

Фононы в проводниках с магнитопримесными состояниями электронов

А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба

*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: alexander.m.ermolaev@univer.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 15 апреля 2003 г.

Рассматривается совместное влияние квазилокальных колебаний примесных атомов в решетке и магнитопримесных состояний электронов на этих атомах на спектр и затухание фононов в проводниках в квантующем магнитном поле. На основе электрон-ионной модели неидеального проводника в магнитном поле получена система уравнений для электронной и ионной функций Грина, учитывающая квазилокальные колебания и магнитопримесные состояния. При малой концентрации примесных атомов магнитопримесные состояния приводят к резонансным добавкам к поляризационному оператору. Они существенно влияют на спектр и затухание фононов. Магнитопримесные состояния обуславливают кроссовое расщепление фононных дисперсионных кривых и появление новых ветвей в спектре упругих колебаний.

Розглядається сумісний вплив квазілокальних коливань домішкових атомів у ґратці і магнітодомішкових станів електронів на цих атомах на спектр і згасання фононів у провідниках у квантуючому магнітному полі. На основі електрон-іонної моделі неідеального провідника у магнітному полі отримано систему рівнянь для електронної і іонної функцій Гріна, яка враховує квазілокальні коливання і магнітодомішкові стани. При малій концентрації домішкових атомів магнітодомішкові стани призводять до резонансних додатків до поляризаційного оператора. Вони суттєво впливають на спектр і згасання фононів. Магнітодомішкові стани зумовлюють кросове розщеплення фононних дисперсійних кривих і появу нових гілок у спектрі пружних коливань.

PACS: 43.35.+d, 71.50.+t

Введение

Описание динамических свойств проводников основано на выделении электронной и ионной подсистем и учете взаимодействия между ними. Следствием такого разделения является рассмотрение низкотемпературных свойств проводящих систем с помощью модели Фрелиха [1] и адиабатического приближения [2]. Однако хорошо известно, что оба эти метода обладают рядом недостатков. В частности, использование гамильтониана Фрелиха не позволяет корректно исследовать свойства ионной подсистемы. В свою очередь, адиабатическое приближение плохо приспособлено для изучения электронной подсистемы, хотя динамика ионов в этом подходе исследуется с большой точностью. К недостаткам адиабатического приближения можно отнести также отсутствие удобной диа-

граммной техники для вычисления неадиабатических поправок к наблюдаемым величинам. Можно утверждать, что последовательная микроскопическая теория электрон-ионного взаимодействия в вырожденных проводниках еще далека от окончательного завершения, хотя попытки создать такую теорию предпринимаются давно. Ситуация усложняется в реальных проводниках, содержащих примесные атомы и другие дефекты решетки [3–8], а также в ограниченных проводниках [9].

Проблема влияния примесных атомов на свойства кристаллов восходит к известной серии работ И. Лифшица по теории колебаний неидеальных кристаллических решеток, выполненных еще в 40-е годы [3]. Им сформулирована и решена задача о влиянии примесных атомов на спектр фононов, предсказаны локальные колебания неидеальной ре-

шетки, разработан метод расчета физических характеристик систем, возмущенных примесными атомами. Вскоре эта теория была использована для изучения примесных состояний других квазичастиц – электронов и магнонов [10].

Обычно примесные состояния фононов и электронов изучаются отдельно. Это допустимо, если энергия электрона на квазилокальном уровне существенно отличается от частоты квазилокальных колебаний решетки. Между тем эти величины при определенных условиях могут быть сравнимыми [11]. Эффекты взаимодействия квазилокализованного электрона с колебательными степенями свободы примесного иона изучаются давно. В работе [12] показано, что электрон-фононное взаимодействие существенно влияет на форму кривой зависимости сечения рассеяния электронов примесным атомом от энергии электрона. Это сказывается на подвижности электронов в примесном проводнике. В [13] рассмотрена задача о рассеянии электрона или дырки на резонансном примесном центре с локальной электрон-фононной связью. Найдено влияние этой связи на сечение рассеяния электронов примесным атомом. Электрон-фононное взаимодействие в примесных проводниках изучалось в работе [14]. Используя диаграммную технику Келдыша, авторы этой работы получили интегралы столкновений, описывающие релаксацию электронов и фононов в примесных нормальных металлах и сверхпроводниках.

Электрон-фононное взаимодействие в металлах в квантующем магнитном поле рассматривалось в работе [15], в которой на основе модели Фрелиха изучены особенности спектра и затухания фононов, обусловленные квантованием Ландау. Неадиабатические эффекты в фононном спектре чистых проводников в магнитном поле с учетом фермижидкостных эффектов рассмотрены в [16]. Естественным продолжением работ этого направления явилось рассмотрение примесных состояний электронов в магнитном поле [17,18].

Задача о примесных состояниях электронов в магнитном поле \mathbf{H} имеет свою специфику. Дело в том, что примесь, притягивающая электроны, способна локализовать частицу в трехмерном образце лишь в том случае, когда неопределенность энергии частицы в примесной потенциальной яме не превышает глубины ямы [19]:

$$\frac{1}{mr_0^2} < U_0, \quad (1)$$

где m – масса электрона, r_0 и U_0 – радиус и глубина ямы. Здесь и ниже квантовая постоянная принята равной единице. Если условие (1) не выполняется, то примесные состояния не образуются, происходит

лишь потенциальное рассеяние электрона примесными атомами, сопровождающееся незначительным сдвигом фазы его волновой функции. При наличии магнитного поля ситуация иная. Движение электрона в магнитном поле похоже на одномерное, а в одномерном случае потенциальная яма сколь угодно малой интенсивности способна локализовать частицу [19]. В магнитном поле примесные состояния существуют и в том случае, когда неравенство (1) не выполняется. Примесь притяжения, частично снимая вырождение уровней энергии электронов по положению центра ларморовской «орбиты», отщепляет от каждого уровня Ландау подуровни. Подуровни, отщепленные от основного уровня Ландау, попадают в запрещенную область энергий и являются локальными. Подуровни, отщепленные от высших подзон Ландау, гибридизируясь с состояниями непрерывного спектра, оказываются квазилокальными. Эти состояния обусловлены совместным действием на электроны примесей притяжения и магнитного поля, поэтому они называются магнитопримесными [17,18,20]. В работах [20,21] показано, что магнитопримесные состояния способствуют распространению в проводниках новых типов коллективных возбуждений, названных магнитопримесными волнами [20].

Как уже отмечалось, квазилокальные состояния фононов и электронов рассматриваются отдельно. Между тем, примесный атом может быть источником как квазилокальных колебаний решетки, так и квазилокальных состояний электронов. Совместное изучение примесных состояний электронов и фононов – актуальная задача физики твердого тела. Здесь мы рассматриваем совместное влияние квазилокальных колебаний решетки с тяжелыми примесными атомами и магнитопримесных состояний электронов на спектр и затухание фононов в вырожденных проводниках. В разд. 1 описана использованная в работе электрон-ионная модель неидеального металла в квантующем магнитном поле. Выводу основных уравнений теории методом температурных функций Грина посвящен разд. 2. В третьем разделе рассмотрено влияние магнитопримесных состояний электронов на поляризационный оператор фононов. Спектр и затухание фононов в проводниках с квазилокальными колебаниями решетки и магнитопримесными состояниями электронов рассмотрены в разд. 4.

1. Модель

Рассмотрим систему электронов проводимости в простой кристаллической решетке ионов. Радиус-вектор иона представим в виде $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_n^0 + \mathbf{u}_n$, где \mathbf{r}_n^0 – его положение равновесия, а \mathbf{u}_n – вектор сме-

щения. В некоторых узлах содержатся примесные ионы. Введем числа заполнения узлов:

$$c_n = \begin{cases} 1, & \text{узел } n \text{ примесный,} \\ 0, & \text{узел } n \text{ основной.} \end{cases}$$

Масса иона в n -ом узле будет равна

$$M_n = M_0 + (M_1 - M_0)c_n,$$

где M_0 — масса основного иона, а M_1 — примесного.

