

Потоковый кубит в цепях быстрой однокуантовой логики: управление и считывание

Н.В. Кленов^{1–4}, А.В. Кузнецов¹, И.И. Соловьев^{2,4}, С.В. Бакурский^{2,4}, М.В. Денисенко⁵,
А.М. Сатанин⁵

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
Ленинские горы, 1, стр. 2, г. Москва, 119991, Россия
E-mail: nvklenov@gmail.com

²Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, НИИ ядерной физики им. Д.В. Скобельцына
Ленинские горы, 1, стр. 2, г. Москва, 119991, Россия

³Московский технический университет связи и информатики
ул. Авиамоторная, 8а, г. Москва, 111024, Россия

⁴Московский физико-технический институт (государственный университет)
пер. Институтский, 9, г. Долгопрудный, Московская обл., 141700, Россия

⁵Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
пр. Гагарина, 23, г. Нижний Новгород, Нижегородская обл., 603022, Россия

Статья поступила в редакцию 1 февраля 2017 г., опубликована онлайн 25 мая 2017 г.

Представлены результаты аналитического исследования и численного моделирования динамики сверхпроводящего потокового трехконтактного (3JJ) кубита, связанного магнитным полем с цепью быстрой однокуантовой (RSFQ) логики, демонстрирующие принципиальную возможность реализации простейших логических операций на пикосекундных временах, а также быстрых неразрушающих измерений. Показано, что при решении оптимизационных задач динамику кубита удобно интерпретировать как прецессию вектора магнитного момента вокруг направления магнитного поля. При этом роль компонент магнитного поля играют комбинации матричных элементов гамильтониана, а роль магнитного момента — вектор Блоха. Обсуждаются особенности модели 3JJ кубита при анализе воздействия на кубит управляющего короткого импульса и аналогия между уравнениями Блоха и Ландау–Лифшица–Гильберта. Анализ решений блоховских уравнений позволил выработать рекомендации по использованию считывающих RSFQ цепей для реализации оптимального интерфейса между классической и квантовой частями вычислительной системы, а также обосновать использование однокуантовой логики для контроля сверхпроводящих квантовых схем на чипе.

Представлено результати аналітичного дослідження та чисельного моделювання динаміки надпровідного потокового трьохконтактного (3JJ) кубіта, пов'язаного магнітним полем з ланцюгом швидкої однокуантової логіки (RSFQ), що демонструють принципову можливість реалізації найпростіших логічних операцій на пікосекундних часах, а також швидких неруйнівних вимірювань. Показано, що при розв'язуванні оптимізаційних задач динаміку кубіта зручно інтерпретувати як прецесію вектора магнітного моменту навколо напрямку магнітного поля, при цьому роль компонент магнітного поля грають комбінації матричних елементів гамільтоніана, а роль магнітного моменту — вектор Блоха. Обговорюються особливості моделі 3JJ кубіта при аналізі дії на кубіт керуючого короткого імпульсу та аналогія між рівняннями Блоха і Ландау–Ліфшица–Гільберта. Аналіз розв'язків блохівських рівнянь дозволив виробити рекомендації щодо використання RSFQ ланцюгів, які зчитують, для реалізації оптимального інтерфейсу між класичною та квантовою частинами обчислювальної системи, а також обґрунтувати використання однокуантової логіки для контролю надпровідних квантових схем на чіпі.

PACS: 85.25.Cr Джозефсоновские устройства;
 85.25.Hv Сверхпроводящие логические элементы и запоминающие устройства, микроэлектронные схемы;
 85.25.Dq Сверхпроводящие квантовые интерференционные устройства (СКИУ).

Ключевые слова: потоковые кубиты, быстрая одноквантовая логика, квантовые измерения, уравнение Блоха, матрица кубитного гамильтониана.

Введение

Современные экспериментальные исследования сверхпроводящих кубитов требуют точного контроля их состояний при одновременной минимизации обратного влияния цепей считывания и управления на квантовые схемы. Одной из многообещающих идей здесь оказалась попытка комбинации кубитов с классическими цепями быстрой одноквантовой логики (RSFQ) [1–9]. Использование такой криогенной цифровой электроники может обеспечить более надежный контроль квантовых схем на чипе, чем управление и считывание при помощи контрольных импульсов электромагнитного поля, посылаемых по коаксиальным кабелям. Серьезным недостатком традиционных RSFQ схем является использование шунтированных джозефсоновских контактов, приводящих к диссипации энергии в квантовые вычислительные системы. Минимизация вклада управляющих RSFQ цепей в процессы разрушения когерентности состояний квантового регистра является важной частью процесса разработки оптимального интерфейса между классической и квантовой частями вычислительной машины.

В первых экспериментах с потоковыми кубитами для считывания состояния использовался сверхпроводящий квантовый интерферометр (СКВИД) с нешунтированными переходами, который при приложении токового импульса переходил в резистивное состояние при одном направлении кругового тока в кубите и оставался в сверхпроводящем состоянии при другом. Аналогом такого способа считывания может быть применение одного из наиболее распространенных элементов RSFQ библиотеки — балансного компаратора. В зависимости от соотношения величин тока, индуцированного в схеме магнитным потоком кубита, и референсного тока, при поступлении импульса считывания на вход балансного компаратора на выходе схемы может быть сформирован одноквантовый импульс напряжения (SFQ импульс), символизирующий логическую единицу в схемах RSFQ (отсутствие одноквантового импульса напряжения за тактовый период означает логический ноль).

Удачным примером применения интерфейсных RSFQ схем в исследовании квантовых систем является работа [2], в которой классические цепи использовались для контроля состояния одной из разновидностей потокового кубита — вихревого кубита. Для инициализации системы — задания джозефсоновского вихря

в длинный джозефсоновский переход — использовался RSFQ преобразователь аналогового сигнала в одноквантовый импульс — DC/SFQ конвертор. К другому концу длинного джозефсоновского перехода для считывания состояния кубита был подсоединен так называемый RS триггер, меняющий свое состояние при появлении на его входе кванта магнитного потока Φ_0 .

Для реализации слабовозмущающего считывания состояний кубита при помощи RSFQ схем [3–9] было предложено использовать SFQ импульсы (флаксоны) в джозефсоновских передающих линиях (ДПЛ) на базе длинных нешунтированных переходов. За счет слабой магнитной связи с потоковым кубитом в ДПЛ возникает эффективный потенциал, на котором рассеивается распространяющийся баллистический флаксон. Состояние кубита в такой схеме определяет изменение времени распространения флаксона от генератора (G) до «SFQ детектора», измеряемое за счет схемы сравнения с референсной линией (при помощи компаратора С).

Дальнейшая оптимизация этой концепции [10] за счет симметризации схемы детектора позволила дополнительно значительно уменьшить обратное влияние процесса считывания на кубит за счет магнитной связи кубита с обеими ДПЛ детектора, при которой флаксоны в каждом плече рассеиваются на индуцированных токовых неоднородностях (рис. 1(а)). При такой связи обратное влияние на кубит определяется накопленной временной задержкой между флаксонами, а не размером участка ДПЛ, связанного с кубитом. При выбранных в работе [10] параметрах площадь импульса под зависимостью от времени действующего магнитного потока оказывается на порядок меньше для симметризованной схемы (рис. 1(б)), чем для оригинальной схемы, предложенной в работе [3].

Важно подчеркнуть, что описанный подход может быть использован и для традиционных RSFQ схем на основе дискретных ДПЛ, представляющих собой параллельное соединение нешунтированных или слабошунтированных контактов, в том числе для одновременного считывания состояний N кубитов. Для этого флаксон после выхода из генератора одноквантовых импульсов должен пройти через дерево ветвителей, с выхода которых $2N$ таких одноквантовых импульсов одновременно задаются на описанные интерферометрические детектирующие схемы (рис. 1(а)).

