е.

$$\frac{f_{\text{imp}}}{a}\left(\hbar\frac{\Omega}{A}\right)^{1/2} C_D << 1\,, \quad (27)$$

и будем удерживать лишь главные члены разложения по $\hbar\Omega/\varepsilon_f$ и $1/\Omega\tau$, полагая, что $1/\Omega\tau >> \hbar\Omega/\varepsilon_f$. После подстановки (11), (14) и (26) в (24), (25) выражение для проводимости будет содержать произведения рядов вида

$$\sum_k^{\infty}(-1)^k \exp\left(\frac{2\pi ik\varepsilon}{\hbar\Omega}\right)J_0\left(\frac{2\pi kA}{\hbar\Omega}\right)\times$$

$$\times\sum_l^{\infty}(-1)^l \exp\left[\frac{2\pi il}{\hbar\Omega}(\varepsilon + \Delta)\right]J_0\left(\frac{2\pi lA}{\hbar\Omega}\right) =$$

$$= \sum_{k,l}^{\infty}(-1)^{k+l}\exp\left(\frac{2\pi il\Delta}{\hbar\Omega}\right)\exp\left[\frac{2\pi i\varepsilon}{\hbar\Omega}(k+l)\right]\times$$

$$\times J_0\left(\frac{2\pi kA}{\hbar\Omega}\right)J_0\left(\frac{2\pi lA}{\hbar\Omega}\right),\ \Delta = 0, \pm\hbar\omega\,, \quad (28)$$

необходимую абсолютную сходимость которых, как уже было сказано, обеспечивает дингловское размытие уровней Ландау. Члены ряда с $k, l \neq 0$, входящие в (28), содержат функцию Бесселя, которая дает дополнительный малый множитель $\sqrt{\hbar\Omega/A}$. Таким образом, основной вклад в высокочастотные осцилляции проводимости будут вносить части суммы (28) с $k \neq l = 0$ и $l \neq k = 0$. Кроме того, оставим произведения с $k + l = 0$, фаза которых не зависит от ε, они ответственны за осцилляции на разностных частотах. Как будет видно из дальнейших вычислений, это приведет к независимости фазы осцилляций соответствующей части тензора проводимости от ε_f, в результате чего ее амплитуда не будет подавляться обычным температурным размытием, но будет дважды содержать фактор Дингла C_D. Таким образом, в отсутствие резонанса $(\omega - \Omega >> 1/\tau)$ квантовая добавка к тензору проводимости, обусловленная наличием примеси, имеет вид

$$\sigma_q^{\pm} = \frac{2e^2 n_e}{m\tau} \frac{1}{(\omega \mp \Omega)^2} \times$$

$$\times \left\{ \left(1 \pm \frac{3i}{\Omega\tau}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(\frac{2\pi i k\omega}{\Omega}\right) J_0^2\left(\frac{2\pi k A}{\hbar\Omega}\right) C_D^2 + \right.$$

$$+ \left(1 \pm \frac{3}{2}\frac{i}{\Omega\tau}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k i\Omega}{\pi k\omega} \cos\left(\frac{2\pi k\varepsilon_f}{\hbar\Omega}\right) \times$$

$$\left. \times \left(\exp\left(2\pi i k\frac{\omega}{\Omega}\right) - 1\right) J_0\left(\frac{2\pi k A}{\hbar\Omega}\right) C_D C_t \right\}, \quad (29)$$

где $C_t = [2\pi^2 k_B T/(\hbar\Omega)]/[\mathrm{sh}\,(2\pi^2 k_B T/(\hbar\Omega))]$ — множитель, ответственный за температурное размытие;

$$\frac{1}{\tau} = \frac{4\hbar\pi^2 C_{\mathrm{imp}} n_{\mathrm{imp}} f_{\mathrm{imp}}^2}{ma}$$

— время релаксации, обусловленное примесью [19], численно равное неосциллирующей части выражения (15); f_{imp} — полная амплитуда рассеяния (13); $C_{\mathrm{imp}} = 1$, если $f_{\mathrm{imp}} << a$, и $C_{\mathrm{imp}} = (a/f_{\mathrm{imp}})^2$, если $f_{\mathrm{imp}} >> a$.