Гамильтониан ионной подсистемы в гармоническом приближении равен [5,6]

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2M_0} \sum_{nv} (\hat{p}_n^v)^2 + \frac{1}{2} \sum_{nn'vv'} \Phi_{nn'}^{vv'} \hat{u}_n^v \hat{u}_{n'}^{v'} + \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M_1} - \frac{1}{M_0} \right) \sum_{nv} c_n (\hat{p}_n^v)^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\hat{p}_n^v = M_n \hat{u}_n^v$$

— оператор импульса иона в узле n ; $\Phi_{nn'}^{vv'}$ — динамическая матрица; \hat{u}_n^v — оператор декартовых компонент вектора смещения \mathbf{u}_n иона в узле n ($v = x, y, z$). В правой части (2) первые два слагаемых представляют гамильтониан идеальной решетки, а третье — часть, связанная с примесным возмущением. Считаем, что примеси не возмущают динамическую матрицу Φ (изотопическое приближение для колебательного спектра), однако рассеивают электроны. Следует отметить, что при большом различии масс M_0 и M_1 это приближение является достаточно точным. Это объясняется тем, что вблизи примесного иона происходит локальная перестройка свойств решетки, которая существенно уменьшает относительное изменение силовых констант, особенно при наличии электронов проводимости [6].

Гамильтониан электрона в поле ионов и в магнитном поле имеет вид

$$\hat{h} = \frac{1}{2m_0} \left(-i\nabla - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \sum_n u_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) - \hat{\mu} \mathbf{H},$$

где m_0 и e — масса и заряд свободного электрона, $\hat{\mu}$ — оператор спинного магнитного момента, $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$ — векторный потенциал в калибровке Ландау, $u_n(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|)$ — потенциальная энергия электрона в поле n -го иона, c — скорость света. Предполагаем, что ионы совершают малые колебания около положений равновесия и в разложении $u_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)$ ограничиваемся линейными по смещениям \mathbf{u}_n членами. Тогда гамильтониан электрона принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{h} = & \frac{1}{2m_0} \left(-i\nabla - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \sum_n u_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^0) + \\ & + \sum_n c_n [u_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^0) - u_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^0)] + \\ & + \sum_n \hat{u}_n \mathbf{a}_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^0) - \hat{\mu} \mathbf{H}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$a_n^v(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^0) = - \frac{\partial}{\partial x_v} u_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n^0),$$

u_0 — энергия взаимодействия электрона с основным ионом, а u_1 — с примесным. Второе слагаемое в формуле (3) представляет собой энергию взаимодействия электрона с идеальной решеткой. Поэтому первые два слагаемых в гамильтониане (3) соответствуют проблеме блоховского электрона в магнитном поле. Используя приближение эффективной массы, заменим m_0 на эффективную массу электрона в решетке m . Третье слагаемое в формуле (3) представляет собой примесный потенциал, рассеивающий электроны. Четвертое слагаемое в (3) описывает взаимодействие электрона с колебаниями ионов. Гамильтониан электронов и ионов в представлении вторичного квантования имеет вид

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{V},$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_0 = & \frac{1}{2M_0} \sum_{nv} (\hat{p}_n^v)^2 + \frac{1}{2} \sum_{nn'vv'} \Phi_{nn'}^{vv'} \hat{u}_n^v \hat{u}_{n'}^{v'} + \\ & + \sum_{\kappa\sigma} \xi_{\kappa\sigma} \hat{a}_{\kappa\sigma}^+ \hat{a}_{\kappa\sigma} \end{aligned}$$

— невозмущенная примесными атомами часть,

$$\hat{V} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M_1} - \frac{1}{M_0} \right) \sum_{nv} c_n (\hat{p}_n^v)^2 +$$

$$+ \sum_{\mathbf{q}^n} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} \sum_{\kappa\kappa'\sigma} I_{\kappa'\kappa}(\mathbf{q}) \hat{a}_{\kappa'\sigma}^+ \hat{a}_{\kappa\sigma} [\Delta u(\mathbf{q}) c_n - i(\mathbf{q}\hat{\mathbf{u}}_n) u_n(\mathbf{q})]$$

— гамильтониан взаимодействия. Здесь $\kappa = (n, k_y, k_z)$ — квантовые числа Ландау; σ — спиновое квантовое число; $\xi_{\kappa\sigma} = \epsilon_{\kappa\sigma} - \mu$ — энергия электрона, отсчитанная от химпотенциала μ , $\epsilon_{\kappa\sigma}$ — спектр Ландау; $\hat{a}_{\kappa\sigma}$ и $\hat{a}_{\kappa\sigma}^+$ — операторы уничтожения и рождения электронов в состоянии $|\kappa\sigma\rangle$; $u_n(\mathbf{q})$ — компонента Фурье потенциала; $\Delta u = u_1 - u_0$; $I_{\kappa'\kappa}(\mathbf{q}) = \langle \kappa' | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \kappa \rangle$ — матричные элементы плоской волны в базисе Ландау. Здесь и дальше объем системы принят равным единице. В этих

формулах использовано представление вторичного квантования для электронов, а гамильтониан ионной подсистемы записан в первично квантованном виде.

2. Основные уравнения

Для вывода уравнений, описывающих динамические свойства электрон-примесного проводника, воспользуемся техникой температурных функций Грина [22]. С этой целью введем электронную и ионную гриновские функции

$$G_{\sigma\sigma'}(\kappa\tau, \kappa'\tau') = - \langle T_{\tau} \{ \hat{a}_{\kappa\sigma}(\tau) \hat{a}_{\kappa'\sigma'}^{\dagger}(\tau') \} \rangle, \quad (4)$$

$$D_{nn'}^{vv'}(\tau, \tau') = - \langle T_{\tau} \{ \hat{u}_n^v(\tau) \hat{u}_{n'}^{v'}(\tau') \} \rangle, \quad (5)$$

где $\hat{u}_n^v(\tau)$, $\hat{a}_{\kappa\sigma}(\tau)$ и $\hat{a}_{\kappa\sigma}^{\dagger}(\tau)$ – мацубаровские операторы смещения иона, а также уничтожения и рождения электронов; τ – мацубаровское «время» ($0 \leq \tau \leq \beta$, β – обратная температура), T_{τ} – символ

хронологического упорядочения операторов, угловыми скобками обозначено усреднение по большому каноническому ансамблю Гиббса.

