

Сверхпроводимость в квазидвумерных неадиабатических системах с произвольной плотностью носителей заряда при $T = 0$

М.Е. Палистрант

Институт прикладной физики АН Молдовы, ул. Академическая, 5, г. Кишинев, 2028, Молдова
E-mail: statphys@asm.md

Статья поступила в редакцию 18 марта 2003 г.

Получена основная система уравнений теории сверхпроводимости при $T = 0$ в линейном по неадиабатичности приближении и найдены аналитические решения для параметра порядка Δ и химического потенциала μ в двух предельных случаях: $\mu \gg \Delta$ и $\mu \sim \Delta$. Исследована зависимость этих величин от плотности носителей заряда. Выявлена возможность увеличения параметра Δ в четыре–пять раз по сравнению с обычными сверхпроводниками благодаря эффектам неадиабатичности и сильным электронным корреляциям. Изучено также влияние неадиабатичности на БКШ–бозе-кроссовер в области малых плотностей носителей заряда.

Одержано основну систему рівнянь теорії надпровідності при $T = 0$ у лінійному по неадіабатичності наближенні та знайдено аналітичні рішення для параметра порядку Δ і хімічного потенціалу μ у двох граничних випадках: $\mu \gg \Delta$ та $\mu \sim \Delta$. Досліджено залежність цих величин від густини носіїв заряду. Виявлено можливість збільшення параметра Δ у чотири–п'ять разів у порівнянні з звичайними надпровідниками завдяки ефектам неадіабатичності та сильним електронним кореляціям. Вивчено також вплив неадіабатичності на БКШ–бозе-кроссовер у області малих густин носіїв заряду.

PACS: 74.20.-z, 74.10.+v

1. Введение

К настоящему времени достигнут значительный успех в изучении свойств материалов, обладающих высокотемпературной сверхпроводимостью (ВТСП). Однако из-за сложности рассматриваемых систем механизм ВТСП еще не установлен. Теоретические исследования приходится проводить на упрощенных моделях, которые учитывают отдельные особенности этих материалов.

К таким особенностям можно отнести следующие: перекрытие энергетических зон на поверхности Ферми (см., например, [1–4] и приведенные там ссылки), наличие особенностей ван Хофа и плоских участков в электронном спектре [5–7], сильная электрон-фононная связь [8,9], ангармонический характер колебаний решетки [10]. Наряду с этим материалам ВТСП присущи пониженная размерность (слоистая структура), сильные электронные корреляции и малая плотность носителей заряда.

Эти системы являются неадиабатическими, в них выполняется соотношение $\omega_0 \sim \varepsilon_F$ (ω_0 — частота Дебая, ε_F — энергия Ферми), а при очень малых плотностях носителей заряда возможно соотношение $\omega_0 \gg \varepsilon_F$.

Такие факторы, как неадиабатичность и сильные электронные корреляции, присущие этим материалам, нарушают теорему Мигдала [11] и приводят к необходимости учета дополнительных многочастичных эффектов по сравнению с обычными сверхпроводниками, в которых выполняется соотношение $\varepsilon_F \gg \omega_0$. Как показано в работах [12,13], эти эффекты можно трактовать как механизм, который приводит к высоким значениям T_c .

Важную роль в теории сверхпроводимости играет значение плотности носителей заряда. При относительно низкой плотности зарядов в двумерных системах может происходить переход от режима БКШ с куперовскими парами к шаффротовскому режиму бозе-конденсата локальных пар [14–20]. В

[14–19] исследования основаны на однозонной модели БКШ, а в [20] учитывается перекрытие двух энергетических зон на поверхности Ферми. Исследования в последних работах выполнены на основании упрощенной теории Мигдала–Элиашберга, пригодной для адиабатических сверхпроводников ($\omega_0 \ll \varepsilon_F$).

Целью настоящей работы является построение теории сверхпроводимости для неадиабатических систем, в которых теорема Мигдала [11] нарушается вследствие невыполнения соотношения $\omega_0 \ll \varepsilon_F$, а также из-за наличия сильных электронных корреляций.

В разд. 2 в линейном по неадиабатичности приближении приведены выражения для диагональной Σ_N и недиагональной Σ_S частей массового оператора, а также для функций Грина (нормальной и аномальной). В разд. 3 получена система уравнений для параметра порядка Δ при $T = 0$ и химического потенциала μ при произвольной плотности носителей заряда и рассмотрены два предельных случая: $\mu \gg \Delta$ и $\mu \sim \Delta$. Раздел 4 посвящен вычислению вершинных и пересекающихся функций в двумерной системе в приближении слабой связи и при малых значениях обменного импульса q . В разд. 5 приведены численные расчеты и выводы.

2. Модель и основные уравнения неадиабатической системы

Исходим из гамильтониана, описывающего электрон-фононную систему

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \sum_{\sigma} \int dx \Psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{x}\sigma) \Psi(\mathbf{x}\sigma) \phi(\mathbf{x}), \quad (1)$$

где \mathcal{H}_0 – гамильтониан свободных электронов и фононов, второй член соответствует электрон-фононному взаимодействию, $\Psi(\mathbf{x}\sigma)$ – оператор уничтожения электрона в точке \mathbf{x} со спином σ , а $\phi(\mathbf{x})$ – фононный оператор.