Задачей настоящей работы является анализ динамики джозефсоновских кубитов в ходе таких процедур

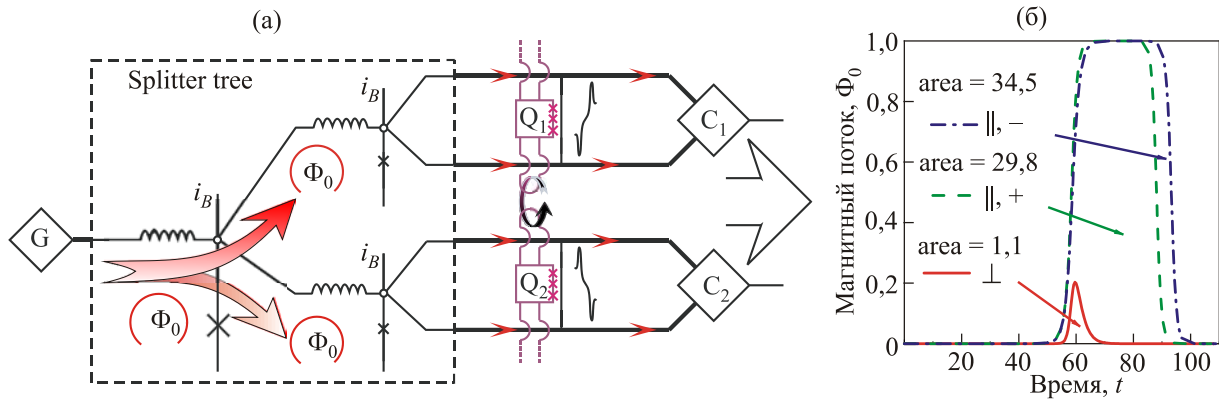


Рис. 1. (Онлайн в цвете) (а) Эскиз схемы считывания на базе симметричного баллистического флаксона детектора для системы из N кубитов (Q). (б) Зависимость магнитного потока, воздействующего на кубит, от нормированного времени при взаимодействии с баллистическим флаксоном. Штриховой и штрихпунктирной линиями показаны зависимости для различных полярностей магнитного потока кубита для несимметричного детектора. Красной сплошной линией показана зависимость магнитного потока обратного влияния в симметризованной схеме [10].

считывания. Кроме того, мы планируем показать, как при определенных условиях взаимодействие искусственного атома с ДПЛ может быть использовано для контролируемого изменения его состояния на пикосекундных временах [11–13].

2. Динамика состояния джозефсоновского кубита при взаимодействии с флаксоном

2.1. Считывание и управление: выбор параметров флаксона воздействия

Начнем рассмотрение интересующего нас динамического поведения сверхпроводникового потокового кубита в переменном электромагнитном поле с простейшего двухуровневого приближения, когда конкретный тип кубита не уточняется [14]:

$$H(t) = \frac{1}{2}(\Delta\sigma_z + \varepsilon(t)\sigma_x), \quad (1)$$

где не зависящее от времени расстояние между уровнями кубита Δ связано с частотой перехода между уровнями $\omega_{01} = (E_1 - E_0)/\hbar$ (возбужденным «1» с энергией E_1 и основным «0» с энергией E_0). В свою очередь, управляющая функция $\varepsilon(t)$ связана с амплитудой A сигнала и огибающей $f(t)$ соотношением $\varepsilon(t) = 2Af(t)$.

В рамках нашей концепции [13] мы полагаем, что именно через расположенные на побочной диагонали гамильтониана матричные элементы проявляется воздействие на состояние кубита внешнего «униполярного» магнитного поля, характеристиками которого являются огибающая и амплитуда. Такое воздействие мы связываем с волной токов, распространяющейся в связанной с кубитом ДПЛ при движении флаксона. Наиболее характерным (см. рис. 1(б)) видом огибающей $f(t)$ импульсного униполярного поля является непрерывная функция Хевисайда с треугольным сглаживанием по краям:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{t_0}(t - t_{in}), & t_{in} \leq t < t_{in} + t_0 \\ 1, & t_{in} + t_0 \leq t \leq t_{off} - t_0 \\ \frac{1}{t_0}(t_{off} - t), & t_{off} - t_0 < t \leq t_{off}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь длительность воздействия $\tau = t_{off} - t_{in} - 2t_0$ лежит в субнаносекундном диапазоне, а время t_0 отвечает за плавное изменение амплитуды импульса.

В разд. 2.2. мы еще вернемся к детализации гамильтониана (1) и приведем результаты рассмотрения более реалистичной модели кубита, основанные на строгом анализе гамильтониана трехконтактного джозефсоновского контура.

В общем виде процессы разрушения когерентного состояния кубита мы будем рассматривать как взаимодействие искусственного атома с бозонным резервуаром, содержащим большое число степеней свободы. В таком случае гамильтониан системы имеет вид

$$H_s = H + \sum_q \omega_q b_q^\dagger b_q + F_z \sigma_z + F_x \sigma_x, \quad (3)$$

где первое слагаемое H — гамильтониан кубита, определенный выражением (1); второе слагаемое — гамильтониан бозонного резервуара, где b_q и b_q^\dagger — операторы уничтожения и рождения бозонов, а ω_q — частота бозона с моментом импульса q ; последние два слагаемых отвечают за взаимодействие кубита с бозонным резервуаром, $\sigma = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ — набор матриц Паули. Эрмитовы операторы резервуара F_z, F_x , которые отвечают за продольную и поперечную релаксацию в системе, представимы в виде линейной комбинации

$$F_{z,x} = \frac{1}{\sqrt{V}} \left(\sum_q g_{z,x}(q) b_q + \sum_q g_{z,x}^\dagger(q) b_q^\dagger \right),$$

где $g_{z,x}(q)$ — константы связи, V — объем системы. Статистические свойства операторов резервуара F_z , F_x определены корреляционными функциями: $K(t-t') = \langle F_{z,x}(t)F_{z,x}^+(t') \rangle$.

На первом этапе анализа воздействия флаксона на кубит была выбрана модель шума с гладким спектром («белый шум», спектральная плотность которого не имеет особенностей). При этом время корреляций термостата много меньше актуальных времен релаксации подсистемы, что позволяет использовать марковское приближение при выводе уравнения для матрицы плотности ρ подсистемы. Кроме того, при выводе уравнения для оператора плотности кубита был использован второй порядок теории возмущений по взаимодействию подсистемы с термостатом кубита — борновское приближение [15]. С учетом сделанных приближений уравнение для матрицы плотности записывается в виде

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt}(t, \hat{\rho}(t)) = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}(t), \hat{H}(t)] + \frac{\Gamma_f}{2} (\hat{\sigma}_z \hat{\rho}(t) \hat{\sigma}_z - \hat{\rho}(t)) + \frac{\Gamma_e}{2} (2\hat{\sigma}_- \hat{\rho}(t) \hat{\sigma}_+ - \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- \hat{\rho}(t) - \hat{\rho}(t) \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-), \quad (4)$$

где скорость Γ_f характеризует процесс затухания фазы (дефазировка, *dephasing*) с характерным временем $T_f = 1/\Gamma_f$, параметр Γ_e отвечает за темп энергетической релаксации ($T_e = 1/\Gamma_e$) [14], $\sigma_{\pm} = (\sigma_x \pm i\sigma_y)/2$. Результаты ряда экспериментальных работ [16–18] позволили нам обоснованно опустить из рассмотрения процессы термического возбуждения (спонтанного «подброса» за счет температуры): вероятность таких процессов на несколько порядков меньше величин, характерных для учтенных механизмов релаксации.

Для дальнейшего анализа преобразуем гамильтониан $H \rightarrow H/\hbar$ и будем измерять Δ и $\varepsilon(t)$ в рад/с. Матрицу плотности удобно разложить по полному набору $\rho = \frac{1}{2}(I + \sigma \cdot \mathbf{R})$, где I — единичная матрица, тогда уравнение (4) будет эквивалентно системе уравнений для компонент блоховского вектора $\mathbf{R} = \text{Tr}(\sigma \rho(t))$:

$$\begin{cases} \dot{R}_x = -2\Delta R_y - 4\Gamma_f R_x - \Gamma_e R_x, \\ \dot{R}_y = 2\Delta R_x - 2\varepsilon(t) R_z - 4\Gamma_f R_y - \Gamma_e R_y, \\ \dot{R}_z = 2\varepsilon(t) R_y - 2\Gamma_e R_z - \Gamma_e. \end{cases} \quad (5)$$

Начальное состояние, соответствующее основному состоянию кубита с энергией E_0 , записывалось в этом случае в виде

$$\mathbf{R}(t_{in}) = (0, 0, -1),$$

а вероятности населенностей основного («0» с энергией E_0) и возбужденного («1» с энергией E_1) уровней записываются соответственно

$$W_0(t) = \frac{1 - R_z}{2}, \quad W_1(t) = \frac{1 + R_z}{2}.$$

Следует отметить, что в экспериментах с кубитами [17,18] механизм поперечной релаксации (дефазировки) обычно существенно доминирует над процессом релаксации энергии, т.е. $T_f \ll T_e$.