Уравнение движения для электронной функции Грина (4) имеет вид

$$\left(-\frac{\partial}{\partial\tau} - \xi_{\kappa\sigma} \right) G_{\sigma\sigma'}(\kappa\tau, \kappa'\tau') = \delta_{\kappa\kappa'} \delta_{\sigma\sigma'} \delta(\tau - \tau') + \sum_{\mathbf{q}n\kappa_1} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} I_{\kappa\kappa_1}(\mathbf{q}) \Delta u(\mathbf{q}) c_n G_{\sigma\sigma'}(\kappa_1\tau, \kappa'\tau') + i \sum_{\mathbf{q}n\nu\kappa_1} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} I_{\kappa\kappa_1}(\mathbf{q}) q^{\nu} u_n(\mathbf{q}) \langle T_{\tau} \{ \hat{a}_{\kappa_1\sigma}(\tau) \hat{a}_{\kappa'\sigma'}^{\dagger}(\tau') \hat{u}_n^{\nu}(\tau) \} \rangle. \quad (6)$$

Аналогичное уравнение для ионной функции Грина принимает форму

$$-\frac{\partial^2}{\partial\tau^2} D_{nn'}^{vv'}(\tau, \tau') = -\frac{1}{M_n} \delta_{nn'} \delta_{vv'} \delta(\tau - \tau') - \frac{1}{M_n} \sum_{n_1\nu_1} \Phi_{nn_1}^{vv_1} D_{n_1n'}^{v_1v'}(\tau, \tau') - \frac{i}{M_n} \sum_{\mathbf{q}} q^{\nu} u_n(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} \sum_{\kappa\kappa'\sigma} I_{\kappa\kappa'}(\mathbf{q}) \langle T_{\tau} \{ \hat{a}_{\kappa'\sigma}^{\dagger}(\tau) \hat{a}_{\kappa\sigma}(\tau) \hat{u}_n^{\nu}(\tau') \} \rangle. \quad (7)$$

Функция D связана с гриновской функцией идеальной решетки D_0 уравнением Дайсона [22,23]

$$D_{nn'}^{vv'}(\tau, \tau') = D_{nn'}^{0vv'}(\tau, \tau') + \sum_{n_1\nu_1} \int_0^{\beta} d\tau_1 \sum_{n_2\nu_2} \int_0^{\beta} d\tau_2 D_{nn_1}^{0vv_1}(\tau, \tau_1) \Pi_{n_1n_2}^{v_1v_2}(\tau_1, \tau_2) D_{n_2n'}^{v_2v'}(\tau_2, \tau'), \quad (8)$$

где Π – поляризационный оператор.

В правой части уравнений (6) и (7) содержится смешанная функция Грина

$$P_{\sigma\sigma'}^{v_1}(\kappa\tau, \kappa'\tau', n_1\tau_1) = \langle T_{\tau} \{ \hat{a}_{\kappa\sigma}(\tau) \hat{a}_{\kappa'\sigma'}^{\dagger}(\tau') \hat{u}_{n_1}^{v_1}(\tau_1) \} \rangle.$$

Она связана с вершинной функцией Γ соотношением

$$P_{\sigma\sigma'}^{v_1}(\kappa\tau, \kappa'\tau', n_1\tau_1) = \sum_{\kappa'_1\sigma'_1} \int_0^{\beta} d\tau'_1 \sum_{\kappa'_2\sigma'_2} \int_0^{\beta} d\tau'_2 \sum_{n'_3\nu'_3} \int_0^{\beta} d\tau'_3 G_{\sigma\sigma'_1}(\kappa\tau, \kappa'_1\tau'_1) \times \times \Gamma_{\sigma'_1\sigma'_2}^{v'_3}(\kappa'_1\tau'_1, \kappa'_2\tau'_2, n'_3\tau'_3) G_{\sigma'_2\sigma'}(\kappa'_2\tau'_2, \kappa'\tau') D_{n'_3n_1}^{v'_3v_1}(\tau'_3, \tau_1).$$

Фурье-преобразование по τ позволяет представить уравнение (8) в виде

$$D_{nn'}^{vv'}(\omega_m) = D_{nn'}^{0vv'}(\omega_m) + \sum_{\substack{n_1\nu_1 \\ n_2\nu_2}} D_{nn_1}^{0vv_1}(\omega_m) \Pi_{n_1n_2}^{v_1v_2}(\omega_m) D_{n_2n'}^{v_2v'}(\omega_m), \quad (9)$$

где ω_m – четные мацубаровские частоты. Компонента Фурье поляризационного оператора равна

$$\begin{aligned} \Pi_{n_1 n_2}^{v_1 v_2}(\omega_m) = & (M_1 - M_0) c_{n_1} \omega_m^2 \delta_{n_1 n_2} \delta_{v_1 v_2} - i \sum_{\mathbf{q}} q^{v_1} u_{n_1}(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_{n_1}^0} \sum_{\kappa\kappa'\sigma} I_{\kappa\kappa'}(\mathbf{q}) \sum_{\kappa'_1\sigma'_1} \sum_{\kappa'_2\sigma'_2} \frac{1}{\beta} \sum_s G_{\sigma\sigma'_1}(\kappa\kappa'_1, \zeta_s) \times \\ & \times \Gamma_{\sigma'_1\sigma'_2}^{v_2}(\kappa'_1\kappa'_2 n_2; \zeta_s, \zeta_s - \omega_m) G_{\sigma'_2\sigma}(\kappa'_2\kappa', \zeta_s - \omega_m), \end{aligned} \quad (10)$$

ζ_s – нечетные мацубаровские частоты.

Совершая в (6) фурье-преобразование по τ , получаем

$$\begin{aligned} (i\zeta_s - \xi_{\kappa\sigma}) G_{\sigma\sigma'}(\kappa\kappa', \zeta_s) = & \delta_{\kappa\kappa'} \delta_{\sigma\sigma'} + \sum_{\mathbf{q} n \kappa_1} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} I_{\kappa\kappa_1}(\mathbf{q}) \Delta u(\mathbf{q}) c_n G_{\sigma\sigma'}(\kappa_1\kappa', \zeta_s) + \\ & + i \sum_{\mathbf{q} n \nu \kappa_1} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} I_{\kappa\kappa_1}(\mathbf{q}) q^\nu u_n(\mathbf{q}) \sum_{\sigma'_1\kappa'_1} \sum_{\sigma'_2\kappa'_2} \sum_{\nu'_3 n'_3} \frac{1}{\beta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{\sigma\sigma'_1}(\kappa_1\kappa'_1, \zeta_s + \omega_m) \times \\ & \times \Gamma_{\sigma'_1\sigma'_2}^{\nu'_3}(\kappa'_1\kappa'_2 n'_3; \zeta_s + \omega_m, \zeta_s) G_{\sigma'_2\sigma'}(\kappa'_2\kappa', \zeta_s) D_{n'_3 n}^{\nu'_3 \nu}(\omega_m). \end{aligned} \quad (11)$$

Это уравнение представим в виде

$$G_{\sigma\sigma'}(\kappa\kappa', \zeta_s) = G_{\sigma}^0(\kappa, \zeta_s) \delta_{\kappa\kappa'} \delta_{\sigma\sigma'} + G_{\sigma}^0(\kappa, \zeta_s) \sum_{\kappa_1\sigma_1} \Sigma_{\sigma\sigma_1}(\kappa\kappa_1, \zeta_s) G_{\sigma_1\sigma'}(\kappa_1\kappa', \zeta_s), \quad (12)$$

где $G_{\sigma}^0(\kappa, \zeta_s)$ – компонента Фурье одночастичной функции Грина идеального электронного газа,

$$\begin{aligned} \Sigma_{\sigma_1\sigma_2}(\kappa_1\kappa_2, \zeta_s) = & \sum_{\mathbf{q}} \Delta u(\mathbf{q}) \sum_n c_n e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} I_{\kappa_1\kappa_2}(\mathbf{q}) \delta_{\sigma_1\sigma_2} + i \sum_{\mathbf{q} n \nu \kappa} q^\nu e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n^0} I_{\kappa_1\kappa}(\mathbf{q}) u_n(\mathbf{q}) \times \\ & \times \sum_{\sigma'_1\kappa'_1} \sum_{\nu'_2\sigma'_2} \frac{1}{\beta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{\sigma_1\sigma'_1}(\kappa\kappa'_1, \zeta_s + \omega_m) \Gamma_{\sigma'_1\sigma'_2}^{\nu'_2}(\kappa'_1\kappa'_2 n'_2; \zeta_s + \omega_m, \zeta_s) D_{n'_2 n}^{\nu'_2 \nu}(\omega_m) \end{aligned} \quad (13)$$

– собственно-энергетическая функция. Используя электрон-ионную модель неидеального проводника в магнитном поле, мы получили точную систему уравнений (9), (10), (12) и (13) для электронной и ионной функций Грина. В этой модели, как и в работе [16], фононы не вводятся априори, а получаются в результате решения дисперсионного уравнения. Основная трудность в решении этих уравнений заключается в вычислении вершинной функции Г. Она входит не только в выражение для собственно-энергетической части электронной функции Грина (13), но и в точный поляризационный оператор ионов (10).