На основании теории возмущений [21] при $T = 0$ для нормальной Σ_N и аномальной Σ_S собственных энергий стандартным образом получаем в диаграммном представлении

$$\Sigma_N(\mathbf{p}, \Omega) = \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \dots \quad (2)$$

$$\Sigma_S(\mathbf{p}, \Omega) = \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \text{---} \text{---} \text{---} + \dots \quad (3)$$

Здесь прямая линия соответствует полной электронной функции Грина: нормальной (\rightarrow) и аномальной (\leftrightarrow), волнистая – фононной. Приведен-

ные выше ряды теории возмущений наряду с выражениями для обычных сверхпроводников содержат диаграммы с пересечением двух линий электрон-фононного взаимодействия, что соответствует учету вершинных и «пересекающихся» функций в первом приближении по неадиабатичности [13] и, следовательно, является выходом за рамки теоремы Мигдала [11].

Выберем для простоты эйнштейновский спектр и представим фононную функцию Грина в виде

$$D(\mathbf{p} - \mathbf{p}_1, \Omega - \Omega_1) = -|g_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}|^2 \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} = |g_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}|^2 D(\Omega, \Omega_1). \quad (4)$$

Наличие сильных электронных корреляций в системе из-за кулоновского взаимодействия существенным образом изменяет электрон-фононное взаимодействие. В соответствии с исследованиями [22,23], величина $|g_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}|^2$ с ростом обменного импульса $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_1$ слабо растет, а затем резко убывает. Это обстоятельство позволяет представить константу электрон-фононного взаимодействия в виде

$$|g_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}|^2 = \frac{\pi}{Q_c} g^2 \Theta(g_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|); \quad Q_c = \frac{q_c}{2p_F}. \quad (5)$$

Здесь Θ – ступенчатая функция, q_c – импульс обреза электрон-фононного взаимодействия.

Множитель π/Q_c , соответствующий случаю двумерной системы, вводится, чтобы в результате усреднения по поверхности Ферми получить g^2 и, следовательно, в этой модели константа $\lambda = N_0 g^2$ не зависит от q_c , что согласуется с результатами работы [22]. На основании (2) и (3) для массовых операторов Σ_N и Σ_S получаем

$$\Sigma_N(\mathbf{p}, \Omega) = \frac{1}{\beta V} \sum_{\mathbf{p}_1 \Omega_1} V_N(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) G(\mathbf{p}_1, \Omega_1), \quad (6)$$

$$\Sigma_S(\mathbf{p}, \Omega) = \frac{1}{\beta V} \sum_{\mathbf{p}_1 \Omega_1} V_S(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) F(\mathbf{p}_1, \Omega_1), \quad (7)$$

где

$$V_N(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) = -g^2 D(\Omega, \Omega_1) \Theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|) \times \frac{\pi}{Q_c} [1 + \lambda P_V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1)], \quad (8)$$

$$V_S(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) = -g^2 D(\Omega, \Omega_1) \Theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|) \frac{\pi}{Q_c} \times [1 + 2\lambda P_V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) + \lambda P_C(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1)], \quad (9)$$

P_V и P_C – вершинная и пересекающаяся функции, определяемые соотношениями

$$P_V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) = -\frac{\pi}{N_0 Q_c \beta V} \sum_{p_2, \Omega_2} \Theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_2|) G(\mathbf{p}_2, \Omega_2) \times G(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}, \Omega_1 + \Omega_2 - \Omega) D(\Omega, \Omega_2), \quad (10)$$

$$P_C(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) \approx -\frac{\pi}{N_0 Q_c \beta V} \sum_{p_2, \Omega_2} \Theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_2|) G(p_2, \Omega_2) \times G(p_2 - p - p_1, \Omega_2 - \Omega - \Omega_1) D(\Omega, \Omega_2). \quad (11)$$

Для температурных функций Грина: нормальной $G(\mathbf{p}, \Omega)$ и аномальной $F(\mathbf{p}, \Omega)$, получаем соотношения

$$G(\mathbf{p}, \Omega) = -\frac{i\Omega Z + \tilde{\varepsilon}_p}{(\Omega Z)^2 + \tilde{\varepsilon}_p^2 + |\Sigma_S(\mathbf{p}, \Omega)|^2}, \quad (12)$$

$$F(\mathbf{p}, \Omega) = \frac{\Sigma_S(\mathbf{p}, \Omega)}{(\Omega Z)^2 + \tilde{\varepsilon}_p^2 + |\Sigma_S(\mathbf{p}, \Omega)|^2},$$

где

$$Z = Z(\Omega) = 1 - \frac{1}{\Omega} \text{Im} \Sigma_N(\mathbf{p}, \Omega);$$

$$\tilde{\varepsilon}_p = \varepsilon_p + \text{Re} \Sigma_N(\mathbf{p}, \Omega). \quad (13)$$

В выражении (11), определяющем «пересекающуюся» функцию, где смешивается суммирование по p_1 и p_2 , мы ограничились приближением [13]: $D(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2, \Omega_1 - \Omega_2) \rightarrow D(\mathbf{p} - \mathbf{p}_2, \Omega - \Omega_2)$.