Воздействие флаксона на кубит определяют в рамках выбранной модели два параметра (A — амплитуда и τ — длительность), которыми можно в определенной степени управлять в эксперименте, изменяя тем самым характер эволюции квантовой системы. На рис. 2 представлен контурный график временной развертки вероятности перехода кубита $W_0(t)$ из основного состояния в возбужденное при плавном сканировании по амплитуде сигнала A , а черными штриховыми линиями показаны границы профиля возбуждающего униполярного импульса. В начальный момент времени ($t=0$) кубит инициализирован (приготовлен в основном состоянии с энергией E_0) — это отвечает красным областям на контурном графике (рис. 2). Состояние системы неизменно до момента включения возбуждающего поля $t=t_{in}$. В процессе воздействия импульса с заданной амплитудой (горизонтальные сечения на контурном графике) наблюдаются осцилляции населенностей уровней кубита, что выглядит на рисунке как чередование красных и сиреневых областей. Видно, как с

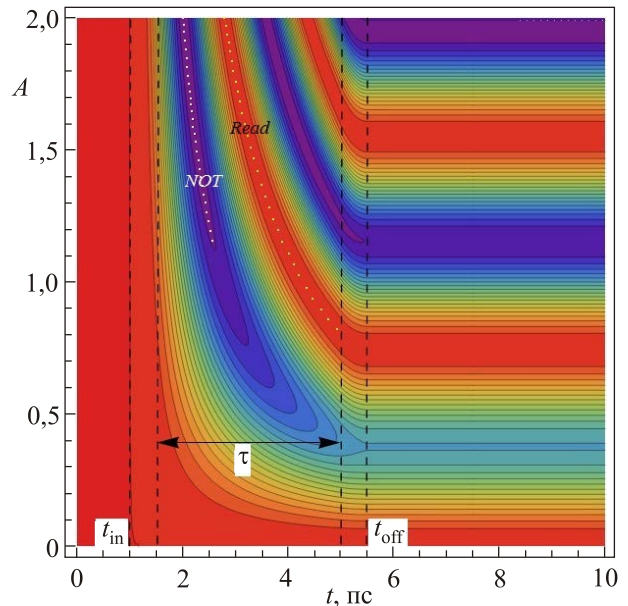


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Контурный график временной развертки населенности $W_0(t)$ основного уровня кубита ($\Delta/\hbar = 1$ ГГц) при сканировании по амплитуде A воздействия униполярного импульса. Характерные кривые значений амплитуд и длительностей импульсов, на которых достоверность логической операции достигает 0,001%, для логической операции «Not» представлены белыми точками на графике, для операции считывания «Read» — желтыми точками. Значения шума: $\Gamma_e = 0,00001$ ГГц, $\Gamma_f = 0,00005$ ГГц.

увеличением амплитуды воздействия частота осцилляций населенностей увеличивается, что характерно также и для модулированного магнитного поля (задача Раби [19–21]). После окончания воздействия импульса формируется населенность кубита, которая слабо меняется на временах, малых по сравнению с временами фазовой и энергетической релаксации T_f , T_e . Проведенные численные эксперименты показали, что можно подобрать длительность импульса при заданной амплитуде сигнала таким образом, чтобы:

1) реализовать неразрушающее считывание информации при помощи джозефсоновского баллистического детектора;

2) осуществить квантовые логические операции на пикосекундных временах.

Анализ результатов расчета показал, что возможность переворота вектора состояния (логическая операция «Not», когда «0» → «1» или «1» → «0») зависит от двух критериев: во-первых, энергия внешнего поля должна быть сравнима или больше расстояния между уровнями в кубите ($\Delta = 2\omega_{12}$, $A \geq \Delta$), а во-вторых, длительность импульса должна соотноситься с частотой кубита как $\omega_{01}\tau \ll 1$, что было показано ранее на примере анализа уравнения Шредингера [13]. Строго говоря, два данных условия не являются независимыми и в свою очередь накладывают ограничения на диапазоны амплитуд и характерных длительностей импульсов для проведения ультрабыстрой операции «Not». Например, для выбранного при моделировании разумного параметра системы $\omega_{01}/2p = 0,5$ ГГц переворот возможен при минимальной амплитуде $A/h \sim 1,2$ ГГц, соответствующей длительности $\tau \sim 1,3$ пс. На рис. 2 белыми точками показана характерная кривая на плоскости параметров флуксонного воздействия, на которой достоверность F (Fidelity) перехода из одного базисного состояния в другое достигает $F = 0,9999$. Вблизи данной кривой существует область флуктуаций параметров импульса (длительности и амплитуды), где ошибка операции составляет не более 2% ($F = 0,98$).

Кроме того, в работе была изучена ситуация, когда после униполярного воздействия система возвращается в исходное состояние («0» → «0» или «1» → «1»), что весьма интересно с точки зрения реализации быстрого неразрушающего считывания квантовой информации. В этом случае нет строгих ограничений на длительность и амплитуду импульса, причем при малых значениях последней ($A \leq \Delta$) вообще не наблюдается осцилляций между базисными уровнями кубита. Характерная кривая параметров импульсов при достоверности операции $F = 0,9999$ приведена на рис. 2 желтыми точками.

Для более подробного изучения влияния процессов распада когерентных состояний на проведение подобных быстродействующих операций были построены временные зависимости населенности кубита при различных значениях Γ_f (см. рис. 3) для операций считывания

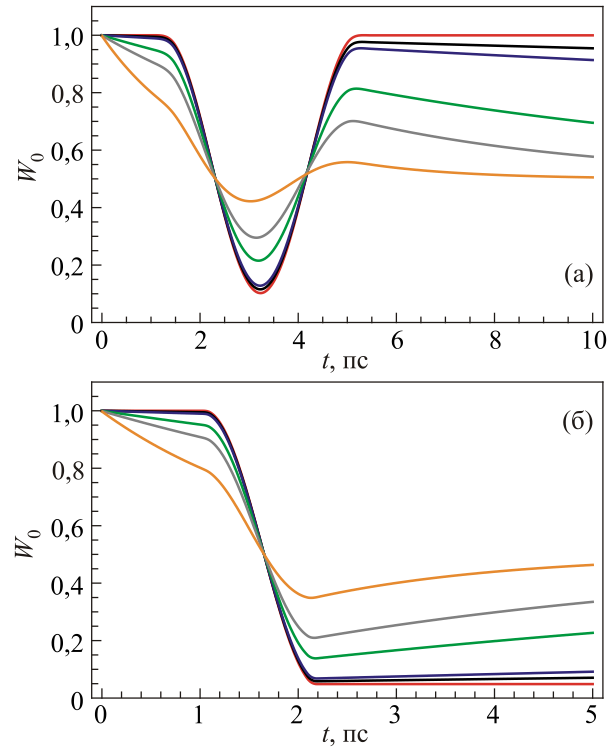


Рис. 3. Диссипативные временные зависимости населенности $W_0(t)$ основного уровня кубита для считывания информации (а) и операции «Not» (б) при различных значениях фазового шума Γ_f , ГГц: 0,00005 (1); 0,0025 (2); 0,005 (3); 0,025 (4); 0,05 (5); 0,25 (6). Параметры системы: $\Delta/h = 1$ ГГц, $\Gamma_e = 0,00001$ ГГц, $t_{in} = 1$ пс, $\delta = 2$ пс⁻¹, (а) $A/h = 0,75$ ГГц и $\tau = 5$ пс; (б) $A/h = 1,3$ ГГц и $\tau = 1,2$ пс.

вания и записи информации (на примере операции «Not»). Наглядно видно, как увеличение скорости фазовой релаксации (сбой фаз) приводит к равновесной населенности уровней кубита на уровне $W_0(t) = 0,5$.

Следует отметить, что в работе изучались зависимости поведения населенностей от величины коэффициента сглаживания $\delta = (t_0)^{-1}$. Оказалось, что данный параметр не влияет на изменение качественных характеристик, так как длительность импульса остается постоянной. Хотя увеличение параметра δ вызывает, например, сдвиг момента «провала» населенностей, положение которого соответствует центру «плато» функции $f(t)$. Заметим, что даже для треугольного импульса при $\delta = \tau^{-1}$ описанные ранее логические операции могут быть осуществлены.