3. Вклад магнитопримесных состояний в поляризационный оператор

В этой работе мы не учитываем кулоновское взаимодействие электронов. Кроме того, следуя работе [1], заменим полную вершинную функцию простой. Она имеет вид

$$\Gamma_{\sigma_1\sigma_2}^{v_2}(\kappa_1\kappa_2 n_2; \zeta_s, \zeta_s - \omega_m) =$$

$$\begin{aligned} = & \delta_{\sigma_1\sigma_2} \int d\mathbf{r}_1 \varphi_{\kappa_1}^*(\mathbf{r}_1) \varphi_{\kappa_2}(\mathbf{r}_1) a_{n_2}^{v_2}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{n_2}^0) = \\ = & -i \delta_{\sigma_1\sigma_2} \sum_{\mathbf{q}} q^{v_2} u_{n_2}(\mathbf{q}) I_{\kappa_1\kappa_2}(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_{n_2}^0}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\varphi_{\kappa}(\mathbf{r})$ – орбитальная волновая функция электрона в магнитном поле. Подставляя простую вершину (14) в (10), получаем температурный поляризационный оператор ионов в изотопическом приближении:

$$\begin{aligned} \Pi_{n_1 n_2}^{v_1 v_2}(\omega_m) = & (M_1 - M_0) c_{n_1} \omega_m^2 \delta_{n_1 n_2} \delta_{v_1 v_2} + \\ & + \sum_{\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2} q_1^{v_1} q_2^{v_2} u_{n_1}^*(\mathbf{q}_1) u_{n_2}(\mathbf{q}_2) e^{i(\mathbf{q}_1 \mathbf{r}_{n_1}^0 - \mathbf{q}_2 \mathbf{r}_{n_2}^0)} \times \\ & \times \sum_{\kappa\kappa'\sigma} I_{\kappa\kappa'}^*(\mathbf{q}_1) \sum_{\kappa'_1\kappa'_2\sigma'_1} \frac{1}{\beta} \sum_s G_{\sigma\sigma'_1}(\kappa\kappa'_1, \zeta_s) \times \\ & \times I_{\kappa'_1\kappa'_2}(\mathbf{q}_2) G_{\sigma'_1\sigma}(\kappa'_2\kappa', \zeta_s - \omega_m). \end{aligned} \quad (15)$$

Первое слагаемое в правой части этой формулы содержится в работах [4–6]. Второе слагаемое обу-

словлено электрон-ионным взаимодействием в примесных проводниках. В графическом изображении поляризационного оператора ему соответствует электронная петля с точными функциями G .

Используя в (15) спектральное представление электронной функции Грина (4), выполним суммирование по s методом контурного интегрирования [22]. В результате получим

$$\begin{aligned} \Pi_{n_1 n_2}^{v_1 v_2}(\omega_m) &= (M_1 - M_0) c_{n_1} \omega_m^2 \delta_{n_1 n_2} \delta_{v_1 v_2} + \sum_{\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2} q_1^{v_1} q_2^{v_2} u_{n_1}^*(\mathbf{q}_1) u_{n_2}(\mathbf{q}_2) e^{i(\mathbf{q}_1 \mathbf{r}_{n_1}^0 - \mathbf{q}_2 \mathbf{r}_{n_2}^0)} \times \\ &\times \sum_{\kappa \kappa' \sigma \kappa' \sigma'} \sum_{\kappa' \sigma' \kappa' \sigma' \sigma'} I_{\kappa \kappa'}^*(\mathbf{q}_1) I_{\kappa' \sigma' \kappa' \sigma'}(\mathbf{q}_2) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \rho_{\sigma \sigma'}(\kappa \kappa', \xi_1) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2 \rho_{\sigma' \sigma}(\kappa' \sigma' \kappa' \sigma', \xi_2) \frac{f(\xi_2) - f(\xi_1)}{i\omega_m + \xi_2 - \xi_1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь ρ — спектральная плотность одночастичной температурной функции Грина, f — функция Ферми.

Деформация спектра фононов кристалла и их затухание за счет первого слагаемого в формуле (16) изучались раньше [4–6]. Нас же интересует влияние резонансного рассеяния электронов примесными атомами на спектр и затухание фононов проводника в магнитном поле. Этот эффект описывается вторым слагаемым в правой части формулы (16). С этой целью опустим первое слагаемое в правой части (16). Это возможно, если квазилокальная частота колебаний примесного атома существенно отличается от частот резонансных переходов электронов между магнитоприmesными уровнями и уровнями Ландау. Будем пренебрегать вкладом колебаний примесных ионов во второе слагаемое (16). Этот эффект изучался в работах Кагана и Жернова (см., например, [8]). В правой части уравнения (11) оставим лишь первые два слагаемых. Они связаны с упругим примесным рассеянием электронов в магнитном поле. Чтобы учесть электронные примесные состояния, необходимо при расчете амплитуды рассеяния выйти за пределы борновского приближения по электрон-примесному взаимодействию. Для этого представим уравнение (12) в обычной форме

$$\begin{aligned} G_{\sigma \sigma'}(\kappa \kappa', \zeta_s) &= G_{\sigma \sigma'}^0(\kappa, \zeta_s) \delta_{\kappa \kappa'} \delta_{\sigma \sigma'} + \\ &+ G_{\sigma \sigma'}^0(\kappa, \zeta_s) \sum_{\kappa_1 \sigma_1} U_{\kappa \kappa_1} G_{\sigma_1 \sigma'}(\kappa_1 \kappa', \zeta_s), \end{aligned} \quad (17)$$

где $U_{\kappa \kappa_1}$ — матричные элементы оператора энергии электрон-примесного взаимодействия. Решение этого уравнения можно получить, используя стандартную итерационную процедуру. Выполняя усреднение уравнения (17) по положениям примесных атомов [22], получаем

$$G_{\kappa \sigma} = G_{\kappa \sigma}^0 + (G_{\kappa \sigma}^0)^2 T_{\kappa \sigma}, \quad (18)$$

где $T_{\kappa \sigma}$ — среднее значение оператора рассеяния электронов примесными атомами. Поскольку нас интересуют примесные состояния электронов в поле изолированных примесных атомов, можем ограничиться линейным приближением при разложении $T_{\kappa \sigma}$ в ряд по степеням концентрации n_i примесных атомов. В графическом представлении это означает, что среди диаграмм для $T_{\kappa \sigma}$ существенны только диаграммы с одним крестом (одноцентровое приближение). Учет таких диаграмм означает, что амплитуда многократного рассеяния электронов изолированным примесным атомом вычисляется точно. Это позволяет учесть полюсы амплитуды, соответствующие магнитоприmesным состояниям электронов. В этом приближении получаем

$$T_{\kappa \sigma} = n_i t_{\kappa \sigma}(\zeta_s),$$

где

$$t_{\kappa \sigma}(\zeta_s) = \frac{u_0}{1 - u_0 \sum_{\kappa_1} G_{\kappa_1 \sigma}^0(\zeta_s)} \quad (19)$$

— одноцентровый температурный оператор рассеяния. При выводе этой формулы мы ограничились рассмотрением короткодействующих примесных атомов, когда можно ограничиться компонентой Фурье потенциала электрон-примесного взаимодействия при $\mathbf{q} = 0$: $u(\mathbf{q}) = u_0$. Способы устранения расходимости входящего сюда ряда обсуждались в [24].