После усреднения по поверхности Ферми приведем выражения (6) и (7) к виду

$$\Sigma_N(\Omega) = \frac{1}{\beta V} g^2 \sum_{\mathbf{p}_1, \Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \times [1 + \lambda P_V(Q_c, \Omega, \Omega_1)] G(\mathbf{p}_1, \Omega_1), \quad (14)$$

$$\Sigma_S(\Omega) = \frac{1}{\beta V} g^2 \sum_{\mathbf{p}_1, \Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \times [1 + 2\lambda P_V(Q_c, \Omega, \Omega_1) + \lambda P_C(Q_c, \Omega, \Omega_1)] F(\mathbf{p}_1, \Omega_1), \quad (15)$$

где

$$P_{V,C}(Q_c, \Omega, \Omega_1) = \left\langle \frac{\pi}{Q_c} \Theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|) P_{V,C}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) \right\rangle_{FS}.$$

3. Параметр порядка и химический потенциал

Рассмотрим приближение слабой связи ($\omega_0 \gg \Delta$), которое позволяет не учитывать вклад последней

диаграммы в выражении (3), содержащей только аномальные функции Грина. Кроме того, это приближение позволяет получить аналитические выражения для функций P_V , P_C , а также для параметра порядка Δ и химического потенциала μ . Следуя [13], вынесем функции P_V и P_C за знак суммы при $\Omega = 0$, $\Omega_1 = \omega_0$ и введем обозначения

$$\lambda_Z = \lambda [1 + \lambda P_V(Q_c, 0, \omega_0)],$$

$$\lambda_\Delta = \lambda [1 + 2\lambda P_V(Q_c, 0, \omega_0) + \lambda P_C(Q_c, 0, \omega_0)]. \quad (16)$$

В результате после подстановки формулы (12) уравнение (15) примет вид

$$\Sigma_S(\Omega) = \lambda_\Delta \frac{1}{N_0} \frac{1}{\beta V} \times \sum_{\mathbf{p}_1, \Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\Sigma_S(\Omega_1)}{(Z\Omega_1)^2 + \tilde{\varepsilon}_{p_1}^2 + \Sigma_S^2(\Omega_1)}. \quad (17)$$

Используем приближение

$$\frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \rightarrow \frac{\omega_0^2}{\Omega^2 + \omega_0^2} \frac{\omega_0^2}{\Omega_1^2 + \omega_0^2}$$

и выполним в (16) ряд преобразований, как это делается при исследовании сверхпроводящих систем с учетом запаздывания [13, 24–26]. Система уравнений для определения параметра порядка Δ и величины Z может быть приведена к виду

$$1 = \lambda_\Delta \frac{1}{\beta V N_0} \sum_{\mathbf{p}_1, \Omega_1} \frac{\omega_0^4}{(\Omega_1^2 + \omega_0^2)^2} \frac{1}{\Omega_1^2 + \tilde{\varepsilon}_{p_1}^2 + \Delta^2} \frac{1}{Z}, \quad (18)$$

$$Z(\Omega) = 1 + \lambda_Z \frac{1}{\Omega} \frac{1}{\beta V N_0} \times \sum_{\mathbf{p}_1, \Omega_1} \frac{\omega_0^2}{(\Omega - \Omega_1)^2 + \omega_0^2} \frac{\Omega_1}{\Omega_1^2 + \tilde{\varepsilon}_{p_1}^2 + \Delta^2} \frac{1}{Z}, \quad (19)$$

где

$$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_p / Z, \quad \Delta = \Sigma_S / Z.$$

Выполним в этих уравнениях интегрирование по энергии ($-\mu < \varepsilon_{p_1} < W - \mu$; μ — химический потенциал, W — ширина энергетической зоны) и интегрирование по Ω_1 в бесконечных пределах стандартным образом. В приближении слабой электрон-фононной связи выделим логарифмическую особенность по Δ , а в членах, определяемых эффектом неадиабатичности, пренебрежем членами $\sim \Delta / \omega_0 \ll 1$. На этом пути выражения (18) и (19) удобно привести к следующему виду:

$$\frac{Z}{\lambda_{\Delta}} = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\overline{W} - \overline{\mu} + \sqrt{(\overline{W} - \overline{\mu})^2 + \Delta^2} \right) - \ln \left(-\overline{\mu} + \sqrt{\overline{\mu}^2 + \Delta^2} \right) - \ln \frac{\overline{\mu} + \omega_0}{\omega_0} - \ln \frac{\overline{W} - \overline{\mu} + \omega_0}{\omega_0} \right] - \frac{1}{4} \left[\frac{\overline{\mu}}{\omega_0 + \overline{\mu}} + \frac{\overline{W} - \overline{\mu}}{\omega_0 + \overline{W} - \overline{\mu}} \right], \quad (20)$$

$$Z = Z(0) = 1 + \frac{\lambda Z}{2} \left[\frac{W - \mu}{W - \mu + \omega_0} + \frac{\mu}{\mu + \omega_0} \right]. \quad (21)$$