Как было замечено в работе [20], квантовые осцилляции импеданса и величин, характеризующих распространение электромагнитной волны в проводнике, в основном определяются квантовой природой интеграла столкновений, связанного с рассеянием на примесях. В бесстолкновительном пределе осцилляции импеданса связаны с осцилляциями намагниченности. В работе [20] рассмотрены только осцилляции на основных гармониках. Низкочастотные осцилляции на комбинационных частотах в осцилляциях намагниченности не появляются . Таким образом, с достаточной степенью точности можно считать, что полный тензор проводимости имеет вид $\sigma^{\pm} = \sigma_{\mathrm{cl}}^{\pm} + \sigma_q^{\pm}$, где $\sigma_{\mathrm{cl}}^{\pm} = n_e e^2/[m(-i\omega \pm i\Omega + 1/\tau)]$ — классическая, неосциллирующая часть тензора проводимости.

Поскольку рассматривается только случай нормального скин-эффекта, то приведенное выражение для проводимости полностью описывает процесс распространения электромагнитной волны. В приближении локальной связи плотности тока с электрическим полем последнее затухает в образце экспоненциально:

$$E^{\pm}(z,t) = E_0^{\pm} \exp\,(ik_z^{\pm} z - i\omega t)\ ,$$

где

$$k_z^{\pm} = \left(\frac{4\pi i\omega\sigma_{\pm}}{c^2}\right)^{1/2} .$$

Импеданс и глубина проникновения поля в проводник связаны с $k_z^{\pm}$ соотношениями

$$Z_{\pm} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\omega}{k_z^{\pm}}\ , \quad \delta_{\pm} = (\mathrm{Im}\ k_z^{\pm})^{-1} .$$

Учитывая малость амплитуды квантовых осцилляций, выражение для импеданса можно переписать в виде

$$Z_{\pm} = Z_{\pm}^{\mathrm{cl}} \left\{ 1 - \frac{i}{(\omega \mp \Omega)\tau} \left[\left(1 \pm \frac{3i}{\Omega\tau}\right) \times \right.\right.$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \exp\left(2\pi i k \frac{\omega}{\Omega}\right) J_0^2\left(\frac{2\pi k A}{\hbar\Omega}\right) C_D^2 +$$

$$+ \left(1 \pm \frac{3}{2}\frac{i}{\Omega\tau}\right) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k i\Omega}{\pi k\omega} \cos\left(\frac{2\pi k\varepsilon_f}{\hbar\Omega}\right) \times$$

$$\left.\left. \times \left[\exp\left(\frac{2\pi i k\omega}{\Omega}\right) - 1\right] J_0\left(\frac{2\pi k A}{\hbar\Omega}\right) C_D C_t \right] \right\}, \quad (30)$$

где $Z_{\pm}^{\mathrm{cl}}$ — не осциллирующая по обратному магнитному полю часть импеданса.

Необычная температурная зависимость низкочастотных осцилляций имеет простое физическое объяснение. Низкочастотные осцилляции импеданса образуются интерференцией осцилляций от двух экстремальных сечений, что приводит к появлению множителя

$$\cos\left(\frac{S_1 - S_2}{eB\hbar/c}\right) = \cos\left(\frac{4\pi A}{\hbar\Omega}\right),$$

где $S_{1,2} = 2\pi m(\varepsilon_f \pm A)$, определяющего зависимость низкочастотного вклада от магнитного поля. Если интеграл перекрытия волновых функций электронов, принадлежащих соседним слоям, почти не зависит от энергии, т.е. $A(\varepsilon) \simeq \mathrm{const}$, то учет температурного размытия фермиевской функции не приводит к уменьшению амплитуды осцилляций. Даже если $A(\varepsilon)$ и зависит от энергии носителей заряда, то $dA(\varepsilon)/d\varepsilon \simeq \eta$, и с ростом температуры амплитуда осцилляций, пропорциональная $\exp\,[-(2\pi^2 k_B T)(|dA/d\varepsilon|)/(\hbar\Omega)]$, убывает значительно медленнее, чем амплитуда основных гармоник. Это дает основание надеяться, что в синтезированных комплексах на основе тетратиафульвалена можно наблюдать квантовые низкочастотные осцилляции импеданса даже при температуре жидкого водорода, когда их основные гармоники ничтожно малы. Несмотря на то что низкочастотные осцилляции импеданса на комбинированных частотах проявляются в следующих порядках по магнитному малому параметру $\hbar\Omega/(\eta\varepsilon_f)$, эти осцилляции удалось наблюдать при температурах жидкого гелия для статического магнитосопротивления [22], и, как нам сообщил проф. В. Г. Песчанский, эти наблюдения согласуются с теоретическим расчетом [23].