Выполняя аналитическое продолжение выражения (18) с дискретного множества точек $i\zeta_s$ на вещественную ось энергии, легко убедиться в том, что запаздывающая и опережающая электронные функции Грина имеют дополнительные полюсы, являющиеся корнями уравнения И. Лифшица [3,10]. Им соответствуют магнитоприmesные состояния электронов, которые необходимо учесть при вычислении поляризационного оператора.

Выражение (16) также усредним по конфигурациям примесных атомов в образце. При этом будем пренебрегать различием $u_0(\mathbf{q})$ и $u_1(\mathbf{q})$. Опустим верхинные поправки, возникающие при усреднении произведения спектральных плотностей [22]. Тогда под знаком интеграла в (16) содержится произведение усредненных по конфигурациям примесей плотностей

$$\langle \rho_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}\mathbf{k}', \varepsilon) \rangle_c = \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \rho_{\sigma}(\mathbf{k}, \varepsilon).$$

Аналитическое продолжение выражения (16) выполняем по правилу $i\omega_m \rightarrow \omega + i0$. Тогда запаздывающий поляризационный оператор фононов в изотропном кристалле принимает вид

$$\Pi_{n_1 n_2}^{v_1 v_2}(\omega) = \frac{\delta_{v_1 v_2}}{3} \sum_{\mathbf{q}} g^2 |u_0(\mathbf{q})|^2 e^{i\mathbf{q}(\mathbf{r}_{n_1}^0 - \mathbf{r}_{n_2}^0)} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\sigma} |I_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(\mathbf{q})|^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon_2 \rho_{\sigma}(\mathbf{k}, \varepsilon_1) \rho_{\sigma}(\mathbf{k}', \varepsilon_2) \frac{f(\varepsilon_2) - f(\varepsilon_1)}{\omega + i0 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \quad (20)$$

Метод расчета спектральной плотности с учетом связанных и квазисвязанных состояний электронов в плазме изложен в монографии [25]. Применим этот метод к электрон-примесной системе в магнитном поле. Следуя работам [21,25], разложим ρ в ряд около точки, в которой затухание электронов обращается в нуль. Такое приближение достаточно при рассмотрении высокочастотных свойств проводников, если только частота внешнего поля превышает частоту столкновений электронов. Чтобы устранить расходимость ряда, входящего в (19), используем самосогласованное приближение. Оно означает, что электрон, испытывая многократные соударения с примесями, в промежуточных состояниях не является свободным, а все время ощущает их присутствие [22,25]. Графически это соответствует замене на диаграммах для электронной функции Грина тонких электронных линий жирными.

В линейном по концентрации примесных атомов приближении спектральная плотность усредненной функции Грина электронов равна

$$\rho = \rho^0 + \delta\rho, \text{ где } \rho_{\sigma}^0(\mathbf{k}, \varepsilon) = \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma});$$

а примесная добавка $\delta\rho \sim n_i$ имеет вид

$$\delta\rho_{\sigma}(\mathbf{k}, \varepsilon) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma_{\sigma}(\varepsilon)}{[\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} - \Delta_{\sigma}(\varepsilon)]^2 + \gamma_{\sigma}^2(\varepsilon)} - \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma}). \quad (21)$$

Здесь $\Delta_{\sigma} - i\gamma_{\sigma}$ — запаздывающая собственнo-энергетическая функция, обусловленная электрон-примесным взаимодействием. Вещественная часть Δ_{σ} определяет сдвиг уровней Ландау, а мнимая γ_{σ} — затухание. В случае короткодействующих примесных атомов, рассеивающих электроны независимо, находим

$$\gamma_{\sigma}(\varepsilon) = \frac{\pi u_0^2 n_i g_{\sigma}(\varepsilon)}{[1 - u_0 F_{\sigma}(\varepsilon)]^2 + [\pi u_0 g_{\sigma}(\varepsilon)]^2}, \quad (22)$$

где $g_{\sigma}(\varepsilon)$ — плотность электронных состояний в магнитном поле,

$$F_{\sigma}(\varepsilon) = P \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon' \frac{g_{\sigma}(\varepsilon')}{\varepsilon - \varepsilon'}.$$

В борновском приближении знаменатель в формуле (22) необходимо заменить единицей. Тогда γ_{σ} превращается в известную частоту столкновений электронов с примесными атомами [22]. Из (21) и (22) видно, что спектральная плотность имеет комплексные полюсы в точках, которые являются корнями уравнения И. Лифшица. Они соответствуют магнитопримесным состояниям электронов. Их характеристики найдены в работе [20]. Расстояние между уровнем Ландау и отщепленным от него магнитопримесным уровнем равно

$$\Delta = \frac{1}{2} \Omega \left(\frac{a}{l} \right)^2,$$

где Ω — циклотронная частота; l — магнитная длина; a — длина рассеяния. Ширина N -го магнитопримесного уровня равно

$$\Gamma_N = 2\Delta \sqrt{\frac{\Delta}{\Omega}} \sum_n (N - n)^{-1/2}.$$

Вычет амплитуды электрон-примесного рассеяния в полюсе равен

$$r = \frac{\frac{5}{2} \pi \Delta^2}{\frac{3}{m^2 \Omega}}.$$

Эти формулы получены при $\Delta \ll \Omega$. В дальнейшем конкретный вид функции γ_{σ} (22) не используется. Используется лишь факт существования полюсов спектральной плотности. Приведенные здесь

характеристики магнитопримесных состояний будут использованы лишь для численных оценок.

В линейном по концентрации примесных атомов приближении получаем $\Pi = \Pi_0 + \delta\Pi$, где Π_0 описывает изменение спектра и затухание фононов вследствие их взаимодействия с электронами в идеальном проводнике, а $\delta\Pi$ — примесная добавка. Слагаемое Π_0 для продольных фононов при $\mathbf{q} \parallel \mathbf{H}$ получено в работе [15]:

$$\text{Re } \Pi_0(\mathbf{q}, \omega) = \frac{m^2 g^2 \Omega}{4\pi^2 q_z} \sum_{nm'\sigma} C_{nm'}(q_\perp) \times \times \ln \left| \frac{\left[\left(\frac{q_z}{k_0} - x_{n'\sigma} \right)^2 - x_{n\sigma}^2 \right]^2 - \left(\frac{\omega}{\mu_0} \right)^2}{\left[\left(\frac{q_z}{k_0} + x_{n'\sigma} \right)^2 - x_{n\sigma}^2 \right]^2 - \left(\frac{\omega}{\mu_0} \right)^2} \right|, \quad (23)$$

$$\text{Im } \Pi_0(\mathbf{q}, \omega) = \frac{m^2 g^2 \Omega}{4\pi |q_z|} \times \times \sum_{nm'\sigma} C_{nm'}(q_\perp) [f(\varepsilon_{nk_z^0\sigma}) - f(\varepsilon_{n'(k_z^0 - q_z)\sigma})], \quad (24)$$

где $g \sim \mu_0/d$ — константа деформационного потенциала (μ_0 — химический потенциал электронов, d — плотность проводника) [23], $x_{n\sigma} = (1 - \varepsilon_{n\sigma}/\mu_0)^{1/2}$, $\varepsilon_{n\sigma}$ — уровни Ландау, $k_0 = (2m\mu_0)^{1/2}$, N_σ — число заполненных уровней Ландау,

$$k_z^0 = \frac{m}{q_z} [\omega_+ - \Omega(n - n')], \quad \omega_+ = \omega + \frac{q_z^2}{2m},$$

$$\sum_{k_y k'_y} |I_{\mathbf{kk}'}(\mathbf{q})|^2 = \frac{m\Omega}{2\pi} \delta_{q_z, k_z - k'_z} C_{nm'}(q_\perp),$$

$q_\perp = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$. Выражение (23) получено при нулевой температуре. Отметим, что в формулах (23) и (24) использована нормировка поляризационного оператора, принятая в [23]. Она отличается от нашей (15) дополнительным множителем $q^2 d$. Это связано с тем, что наша функция Грина (5) построена на операторах смещения ионов, а в работе [23] — на флуктуациях плотности. Формулы (23) и (24) могут быть получены из (20), если использовать спектральную плотность ρ_0 идеального проводника и заменить $u_0(\mathbf{q})$ константой.