2.2. Считывание и управление: анализ гамильтониана потокового кубита

Развитие предложенной техники анализа динамики состояния кубита под действием магнитного поля флуксона требует уточнения вида гамильтониана системы. Строгий расчет матрицы гамильтониана позволил нам показать, что достаточно быстрые (пикосекундные) операции можно реализовать, меняя во

времени также и элементы кубитного гамильтониана на главной диагонали, что как раз и происходит при взаимодействии выбранного для примера известного потокового трехконтактного (3JJ) кубита [22,23] с полем флаксона. Анализ поведения такой системы мы выполнили, пренебрегая по традиции индуктивностью сверхпроводящего контура и вкладом активного сопротивления и полагая выполненным условие квазистационарности. Матричные элементы гамильтониана запишем теперь с сохранением размерности в атомном (или спиновом) ортонормированном базисе, основанном на функциях, «локализованных» в окрестностях минимума эффективной потенциальной энергии системы [24]:

$$\psi^{r/l}(x_1 \dots x_n, t) \equiv \psi^{r/l} = \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{\pi a_{x_k}^{r/l}}} \exp\left(-\left(\xi_{x_k}^{r/l}\right)^2 / 2\right),$$

$$\xi_{x_k}^{r/l} = \frac{x_k - (x_k)_{\min}^{r/l}}{a_{x_k}^{r/l}}. \quad (6)$$

Этот базис в обобщенных координатах $(x_1 \dots x_n)$ имеет вид

$$\phi_{l/r}(x_1 \dots x_n, t) = \frac{\psi^{l/r} + c(\psi^l + \psi^r)}{\sqrt{1 - (\psi^l \psi^r)}}, \quad (7)$$

где константа c определена как

$$c = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{\frac{1 - (\psi^l \psi^r)}{1 + (\psi^l \psi^r)}} \right), (\psi^l \psi^r) = \int_O \psi^l \psi^r dx_1 \dots dx_n. \quad (8)$$

Здесь $O = \{x_k : x_k \in (-\infty, \infty), k = 1 \dots n\}$ — область определения всех обобщенных координат. Обозначения « l » и « r » соответствуют левому и правому минимумам профиля потенциальной энергии потокового кубита в зависимости от обобщенной координаты. Волновая функция ψ^l локализована в левом минимуме этого профиля, а функция ψ^r — в правом. Для физически осмысленного построения этих функций профиль потенциальной энергии аппроксимировался вблизи каждого из минимумов потенциальными энергиями линейного гармонического осциллятора, что позволяло вычислить константы $a_{x_k}^{r/l}$ из формулы (6).

Гамильтониан потокового кубита с тремя джозефсоновскими контактами 1, 2 и 3, которые обладают критическими токами I_C , I_C и αI_C ($\alpha = (I_C)_3 / (I_C)_1 \in [0, 5; 1]$), можно представить в виде

$$\hat{H} = -\sum_{k=1}^n \frac{\hbar \omega_{x_k}^{r/l}}{2} \frac{\partial^2}{\partial (\xi_{x_k}^{r/l})^2} + U, \quad (9)$$

где точное выражение для профиля потенциальной энергии имеет вид

$$U(x_1 \dots x_n, t) =$$

$$= E_J (2 + \alpha - 2 \cos \theta \cos \varphi + \alpha \cos(2\pi f_z - 2\theta)). \quad (10)$$

Здесь обобщенные координаты выражаются через джозефсоновские фазы контактов как $\theta = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} = x_1$ и

$$\varphi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} = x_2.$$

При выбранных параметрах магнитный поток через сверхпроводящий контур Φ_z можно считать заданным для любого момента времени, так что справедливо условие $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 2\pi(f_z + 1/2)$, $f_z \equiv \Phi_z / \Phi_0 - 1/2$, $|f_z| \ll 1$. В выражении для гамильтониана использовались переменные

$$\xi_{\theta}^{r/l} = \frac{\theta - \theta_{\min}^{r/l}}{a_{\theta}^{r/l}} \quad \text{и} \quad \xi_{\varphi}^{r/l} = \frac{\varphi - \varphi_{\min}^{r/l}}{a_{\varphi}^{r/l}}, \quad \text{для которых}$$

$$\theta_{\min}^{r/l} = \pm \theta^* + 2\pi f_z \frac{2\alpha^2 - 1}{4\alpha^2 - 1}, \quad \theta^* = \arccos \frac{1}{2\alpha}, \quad \varphi_{\min}^{r/l} = 0.$$

При этом константы из формулы (6) определялись по общим формулам для гармонического осциллятора

$$a_{\theta}^{r/l} = \sqrt{\frac{\hbar}{M_{\theta} \omega_{\theta}^{r/l}}} \quad \text{и} \quad a_{\varphi}^{r/l} = \sqrt{\frac{\hbar}{M_{\varphi} \omega_{\varphi}^{r/l}}}. \quad \text{При } |f_z| \ll 1$$

можно показать, что $M_{\theta} = 2M(1 + 2\alpha)$, $M_{\varphi} = 2M$,

$$M = \left(\frac{\hbar}{2e} \right)^2 C. \quad \text{Введя обозначение } s = E_J / E_C \text{ для}$$

отношения джозефсоновской и зарядовой энергий для джозефсоновских контактов 1 и 2, характерные частоты аппроксимирующего гармонического профиля потенциальной энергии можно выразить в виде

$$\hbar \omega_{\theta}^{r/l} = E_J \sqrt{\frac{2\alpha - 1}{s\alpha}} \left(1 \mp \pi f_z \frac{2\alpha^2 + 1}{(4\alpha^2 - 1)^{3/2}} \right), \quad (11)$$

$$\hbar \omega_{\varphi}^{r/l} = \frac{E_J}{\sqrt{s\alpha}} \left(1 \mp \pi f_z \frac{2\alpha^2 - 1}{\sqrt{4\alpha^2 - 1}} \right). \quad (12)$$

Двухъямный профиль потенциальной энергии 3JJ кубита U существует только при выполнении уже упомянутого выше условия $|f_z| \ll 1$, а при значениях $|f_z| \approx 0,07$ ($\alpha = 0,8$) он исчезает. Используя оператор Гамильтона (9) и ортонормированный базис (7), нужно найти точные выражения для матрицы гамильтониана в этом базисе, что было сделано в работе [24]. Вычисляя кинетическую и потенциальную энергии по отдельности, $\tilde{H}_{ij} = \tilde{T}_{ij} + \tilde{V}_{ij}$, $i, j = 1, 2$, можно ввести ряд обозначений, которые позволят записать матрицу гамильтониана в явном виде:

$$c_{\theta} = a_{\theta}^r / a_{\theta}^l, \quad c_{\varphi} = a_{\varphi}^r / a_{\varphi}^l, \quad z^{l/r} = \frac{2\pi f_z}{4\alpha^2 - 1} \pm 2\theta^*,$$

$$z_1 = a_\theta^r \sqrt{\frac{2}{c_\theta^2 + 1}}, \quad z_2 = \frac{\theta_{\min}^r + c_\theta^2 \theta_{\min}^l}{c_\theta^2 + 1}, \quad z_3 = a_\phi^r \sqrt{\frac{2}{c_\phi^2 + 1}},$$

$$z_4 = 2\pi f_z + \frac{2c_\theta^2(\theta_\phi^r - \theta_{\min}^l)}{c_\theta^2 + 1} - 2\theta_{\min}^r,$$

$$D = \exp \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{(x_k)_{\min}^r - (x_k)_{\min}^l}{2((a_{x_k}^r)^2 + (a_{x_k}^l)^2)} \right) \right) \sqrt{\prod_{k=1}^n \frac{c_{x_k}}{c_{x_k}^2 + 1}}.$$