Дополним (20) выражением, определяющим химический потенциал μ для двумерной системы:

$$2\varepsilon_F = \frac{n}{N_0} = \overline{W} - \sqrt{(\overline{W} - \overline{\mu})^2 + \Delta^2} + \sqrt{\overline{\mu}^2 + \Delta^2}, \quad (22)$$

$$\overline{W} = W/Z, \quad \overline{\mu} = \mu/Z,$$

где n — плотность носителей заряда, $N_0 = m/2\pi$ — плотность электронных состояний. Величины Δ и μ определяются путем решения системы уравнений (20) и (22). Будем рассматривать два предельных случая: $\mu \gg \Delta$ и $\mu \sim \Delta$. В первом случае уравнение (22), как и должно быть, приводит к соотношению $\varepsilon_F \approx \mu$. На основании (20) при этом имеем

$$\Delta = 2\omega_0 \sqrt{\frac{\overline{\mu}(\overline{W} - \overline{\mu})}{e(\overline{\mu} + \omega_0)(\overline{W} - \overline{\mu} + \omega_0)}} \times \exp \left(-\frac{Z}{\lambda_{\Delta}} + \frac{1}{4} \left[\frac{\omega_0}{\overline{\mu} + \omega_0} + \frac{\omega_0}{\overline{W} - \overline{\mu} + \omega_0} \right] \right). \quad (23)$$

Сравнивая это выражение с полученным ранее значением для T_c в неадиабатических системах [29,30], получаем известное из теории БКШ соотношение:

$$\frac{\Delta}{T_c} = \frac{\pi}{\gamma_e} \approx 1,76.$$

Следовательно, эффекты неадиабатичности в рассмотренном приближении слабой связи не влияют на это отношение.

В случае $\mu \sim \Delta < \omega_0$ введем обозначение

$$A = \frac{2Z_0}{\lambda_{\Delta}^0} + \ln \frac{\overline{W} + \omega_0}{\omega_0} + \frac{1}{2} \frac{\overline{W}}{\overline{W} + \omega_0} \quad (24)$$

и представим уравнение (20) в виде

$$\frac{\overline{W} - \overline{\mu} + \sqrt{(\overline{W} - \overline{\mu})^2 + \Delta^2}}{\sqrt{\overline{\mu}^2 + \Delta^2} - \overline{\mu}} = e^A. \quad (25)$$

Решение системы уравнений (22) и (25) приводит к соотношениям

$$\Delta^2 = \frac{\varepsilon_F(\overline{W} - \varepsilon_F)}{\text{sh}^2(A/2)}; \quad \overline{\mu} = \varepsilon_F \text{cth} \frac{A}{2} - \frac{\overline{W}}{2} \left[\text{cth} \frac{A}{2} - 1 \right]. \quad (26)$$

Если в этих формулах выполнить предельный переход $\omega_0 \rightarrow \infty$, то получим результаты, вытекающие из модели БКШ [27,28]. В нашем случае величины, входящие в (26), переопределяются из-за неадиабатичности системы и наличия сильных электронных корреляций.

Рассмотрим приближение слабой связи ($A \gg 1$). В этом приближении имеем

$$\Delta = \sqrt{2\varepsilon_F |\varepsilon_b|}, \quad \overline{\mu} = \varepsilon_F - \frac{|\varepsilon_b|}{2}, \quad (27)$$

где энергия связанного двухчастичного состояния определяется соотношением

$$|\varepsilon_b| = \frac{2\omega_0}{1 + \omega_0/\overline{W}} \exp \left\{ -\frac{2Z_0}{\lambda_{\Delta}^0} + \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \omega_0/\overline{W}} \right\}. \quad (28)$$

Для систем с широкими энергетическими зонами ($\omega_0/W \ll 1$) это выражение переписывается

$$|\varepsilon_b| = \frac{2\omega_0}{\sqrt{e}} \exp \left\{ -\frac{2Z_0}{\lambda_{\Delta 0}^0} \right\}, \quad (29)$$

где величины Z_0^0 и $\lambda_{\Delta 0}^0$ определяются из формул (21) и (16) соответственно при $\mu = 0$ и $W \rightarrow \infty$.

Энергия двухчастичного связанного состояния в неадиабатической системе возникает путем обмена промежуточными бозонами, что приводит в формулах (28) и (29) к появлению перед экспонентой энергии бозонов ω_0 .

Выражение (29) отличается от случая адиабатических систем [27,28] перенормировкой константы связи λ и величины Z за счет эффектов неадиабатичности, а также наличием перед экспонентой множителя $e^{-1/2}$, обязанного применению процедуры факторизации фононной функции Грина (см. переход от уравнения (17) к (18)). Такой же множитель появляется в определении Δ (23) и T_c [29,30] при $\varepsilon_F \gg \Delta, T_c$.