Используя резонансный характер мнимой части (22) собственной энергии электронов, представим добавку $\delta\Pi$ в виде

$$\delta\Pi(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{mg^2 n_i \Omega}{(2\pi)^2} \times \times \sum_{N\sigma} r_{N\sigma} \sum_{nm' -\infty}^{\infty} \int dk_z \frac{f(\varepsilon_{N\sigma}) - f(\varepsilon_{nk_z\sigma})}{[\varepsilon_{n'(k_z + q_z)\sigma} - \varepsilon_{N\sigma}]^2} C_{nm'}(q_\perp) \times \times \left(\frac{1}{\varepsilon_{nk_z\sigma} - \varepsilon_{N\sigma} - \omega - i\Gamma_{N\sigma}} + \frac{1}{\varepsilon_{nk_z\sigma} - \varepsilon_{N\sigma} + \omega + i\Gamma_{N\sigma}} \right). \quad (25)$$

Здесь $\varepsilon_{N\sigma}$ и $\Gamma_{N\sigma}$ — положение и ширина N -го магнитопримесного уровня энергии электрона с проекцией спина σ ; $r_{N\sigma}$ — вычет амплитуды рассеяния электронов примесным атомом в полюсе $\varepsilon_{N\sigma} - i\Gamma_{N\sigma}$. Примесное уширение уровней Ландау в этой работе не рассматривается.

Интересующий нас эффект связан с полюсами подынтегральной функции (25), являющимися корнями уравнений $\varepsilon_{nk_z\sigma} - \varepsilon_{N\sigma} \pm \omega \pm i\Gamma_{N\sigma} = 0$. Здесь верхний знак соответствует переходам электронов в поле колеблющейся решетки с уровней Ландау на магнитопримесные уровни, а нижний — обратным переходам.

В дальнейшем ограничимся случаем $\mathbf{q} \parallel \mathbf{H}$. Вблизи частот ω_s резонансных переходов электронов с магнитопримесных уровней на уровни Ландау добавка (25) имеет вид

$$\delta\Pi_s(\omega) = -i \frac{\alpha_s}{(\omega - \omega_s + i\Gamma)^{1/2}}, \quad (26)$$

где $\omega_s = \omega_0 + s\Omega$ ($s = 0, 1, \dots$) — частоты переходов, $\omega_0 = \Delta$,

$$\alpha_s = \frac{m^{3/2} g^2 \Omega n_i r}{2^{1/2} \pi \omega_s^2} \sum_N [f(\varepsilon_N) - f(\varepsilon_N + \omega_s)]. \quad (27)$$

Величины α_s играют роль сил осцилляторов резонансных переходов. В формулах (26) и (27) мы пренебрегли зависимостью Δ , Γ и r от номера уровня Ландау. Это допустимо, если $\Delta \ll \Omega$. Корневые особенности (26) воспроизводят особенности плотности состояний электронов на уровнях Ландау, участвующих в переходах, а разность функций Ферми в (27) учитывает принцип Паули. Вблизи частот резонансных переходов электронов с уровней Ландау на магнитопримесные уровни поляризационный оператор имеет добавку

$$\delta\Pi_p(\omega) = -i \frac{\beta_p}{(\omega_p - \omega - i\Gamma)^{1/2}}, \quad (28)$$

где $\omega_p = p\Omega - \omega_0$ ($p = 1, 2, \dots$) – частоты переходов,

$$\beta_p = \frac{m^{3/2} g^2 \Omega n_i r}{2^{1/2} \pi \omega_p^2} \sum_N [f(\epsilon_N - \omega_p) - f(\epsilon_N)]$$

– силы осцилляторов. В формулах для сил осцилляторов мы пренебрегаем спиновым расщеплением энергетических уровней.

Из формул (26) и (28) видно, что магнитопримесные состояния электронов обуславливают резонансные добавки к вещественной и мнимой частям поляризационного оператора фононов. Мнимая часть добавки (26) имеет корневую особенность при $\omega \rightarrow \omega_s + 0$, а вещественная – при $\omega \rightarrow \omega_s - 0$. Это означает, что магнитопримесные состояния оказывают существенное влияние на затухание фононов с частотами $\omega \geq \omega_s$. В случае переходов на частотах ω_p ситуация обратная. Фононы сильно затухают в области $\omega \leq \omega_p$.

Рассмотрим предельный случай $H = 0$. Предположим, что в энергетическом спектре электронов присутствует лишь один резонансный уровень ϵ_r шириной Γ , а вычит амплитуды рассеяния электронов примесным атомом равен r . Тогда, выполняя в формуле (20) предельный переход $H \rightarrow 0$, получаем $\delta\Pi = \delta\Pi_1 + \delta\Pi_2$, где

$$\delta\Pi_1(q, \omega) = -i \frac{\sqrt{2} m^{3/2} g^2 r n_i}{\pi} [f(\epsilon_r) - f(\epsilon_r + \omega)] \times \frac{(\epsilon_r + \omega + i\Gamma)^{1/2}}{(\omega_+ + i\Gamma)^2 - 4\epsilon_q(\epsilon_r + \omega + i\Gamma)},$$

$$\delta\Pi_2(q, \omega) = -i \frac{\sqrt{2} m^{3/2} g^2 r n_i}{\pi} [f(\epsilon_r - \omega) - f(\epsilon_r)] \times \frac{(\epsilon_r - \omega - i\Gamma)^{1/2}}{(\omega_- + i\Gamma)^2 - 4\epsilon_q(\epsilon_r - \omega - i\Gamma)},$$

$\omega_{\pm} = \omega \pm q^2/2m$; $\epsilon_q = q^2/2m$. Вклад $\delta\Pi_1$ обусловлен переходами электронов с резонансного уровня в зону, а $\delta\Pi_2$ – обратными переходами. Как и в случае $H \neq 0$, добавки $\delta\Pi_1$ и $\delta\Pi_2$ пропорциональны плотности зонных состояний электронов. Мнимая часть $i\Gamma$ обусловлена естественной шириной резонансного уровня.

4. Спектр и затухание фононов в проводниках с магнитопримесными состояниями электронов

Функция Грина ионов (5), усредненная по положениям примесных атомов, удовлетворяет уравнению Дайсона [22,23]:

$$\langle D \rangle_c = \frac{1}{D_0^{-1} - \langle \Pi \rangle_c}.$$

В работах [4–6] усредненный поляризационный оператор $\langle \Pi \rangle_c$ вычислен в линейном приближении по концентрации примесных атомов. Такое приближение основано на выборочном суммировании диаграмм для $\langle D \rangle_c$. Суммируются диаграммы, учитывающие многократное рассеяние упругих волн изолированным изотопическим дефектом. Этот результат можно получить из уравнения (7), в котором необходимо опустить последнее слагаемое в правой части. В предыдущем разделе мы положили $\langle \Pi \rangle_c = \Pi_0 + \delta\Pi$, где слагаемое $\delta\Pi$ (25) также вычислено в линейном приближении по концентрации примесных атомов. В процессе расчета мы ограничились суммированием диаграмм для $\langle G \rangle_c$ с одним крестом [22], учитывающих многократное рассеяние электронов изолированными примесными атомами.