После этого матричные элементы гамильтониана 3JJ кубита в неортонормированном (а значит, вспомогательном) базисе (6) примут вид

$$\tilde{T}_{11} = \frac{\hbar\omega_\theta^l}{4} + \frac{\hbar\omega_\phi^l}{4}; \quad \tilde{T}_{22} = \frac{\hbar\omega_\theta^r}{4} + \frac{\hbar\omega_\phi^r}{4}, \quad (13)$$

$$\tilde{T}_{12} = \tilde{T}_{21} = D \left(\frac{\hbar\omega_\theta^r c_\theta^2}{c_\theta^2 + 1} \left(1 - \frac{(\theta_{\min}^r - \theta_{\min}^l)^2}{(a_\theta^l)^2 + (a_\theta^r)^2} \right) + \frac{\hbar\omega_\phi^r c_\phi^2}{c_\phi^2 + 1} \right), \quad (14)$$

$$\tilde{V}_{11/22} = E_J \left(2 + \alpha - \frac{1}{2} \cos \theta_{\min}^{l/r} \tilde{f}(a_\theta^{l/r}) \tilde{f}(a_\phi^{l/r}) + \frac{\alpha}{2} \cos z^{l/r} \tilde{f}(2a_\theta^{l/r}) \right), \quad (15)$$

$$\tilde{V}_{12} = \tilde{V}_{21} =$$

$$= E_J D (4 + 2\alpha - \cos z_2 \tilde{f}(z_1) \tilde{f}(z_3) + \alpha \cos z_5 \tilde{f}(-2z_1)). \quad (16)$$

Для перехода от величин (13)–(16), рассчитанных в базисе (6), к величинам, рассчитанным в базисе (7), нужно использовать формулу

$$\begin{cases} H_{11/22} = (\tilde{H}_{11/22} (1+c)^2 + 2c(c+1)\tilde{H}_{12} + c^2\tilde{H}_{22/11}) / (1 - (\psi^l \psi^r)) \\ H_{12} = H_{21} = (\tilde{H}_{12} (2c^2 + 2c + 1) + (\tilde{H}_{11} + \tilde{H}_{22})(c^2 + c)) / (1 - (\psi^l \psi^r)) \end{cases} \quad (17)$$

Можно показать, что разница между диагональными матричными элементами $H_{22} - H_{11}$ пропорциональна нормированному магнитному потоку f_z и равна нулю в точке вырождения (для параметров на рис. 4(a) она примерно равна $H_{22} - H_{11} \approx 2f_z 7,028 \cdot 10^{-17}$ эрг). Интересно также, что по данным расчетов при изменении f_z величина H_{12} практически постоянна и пропорциональна D , причем $D \ll 1$. В силу этого с ростом параметров α и s , задаваемых топологией потокового кубита, матричные элементы на побочной диагонали H_{12} и H_{21} экспоненциально стремятся к нулю, тогда

как изменение других элементов гамильтониана происходит гораздо более плавно.

Численный анализ динамики состояния потокового 3JJ кубита на основе уравнения Блоха (был использован метод Рунге–Кутты 4 порядка) показал: обсуждающуюся выше логическую операцию «Not» можно реализовать на пикосекундных временах при помощи воздействия на кубит SFQ импульса (рис. 4(a)). Вероятность нахождения системы в стационарном состоянии «0» или «1» определялась по матричной формуле

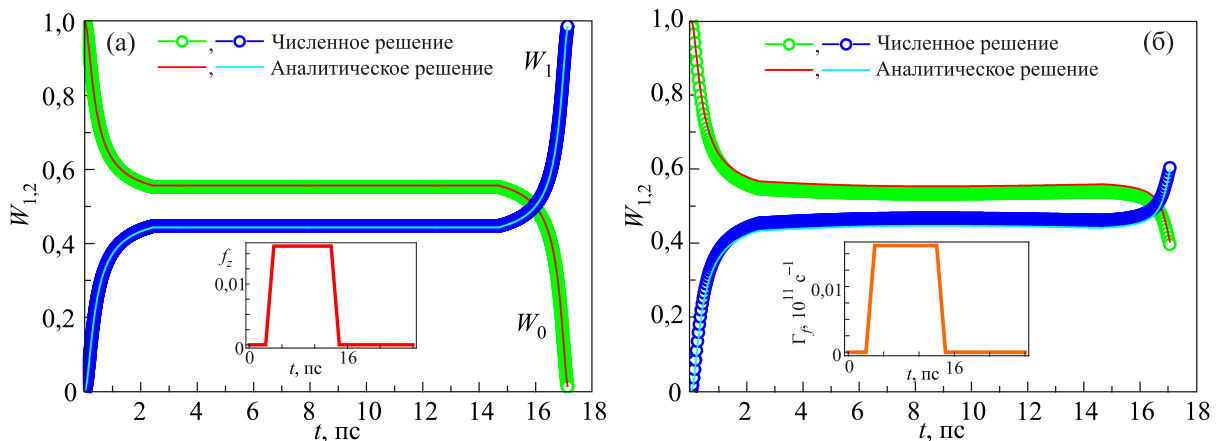


Рис. 4. (Онлайн в цвете) (а) Моделирование операции «Not» над потоковым 3JJ кубитом на основе уравнения Блоха: перевод 3JJ кубита из основного в первое возбужденное состояние без учета процессов разрушения когерентности ($\tau = 17,1$ пс, $E_J = 1,72 \cdot 10^{-15}$ эрг, $C = 1,87 \cdot 10^{-15}$ Ф, $I_C = 525$ нА, $\alpha = 0,8$, $E_J/E_C = 6,25$, $f_{z\text{MAX}} = 0,0157$, $\Gamma_f = \Gamma_e = 0$). (б) Динамика 3JJ кубита при тех же управляющих параметрах и наличии сильной фазовой декогерентности ($(\Gamma_f)_{\text{MAX}} = 10^{11} \text{ c}^{-1}$, $\Gamma_e = 0$). Временные зависимости для нормированного магнитного потока, управляющего динамикой кубита (рис. 4(а)), и параметра фазовой декогерентности (рис. 4(б)) показаны на вставках к рисункам.

$$W_j = \begin{pmatrix} (c_1^j)^* & (c_2^j)^* \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1^j \\ c_2^j \end{pmatrix}, \quad j = 0; 1$$

с обозначениями

$$\begin{pmatrix} c_1^j \\ c_2^j \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + |H_{21}/(E_j - H_{22})|^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ H_{21}/(E_j - H_{22}) \end{pmatrix}, \quad j = 0; 1,$$

$$E_{1;0} = \frac{H_{11} + H_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{H_{22} - H_{11}}{2}\right)^2 + |H_{12}|^2}.$$

Для анализа наиболее «сложной» ситуации, возникающей при сильном взаимодействии кубита с управляющим/считывающим гейтом [25], был разобран случай $\Gamma_f \tau \sim 1$ (при этом $\Gamma_f \sim 10^{11} \text{ с}^{-1}$). При моделировании была использована явная временная зависимость вида

$$\Gamma_f(t) = \left\{ [f_z(t)] / [(f_z)_{\text{MAX} \forall t}] \right\} 10^{11} \text{ с}^{-1}.$$

Соответствующая динамика населенностей стационарных состояний системы показана на рис. 4(б) для тех же управляющих параметров и той же зависимости $f_z(t)$, что и на рис. 4(а).

Как видно из графика, общие наблюдения, сформулированные в предыдущем разделе, остаются справедливыми и для случая, когда воздействующий на кубит флуксон влияет на асимметрию потенциала (элементы на главной диагонали гамильтониана), а не на величину разделяющего минимума барьера (элементы на побочной диагонали гамильтониана, как в работе [13]; этот случай соответствует и математической модели, рассмотренной в разд. 2.1.).

Использование выбранной явной зависимости $\Gamma_f(t)$ обусловлено тем, что величина декогерентности должна быть пропорциональна величине заданного сигнала $f_z(t)$. В случае с 3JJ кубитом это рассуждение не вполне корректно, так как там, помимо $f_z(t)$, контур кубита пронизывает постоянный поток $\Phi_0/2$, который тоже должен влиять на динамику системы и величину декогерентности. Но использование π -контакта [25] вместо одного из контактов в контуре 3JJ кубита избавляет от необходимости задавать поток $\Phi_0/2$. При этом все уравнения для 3JJ кубита будут верны и для кубита с одним π -контактом, если в них заменить φ_1 на $\tilde{\varphi}_1 = \varphi_1 - \pi$.

Изменится только уравнение $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi(f_z + 1/2)$: в его правой части пропадет слагаемое $1/2$.