Отметим, что случай адиабатических систем в приведенном выше приближении факторизации рассмотрен, например, в [31].

Таким образом, вклад неадиабатичности в определение величин Δ и μ (27) в области малых значений плотности носителей заряда определяется переопределенным значением энергии связи двухчастичного состояния ε_b . В системах с сильными электронными корреляциями, в которых обменный импульс мал ($q_c \ll 2p_F$), вершинная функция P_V — положительная величина. Это обстоятельство

приводит к увеличению константы связи λ и энергии связи ε_b в неадиабатических системах по сравнению с адиабатическими. При этом в соответствии с (27) увеличивается параметр порядка Δ .

Наличие в системе связанного двухчастичного состояния приводит к возникновению шаффротовской картины конденсации локальных пар [16]. Отсутствие же такого состояния приводит к картине куперовского спаривания. На зонном языке переход от куперовского режима к шаффротовскому связан с «уходом» химического потенциала μ в запрещенную зону, при этом энергетическая щель в сверхпроводнике определяется величиной $\sqrt{\mu^2 + \Delta^2}$. В соответствии с (27) имеем $\bar{\mu} > 0$ при $\varepsilon_F > |\varepsilon_b|/2$. Такая ситуация соответствует картине куперовского спаривания. В случае $\bar{\mu} < 0$ при $\varepsilon_F < |\varepsilon_b|/2$ возникает конденсация локальных пар (сценарий Шаффрота). В точке $\bar{\mu} = 0$ $\varepsilon_F^{\text{cr}} = |\varepsilon_b|/2$ имеет место кроссовер от куперовского спаривания частиц к состоянию конденсации локальных пар. В неадиабатических системах этот кроссовер осуществляется при значениях ε_F больших, чем в адиабатических.

4. Вершинные и «пересекающиеся» функции

Для выяснения зависимости величин Δ и μ от плотности носителей заряда n или энергии Ферми ε_F необходимо вычислить вершинную P_V и «пересекающуюся» P_C функции в соответствии с их определением (10), (11).

Применим метод прямого вычисления, развитый в [11–13] с учетом малых значений импульса обрезания электрон-фононного взаимодействия ($q_c \ll 2p_F$). Рассмотрим также приближение слабой связи ($\Delta \ll \ll \omega_0$), что позволит использовать при вычислении функций P_V и P_C выражения функций Грина (12) для нормального состояния ($\Sigma_S = \Delta Z = 0$). При значениях $\mu > 2EQ_c^2$ ($Q_c^2 \ll 1$, $E = 4\varepsilon_F$) в частном случае $\Omega = 0$, $\Omega_1 = \omega_0$ (более общий случай см. [29,30]) для величин

$$P_{V,C}(Q_c, \Omega, \Omega_1) = \frac{\pi}{Q_c} \ll \ll \Theta(q_c - |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|)P_{V,C}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \Omega, \Omega_1) \quad (30)$$

получаем соотношения

$$P_V(Q_c, 0, \omega_0) = \frac{A(0, \omega_0)}{\omega_0} - \frac{E^2}{\omega_0^2} \left[\frac{A(0, \omega_0)}{\omega_0} - \omega_0 B(0, \omega_0) \right] \frac{1}{2} Q_c^4,$$

$$P_C(Q_c, 0, \omega_0) = \frac{A(0, \omega_0)}{\omega_0} - \frac{E^2}{\omega_0^2} \left[\frac{A(0, \omega_0)}{\omega_0} - \omega_0 B(0, \omega_0) \right] \frac{11}{6} Q_c^4 + \frac{E}{\omega_0} C(0, \omega_0) Q_c^2, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{A(0, \omega_0)}{\omega_0} &= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \left(\arctg \frac{\omega_0}{\mu + \omega_0} + \arctg \frac{\omega_0}{W - \mu + \omega_0} \right), \\ \omega_0 B(0, \omega_0) &= - \frac{\omega_0 - (\mu + \omega_0)[(\mu + \omega_0)^2 + 2\omega_0^2]}{2[(\mu + \omega_0)^2 + \omega_0^2]^2} - \\ &- \frac{\omega_0(W - \mu + \omega_0)}{2[(W - \mu + \omega_0)^2 + \omega_0^2]^2}, \\ C(0, \omega_0) &= \frac{1}{2} \ln \frac{(W - \mu + \omega_0)}{\mu + \omega_0} - \\ &- \frac{1}{4} \ln \frac{(W - \mu + \omega_0)^2 + \omega_0^2}{(\mu + \omega_0)^2 + \omega_0^2}. \end{aligned} \quad (32)$$

В области значений $\mu \sim \Delta \ll \omega_0$ можно при вычислении функций P_V и P_C ограничиться рассмотрением значений $\mu = 0$, $\Delta = 0$, что позволяет положить $\varepsilon_F = 0$. На этом пути для величин $P_{V,C}^0 = P_{V,C}|_{\mu=0}$ получаем

$$P_V^0(Q_c, 0, \omega_0) = P_C^0(Q_c, 0, \omega_0) = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \arctg \frac{\omega_0}{\omega_0 + W}. \quad (33)$$