Дисперсионное уравнение для спектра фононов в проводниках с магнитопримесными состояниями электронов имеет вид

$$\frac{\omega^2 - u^2 q^2}{q^2 d} - \text{Re } \delta\Pi(q, \omega) = \text{Re } \Pi_0,$$

где u – неперенормированная скорость звука. Слагаемое $\text{Re } \delta\Pi$ учитывает влияние магнитопримесных состояний электронов на спектр фононов.

Как и в разд. 3, ограничимся изучением продольных фононов, распространяющихся вдоль магнитного поля. Вблизи частоты ω_0 резонансных переходов электронов с магнитопримесного уровня на соседний уровень Ландау дисперсионное уравнение для них имеет вид

$$A \left(x^2 - \frac{u^2 q^2}{\omega_0^2} \right) + B(1-x)^{-1/2} - Cx^2(x^2 - x_k^2)^{-1} = \ln E, \quad (29)$$

где

$$x = \omega/\omega_0, \quad A = 2\pi^2 \left(\frac{\Delta}{\mu_0} \right)^2 \frac{k_0}{q} \left(\frac{l^2 d}{mk_0} \right),$$

$$B = 16\pi^2 \left(\frac{l}{a} \right)^2 q l^4 n_i,$$

$$C = 2\pi^2 n_i a_0^3 \left(\frac{\omega_D}{\mu_0}\right)^2 \frac{k_0}{q} \left(\frac{l^2 d}{mk_0}\right),$$

$$E = \left| \left(\frac{q}{k_0} - 2x_0\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{\mu_0} \frac{k_0}{q} x\right)^2 \right| \times$$

$$\times \left| \left(\frac{q}{k_0} + 2x_0\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{\mu_0} \frac{k_0}{q} x\right)^2 \right|^{-1},$$

$x_k = \omega_k/\omega_0$ (ω_k – частота квазилокальных колебаний), a_0 – постоянная решетки, ω_D – дебаевская частота, $x_0 = (1 - \Omega/2\mu_0)^{1/2}$. Второе слагаемое в левой части дисперсионного уравнения (29) обусловлено магнитопримесными состояниями, а третье слагаемое учитывает квазилокальные колебания тяжелых примесных атомов в решетке [4–6]. В этих формулах мы не учитываем спиновое расщепление уровней Ландау и магнитопримесных уровней и ограничиваемся одним слагаемым в сумме (23). Графический анализ уравнения (29) показывает, что в случае $A(uq/\omega_0)^2 > 2\ln F^{-1}$ в параболическом окне прозрачности ($x < x_-$) проводника для упругих волн в отсутствие магнитопримесных состояний существует ветвь спектра продольных колебаний. Здесь

$$x_{\pm} = \frac{\mu_0}{\omega_0} \frac{q}{k_0} \left(2x_0 \pm \frac{q}{k_0}\right), \quad F = \left|\frac{q}{k_0} - 2x_0\right| \left|\left(\frac{q}{k_0} + 2x_0\right)\right|^{-1}.$$

С учетом магнитопримесных состояний происходит кротовое расщепление рассматриваемой дисперсионной кривой, аналогичное кротовой ситуации в решетке с квазилокальными колебаниями [5]. Это происходит, если выполняются неравенства

$$x_- > 1, \quad A \left(\frac{uq}{\omega_0}\right)^2 - B > 2\ln F^{-1}.$$

Вместо одной ветви спектра в параболическом окне появляются две – низкочастотная и высокочастотная. Частота низкочастотной ветви лежит в интервале $\omega < \omega_0$, а высокочастотной – между ω_0 и границей окна прозрачности. Если же

$$A \left(\frac{u^2 q^2}{\omega_0^2} - 1\right) < \ln E^{-1}(x=1),$$

то высокочастотная ветвь исчезает. Происходит только понижение частоты исходной ветви колебаний.

Выясним, что происходит с описанным выше спектром фононов с учетом квазилокальных колебаний. Пусть $1 < x_k < x_-$. Тогда из уравнения (29) следует, что при

$$A \left(\frac{u^2 q^2}{\omega_0^2} - 1\right) - C (x_k^2 - 1)^{-1} < \ln E^{-1}(x=1)$$

описанная выше кротовая ситуация сохраняется. Происходит дальнейшее понижение частоты колебаний в интервале $x < 1$ и повышение частоты высокочастотной ветви. Ее частота лежит между ω_k и границей окна прозрачности.

Вблизи частоты переходов электронов с уровня Ландау на магнитопримесный уровень $\omega_1 = \Omega - \omega_0$ дисперсионное уравнение имеет вид

$$A_1(x^2 - x_1^2) - B_1(x-1)^{-1/2} - C_1 x^2 (x^2 - x_{k_1}^2)^{-1} = \ln E_1, \quad (30)$$

где

$$A_1 = \left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2 A, \quad B_1 = 2^{-5/2} \left(\frac{a}{l}\right)^5, \quad C_1 = C,$$

$$x_1 = \frac{uq}{\Omega}, \quad x_{k_1} = \frac{\omega_k}{\Omega},$$

а E_1 получаем из E заменой ω_0 на Ω в аргументе логарифма. Из этого уравнения следует, что в случае

$$A_1 x_1^2 < 2\ln F^{-1}, \quad x_- > 1$$

в параболическом окне прозрачности нет решений дисперсионного уравнения без магнитопримесных состояний. Если же магнитопримесные состояния существуют, такое решение появляется. Корень дисперсионного уравнения находится в интервале $(1, x_-)$. Ему соответствуют магнитопримесные фононы. Как и в случае электромагнитных волн [20,21], магнитная локализация электронов на примесных атомах способствует распространению колебаний в проводниках. Учет магнитопримесных состояний приводит к понижению частоты фононов в области бесстолкновительного затухания $x_- < x < x_+$ и к росту частоты колебаний в области $x > x_+$. Если $x_{k_1} < 1$, $C_1(1 - x_{k_1}^2)^{-1} < \ln E_1^{-1}(x=1)$, третье слагаемое в левой части дисперсионного уравнения (30) обуславливает расщепление ветви магнитопримесных фононов. Низкочастотная ветвь расположена в интервале $(x_{k_1}, 1)$, а высокочастотная – при $1 < x < x_-$. Частота колебаний в области $x_- < x < x_+$ понижается, а при $x > x_+$ – повышается. Если же $C_1(1 - x_{k_1}^2)^{-1} > \ln E_1^{-1}(x=1)$, низкочастотная ветвь исчезает, а высокочастотная сохраняется.

Декремент затухания фононов γ связан с мнимой частью запаздывающего поляризационного оператора соотношением [1,23]

$$\gamma(q) = -\frac{dq}{2u} \text{Im} \Pi(q, \omega_q), \quad (31)$$

где ω_q – спектр фононов. Из формулы (26) следует, что вблизи резонансной частоты ω_s декремент затухания содержит добавку, обусловленную магнитопримесными состояниями. Она равна

$$\delta\gamma_s(q) = \frac{\alpha_s q d}{2^{3/2} u a_s(\omega_q)} [a_s(\omega_q) + (\omega_q - \omega_s)]^{1/2}, \quad (32)$$

где

$$a_s(\omega) = [(\omega - \omega_s)^2 + \Gamma^2]^{1/2}.$$

Если пренебречь шириной магнитопримесного уровня, выражение (32) имеет корневую особенность при стремлении ω к ω_s сверху и равно нулю ниже ω_s . Учет Γ приводит к сглаживанию этой особенности. Линия поглощения фононов оказывается асимметричной. Она смещена относительно ω_s в область высоких частот. Максимум коэффициента поглощения звука, аналогичный предсказанному в этой работе, наблюдался в образцах InSb, легированных донорными примесями [26]. Он может быть объяснен активацией электронов, испытавших магнитное вымораживание на локальный уровень, полем звуковой волны.