2.3. Уравнения Блоха и Ландау–Лифшица–Гильберта: условия эквивалентности

Прежде чем перейти к анализу параметров кубита, оптимальных для реализации операций, разбираемых в настоящей статье, необходимо обратить внимание на наглядную качественную аналогию. Комбинации матричных элементов гамильтониана оказывается удобно рассматривать как магнитное поле, действующее на магнитный момент, причем z -компонента (пропорциональная $(H_{22} - H_{11})/2$ и f_z) поворачивает вектор Блоха (магнитный момент), а x -компонента (пропорциональная H_{12}) может влиять на амплитуду поворота. Уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ) [27], которое описывает динамику классического магнитного момента в магнитном поле при наличии связи с окружающей средой («релаксации»), можно записать как

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = g[\mathbf{m} \times \mathbf{H}] - \frac{\Pi |g|}{|\mathbf{m}|} [\mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times \mathbf{H}]], \quad \Pi > 0, \quad g = \frac{\gamma}{1 + \Pi^2}. \quad (18)$$

Здесь γ — гиромагнитное отношение, Π — параметр релаксации Гильберта.

Сформулируем упрощения, которые надо применить к уравнениям Блоха и ЛЛГ, чтобы они стали эквивалентны с точностью до обозначений. Без учета процессов разрушения когерентности состояний в правой части (18) сохраняется лишь первое слагаемое (в этом случае речь идет об уравнении прецессии). Квантовым аналогом вектора магнитного момента $\mathbf{m}(t)$ является вектор Блоха $\mathbf{R}(t) = R_x(t)\mathbf{n}_x + R_y(t)\mathbf{n}_y + R_z(t)\mathbf{n}_z$, который связан с квантовым состоянием, задаваемым матрицей плотности, при помощи соотношений: $R_x(t) = \rho_{12}(t) + \rho_{21}(t)$, $R_y(t) = i(\rho_{12}(t) - \rho_{21}(t))$, $R_z(t) = \rho_{11}(t) - \rho_{22}(t)$. Из уравнения Блоха (4) видно, что динамика состояния кубита не поменяется, если матрицу гамильтониана переписать в виде

$$\hat{H}(t) = \begin{pmatrix} -(H_{22} - H_{11})/2 & H_{12} \\ H_{12}^* & -(H_{22} - H_{11})/2 \end{pmatrix},$$

и тогда

$$\begin{cases} \frac{dR_x(t)}{dt} = \omega_0(t)R_y(t) - (\Gamma_f + \Gamma_e/2)R_x(t), & \omega_0(t) = (H_{22}(t) - H_{11}(t))/\hbar \\ \frac{dR_y(t)}{dt} = -\omega_0(t)R_x(t) - \omega_{\text{rot}}(t)R_z(t) - (\Gamma_f + \Gamma_e/2)R_y(t), & \omega_{\text{rot}}(t) = 2H_{12}(t)/\hbar \\ \frac{dR_z(t)}{dt} = \omega_{\text{rot}}(t)R_y(t) - \Gamma_e(1 + R_z(t)). \end{cases} \quad (19)$$

Теперь наглядно видна полная аналогия между уравнениями Блоха и ЛЛГ без учета процессов разрушения когерентности. В самом деле, если ввести эффективное магнитное поле $\gamma \mathbf{H}(t) = -\omega_{\text{rot}}(t)\mathbf{n}_x + \omega_0(t)\mathbf{n}_z \equiv \gamma \mathbf{H}_x(t) + \gamma \mathbf{H}_z(t)$ и отождествить векторы $\mathbf{m}(t)$ и $\mathbf{R}(t)$, то предыдущее уравнение для $\Gamma_f = 0$, $\Gamma_e = 0$ сводится к форме

$$\frac{d\mathbf{m}(t)}{dt} = \gamma[\mathbf{m}(t) \times \mathbf{H}(t)], \quad (20)$$

что совпадает с хорошо известным уравнением прецессии (уравнение (18) при $\Pi = 0$).

Динамика компонент вектора Блоха при осуществлении логической операции «Not» приведена на рис. 5(а) и наглядно иллюстрирует упомянутую аналогию [13]. Видно, что нахождение системы в основном стационарном состоянии соответствует случаю, когда вектор Блоха $\mathbf{R}(t)$ направлен вдоль оси Ox ($R_x(t) = 1$), а нахождение в первом возбужденном стационарном состоянии — случаю, когда $\mathbf{R}(t)$ направлен против упомянутой оси ($R_x(t) = -1$).

В рассматриваемом процессе ($\Pi = 0$, $\Gamma_f = 0$ и $\Gamma_e = 0$) эффективное магнитное поле $\gamma \mathbf{H}_z(t) = \omega_0(t)\mathbf{n}_z f_z(t) \neq 0$ (и, соответственно, $H_{11}(t) \neq H_{22}(t)$). В этот промежуток времени при взаимодействии кубита с флаконом $|\omega_0(t)| \gg |\omega_{\text{rot}}(t)|$, $|\mathbf{H}_z(t)| \gg |\mathbf{H}_x(t)|$ и $\gamma \mathbf{H}(t) \approx \gamma \mathbf{H}_z(t)$, поэтому вектор Блоха совершает поворот на π радиан вокруг оси Oz , и именно таким образом поле $\mathbf{H}_z(t)$ позволяет осуществить операцию «Not». При этом x -проекция $R_x(t)$ вектора Блоха меняет знак, y -проекция $R_y(t)$ равна нулю в начале и в конце процесса, а z -компонента $R_z(t)$ всегда примерно равна нулю и не меняется, как и должно быть при прецессии вокруг оси Oz . Если после воздействия система останется в точке вырождения ($f_z(t) = 0$), то для нее будет выполнено ус-

ловие $\omega_0(t) = 0$, поэтому в соответствии с первым из уравнений (19) величина $R_x(t)$ будет постоянной, и система не будет уходить из стационарного состояния до тех пор, пока не проявят себя механизмы разрушения когерентности состояний кубита. Численный расчет показал, что рост поля $\mathbf{H}_x(t)$ способен привести к «уменьшению» амплитуды прецессии, описанной выше, и потому нежелателен.

Теперь рассмотрим ситуацию, при которой найденная аналогия нарушается. При бездиссипативной динамике вектор Блоха всегда имеет единичную длину и оканчивается на поверхности сферы Блоха. Ситуация меняется при наличии фазовой (и/или энергетической) «декогерентности». Соответствующая динамика компонент вектора Блоха показана на рис. 5(б) на временах порядка 300 пс, на которых проявляются процессы разрушения когерентности. Состояние системы в процессе динамики становится смешанным, а длина вектора Блоха существенно меньше единицы. Если попытаться распространить аналогию на уравнение (18) с учетом всех слагаемых, то можно показать, что длина классического вектора магнитного момента будет постоянной и при $\Pi \neq 0$, тогда как длина квантового вектора Блоха уменьшается. Кроме того, можно показать, что в процессе динамики, описываемой уравнением (18) при постоянном по направлению поле $\mathbf{H}(t)$ и $\Pi = \text{const} \neq 0$, вектор $\mathbf{m}(t)$ в процессе своей динамики в конце концов окажется направленным вдоль вектора $\mathbf{H}(t)$. Что касается рис. 5(б), в этом случае динамика состояния 3JJ кубита исследовалась в точке вырождения, когда в эффективном магнитном поле только слагаемое $\gamma \mathbf{H}_x(t)$ было отлично от нуля: здесь под влиянием фазовой и энергетической релаксации вектор Блоха приобретает ненулевую z -проекцию $R_z(t)$ и ненулевую y -проекцию $R_y(t)$, тогда как его x -проекция

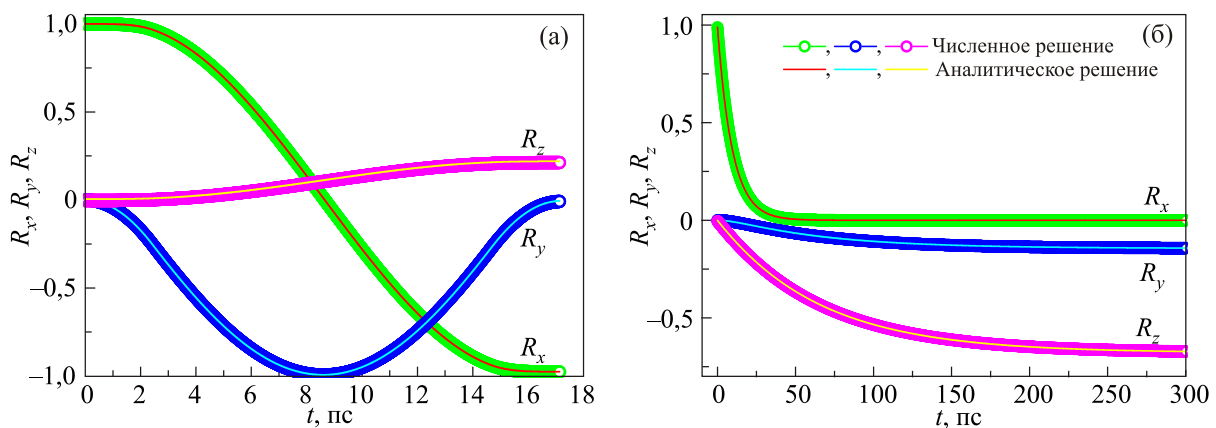


Рис. 5. (Онлайн в цвете) (а) Зависимости компонент вектора Блоха 3JJ кубита ($E_J = 1,72 \cdot 10^{-15}$ эрг, $C = 1,87 \cdot 10^{-15}$ Ф, $I_C = 525$ нА, $\alpha = 0,8$, $E_J/E_C = 6,25$) от времени (а) при осуществлении операции «Not» без учета процессов разрушения когерентности состояний ($\tau = 17,1$ пс, $f_{z\text{MAX}} = 0,0157$, $\Gamma_f = \Gamma_e = 0$); (б) при $f_z = 0$ и наличии сильной связи с цепями управления и считывания ($\tau = 300$ пс, $\Gamma_f \sim 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $\Gamma_e \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$).