5. Численные расчеты и выводы

Нами рассмотрено поведение параметра порядка Δ и химического потенциала μ при $T = 0$ во всем интервале значений плотностей носителей заряда ($0 < \varepsilon_F < \infty$) в квазидвумерных системах с сильными электронными корреляциями. Последние учитывались косвенным образом путем обрезания электрон-фононного взаимодействия по малому значению обменного импульса $q_c < 2p_F$ [22,23]. В определении массовых операторов Σ_S и Σ_N учтены линейные по неадиабатичности члены аналогично [13], позволяющие оценить вклад многочастичных эффектов, приводящих к нарушению теоремы Мигдала [11] и к соответствующему изменению уравнений Элиашберга [32].

Мы рассмотрели приближение слабой связи ($\Delta \ll \omega$), что позволило вычислить вершинные и «пересекающиеся» функции (10), (11) и предста-

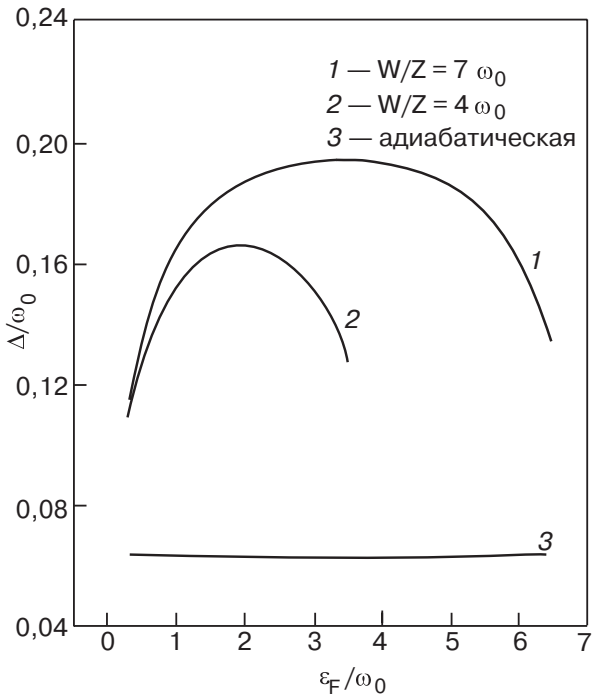


Рис. 1. Зависимость параметра порядка Δ от плотности носителей заряда (энергии Ферми ε_F) в неадиабатической системе (кривые 1, 2) и адиабатической — 3.

вить систему уравнений для определения Δ и μ в виде (20)–(22). Эта система допускает аналитические решения. При $\mu \gg \Delta$ из (22) вытекает $\mu \approx \varepsilon_F$, а параметр Δ определяется выражением (23).

На рис. 1 представлена зависимость Δ от ε_F при всех значениях $\mu \approx \varepsilon_F \gg \Delta$. Эта область, естественно, включает также значения $\varepsilon_F \sim \omega_0$, поскольку $\Delta \ll \omega_0$. Мы имеем колоколообразную зависимость Δ от ε_F . Высота и ширина этого «колокола» увеличиваются с ростом ширины энергетической зоны W . В точках вблизи максимума параметр Δ может достигать значений, соответствующих некоторым оксидным керамикам даже при константе электрон-фононного взаимодействия $\lambda = 0,5$, используемой в данных расчетах.

Эта картина коренным образом отличается от результатов для адиабатических систем ($P_V = P_C = 0$), представленной на этом рисунке прямой линией 3. (см. [27,28]).

Отметим, что «колоколообразная» зависимость величин T_C и Δ от плотности носителей заряда наблюдается в многочисленных экспериментах по исследованию современных сверхпроводящих материалов (см., например, обзор [33]).

В области значений $\mu \sim \Delta$ ($\varepsilon_F \ll \omega_0$) решение системы (20)–(22) приводит в приближении слабой связи к результатам (27). Зависимость Δ и μ от ε_F приведена на рис. 2 и 3 соответственно. Кривые 1 на этих рисунках отвечают неадиабатическим систе-