1. O. V. Kirichenko, Yu. A. Kolesnichenko, and V. G. Peschansky, *Phys. Rev.* **18**, 4 (1998).
2. М. В. Карцовник, В. Н. Лаухин, В. Н. Нижанковский, А. А. Игнатьев, *Письма в ЖЭТФ* **47**, 302 (1988).
3. М. В. Карцовник, П. А. Кононович, В. Н. Лаухин, И. Ф. Щеголев, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 498 (1988).
4. I. D. Parker, D. D. Pigram, R. H. Friend, M. Kurmo, and P. Day, *Synth. Met.* **27**, A387 (1988).
5. K. Oshima, T. Mori, H. Inokuchi, H. Urayama, H. Yamochi, and C. Sato, *Phys. Rev.* **B38**, 938 (1988).
6. W. Kang, G. Montanbaux, J. R. Cooper, D. Jerome, P. Batail, and C. Lenoir, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2559 (1989).
7. I. F. Schegolev, P. A. Kononovich, M. V. Kartsovnik, V. N. Laukhin, S. I. Pesotskii, B. Hilti, and C. W. Mayer, *Synth. Met.* **39**, 537 (1990).
8. R. Yagi, Y. Iue, T. Osada, and S. Kagoshima, *Phys. Soc. Jpn.* **59**, 3069 (1990).
9. N. D. Kurshch, L. I. Buravov, M. V. Kartsovnik, V. N. Laukhin, S. I. Pesotskii, R. P. Rozenberg, E. B. Jagubskii, and A. V. Zvarikina, *Synth. Met.* **46**, 271 (1992).
10. A. E. Kovalev, M. V. Kartsovnik, R. P. Shibaeva, R. P. Rozenberg, and I. F. Shchegolev, *Solid. State Commun.* **89**, 575 (1994).
11. M. V. Kartsovnik, A. E. Kovalev, V. N. Laukhin, I. F. Shchegolev, H. Ito, T. Ishiguro, N. D. Kushch, H. Mori, and G. Saito, *Synth. Met.* **70**, 811 (1995).
12. J. Woznitza, *Fermi Surfaces of Low-Dimensional Organic Metals and Superconductors*, Spring-Vertag, Berlin (1996); M. V. Kartsovnik and V. N. Laukhin, *J. Phys. I France* **6**, 1753 (1996); J. Singelton, *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1111 (2000).
13. J. Singleton, F. L. Pratt, M. Dorotto, T. J. B. M. Janssen, M. Kurmoo, J. A. A. J. Perenboom, W. Hayes, and P. Day, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2500 (1992).
14. С. В. Демишев, Н. Е. Случанко, А. В. Семено, Н. А. Самарин, *Письма в ЖЭТФ* **61**, 299 (1995).
15. S. V. Demishev, A. V. Semeno, N. E. Sluchanko, N. A. Samarin, I. B. Voskoboinikov, V. V. Glushkov, J. Singleton, S. J. Blundell, S. O. Hill, W. Hayes, M. V. Kartsovnik,A. E. Kovalev, M. Kurmoo, P. Day, and N. D. Kushch, *Phys. Rev.* **B53**, 12794 (1996).
16. A. Polisski, J. Singleton, and N. Kushch, *Czech. J. Phys.* **46**, 2623 (1996).
17. С. В. Демишев, А. В. Семено, Н. Е. Случанко, Н. А. Самарин, И. Б. Воскобойников, М. В. Карцовник, А. Е. Ковалев, Н. Д. Кущ, *ЖЭТФ* **111**, 979 (1997).
18. А. М. Косевич, В. В. Андреев, *ЖЭТФ* **38**, 882 (1960).
19. В. В. Андреев, А. М. Косевич, *ЖЭТФ* **43**, 1061 (1962).
20. В. Г. Скобов, *ЖЭТФ* **39**, 689 (1960).
21. В. Г. Песчанский, И. В. Козлов, К. Ясемидес, *ФНТ* **26**, 225 (2000).
22. T. G. Togonidze, M. V. Kortsovnik, J. A. A. J. Perenboom, N. D. Kurshch, and H. Kobayashi, *Physika* **B294–295**, 435 (2001).
23. P. D. Grigoriev, M. V. Kartsovnik, W. Biberacher, and P. Wyder, *cond-mat/0108352* (2001).

Low frequency quantum oscillations of impedance of layered conductors in strong magnetic field

O. V. Kirichenko and I. V. Kozlov

The propagation of electromagnetic waves in layered conductions is studied using the quantum kinetic equation. Quantum oscillations of the impedance with an elastic impurity present are calculated. An expression is derived for the low frequency oscillations in a wide range of electromagnetic wave frequencies.