$R_x(t)$ оказывается равной нулю. Таким образом, в отличие от классического уравнения ЛЛГ, динамика квантового вектора Блоха при наличии связи с окружающей средой в традиционном потоковом кубите при разумных параметрах системы сводится к его переориентации перпендикулярно эффективному магнитному полю.

2.4. Считывание и управление: оптимизация параметров кубита

Чтобы исследовать возможности для оптимального выполнения логической операции «Not» в рамках дос-

точно реалистичной модели потокового 3JJ кубита и применить только что полученную наглядную квантово-классическую аналогию, рассмотрим постоянные и пренебрежимо малые «параметры декогерентности»: $\Gamma_f = 10^7 \text{ c}^{-1}$, $\Gamma_e = 10^6 \text{ c}^{-1}$. В новых обозначениях условия для осуществления такой операции можно сформулировать в виде требования $|\omega_{\text{rot}}| \ll |\omega_0|$ (или $|\omega_0/\omega_{\text{rot}}| \equiv |(H_{22} - H_{11})/(2H_{12})| \gg 1$) при $f_z \neq 0$, что позволяет пренебречь в (19) слагаемыми, содержащими ω_{rot} . Для этого случая уравнение Блоха решается аналитически:

$$\begin{cases} R_x(t) = \exp\left(-(\Gamma_f + \Gamma_e/2)t\right)\left(R_x(0)\cos\lambda(t) + R_y(0)\sin\lambda(t)\right), \lambda(t) = \int_0^t \omega_0(t')dt' \\ R_y(t) = \exp\left(-(\Gamma_f + \Gamma_e/2)t\right)\left(-R_x(0)\sin\lambda(t) + R_y(0)\cos\lambda(t)\right) \\ R_z(t) = (1 + R_z(0))\exp(-\Gamma_e t) - 1. \end{cases} \quad (21)$$

Для начального условия $\mathbf{R}(0) = \{1, 0, 0\}$ при незначительной декогерентности $R_x(t) = \cos\lambda(t)$, поэтому операция «Not» может быть реализована при повороте вектора Блоха вокруг оси Oz с угловой скоростью ω_0 , если $|\omega_{\text{rot}}| \ll |\omega_0|$ и решение (21) применимо. Длительность взаимодействия флаксона с кубитом, определяемая скоростью движения флаксона, должна в этом случае быть подобрана так, чтобы выполнялось условие $\lambda(t) = \pi$. Но при нарушении условия $|\omega_{\text{rot}}| \ll |\omega_0|$ на этот поворот накладывается также поворот вокруг оси Ox с частотой ω_{rot} , что уменьшает «амплитуду» основного поворота и препятствует осуществлению операции «Not».

Под операцией считывания в рамках данной модели мы понимаем динамику состояния 3JJ кубита под действием внешнего поля, в процессе которой населенности стационарных состояний после взаимодействия с флаксоном возвращаются к исходным значениям (см. рис. 6(a)). Из сравнения этого рисунка с рис. 4(a) видно, что при прочих равных условиях магнитный поток f_z0 , необходимый для считывания, ровно в два раза больше, чем магнитный поток, необходимый для реализации операции «Not», если $\omega_{\text{rot}}\tau \leq 1$. При $\omega_{\text{rot}}\tau \gg 1$ ограничение на величину обратного влияния «считывающего» флаксона на кубит может быть снято (см. кривую «Read» на рис. 6(б)): при достаточно боль-

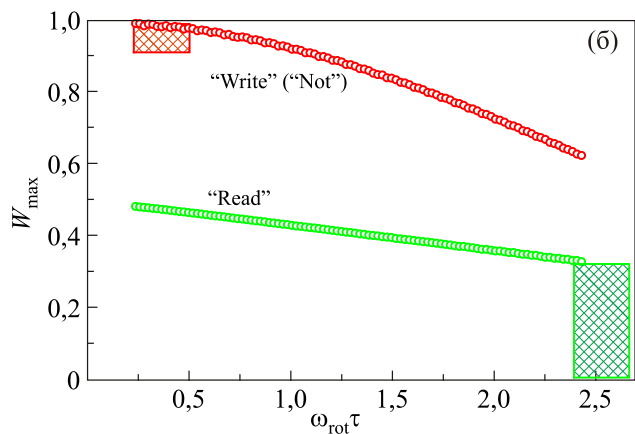
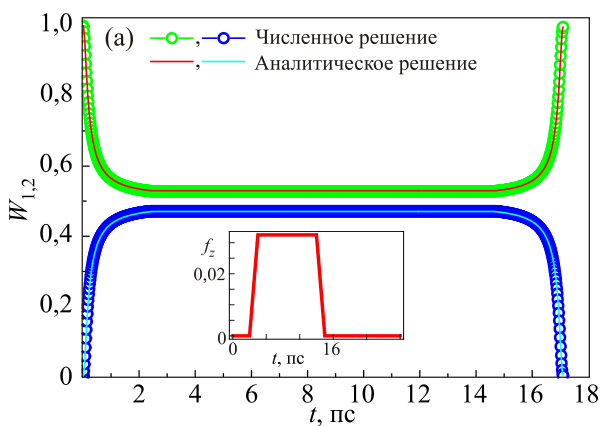


Рис. 6. (Онлайн в цвете) (а) Динамика населенностей стационарных состояний 3JJ кубита ($E_J = 1,72 \cdot 10^{-15}$ эрг, $C = 1,87 \cdot 10^{-15}$ Ф, $I_C = 525$ нА, $\alpha = 0,8$, $E_J/E_C = 6,25$) при реализации операции считывания ($W_{\text{max}} = 0,48$, $\tau = 17,1$ пс, $f_{z\text{MAX}} = 0,0314$). (б) Красная кривая: зависимость максимально возможной заселенности первого возбужденного стационарного состояния W_{max} 3JJ кубита от параметра $\omega_{\text{rot}}\tau$ при осуществлении операции «Not». Зеленая кривая: зависимость максимального «размаха» ΔW для величины населенности уровней для операции считывания. Параметры 3JJ кубита те же, что и на рис. 6(а).

ших временах воздействия считывание можно успешно реализовать независимо от того, насколько точно подобрана его длительность. Графики на рис. 6 были получены при условии, что по порядку величины произведение длительности импульса флаксона на его амплитуду примерно постоянно и для считывания в два раза больше, чем для записи.

Для оптимизации режима выполнения операции «Not» удобно рассматривать ее как изменение населенности второго стационарного состояния от нуля до величины W_{\max} , которая должна лежать как можно ближе к единице. Эта величина как функция параметра $\omega_{\text{rot}}\tau$ представлена в виде кривой «Not» на рис. 6(б): осуществление логической операции «Not» описываемым методом возможно лишь при $\omega_{\text{rot}}\tau \ll 1$. Так как длительность операции «Not» определяется величиной ω_0 , условия $|\omega_{\text{rot}}| \ll |\omega_0|$ и $\omega_{\text{rot}}\tau \ll 1$ эквивалентны.