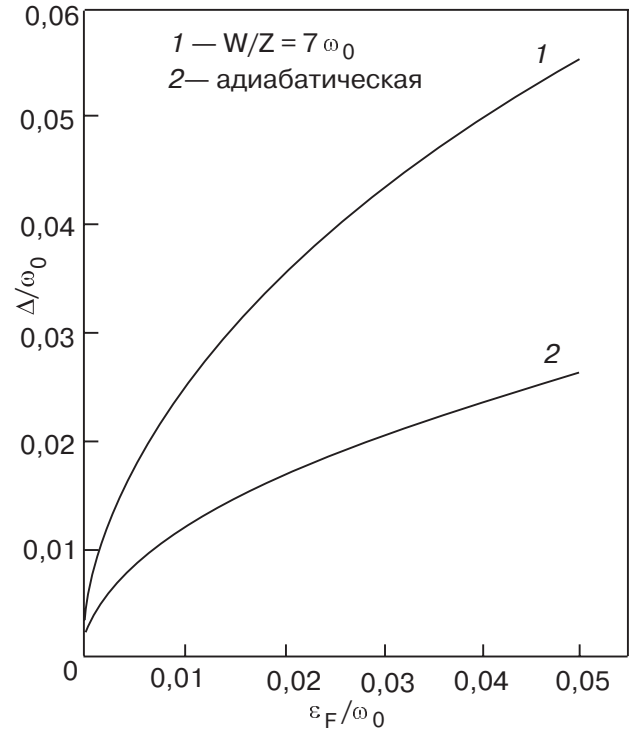


Рис. 2. Зависимость параметра порядка Δ от энергии Ферми ε_F в области малых значений плотностей носителей заряда.

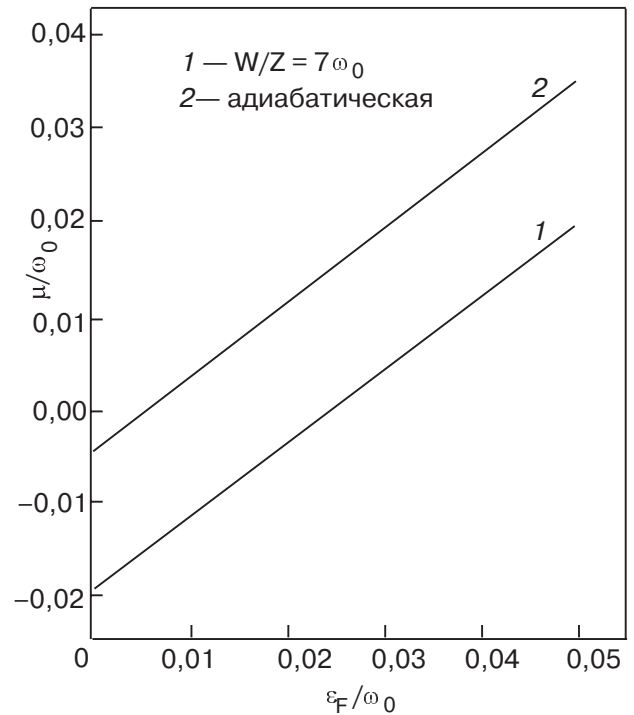


Рис. 3. Соотношение между химическим потенциалом μ и энергией Ферми ε_F вблизи кроссовера состояния БКШ — конденсация локальных пар.

мам, а кривые 2 — адиабатическим ($P_V = P_C = 0$). Из рис. 2 следует, что эффекты неадиабатичности повышают значения параметра порядка Δ более чем в два раза, по сравнению со случаем обычных сверхпроводников в рассматриваемой области значений $\varepsilon_F \ll \omega_0$. В области же значений $\varepsilon_F \sim \omega_0$ (см. рис. 1) эффекты неадиабатичности могут приводить к увеличению параметра порядка в 4–5 раз по сравнению с результатами теории Мигдала–Элиашберга. Рисунок 3 показывает рост химического потенциала с ростом ε_F вблизи кроссовера куперовские пары — конденсации локальных пар от отрицательных к положительным значениям. Эффекты неадиабатичности увеличивают значение ε_F^{cf} , при котором осуществляется этот кроссовер в точке $\mu = 0$. В приближении слабой связи ($\Delta \ll \omega_0$) при $\Delta \sim \mu$ область шаффротовских состояний мала ($\varepsilon_F/\omega_0 \ll 1$).

Более интересным является такой переход для случая сильной связи ($\Delta \sim \omega_0$), который требует отдельного рассмотрения и больших усилий, поскольку усложняются вычисления величин P_V и P_C для случая неадиабатических систем и расширяется область значений ε_F , при которых возможна бозе-конденсация локальных пар. Однако, учитывая существенный вклад неадиабатических поправок при $\varepsilon_F \sim \omega_0$ в приближении слабой связи, можно с уверенностью сказать, что картина зависимости Δ от ε_F при этом изменится как в количественном, так и в качественном отношении, по сравнению со случаем адиабатических систем [27,28]. На основании выполненных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Неадиабатические эффекты и сильные электронные корреляции, нарушающие теорему Мигдала, можно рассматривать в широкой области значений ε_F (см. рис. 1) как механизмы, которые приводят к существенному увеличению параметра порядка при $T = 0$ вплоть до значений, соответствующих материалам высокотемпературной сверхпроводимости.

2. Зависимость параметра порядка от плотности носителей заряда имеет вид «колокола», ширина и высота которого растут с ростом ширины энергетической зоны.