Вблизи частоты ω_p добавка к декременту затухания фононов имеет вид

$$\delta\gamma_p(q) = \frac{\beta_p q d}{2^{3/2} u a_p(\omega_q)} [a_p(\omega_q) + (\omega_p - \omega_q)]^{1/2}.$$

Это выражение имеет корневую особенность при стремлении частоты к ω_p снизу. Соответствующая линия поглощения также асимметрична, причем она смещена относительно ω_p в область низких частот.

Из формулы (24) видно, что при $\omega < qv_0 - q^2/2m$ ($v_0 = [2/m(\mu_0 - \Omega/2)]^{1/2}$) бесстолкновительное затухание фононов в вырожденном проводнике отсутствует. В этой области отношение максимального значения декремента затухания (32) с частотой ω_0 к затуханию квазилокальных колебаний [5] порядка

$$\left(\frac{M_0}{M_1 - M_0}\right)^{3/2} \left(\frac{\mu_0}{\Delta}\right)^2 \sqrt{\frac{\Delta}{\Gamma}} \frac{\omega_0}{\omega_k} \frac{q}{u a_0^3 d}.$$

Если подставить сюда значения параметров $\mu_0/\Delta = 10$, $\Delta/\Gamma = 10$, $\omega_0/\omega_k = 0,8$, $q/(u a_0^3 d) = 10^{-2}$, $M_1/M_0 = 3$, типичные для полуметаллов и вырожденных полупроводников, для этого отношения получаем 0,9.

Если

$$qv_0 - q^2/2m < \omega < qv_0 + q^2/2m,$$

то фононы испытывают бесстолкновительное затухание. Отношение максимального значения декремента (32) на частоте ω_0 к найденному в работе [15] вкладу в области $x_- < x < x_+$ порядка

$$2^{7/2} \pi \left(\frac{l}{a}\right)^2 \sqrt{\frac{\Delta}{\Gamma}} (ql) (l^3 n_i).$$

При указанных выше значениях параметров и $l/a = 25$, $ql = 10^{-2}$, $l^3 n_i = 10^{-2}$ это отношение равно 7.

Заключение

Обычно квазилокальные колебания кристаллической решетки и квазилокальные (резонансные) состояния электронов в примесных проводниках рассматриваются отдельно. Между тем одна и та же примесь может быть источником как квазилокальных колебаний, так и резонансных состояний электронов. В полуметаллах и вырожденных полупроводниках частота квазилокальных колебаний может оказаться сравнимой с энергией электронного резонанса. Тогда эти резонансы необходимо учитывать одновременно.

В данной работе показано, как квазилокальные колебания тяжелых примесных атомов и резонансные состояния электронов на тех же атомах влияют на спектр и затухание фононов в примесных проводниках при наличии квантующего магнитного поля. Рассмотрение проведено на основе электрон-ионной модели неидеального проводника в магнитном поле. В этой модели фононы не вводятся априори, а появляются в результате решения дисперсионного уравнения. Учтены магнитопримесные состояния электронов на изолированных примесных атомах. В рамках этой модели методом температурных функций Грина получены уравнения для электронной и ионной гриновских функций. Показано, что при малой концентрации примесных атомов в проводнике магнитопримесные состояния обуславливают резонансные добавки к поляризационному оператору фононов. Они зависят от типа переходов электронов между уровнями Ландау и магнитопримесными уровнями в поле упругой волны. Магнитопримесные состояния существенно влияют на спектр и затухание фононов. Когда частота колебаний совпадает с частотой резонансных переходов электронов, происходит кроссовое расщепление фононной дисперсионной кривой на две ветви. При определенных условиях в окнах прозрачности для упругих волн могут существовать новые ветви спектра колебаний, отсутствующие в проводниках без магнитопримесных состояний. Соответствующие фононы названы магнитопримесными.

Их затухание обусловлено рассеянием электронов и упругих волн примесными атомами в проводнике.

Работа частично поддержана программой INTAS (грант INTAS-01-0791) и программой European Network of Excellence in «Fundamentals of Nanoelectronics».

1. А.Б. Мигдал, *ЖЭТФ* **34**, 1438 (1958).
2. Е.Г. Бровман, Ю.М. Каган, *УФН* **112**, 369 (1974).
3. И.М. Лифшиц, Избр. тр. *Физика реальных кристаллов и неупорядоченных систем*, Наука, Москва (1987).
4. I.M. Lifshitz and A.M. Kosevich, *Rep. Progr. Phys.* **29**, 217 (1966).
5. А.М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища школа, Харьков (1988).
6. Ю.М. Каган, в сб.: *Физика кристаллов с дефектами*, т. 2, Тбилиси (1966), с. 93.
7. Е.Г. Максимов, в сб.: *Труды ФИАН*, т. 86, Наука, Москва (1975), с. 101.
8. А.П. Жернов, Н.А. Черноплеков, Э. Мрозан, *Металлы с немагнитными примесными атомами*, Энергоатомиздат, Москва (1992).
9. В.М. Гохфельд, О.В. Кириченко, В.Г. Песчанский, *ФНТ* **19**, 3 (1993).
10. И.М. Лифшиц, С.А. Гредескул, Л.А. Пастур, *Введение в теорию неупорядоченных систем*, Наука, Москва (1982).
11. В.И. Кайданов, Ю.И. Равич, *УФН* **145**, 51 (1985).
12. Б.А. Волков, С.В. Шаров, *ЖЭТФ* **102**, 1693 (1992).
13. Л.И. Глазман, Р.Н. Шехтер, *ЖЭТФ* **94**, 309 (1988).
14. М.Ю. Рейзер, А.В. Сергеев, *ЖЭТФ* **90**, 1056 (1986).
15. А.Я. Бланк, Э.А. Канер, *ЖЭТФ* **50**, 1013 (1966).
16. Э.А. Канер, Л.В. Чеботарев, *ЖЭТФ* **73**, 1813 (1977).
17. А.М. Ермолаев, М.И. Каганов, *Письма в ЖЭТФ* **6**, 984 (1967).
18. А.М. Ермолаев, *ЖЭТФ* **54**, 1259 (1968).
19. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
20. Э.А. Канер, А.М. Ермолаев, *ЖЭТФ* **92**, 2245 (1987).
21. Н.В. Глейзер, А.М. Ермолаев, Г.И. Рашба, *ФНТ* **20**, 1169 (1994).
22. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
23. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч.2, Наука, Москва (1978).
24. М.И. Каганов, С. Кляма, *ФТТ* **20**, 2360 (1978).
25. В.-Д. Крефт, Д. Кремп, В. Эбелинг, Г. Репке, *Квантовая статистика систем заряженных частиц*, Мир, Москва (1988).
26. Н. Tokumoto and R. Mansfield, *Jpn. J. Appl. Phys., Suppl.* **22**, 196 (1983).

Phonons in conductors with magnetoimpurity states of electrons

A.M. Ermolaev and G.I. Rashba

The joint effect of quasilocal vibrations and magnetoimpurity states of electrons at impurity atoms in the lattice in quantizing magnetic field on phonon spectrum and damping is considered. Using the electron-ion model of nonideal conductor in magnetic field, a set of equations for electron and ion Green functions is obtained. The quasilocal vibrations and magnetoimpurity states of electrons are taken into account. For small concentrations of impurity atoms the magnetoimpurity states of electrons give rise to a resonant term of the polarization operator. They affect by essentially the phonon spectrum and damping. The magnetoimpurity states of electrons are responsible for a crossover of the phonon dispersion curves and the appearance of new branches in the spectrum of acoustic excitations.