3. Заключение

Операции считывания и управления состояниями кубита могут быть реализованы за счет воздействия на кубит со стороны баллистического флаксона, а также «дробного флаксона» (семифлаксона), распространяющегося практически без диссипации энергии в цепях адиабатической сверхпроводниковой логики [28–30]. Специфика макроскопической квантовой интерференции в таких многоэлементных системах позволяет создать считывающую/управляющую солитоноподобную волну токов требуемого вида [31,32]. Кроме того, здесь можно в достаточно широких пределах менять прямо в ходе эксперимента скорость распространения флаксона (семифлаксона) по джозефсоновской передающей линии (например, за счет изменения тока питания), управляя длительность кубит-флаксонного взаимодействия. Эффективный контроль населенностей стационарных состояний кубита возможен только при выполнении определенных условий на эту длительность и матричные элементы кубитного гамильтониана: $|\omega_{\text{rot}}| \ll |\omega_0|$, $\omega_{\text{rot}}\tau \ll 1$. Как показали выполненные расчеты, для трехконтактного потокового кубита это условие хорошо выполняется, если выполнено условие на соотношение между джозефсоновской и кулоновской энергией элементов $s = E_J/E_C$: $s \gg 1$, в противном случае величина ω_{rot} резко возрастает. На практике это означает, что не следует использовать значения s меньше 5, что не составляет на сегодняшний день никаких технических затруднений. Существенно увеличив эффективную длительность воздействия флаксона на кубит, мы можем перейти в режим считывания, получая информацию о состоянии искусственной квантовой системы, относительно слабо «возмущая» последнюю.

Работа выполнена при поддержке МинОбрНауки РФ, Грант Президента РФ № 5813.2016.2 и Грант 14.Y26.31.0007 (разд. 1 и 2.2.), а также Грантов РФФИ 16-29-09515 офи_м (разд. 2.3. и 2.4.), 16-57 -51045 НИФ-а и 16-07-01012-а (разд. 2.1.) и в рамках выполнения проектной части госзадания Минобрнауки РФ № 3.3026.2017/ПЧ (разд. 2.1.).

1. S.K. Tolpygo, *Fiz. Nizk. Temp.* **42**, 463 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 361 (2016)].
2. V.K. Kaplunenko and A.V. Ustinov, *Eur. Phys. J. B* **38**, 3 (2004).
3. D. V. Averin, K. Rabenstein, and V. K. Semenov, *Phys. Rev. B* **73**, 094504 (2006); A. Fedorov, A. Shnirman, G. Schoen, and A. Kidiyarova-Shevchenko, *Phys. Rev. B* **75**, 224504, (2007).
4. A. Herr, A. Fedorov, A. Shnirman, E. Il'ichev, and G. Schon, *Supercond. Sci. Technol.* **20**, S450 (2007).
5. L. Pankratov, A.V. Gordeeva, and L.S. Kuzmin, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 087003 (2012).
6. K.G. Fedorov, A.V. Shcherbakova, R. Scheafer, and A.V. Ustinov, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 132602 (2013).
7. I.I. Soloviev, N.V. Klenov, A.L. Pankratov, E. Il'ichev, and L.S. Kuzmin, *Phys. Rev. E* **87**, 060901(R) (2013).
8. K.G. Fedorov, A.V. Shcherbakova, M.J. Wolf, D. Beckmann, and A.V. Ustinov, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 160502 (2014).
9. I. Soloviev, N.V. Klenov, A.L. Pankratov, L.S. Revin, E. Il'ichev, and L.S. Kuzmin, *Phys. Rev. B* **92**, 014516 (2015).
10. I.I. Soloviev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, A.L. Pankratov, and L.S. Kuzmin, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 202602 (2014).
11. N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, and N. Yoshikawa, *Physica C* **470**, 1550 (2010).
12. R. McDermott and M.G. Vavilov, *Phys. Rev. Appl.* **2**, 014007 (2014).
13. N.V. Klenov, A.V. Kuznetsov, I.I. Soloviev, S.V. Bakurski, and O.V. Tikhonova, *Beilstein J. Nanotech.* **6**, 1946 (2015).
14. А.Н. Омелянчук, Е.В. Ильичев, С.Н. Шевченко, *Квантовые когерентные явления в джозефсоновских кубитах*, Наукова думка, Киев (2013).
15. M.O. Scully and M.S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge (1997).
16. D.M. Berns, W.D. Oliver, S.O. Valenzuela, A.V. Shytov, K.K. Berggren, L.S. Levitov, and T.P. Orlando, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 150502 (2006).
17. D.M. Berns, M.S. Rudner, S.O. Valenzuela, K.K. Berggren, W.D. Oliver, L.S. Levitov, and T.P. Orlando, *Natur* **455**, 51 (2008).
18. J. Bylander, M.S. Rudner, A.V. Shytov, S.O. Valenzuela, D.M. Berns, K.K. Berggren, L.S. Levitov, and W.D. Oliver, *Phys. Rev. B* **80**, 220506 (R) (2009).
19. C.H. van der Wal, A.C.J. ter Haar, F.K. Wilhelm, R.N. Schouten, C.J.P.M. Harmans, T.P. Orlando, S. Lloyd, and J.E. Mooij, *Science* **290**, 773 (2000).

20. Ya.S. Greenberg, A. Izmalkov, M. Grajcar, E. Il'ichev, W. Krech, H.-G. Meyer, M.H.S. Amin, and A.M. van den Brink, *Phys. Rev. B* **66**, 214525 (2002).
21. I. Chiorescu, Y. Nakamura, C.J.P.M. Harmans, and J.E. Mooij, *Science* **299**, 1869 (2003).
22. J.E. Mooij, T.P. Orlando, L. Levitov, Lin Tian, C. H. van der Wal, and Seth Lloyd, *Science* **285**, 1036 (1999).
23. F. Yan, S. Gustavsson, A. Kamal, J. Birenbaum, A.P. Sears, D. Hover, T.J. Gudmundsen, D. Rosenberg, G. Samach, S. Weber, J.L. Yoder, T.P. Orlando, J. Clarke, A.J. Kerman, and W.D. Oliver, *Nature Commun.* **7**, 12964 (2016).
24. A.V. Kuznetsov and N.V. Klenov, *Moscow Univ. Phys. Bull.* **72**, (2017). *to be published*
25. N.V. Klenov, A.V. Sharafiev, S.V. Bakurskiy, and V.K. Kornev, *IEEE Transactions on Applied Supercond.* **21**, 864 (2011).
26. N.V. Klenov, N.G. Pugach, A.V. Sharafiev, S.V. Bakurskiy and V.K. Kornev, *Phys. Solid State* **52**, 2246 (2010).
27. P.J.D. Crowley and A.G. Green, *Phys. Rev. A* **94**, 062106 (2016).
28. V.K. Semenov and D.V. Averin, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **13**, 960 (2003).
29. N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, and N. Yoshikawa, *Supercond. Sci. Technol.* **26**, 035010 (2013).
30. Jie Ren and V.K. Semenov, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **21**, 780 (2011).
31. V.K. Kornev, I.I. Soloviev, N.V. Klenov, and O.A. Mukhanov, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **17**, 569 (2007).
32. A.E. Schegolev, N.V. Klenov, I.I. Soloviev and M.V. Tereshonok, *Beilstein J. Nanotechnology* **7**, 1397 (2016).

Interaction of flux qubits with single flux quantum circuits

N.V. Klenov, A.V. Kuznetsov, I.I. Soloviev, S.V. Bakurskiy, M.V. Denisenko, and A.M. Sataniin

Using the rapid single flux quantum logic (RSFQ) may provide a more reliable control of superconducting quantum circuits on a chip than control by electromagnetic pulses in resonators and coaxial cables. In this paper we present analytical study and numerical modeling of dynamics for superconducting flux qubit, which is magnetically coupled with a RSFQ lines in order to demonstrate the fundamental possibility of the implementation of simple logic operations on the picosecond time scale as well as fast non-demolishing measurements. It is shown that in solving optimization problems one can conveniently interpret the dynamics of the system as precession of an magnetic moment around the direction of the magnetic field; combinations of matrix elements of the Hamiltonian play the role of the components of the magnetic field, and the role of the magnetic moment — the Bloch vector.

PACS: 85.25.Cp Josephson devices;
85.25.Hv Superconducting logic elements and memory devices; microelectronic circuits;
85.25.Dq Superconducting quantum interference devices (SQUIDs).

Keywords: f flux qubits, rapid single flux quantum logic, quantum measurements, Bloch equation, qubit Hamiltonian matrix.