3. При $\mu \sim \Delta$ и $\varepsilon_F \ll \omega_0$ возможно изменение сценария сверхпроводимости путем перехода от куперовского спаривания частиц к шаффротовской конденсации локальных пар. При этом в системах с сильными электронными корреляциями эффекты неадиабатичности увеличивают энергию связи двухчастичного состояния, что, в свою очередь, приводит к увеличению параметра порядка и уменьшению химического потенциала по сравнению с обычными

сверхпроводниками. Кроссовер сценарий сверхпроводимости БКШ — сценарий Шаффрота в неадиабатических системах с сильными электронными корреляциями имеет место при плотностях носителей заряда (значениях энергии Ферми) больших, чем в обычных сверхпроводниках.

1. В.А. Москаленко, М.Е. Палистрант, В.М. Вакалюк, *УФН* **161**, 155 (1991).
2. М.Е. Palistrant and F.G. Kochorbe, *Physica* **C194**, 351 (1992).
3. М.Е. Палистрант, Ф.Г. Кочорбэ, *ЖЭТФ* **104**, 3084 (1993); *ТМФ* **26**, 459 (1993).
4. В.А. Москаленко, Л.З. Кон, М.Е. Палистрант, *Низкотемпературные свойства металлов с особенностями зонного спектра*, Штиинца, Кишинев (1989).
5. J.E. Hirsch and D.J. Scalapino, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2732 (1986).
6. J. Friedel, *J. Phys: Condens. Matter* **1**, 7757 (1989).
7. А.А. Abrikosov, J.C. Campuzano, and K. Gofron, *Physica* **C214**, 73 (1993).
8. W. Weber, *Adv. Solid State Phys.* **28**, 141 (1988).
9. В.А. Гинзбург, Е.Г. Максимов, *СФХТ* **5**, 1453 (1992).
10. G.M. Vujicic, V.L. Aksenov, N.M. Plakida, and S. Stamenovic, *Phys. Lett.* **A73**, 439 (1979); *J. Phys.* **C14**, 2377 (1981).
11. А.Б. Мигдал, *ЖЭТФ* **34**, 1438 (1958).
12. L. Pietronero, S. Strassler, and C.Grimaldi, *Phys. Rev.* **B52**, 10516 (1995).
13. C. Grimaldi, L. Pietronero, and S. Stassler, *Phys. Rev.* **B52**, 10530 (1995).
14. N. R. Schaffroth, *Phys. Rev.* **111**, 72 (1958).
15. M. Randeria, J. Duan, and L. Shien, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 981 (1989); *Phys. Rev.* **B41**, 327 (1990).
16. A.J. Leggett, *Modern Trends in the Theory of Condensed Matter*, Springer-Verlag, Berlin (1980).
17. Э.В. Горбар, В.П. Гусьнин, В.М. Локтев, *СФХТ* **6**, 483 (1992); *ФНТ* **19**, 1171 (1993).
18. А.А. Горбацевич, И.В. Токатлы, *ЖЭТФ* **103**, 702 (1993).
19. Э.В. Горбар, В.М. Локтев, С.Г. Шарипов, *ФНТ* **21**, 421 (1995).
20. М.Е. Палистрант, *ТМФ* **105**, 491 (1995); *ТМФ* **109**, 137 (1996); М.Е. Palistrant, *J. Supercond.: Incorporation Novel Magnetism* **10**, 19 (1997).
21. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Наука, Москва (1962).
22. M.L. Kulik and R. Zeyher, *Phys. Rev.* **B49**, 4395 (1994).
23. R. Zeyher and M.L. Kulik, *Phys. Rev.* **B53**, 2850 (1996).
24. W.L. McMillan, *Phys. Rev.* **167**, 331 (1968).
25. М.Е. Палистрант, *ТМФ* **119** 455, (1999).
26. М.Е. Palistrant and F.G. Kochorbe, *J. Supercond.: Incorporation Novel Magnetism* **15** 113 (2002).

27. В.М. Локтев, С.Г. Шарапов, *ФНТ* **22**, 271 (1996); *Препринт ИТФ-95-18 Р* (1995).
28. V.M. Loktev, R.M. Quick, and S.G. Sharapov, *Phys. Rep.* **349**, 1 (2001).
29. М.Е. Palistrant and F.G. Kochorbe, *J. Phys: Condens. Matter* **12**, 2217 (2000).
30. М.Е. Палистрант, *ФНТ* **26**, 557 (2000).
31. R. Combescot, *Phys. Rev.* **B42**, 7810 (1990).
32. Г.М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **38**, 966 (1960).
33. Н.М. Плакида, *Высокотемпературные сверхпроводники*, Международная программа образования, Москва (1996).

Superconductivity in quasi-two-dimensional nonadiabatic systems of arbitrary charge carrier density at $T = 0$

М.Е. Palistrant

The basic system of equations in the theory of superconductivity is derived in the linear-in-nonadiabaticity approximation for $T = 0$. Analytical solutions for order parameter Δ and chemical potential μ in two limiting cases $\mu \gg \Delta$ and $\mu \sim \Delta$ are found. The dependence of these quantities on density of charge carriers is studied. It is found that owing to nonadiabaticity and strong electron correlations the order parameter Δ may increase in 4–5 times compared to that in conventional superconductors. The influence of nonadiabaticity on the BCS – Bose crossover is also studied for low density of charge carriers.